

# Temperatur og Varme

HAUGERUD, IVAR SVALHEIM  
*Universitetet i Oslo*

(Dated: 26. februar 2018)

I dette eksperimentet kommer vi til å se på forskjellige måter å måle temperatur på, og hvordan forskjellige omgivelser og overflater påvirker målt temperatuur, og hvordan varme sprer seg i en metallstang. For å gjøre beregninger på dette trenger vi litt teori.

## I. INTRODUKSJON

Eksperimentet i denne rapporten ble gjennomført i håp om å finne ut av, og forstå, hvordan å måle temperatur, innvirkningen omgivelser og overflater har på temperaturmåling, og hvordan varme sprer seg i gjenstander. Eksperimentene satt opp i denne rapporten ble valgt for å gjøre målinger på nevnte effekter. Vi skal måle temperaturforskjeller mellom systemer i, og ute av termisk likevekt. Dette skal vi måle ved å se på temperaturreavhenig resistanser hos termistor, elektriske potensialforskjeller i systemer ute av termisk likevekt og måling av infrarød varmestråling med IR-termometere. Med disse målemetoder kan vi finne hvordan varmen sprer seg i et legeme over tid, og fra dette beregne den termiske diffusiviteten til en metallstang. Verdiene vi måler under eksperimentene kan måles opp mot teoretiske forventninger fra termodynamikkens lover, strålingsteori og varmelære.

I dagligdags tale er det som regel ingen forskjell på temperatur og varme. I fysikkens verden derimot har de to begrepene forskjellig og presise definisjoner. Varme er definert som energitransporten fra ett legeme, eller system, til et annet, som er forårsaket av en temperaturforskjell mellom dem. Derimot betyr temperatur den gjennomsnittlige termiske energien til molekylene i legemet. I det nittende århundret foreslo Lord Kelvin å innføre et termisk mål som baserte seg på målingen var varmen som gikk fra ett legeme til et annet. Dette konseptet baserer seg på en absolutt temperaturskala med et absolutt nullpunkt der et legeme aldri vil gi fra seg temperatur.

Resultatene i dette eksperimentet baserer seg hovedsaklig på målinger vi har gjort av temperaturen til forskjellige systemer. For å måle temperaturen kommer vi til å bruke tre forskjellige metoder, måle temperaturens effekt på elektrisk motstand i en termistor (1), måling av elektrisk potensial med voltmeter (2), og varmestråling med IR-termometer (3). Når målemetoden baserer seg på at de to systemene skal være i termisk likevekt for at målingene skal stemme, er det viktig å passe nøye på at man oppnår dette, dette er viktig for den første målemetoden. Måling av temperatur med IR-termometer baserer seg på å måle strålingen fra overflaten til et objekt.

## II. TEORI

Termodynamikkens tre lover omhandler temperatur og varme, og lyder som følger [2]:

0. **Termisk likevekt:** Hvis to termodynamiske ststemer hver for seg er i termisk likevekt med et tredje system, så er de to første i termisk likevekt med hverandre.

1. **Energibevaring:** Endringen i indre energi,  $U$ , til et system er lik summen av varmen tilført systemet,  $Q$ , og arbeidet utført på systemet,  $-W$ , som gir oss  $\Delta U = Q - W$ .

2. **Entropi:** Varme kan ikke spontant strømme fra et material ved lav temperatur til et material ved høy temperatur.

Termodynamikkens lover er funnet empirisk, og er det vi kommer til å basere oss på for mye av eksperimentet. I lovene er definisjonen av termisk likevekt mellom to systemer at de to systemene skal ha lik temperatur  $T$  [2].

### A. Temperaturmåling med elektrisk potensial og elektrisk motstand

Når man måler temperatur ved å se på elektriske motstander bruker man det faktum at motstanden i metaller øker med temperaturen. Forholdet mellom temperatur og motstand er forskjellig for forskjellige metaller, og man må derfor vite dette forholdet for å kunne finne temperaturen til metallet. Man kan også bruke halvledere på en liknende måte. I halvledere øker antall elektroner som blir eksikert til ledningsbåndet med temperaturen, og dette fører til at den elektriske motstanden  $R$  endres. Motstanden  $R$  kan man måle for å finne temperaturen til halvlederen, det er dette prinsippet en termistor bruker. Forholdet mellom temperatur og motstand er beskrevet med

$$\frac{1}{T} = a + b \ln(R) + c \ln(R)^3. \quad (1)$$

Denne likningen kalles Steinhart-Hart-likningen, og verdiene for  $a$ ,  $b$  og  $c$  er avhengig av hva slags halvleder man bruker i eksperimentet.

Ved å se på termodynamikkens første lov, og anta at vi ikke har noe ytre arbeid  $W$  på systemet, får vi at forholdet mellom temperaturendring  $\Delta T$  og termoelektrisk spenning  $\Delta U$  er gitt av

$$\Delta U = \epsilon \Delta T, \quad (2)$$

hvor  $\epsilon$  er stigningstallet  $\partial U / \partial T$ . For å finne stigningstallet  $\epsilon$  må man gjøre flere målinger og bruke lineærregresjon på datapunktene for å finne stigningstallet. For at dette skal fungere må den termoelektriske spenningen være proporsjonal med temperaturforskjellen. For at to metaller skal være i termodynamisk likevekt må de ha samme elektrokjemiske potensialet, og definisjonen av termisk likevekt vet vi at dette impliserer at de også vil ha samme temperatuur. Dette betyr at kontakt mellom to metaller fører til en endring i elektrisk potensial, og denne endringen er temperatur avhengig og kan måles ved å koble metallene i en elektrisk krets. Derfor vil man alltid måle temperaturforskjellen mellom de to metallene.

### B. Temperaturmåling med IR-termometer

Alle legmer som har en temperatur over det absolutte nullpunkt vil sende ut elektromagnetisk stråling. Hvis vi kan tilnærme legmet som et sort-legme, et legme som ikke reflekterer

noe stråling, kan vi bruke Stefan-Boltzmanns strålingslov [3]

$$F = \sigma T^4, \quad (3)$$

som sier at fluksen, energi per tid per areal, fra et sortlegme er proporsjonalt med temperaturen opphøyd i fjerde. Dette kan skrives om til

$$I_s = \frac{dQ}{dt} = A\sigma T^4, \quad (4)$$

hvor  $I_s$  er varmestråling,  $dQ/dt$  er varmetrømmen, og  $A$  er arealet til sortlegmet. Dette er den totale strålingen over alle bølgelengder og strålingsretninger. Når slik stråling treffer en flate kan det gjøre tre ting, reflekteres, transmitteres eller absorberes. I vårt eksperiment kommer vi ikke til å jobbe med overflater som kan transmittre strålingen. Vi kan derfor si at

$$I = I_R + I_A, \quad (5)$$

hvor  $I_R$  og  $I_T$  er henholdsvis andelen av strålingen som blir reflektert og transmitert. Vi kan derfor uttrykke likningen på en annen måte

$$1 = r + a. \quad (6)$$

Hvor  $r = I_R/I$  er reflektans, og  $a = I_A/I$  er absorpsjons. Fra (5) ser vi at disse verdiene må tilfredstille  $1 = a + r$ , når vi ser bort fra transmitert stråling. Emmissiviteten til en flate, er lik absorpsjonen til en flate  $e = a$ . Hvis man gjør en måling med et IR-termometer på et objekt 1, som har objekt 2 som reflektert bakgrunn, og man kan anta at objekt 2 har stor emmissivitet ( $e_2 > 0.8$ ) er følgende en god approksimasjon

$$T = T_1 + r_1 e_2 (T_2 - T_1). \quad (7)$$

Her er  $T$  den avleste verdien for IR-termometeret,  $T_1$  temperaturen til objektet du måler på, og  $T_2$  temperaturen til objektet i den reflekterte bakgrunnen, mens  $r_1$  og  $e_2$  er henholdsvis reflektansen til objekt 1, og emmissiviteten til objekt 2. Fra denne likningen ser vi tydelig hvordan bidraget fra den reflekterte bakgrunnen er avhengig av hvor godt objektet du gjør direkte målinger på reflekterer strålingen fra bakgrunnen ( $r_1$ ). Ved å sette inn (6) for  $r_1$  og løse likningen for  $e_1$  finner vi et uttrykk for emmissiviteten til objekt 1, som da blir gitt av

$$e_1 = 1 - \frac{T - T_1}{e_2 (T_2 - T_1)}. \quad (8)$$

Siden alle objekter både mottar og sender ut stråling kan vi skrive om (4) til total stråling fra og til et objekt, ved å bruke temperaturen til omgivelsene  $T_0$

$$I_S = eA\sigma (T^4 - T_0^4). \quad (9)$$

For at et strålingstermometer skal kunne måle temperaturen til et objekt bruker den en kalibrert variant av denne likningen. Strålingstermometere tar bare inn stråling i et lite intervall av bølgelengder, og kalibreringen tar hensyn til dette. I kalibreringen antar strålingstermometeret at overflaten har en fast emmissivitet,  $e$ , på rundt 0.95.

### C. Varmedledning i aluminiumsstang

Varmekapasiteten til et legme er avhengig av om vi lar legmet forandre trykk, eller forandre volum. Hvis volumet holdes

konstant er varmekapasiteten  $c_v$ , og  $c_p$  hvis trykket holdes konstant. Temperaturen til et legme og varmen energien den inneholder er to forskjellige egenskaper, og forholdet mellom disse er gitt av *den spesifikke varmekapasiteten*  $c_{v/p}$ . Dette uttrykket gjelder kun for både konstant trykk og konstant og konstant volum, som er tilfellet vi skal se på. Og denne bruker vi når vi skal se på total varme  $Q$  som strømmer inn i et legme med tetthet  $\rho$ , mens legmet endrer temperatur fra  $T_1$  til  $T_0$

$$\frac{\partial Q}{\partial T} = \rho c_{v/p}. \quad (10)$$

Hvordan varmen transporteres er beskrevet med varmedledningslikningen, som kalles Fick's lov

$$\mathbf{J}_q = -\lambda \nabla T. \quad (11)$$

Hvor  $\mathbf{J}_q$  er varmeenergi transportert per tid per areal, også kalt varme fluks,  $\lambda$  er varmedledningsevnen til materialet. Siden man ikke kan måle varme fluks direkte bruker man bevaring av energi til å finne et uttrykk for hvordan temperaturen endrer seg over tid. Fra Fick's lov kan man utlede diffusjonslikningen

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \nabla^2 T, \quad (12)$$

hvor  $D$  er den termiske diffusiviteten gitt av  $D = \lambda/c_{v/p}$ . Denne likningen ønsker vi løse for  $T$ . Men for å gjøre dette må vi forenkle den ved å begrense oss. Siden  $\nabla$  virker i  $x$ ,  $y$  og  $z$  retning hadde vi egentlig hatt tre likningssystemer å løse, men ved å begrense oss til et en-dimensjonalt tilfelle får vi en partiell differensiallikning som kan løses.

Under eksperimentet skal vi gjøre målinger på en aluminiumsstang som vi kan tilnærme som endimensjonal. Dette er en rimlig antagelse siden vi er interessert i varmetransporten på materialet, og all varmetransporten vil skje i en dimensjon. I tillegg kommer temperaturmålingene til å være i sentrum av sylindren, som gjør approksimasjonen litt bedre. Med denne begrensningen kan vi skrive om (12) til

$$T(x, t) = T_0 + \int_0^t \frac{x}{\sqrt{4\pi D (t-s)^3}} \exp\left\{\frac{-x^2}{4D(t-s)}\right\} h(s) ds. \quad (13)$$

Her er variabelen vi integrer over,  $s$ , alle tidspunktene opp til tiden  $t$  vi ønsker å finne temperaturen  $T$  i posisjon  $x$ . Funksjonen  $h(s)$  er temperaturen til stangen i punktet  $x = 0$  som en funksjon av tid. Denne likningen er en god beskrivelse av hvordan temperaturen utvikler seg over tid og posisjon, så lenge det ikke blir noen randproblemer under eksperimentet. Det vil si at temperaturen har spredd seg til enden av stangen. Denne likningen baserer seg på initialbetingelser og grensebetingelser. Vi har brukt at ved  $t = 0$  er temperaturen i stangen jevnt fordelt lik  $T_0$ ,  $T(x, t = 0) = T_0$ . Og at temperaturen i toppen av stangen er gitt av,  $T(x = 0, t) = h(t)$ . Hvis vi videre kan anta at temperaturen ved  $x = 0$  er konstant kan vi forenkle uttrykket ned til

$$T(x, t) = T_1 + \Delta T \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{4Dt}}\right), \quad (14)$$

hvor  $\operatorname{erf}$  står for error-funksjonen og er definert som

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-\kappa^2} d\kappa. \quad (15)$$

Her trenges det litt forklaring,  $\Delta T = T_0 - T_1$ , og  $\kappa$  er en variabel vi integrer over uten noen fysisk betydning. Ved å sette noen begrensninger har vi klart å løse integralet analytisk ved å kombinere de to variablene  $t$  og  $x$  inn i en variabel  $\eta$ . Siden Erf funksjonen (15) er en-til-en og på verdimengden  $[-1, 1]$  har funksjonen en invers funksjon slik at  $\text{erfinv}(\text{erf}(x)) = x$ , hvor definisjonsmengden går fra  $-1$  til  $1$ . Det burde merkes at erf funksjonen ikke har en analytisk løsning, hvis ikke integralgrensene går fra  $-\infty$  til  $\infty$ , og at den deriverte av den har samme bjelle form som gausskurver.

Vi er interessert i finne den termiske diffusiviteten  $D$ , og dette kan vi gjøre ved å løse (14) for erf, og ta den inverse funksjonen, erfinv, på begge sider

$$\text{erfinv}\left(\frac{T(x,t) - T_1}{\Delta T}\right) = \frac{x}{\sqrt{4Dt}}. \quad (16)$$

Og hvis vi definerer en ny variabel  $\eta = x/\sqrt{4t}$ , får vi en lineær avhengighet av  $D$  og  $\eta$  som gjør at  $D$  blir lett å finne ved å analysere målingene av temperaturen  $T(x,t)$  og bruke lineærregresjon. Vi sitter igjen med

$$\eta D^{-\frac{1}{2}} = \text{erfinv}\left(\frac{T(x,t) - T_1}{\Delta T}\right) \quad (17)$$

som er uttrykket vi kommer til å bruke for å beregne en verdi for  $D$  for en aluminiumsstang. Når vi har data for temperaturen  $T(x,t)$ , og tidsutviklingen til systemet kan vi fremstille (17) grafisk, hvor vi forventer et proporsjonalt forhold mellom  $\eta$  og erfinv, med stigningstallet  $\alpha$ , som gir oss muligheten til å finne en verdi for den termiske diffusiviteten  $D$  til aluminium

$$D = \frac{1}{\alpha^2}. \quad (18)$$

### III. METODE

#### A. Temperaturmåling med elektrisk potensial og elektrisk motstand

Vi ønsker å måle temperaturforskjellen mellom to objekter som er i termisk likevekt. Vi gjør dette ved å ha to store isbiter med en grop i toppen og et termoelement med to målepunkter av kopper og konstantan i hver grop. Det blir mer nøyaktig målinger hvis det er litt vann i gropen, da blir det god kontakt mellom ledningen og systemene i termisk likevekt. Termoelementet tvinner de to endene sammen slik at det blir kontakt mellom kopper og konstantan, over dette kontaktpunktet kan vi måle spenningsforskjellen. Termoelementet har bananplugger som gjør at vi kan lett sette det inn i en elektrisk krets sammen med et multimeter, og ved hjelp av (2) beregne temperaturforskjellen. Siden begge isbitene er i termisk likevekt med hverandre forventer vi at temperaturforskjellen, og spenningsforskjellen, skal være henholdsvis  $0^\circ\text{C}$  og  $V$ .

Etter å ha målt spenningsforskjellen når det var termisk likevekt flyttet vi det ene målepunktet til en temperatursensitiv aluminiumsboks som har stått i romtemperatur over lang tid. Vi fester det ene målepunktet med teip og sørger for at det er i direkte kontakt med aluminiumsboksen. Under oppsettningen på aluminiumsboksen prøver vi å være i så lite direkte kontakt med boksen og ledningen som mulig. Når målepunktet er festet leser vi av spenningsforskjellen  $\Delta U$  på multimeteret. Siden vi vet at isbiten vil være på rundt  $0^\circ\text{C}$  kan vi finne temperaturen til aluminiumsboksen ved finne temperaturforskjellen mellom

systemene.

Deretter målte vi temperaturen til aluminiumsboksen med termistorer. Termistorene festet vi med teip slik at det var direkte kontakt mellom boksen og hver termistor. Vi leste deretter av motstanden til hver termistor ved hjelp av multimeteret. Med multimeterene så vi hvordan den målte motstanden varierte med tid, og hva verdiene stabiliserte seg på. Siden vi målte med to termistorer kunne vi også se om vi målte samme motstand på de to termistorene.

#### B. Temperaturmåling med IR-termometer

Under alle målingene med IR-termometer kommer vi til å bruke Fluke62. Det første vi ønsket å måle med IR-termometeret var temperaturen i rommet  $T_0$ . Vi gjorde målingene på en hvit matt vegg i en avstand av 10cm.

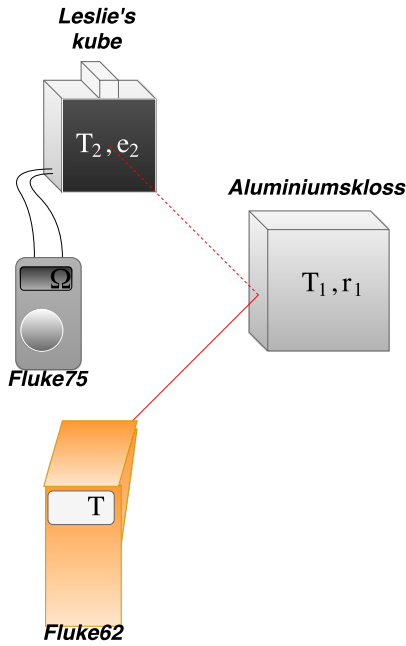
Etter at vi fant temperaturen til rommet målte vi temperaturen til aluminiumsboksen med IR-termometeret. Siden aluminiumsboksen har en høy refleksans gjorde vi flere målinger med forskjellige vinkler, avstander og reflekterte-bakgrunner for å få en mest nøyaktig måling.

Vi gikk så over til å gjøre målinger av temperaturen til Leslie's kube. Leslie's kube er en kube med forskjellig overflate på fire av sidene sine, og en varmekilde i midten som gjør at boksen har en høy temperatur. Vi målte temperaturen med et IR-termometer på de fire sidene av Leslie's kube flere ganger. Under disse målingene brukte vi en stor, matt og sort matte som reflektert-bakgrunn. I tillegg målte vi resistansen til den innebygde termistoren i Leslie's kube. Fra å måle resistansen kan vi slå opp i databladet til Leslie's kube hvilken temperatur dette svarer til.

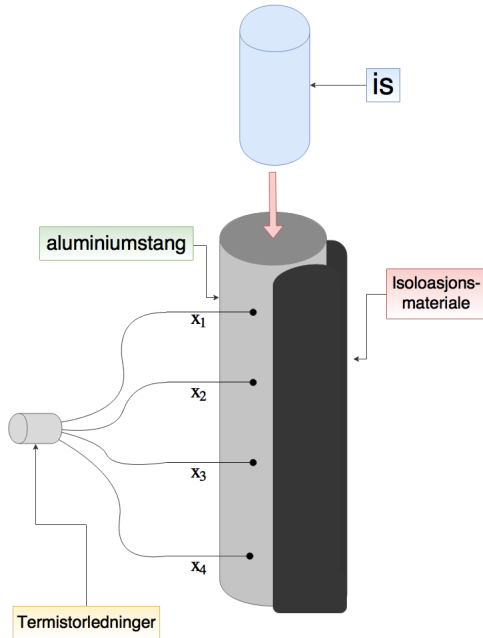
Vi er også interessert i å beregne emmisiviteten til den kubiske aluminiumsklossen. Dette kan vi gjøre ved å bruke likning (8). Derfor kommer vi med målinger med IR-termometeret rettet mot aluminiumsklossen mens den matte siden av Leslie's kube står i bakgrunnen. På denne måten får vi en verdi for alle variablene i uttrykket. Vi kommer til å bruke den svarte, matte flaten til Leslie's kube som bakgrunn, og måle resistansen til den indre termistoren til Leslie's kube samtidig. En illustrasjon av oppsettet er vist i figur 1 på neste side. Under målingene hadde vi en stor avstand mellom aluminiumsboksen og Leslie's kube for å unngå varmespredning mellom objektene.

#### C. Varmeledning i aluminiumsstang

I dette eksperimentet ønsker vi å måle den termiske diffusiviteten  $D$  til aluminium. For å gjøre dette kommer vi til å bruke (17), derfor trenger vi målinger av temperatur ved posisjoner langs en tilnærmet, endimensjonal sylinder, over tid, mens det er en strek temperaturforandring i stangen. Vi kommer til å ha en godt isolert aluminiumsstang med fire små hull for å ha termistorer til å måle temperaturen. Avstanden mellom målepunktene er spredt slik at i får så mye informasjon som mulig om hvordan varmespredningen beveger seg gjennom stangen. Oppsettet til eksperimentet er vist i figur 2. Termistorene er koblet i en elektrisk krets sammen med en spenningskilde på 5V. I kretsen er hver termistor med resistanse  $R_{T_i}$  koblet i serie med en referanse motstand med resistanse  $R_i$ . Mellom referansesmotstanden og hver termistor er kretsen koblet til en akvisasjonsboks som gir oss muligheten til å se på målingene på datamaskinen. Alle seriekoblingene med termistor og motstand er koblet i parallell med hverandre. Kretsen er vist i fi-

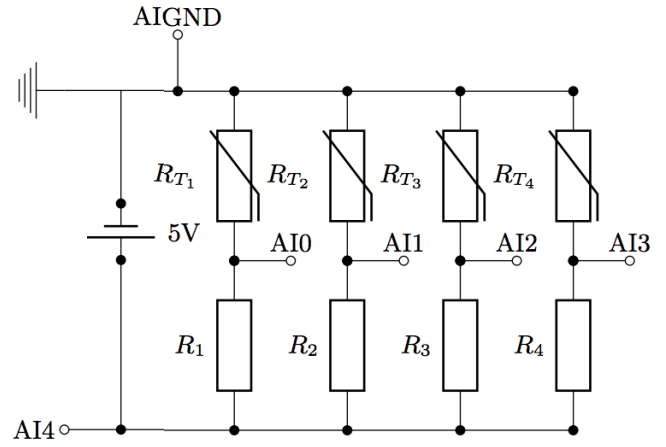


Figur 1: Oppsett for måling av  $e_1$  til aluminiumsklossen med IR-termometer og Leslie's kube som reflektert bakgrunn.



Figur 2: Oppsett for måling av termiske diffusivitet. Punktene hvor ledningene går inn i sylindern,  $x_i$ , er hvor vi måler temperaturen. Isolasjonsmaterialet er egentlig heldekkende, men er ikke vist i denne illustrasjonen.

Figur 3. Før vi starter eksperimentet er det viktig at vi har målt motstanden til alle referansemotstandene. For å få den riktige resistansen måler vi hver motstand alene, og ikke i serie eller parallel med noen andre motstander. Dataakvisisjonsboksen mottar en spenning i kretsen, og sender signalet slik at det kan bli lest direkte av et matlabprogram. Fra å vite hvordan kretsen ser ut, styrken på spenningskilden, og resistansen til alle motstanene i kretsen, kan programet regne ut resistansen



Figur 3: Den elektriske kretsen vi bruker for å regne ut termiske diffusivitet.  $R_{T_i}$  er resistansen til termistorene, og  $R_i$  er resistansen til referansemotstandene. Punktene med AI.. er hvor vi koblet kretsen til dataakvisisjonsboksen. Figur hentet fra [2].

til hver termistor  $R_{T_i}$  over tid, og ved hjelp av en kalibrert Steinhart-Hart-likning (1) kan vi bruke resistansen i termistoren for å finne temperaturen til de fire punktene  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  og  $x_4$  over varigheten av eksperimentet.

Når eksperimentet er klart starter vi matlabprogrammet, som kommer til å lese målinger fra dataakvisisjonsboksen i 10 minutter. For å være sikker på at alt fungerer venter vi før vi fester issylinderen i toppen av aluminiumstangen ved å dytte den godt på plass, slik at det er god kontakt mellom isen og aluminiumsstangen. For at kontakten skal være god gjennom hele eksperimentet henger vi en tung gjenstand på toppen av isen slik at den blir kontinuerlig presset nedover. Nå som isen er i god kontakt med aluminiumsstangen kan vi se hvordan temperaturen sprer seg over tid i stangen. Under eksperimentet rant det litt vann fra toppen av sylindern som måtte tørkes bort.

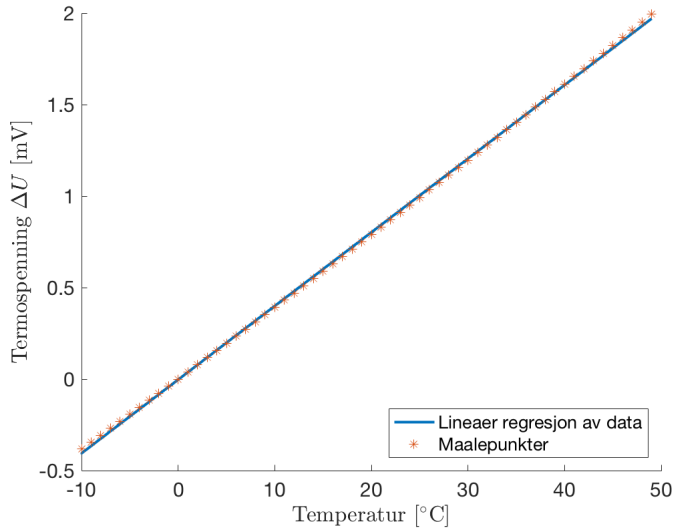
Når vi har dataen for hvordan temperaturen i hvert punkt  $x_i$  utvikler seg over tid kan vi bruke (17) til å finne den termiske diffusiviteten ved å bruke lineærregresjon på dataen for å finne stigningstallet, slik at vi kan regne ut den termiske diffusiviteten  $D$  ved hjelp av (18).

## IV. RESULTATER

### A. Temperaturmåling med elektrisk potensial og elektrisk kretstand

For å kunne finne temperaturforskjellen ved å måle forskjellen i elektriske potensial bruker vi likning (2). Men for å bruke den må vi først finne en verdi for stigningstallet  $\epsilon = \partial U / \partial T$ . For å finne en verdi for  $\epsilon$  bruker vi dataen vist i figur 4 på neste side. Ved å finne beste rette linje til datasettet ved hjelp av minste kvadraters metode [1] fant vi at  $\epsilon = 0.0403 \pm 0.0001$  mV/°C. Som gjør at vi kan finne temperaturforskjellen mellom to systemer ved å måle spenningsforskjellen. Målingene av spenningsfallet over kontaktpunktet i et termoelement med multimeteret Fluke45 målte vi at spenningsforskjellen gikk gradvis fra  $0.07 \pm 0.02$  mV til  $0.00 \pm 0.02$  mV, hvor det stabili-





Figur 4: Data brukt for å finne proporsjonalitetskonstanten  $\epsilon$  brukt i likning (2) som vi trenger for å finne temperaturforskjellen ved å måle spenningsforskjellen. Den rette linja funnet ved hjelp av minste kvadraters metode er gitt av  $\Delta U = -0.0033\text{mV} + 0.0403\text{mV}/^\circ\text{C} \cdot T$

serte seg. Usikkerhetene er beregnet fra databladet til Fluke45. Fra å bruke likning (2), og målingen av  $\Delta U$  kan vi slutte at temperaturforskjellen mellom de to isklossene er  $0.00 \pm 0.49^\circ\text{C}$ . Siden isklossene er i termisk likevekt var dette et svar vi forventet. Usikkerhetene er beregnet fra usikkerheten i Fluke45 og usikkerhet i beregning av stigningstall, og hvordan usikkerhetene påvirker funksjoner av to variable [1].

Når vi så gjorde samme målinger, men det ene kontaktpunktet til termoelementet var på en kubisk aluminiumskloss i romtemperatur fant vi at spenningsforskjellen økte sakte med tid fra  $0.62 \pm 0.02\text{mV}$  til den stabiliserte seg på  $0.747 \pm 0.001\text{mV}$ . Ved å bruke likning (2) kan vi beregne at temperaturforskjellen er på  $18.54 \pm 0.05^\circ\text{C}$ . Med dette får vi at temperaturen til aluminiumsklossen er på  $18.54 \pm 0.49^\circ\text{C}$ .

Nå som vi har målt temperaturen til klossen ved å måle elektrisk potensial kan vi sammenlikne resultatet med målinger gjort med termistorer. Etter å ha festet de to termistorene fast på aluminiumsklossen tok det rundt ett minutt før verdiene stabiliserte seg på  $130.3 \pm 0.7\text{k}\Omega$  og  $130.4 \pm 0.7\text{k}\Omega$ . Ved å bruke disse verdiene i en kalibert versjon av Steinhart-hart-likning (1) med verdiene  $a = 8.420 \cdot 10^{-4}$ ,  $b = 2.068 \cdot 10^{-4}$  og  $c = 8.591 \cdot 10^{-8}$  finner vi at temperaturen til aluminiumsklossen er på  $19.4 \pm 0.5^\circ\text{C}$ .

Som en ekstra sjekk la vi termistoren på isklossene og målte en resistanse på  $0.349 \pm 0.003\text{M}\Omega$ . Som med (1) gir oss at temperaturen til isklossen er  $0.25 \pm 0.03^\circ\text{C}$ .

## B. Temperaturmåling med IR-termometer

Vi målte romtemperaturen til å være  $19.6 \pm 0.1^\circ\text{C}$  ved å bruke IR-termometeret på kort avstand mot en matt lys vegg. Deretter gjorde vi målinger av aluminiumsklossen fra tidligere, målingene vi fikk er vist i tabell I. Fra disse målingene fant vi at temperaturen til aluminiumsklossen var på  $20.0 \pm 0.2^\circ\text{C}$ , bruker målingene fra 20cm med hvit vegg som bakgrunn, usikkerhet beregnet fra standardavviket til målingene. Deretter gjorde vi målinger av Leslie's kube. Verdiene vi fikk avlest av

Tabell I: Målinger av temperaturen til aluminiumskube med IR-termometer. Både avstand og vinkelmålet er gjort omtrentlig, og målt med øyemal. Det var lyst ut av vinduet. Usikkerhetene kommer fra databladet til IR-termometeret.

Avstand [cm]	Vinkel [°]	Målt verdi [° C]	Reflektert bakgrunn
20	45	$19.8 \pm 0.1$	Hvit vegg
20	10	$20.2 \pm 0.1$	Hvit vegg
20	0	$30.0 \pm 0.2$	Menneske
200	30	$21.4 \pm 0.1$	Hvit vegg
5	80	$15.0 \pm 0.1$	Vindu

IR-termometert er vist i tabell II, målingene ble gjort på en avstand av 10cm. For hver måling hadde vi en mørk sort flate som bakgrunn som ble båret rundt for de forskjellige vinklene. Dette ble gjort for å redusere og kontrollere bakgrunnstråling og refleksjonsstråling. Samtidig som det ble gjort måling av temperaturen til de forskjellige overflatene med IR-termometeret gjorde vi målinger av den innebygde termistoren i Leslie's kube med multimeteret Fluke75. Vi målte en konstant motstand for Leslie's kube lik  $8.90 \pm 0.05\text{k}\Omega$ . Ved å bruke Steinhart-hart-likningen (1) kan man finne temperaturen til Leslie's kube av å vite motstanden til kubens. Med denne måten fant vi at temperaturen til Leslie's kube var på  $85.6 \pm 0.4^\circ\text{C}$ . Denne verdien, og usikkerheten, er funnet fra databladet til Leslie's kube.

Tabell II: Målinger gjort av IR-termometer på leslie's kube. Målingene ble gjort på en avstand av 10cm. Usikkerhetene i målingene kommer fra at målingen ikke stabiliserte seg, disse usikkerhetene er større enn usikkerhetne fra databladet.

Leslie's overflate	Målt temperatur [° C]
Mørk - matt	$85.2 \pm 0.4$
Speil - blank	$24.8 \pm 0.2$
Hvit - matt	$85.8 \pm 0.4$
Hvit - blank	$29.4 \pm 0.2$

Ved å bruke likning (8) og eksperimentet vist i figur 1 på forrige side kan vi finne en verdi for emmissiviteten til aluminiumsklossen  $e_1$ . Verdiene vi målte under eksperimentet er vist i tabell III. Disse verdiene ble brukt under utregning, hvor vi fant at  $e_1 = 0.0367 \pm 0.0005$ . Usikkerheten er beregnet fra usikkerhetene vist i tabell III og regning for kombinasjon av usikkerheter fra [1].

Tabell III: Verdier brukt for å beregne emmissiviteten  $e_1$  til aluminiumsklossen. Verdien for emmissiviteten til Leslie's kube var en oppgitt størrelse [2]. Usikkerhetene kommer fra databladet

Hva vi målte	Verdi målt
$T$	$80.4 \pm 0.4^\circ\text{C}$
$T_1$	$19.4 \pm 0.3^\circ\text{C}$
$T_2$	$86.0 \pm 0.4^\circ\text{C}$
$R$	$8.80 \pm 0.05\text{k}\Omega$
$e_2$	0.95

## C. Varmeledning i aluminiumsstang

For å kunne få informasjon ut av eksperimentet var det noen verdier vi måtte måle først. Vi måtte finne posisjonene til målepunktene i staven. Dette gjorde vi med en digital

skyvelær, målingene er vist i tabell IV. I disse målingene er  $x = 0$  punktet der stangen slutter, på siden hvor vi fester is-biten. Det andre vi trenger før vi kan gjøre eksperimentet er

Tabell IV: Posisjonen  $x_i$  til punktene hvor vi har termistoren for å måle temperaturen til stangen ved denne posisjonen.

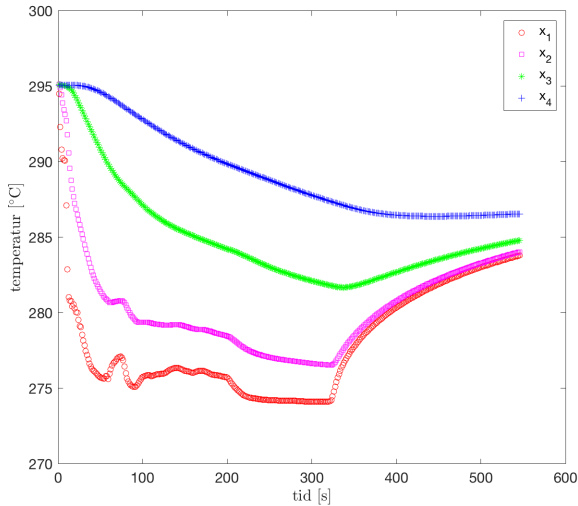
Hull nr $i$	Avstand fra topp $x_i$ [mm]	Usikkerhet $\pm\Delta x_i$ [mm]
1	11.73	0.03
2	28.37	0.03
3	88.70	0.03
4	176.95	0.04

å vite resistansen  $R_i$  til alle motstandene. Disse målte vi med Fluke75, og målingene er vist i tabell V. Med alle disse ver-

Tabell V: Målinger av resistansene  $R_i$  med Fluke75. Disse motstandene er brukt som referanse motstander til termistorene, og verdiene vi måler her blir brukt for å regne ut temperaturen til aluminiumsstangen. Usikkerhetene kommer fra databladet til Fluke75.

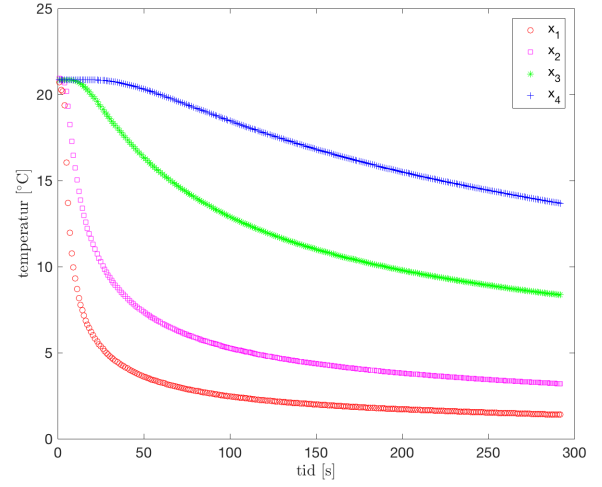
Motstans nr. $i$	Resistanse $R_i$ [k $\Omega$ ]	Usikkerhet $\Delta R_i$ [k $\Omega$ ]
1	119.7	0.7
2	119.7	0.7
3	119.6	0.7
4	119.8	0.7

diene kan vi regne ut temperaturen i aluminiumsstangen som funksjon av tid. Målingene vi fikk er vist i figur 5. Som vi ser i



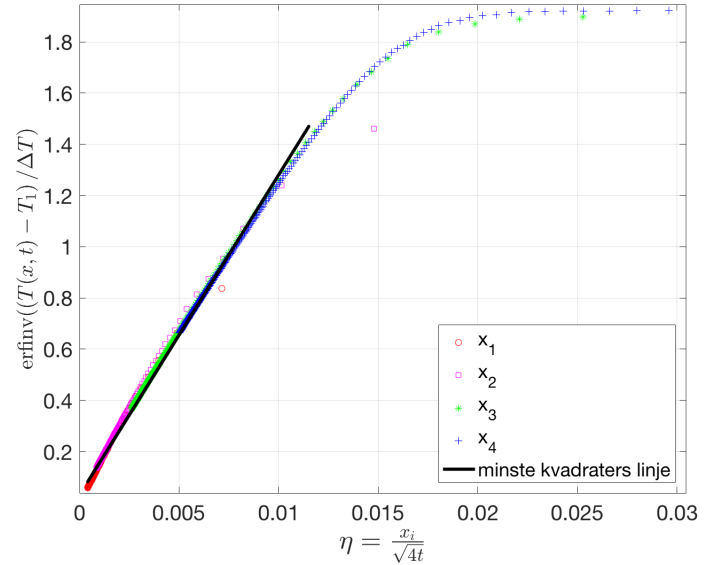
Figur 5: Målinger av temperaturen på forskjellige punkter i stangen. Her er  $t = 0$  når isen er i god kontakt med stangen. Denne målingen var ikke god, og ga oss mye støy i dataen.

figuren var ikke eksperimentet gjort på en spesielt god måte, og vi fikk derfor mye støy i starten. På grunn av dette valgte vi å ikke analysere denne dataen videre, men heller å gjøre eksperimentet på nytt, for å få mer presise målinger. Målingene vi fikk da vi gjorde eksperimentet for andre gang er vist i figur 6. Denne dataen er mye finere enn den forrige, og det er derfor denne vi kommer til å fortsette å se på videre. Fra dataen vist i figur (6) skal vi kunne beregne den termiske diffusiviteten  $D$  til aluminiumsstangen. Vi plottes derfor uttrykket vist i (17) ved å ha  $x$ -aksen som  $\eta$  og plotte  $\text{erfinv}((T(x, t) - T_1) / \Delta T)$



Figur 6: Målinger av temperaturen på forskjellige punkter i stangen. Her er  $t = 0$  når isen er i god kontakt med stangen. Denne målingen var god, og ga oss lite støy i dataen.

mot  $\eta$ . Dette gir oss dataen vist i figur 7. Fra stigningstallet til punktene tidlig har vi en lineærtendens som vi kan beregne stigningstallet til med minste kvadraters metode. Vi finner at den termiske diffusiviteten  $D = 63.95 \pm 0.19 \mu\text{m}^2/\text{s}$ .



Figur 7: Beregning av den termiske diffusiviteten  $D$  til aluminiumsstangen. Tilpassningslinja er funnet ved minste kvadraters metode [1].

## V. DISKUSJON

### A. Temperaturmåling med elektrisk potensial og elektriskmotstand

Når to systemer er i termisk likevekt har de, per definisjon, samme temperatur. På grunn av dette forventet vi å måle at temperaturforskjellen mellom de to isklossene til å være  $0^\circ\text{C}$ . Forventningene våre kom i oppfylning da vi målte at tempe-

raturforskjellen var på  $0.00 \pm 0.49^\circ\text{C}$ , usikkerheten kommer fra måleapparatet som ble brukt.

Under beregning av forholdstallet  $\epsilon$  til dataen vist i figur 4 på side 5 har vi fordelen at vi måler temperaturforskjell. Dette gjør at hvis det for eksempel var en systematisk feil med termoelemente at alle målingene avvike med  $-0.4^\circ\text{C}$  ville det ikke påvirket resultatet vi fikk, siden forskjellen i temperatur ville vært likt.

Da vi flyttet den ene termoelementet fra isklossen til aluminiumsklossen økte den målte spenningsforskjellen fra  $0.62 \pm 0.02$  til den stabiliserte seg på  $0.747 \pm 0.001\text{mV}$ . Årsaken til at den økte mener vi kommer fra at termoelement var nedkjølt fra at den kom direkte fra isklossen. Derfor ville termoelementet kjøle ned rundt kontaktområdet, men som tiden gikk ville aluminiumsklossen gå mot termisk likevekt ved å varme opp området rundt kontaktpunktet, hvor spenningsfallet stabiliserte seg. Grunnen til at vi fikk mer presise målinger under eksperimentet var at vi stilte inn Fluke45 på en bedre oppløsning halveis inn i målingene. Derfor ble den andre halvdel av målinger mer nøyaktig. Multimeteret burde stått på den mest sensitive innstillingen fra starten av.

Da vi målte aluminiumsklossen med de to termistorene tok det rundt ett minutt før målingene stabiliserte seg ved samme verdi innenfor standardavviket til hverandre. Siden vi målte temperaturen til aluminiumsklossen på to forskjellige måter kan vi sammenlikne resultatene. Målingene med termistor ga oss at temperaturen var på  $19.4 \pm 0.5^\circ\text{C}$ , og målingen med termoelement fant vi at temperaturen var  $18.5 \pm 0.5^\circ\text{C}$ . Som vi ser er målingene innenfor standaravviket til hverandre. En årsak til forskjellen kan være LEGG INN ÅRSAK HER! Det var også flere mulige feilkilder tilstede under eksperimentet. Tilfeldige feil som dårlig kontakt mellom måleapparatet og aluminiumsklossen, og systematisk feil som oppvarming av måleapparatet eller aluminiumskloss under festing av måleapparat. Vi kan også ha oppvarmet aluminiumsklossen med vår egen kroppsvarme mens eksperimentet pågikk. Siden vi har brukt kalibreringskonstanter i Steinhart-Hart-likningen (1) kan dette også har ført til systematiske feil.

## B. Temperaturmåling med IR-termometer

For å måle en god verdi på romtemperaturen er det mange effekter man må ta med i betraktningen. For det første vil vi ikke måle på flater som har en høy transmisjonsverdi  $t$ , siden da går mye av varmestrålingen objektet motar rett gjennom objektet, og for disse objektene måler vi enten for lav verdi, eller strålingen fra den andre siden av objektet. Vi ønsker derimot måle temperatur på et objekt som har en høy verdi for absorpsjon  $a$ , og fra likning (6) ønsker vi følgelig en liten refleksjon  $r$ . Objekter med høy  $a$  og liten  $r$  er gode å måle på siden de absorberer mesteparten av strålingen de motar, og blir varmet opp, og sender derfor ut varmestråling som er lik romtemperaturen. Vi valgte derfor en matt overflate, siden de har en høy verdi for  $a$ . IR-termometeret leste målte stråling med bølgelengder mellom 800 og 1400 nanometer, det vil se rødere lys enn det øye kan se. Da vi målte på veggen var måleapparatet 10cm unna veggen. Grunnen til dette er at vi ikke ønsker varme opp veggen med kroppene våre, og heller ikke skygge for veggen, mens vi får mest nøyaktig måling på veggen.

Når vi ser på målingene vist i tabell I på side 5 ser vi for det første at målingen er avhengig av hvilken reflektert bakgrunn du bruker. Hvis du har et menneske som reflek-

tert bakgrunn går målt temperatur opp med rundt  $10^\circ\text{C}$ . La oss sammenlikne temperaturene målt for aluminiumsboksen med IR-termometer iforhold til termistormålingene. Med IR-termometer fant vi en temperatur på  $20.0 \pm 0.3^\circ\text{C}$ . Med termistor fant vi at temperaturen var på  $19.4 \pm 0.5^\circ\text{C}$ . De to målingene ligger innenfor standardavviket til hverandre, men avviker fortsatt fra hverandre med en halv grad. SETT INN ÅRSAK FOR DETTE.

Målingene gjort på Leslie's kube med IR-termometer er vist i tabell II på side 5. Disse målingene varierer veldig avhengig av om overflaten er matt eller blank. Siden målingene er gjort med et IR-termometer beregner den en temperatur fra varmestrålingen den mottar. De matte overflatene mottar varmestråling, og absorberer strålingen siden de har en høy absorpsjon og sender ut igjen varmestråling etter varianten av Stefan-Boltzmann's lov i likning (9). Siden emissiviteten til overflaten er lik absorpsjonen til overflaten sender de matte overflatene ut en høyere varmestråling når vi baserer oss fra likning (9), dette gjør at vi måler en høyere verdi for temperaturen til Leslie's kube på de matte overflatene. Derimot for de blanke overflatene har en lav verdi for emissiviteten  $e$ , som gjør at vi måler en lavere verdi. Hvis vi skal beregne en temperatur til Leslie's kube med IR-termometer er det målingene fra de matte sidene som gir det korrekte svaret. Vi ser også at målingene gjort på de matte overflatene stemmer godt overens med målingen av temperatur fra termistoren til Leslie's kube. Med verdiene vist i tabell III på side 5 og likning (8) kunne vi regne en verdi for emissiviteten til aluminiumsklossen. Vi fant at  $e_1 = 0.0367 \pm 0.0005$ , siden den maksimale emissiviteten er 1 er dette en lav verdi. Siden aluminiumsklossen er blank, og reflekterer alt det synlige lyset som den blir truffet av gir det mening at aluminiumsboksen har en lav verdi for emissiviteten. Det er flere kilder til usikkerhet. I utregningen av emissiviteten antok vi en verdi for emissiviteten til den matte, mørke, overflaten til Leslie's kube, hvis denne verdien avviker fra den reelle vil det forårsake en feil verdi for emissiviteten. Det kan også være tilfeldig feil under bestemmelsen av reflektert bakgrunn, hva som var den reflekterte bakgrunnen ble ikke målt, men tatt på øyemål, dette kan føre til tilfeldig feil i målingene. FLERE FEILKILDER.

## C. Varmeledning i aluminiumsstang

Den første eksperimentet for å beregne den termiske diffusiviteten var misslykket. Dataen vi fikk for denne målingen er vist i figur 5 på forrige side. Det er flere årsaker til at denne målingen ikke fungerte. Under festingen av issylinderen i toppen av røret brukte vi for lang tid og hendene våre i for mye kontakt med sylindere, som varmet opp sylindere. Grunnen til at vi brukte ekstra tid under festingen av isen var at den hadde vært oppbevart for lenge i romtemperatur før eksperimentet begynte, og isen hadde derfor begynt å smelte, som gjorde at rant vann ut beholderen da vi startet.

Da eksperimentet ble gjort for andre gang ble feilene ikke gjentatt og vi fikk målingene vist i figur 6 på forrige side. Denne dataen brukte vi videre for beregningen av den termiske diffusiviteten. Under beregningen av den termiske diffusiviteten fant vi stigningstallet til dataen vist i figur 7 på forrige side. Fra figuren ser vi at den er lineær på starten, men at lineæriteten slutter og verdien går mot en konstant. På grunn av dette måtte vi definere et tidspunkt hvor lineæriteten sluttet, og kromningen tok over. Dette valget ble tatt av å se på dataen og finne når den rette linjen stemte best overens med dataen.

Eksperimentene var godt kontrollerte mot tilfeldige feil hvis de ble utført på riktig måte. Derfor var største årsaken til feil de systematiske feilene. En feilmåling på en av de fire referansemotstandene, en feil i kalibreringen for Steinhart-Hart-likningen (1) eller en feil i matlabprogrammet ville alle forårsaket store systematiske feil. Itillegg kan det skje feil under festingen av termistorene inne i aluminiumsstangen, samt festing av selve issylindere. Resultatene vi målte ga fysisk mening, var lineære der teorien forventet det, og var stabile på test-målingene før eksperimentet. Vi har derfor all grunn til å tro at dataen vi har funnet er riktig. For at ekspe-

rimentet skulle vært mere nøyaktig hadde det vært ønskelig med flere målepunkter langs staven, itillegg til en høyere målingsfrekvens, dette hadde vært spesielt nyttig på starten av eksperimentet siden det kan være vanskelig å definere et tidspunkt for  $t = 0$ . Det hadde også vært fordelaktig å kunne feste issylindere godt uten å være i kontakt med aluminiumsstaven.

## D. Konklusjon

- 
- [1] Squires, G.L. Practical Physics, Cambridge University Press, 2001.
- [2] Dysthe, D.K. Røyne, A. Ulven, U.I Temperatur og Varme februar 2013, sist endret 21. februar 2018

- [3] Hansen, F.K. Electromagnetic radiation AST2000 Lecture Notes, august 2017