

Magnetisme

Ivar Svalheim Haugerud
Universitetet i Oslo

(Dated: 6. mai 2018)

Abstract. Magnetisme er kult, Skår er tøff.

I. INTRODUKSJON

II. TEORI

Hele den klassiske elektromagnetisme kan beskrives ved hjelp av fire partielle differensiallikninger. Disse likningene beskriver elektriske \mathbf{E} og magnetiske \mathbf{B} felt, og forklarer Lorentz kraften, klassisk optikk og elektriske kretser. Likningene kan skrives på flere måter, og på flere former. I denne rapporten velger vi å bruke følgende:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \quad (4)$$

I likningene er ρ den elektriske tettheten, og ϵ er permittiviteten, som beskriver motstanden et medie har mot et påtrykt elektrisk felt. I disse likningene brukes ϵ_0 , som er en naturkonstant, som angir permittiviteten i vakum. μ er et mål på materialers evne til å magnetiseres av et ytre påtrykket magnetfelt. I disse likningene brukes vakuumpermeabiliteten μ_0 som er en naturkonstant, som angir permeabiliteten i vakum. Permeabiliteten i et materialet kan skrives som produktet av vakuumpermeabiliteten, og den relative permeabiliteten μ_r . Fra dette kan en få den dimensjonsløse egenskapen magnetiske susceptibiliteten $\chi = \mu_r - 1$. Den magnetiske susceptibiliteten forteller oss om materialet er tiltrukket, eller frastøtet, av materialet. Den magnetiske susceptibiliteten beskrives hva slags magnetisk materialet vi ser på. Superledere er perfekte diamagneter, de setter opp et magnetfelt som eksakt kanselerer et påtrykt magnetfelt, $\chi = -1$. \mathbf{J} beskriver strømtetthet, det vil si elektrisk strøm I gjennom et flateareal A .

Maxwell's likninger kan også skrives ved \mathbf{H} -feltet istedenfor \mathbf{B} -feltet. Hvor \mathbf{B} -feltet representerer den totale magnetiske flukstettheten, fra alle kilder. Definisjonen av \mathbf{H} -feltet er

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}, \quad (5)$$

hvor \mathbf{M} , er magnetiseringen av materialet. Hvor \mathbf{H} kalles den magnetiske feltstyrken, og representerer

magnetfeltet som ikke kommer av magnetiseringen til materialet \mathbf{M} . Ved å bruke \mathbf{H} -felt istedenfor \mathbf{B} -felt i Maxwell's likninger kan en skrive om Amperes lov, på differensialform, hvis vi antar konstant elektrisk felt og ingen fri strøm, til å være

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0. \quad (6)$$

På samme måte kan en skrive om Gauss' lov, på differensialform, til å være

$$\nabla \cdot (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = 0. \quad (7)$$

Maxwell's likninger kobler sammen elektriske og magnetiske felt. Magnetiske felt stammer fra ladde partikler i bevegelse. Elektronet har også en egenspinn, som gjør at elektronet kan sees på som et dipol. I atomer beveger elektroner seg i bane rundt atomet, og danner et magnetfelt fra angulærmomentet. Hvordan angulærmomentet til de forskjellige elektronene rundt materialet er satt sammen, avgjør de magnetiske egenskapene til materialet atomet består av. Dette resulterer i forskjellige typer magnetiske materialer: diamagnetiske, paramagnetiske og ferromagnetiske.

A. Diamagnetisme

De aller fleste materialer er ikke magnetiske. Slike materialer kaller vi for diamagnetiske materialer, som klasifiseres ved at de ikke er magnetiske, uten en ytre påvirkning. Materialet kan bli magnetisert ved å påtrykke et ytre magnetfelt som vil elektronorbitalene deformeres. Ved Lenz regel vil dette motsette seg forandringen av feltstyrken. Dette betyr at diamagnetiske materialer danner et magnetfelt som motsetter seg det ytre påtrykte magnetfeltet. Dette betyr at den magnetiske susceptibiliteten til materialet er negativ $\chi < 0$. Lenz regel gjelder for alle atomer, og følgelig alle materialer, men denne effekten er svært liten iforhold til andre magnetiske effekter. Selv om den er liten er den viktig siden den påvirker alle materialer. Det kan vises, med utgangspunkt i potensiell energi for en magnetisk dipol, med dipolmoment μ , i et magnetfelt, at den magnetiske kraften som virker er gitt av

$$F_Z = -\frac{\chi}{2\mu_0} A (B_1^2 - B_2^2). \quad (8)$$

Hvor B_1 og B_2 er magnetfeltet på tvers av symmetriaksen til stangen, i henholdsvis bunn og toppen av stangen, og A er tverrsnittsarealet.

B. Paramagnetisme og ferromagnetisme

I diamagnetiske materialer kanselerte spinnet til elektronene slik at netto angulært moment er tilnærmet null. For andre materialer, hvor spinnet til elektronene ikke kanselerer hverandre, vil det bevegelsen til elektronene danne et netto magnetisk moment μ . Er den gjennomsnittlige orienteringen til atomenes magnetfelt i en bestemt retning, vil summen av alle magnetfeltene danne et magnetisk felt som kan merkes utenfor mediet. Dette betyr at materialet er *magnetisert*, som beskrives med paramteren $\mathbf{M} = d\mu/dV$, hvor μ er det magnetiske moment, og V er et volumelement. Materialer som oppfører seg slik klassifiseres som paramagnetiske og ferromagnetiske materialer.

Paramagnetiske materialer vil ikke kunne danne et magnetfelt alene, og får det kun fra et ytre påtrykt magnetisk felt. Det ytre påtrykte magnetfelt vil få alle de magnetiske dipolene til å rette seg inn samme retning. Fjernes feltet vil orienteringen bli tilfeldig igjen, og materialet vil ikke lenger danne et magnetisk felt. Magnetiseringen av materialet er omtrent proporsjonalt med styrken på det ytre påtrykte magnetfeltet \mathbf{H} , $\mathbf{M} = \chi\mathbf{H}$, hvor den magnetiske susceptibiliteten $0 < \chi \ll 1$. En paramagnet forsterker det påtrykte magnetfeltet.

Ferromagnetiske materialer oppfører seg som paramagnetiske materialer, men størrelsen på magnetiseringen er mye større. Forsterkningen av det ytre påtrykte magnetfeltet kan være opp mot en faktor 10000 sterkere [2]. Den sterke magnetiseringen fører til at de atomære dipolene klarer å oppretholde magnetfeltet sitt, etter at det ytre magnetfeltet er fjernet. Dette betyr at man kan lage en permanentmagnet ved å magnetisere et ferromagnetisk materiale. For ferromagneter er den magnetiske susceptibiliteten ikke en materialkonstant. Det er ikke et lineært forhold mellom det ytre påtrykte magnetfeltet og den magnetiske susceptibiliteten, susceptibiliteten er avhengig av geometrien til materialet, og styrken på det påtrykte magnetfeltet.

C. Avmagnetisering

For å avmagnetisere et ferromagnetisk materiale tregns det et magnetisk felt, styrken på magnetfeltet som trengs kalles avmagnetiseringsfeltet \mathbf{H}_d , er gitt av

$$H_{i,d} = D_i M_i, \quad (9)$$

for ellipsoider med uniform magnetisering. I likningen representerer indeksen i en retning (x, y, z) , og D_i er avmagnetiseringsfaktoren. Avmagnetiseringsfaktoren kan beregnes analytisk fra å vite formen på ellipsoiden. Formen på ellipsoiden kan klassifiseres ved ett tall, eksentrisiteten ϵ , som er gitt av

$$\epsilon = \sqrt{1 - \frac{1}{f^2}}, \quad (10)$$

hvor f er gitt av

$$f = \frac{a_{\parallel}}{a_{\perp}}. \quad (11)$$

I likningene er a_{\parallel} lengden parallellt med rotasjonsaksen til ellipsoiden, og a_{\perp} er lengden til ellipsoiden ortogonalt på rotasjonsaksen. Fra å vite eksentrisiteten til ellipsoiden kan en beregne avmagnetiseringsfaktoren parallellt med D_{\parallel} , og ortogonalt på D_{\perp} , rotasjonsaksen

$$D_{\parallel} = \left(1 - \frac{1}{\epsilon^2}\right) \left(1 - \frac{1}{2\epsilon} \ln\left(\frac{1+\epsilon}{1-\epsilon}\right)\right) \quad (12)$$

$$D_{\perp} = \frac{1 - D_{\parallel}}{2} \quad (13)$$

Det er ikke mulig å måle \mathbf{H} , eller \mathbf{M} -felletet, det eneste vi kan måle er magnetisk flukstetthet \mathbf{B} . Ved å anta uniform magnetisering kan vi fortsatt estimere størrelsen til \mathbf{H} , og \mathbf{M} eksperimentelt, siden begge er lineære funksjoner av den målbare flukstettheten \mathbf{B} , ved

$$\mu_0 \mathbf{M} = A(\mathbf{B} - B_0) \quad (14)$$

$$\mu_0 \mathbf{H} = A(B_0 - D\mathbf{B}). \quad (15)$$

Hvor $A = 1/(1-D)$, og D er enten D_{\parallel} eller D_{\perp} . Dette gjør at definisjonen av magnetisk susceptibilitet, for alle ferromagnet, kan skrives som

$$\chi = \frac{M}{H} = \frac{B - B_0}{B_0 - DB}. \quad (16)$$

Som gjør at vi kan måle størrelser som lar oss beregne en verdi for den magnetiske susceptibiliteten.

I eksperimentet kommer vi til å måle den magnetiske flukstettheten på en mer indirekte måte ved hjelp av Faraday effekten. For å gjøre dette kommer vi til å bruke en spenningsgenerator som gir oss integralet av forskjellen i elektrisk potensial ϵ , mellom endepunktene av sekundærspolen

$$\Delta S = \frac{1}{\kappa} \int_{t_0}^t \epsilon d\tau, \quad (17)$$

hvor κ er en kalibreringskonstant. Fra å integrere Faraday's induksjonslov (3) får man en lineær sammenheng mellom endringen av magnetisk fluks $\Delta\Phi$ og

spenningsgeneratoren ΔS . Fra å vite tvernsnittsarealet A , og antall vindinger n kan en da beregne endringen i magnetisk flukstetthet

$$\Delta B = \frac{\kappa \Delta S}{nA}. \quad (18)$$

D. Faraday effekten

Faraday observerte at polarisasjonsretningen til lys, som har gått gjennom en krystall, endret seg med styrken på magnetfeltet som krystallen var plassert i. Lyset vi skal bruke er monokromatisk, planpolarisert lys, som reiser gjennom en krystall av lengde L , med et ytre magnet felt B . Dette gjør at polarisasjonsvinkelen θ er gitt av

$$\theta(B, L, \lambda) = V(\lambda) LB, \quad (19)$$

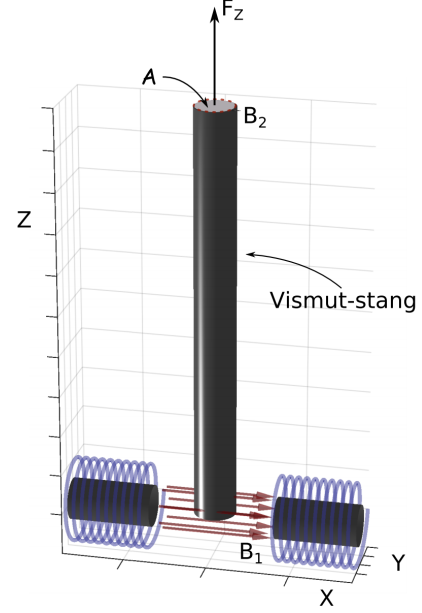
hvor V er *verdet* konstanten, som er uavhengig av lengden til krystallen og magnetfeltet, men er avhenig av bølgelengden til lyset, men er følgelig en konstant for en spesifikk bølgelengde.

III. EKSPERIMENTET

A. Diamagnetisme

Vismut, som er det mest diamagnetiske metallet vi kjenner til. I dette eksperimentet ønsker vi å bestemme den magnetiske susceptibiliteten χ til en vismut stang. Dette gjøres ved å plasere en vismut stang i et homogent magnetfelt, og måle kraften som virker på vismut stangen. En illustrasjon av det eksperimentelle oppsettet er vist i figur 1. For å genere et magnetfelt ble det brukt to elektriske spoler på hver side av vismutstangen, som en ser i figur 1. På denne måten kunne vi variere strømmen i kretsen for å variere styrken på magnetfeltet. Vismutstangen ble plasert i magnetfeltet slik at bunden av stangen var i sentrum av de to spolene, slik en kan se i figuren. Under eksperimentet varierte vi strømmen i kretsen fra 0 A til 2.4 A, med en lineær økning på 0.2 A. Størrelsen til den magnetiske kraften som virker på vismut staven er gitt av (8), som gjør at vi trenger å måle tvernsnittsarealet, kraften, og magnetfeltet for å kunne beregne susceptibiliteten. Tvernsnittsarealet beregnes ved å måle diameteren til stangen med et skyvelær. Målingen av diameteren ble gjort på flere punkter langs vismutstangen, itilfellet at tvernsnittsarealet ikke var konstant. Magnetfeltet måles uten at vismut staven er i magnetfeltet, ved å feste en hall-sonde, og lese av målingen til hall-sonden mens vi varierer strømstyrken. Dette måtte gjøres to ganger, med to forskjellige festinger, for å måle både B_1 og B_2 .

Vismutstangen er festet i et tau, dette tauet festes i



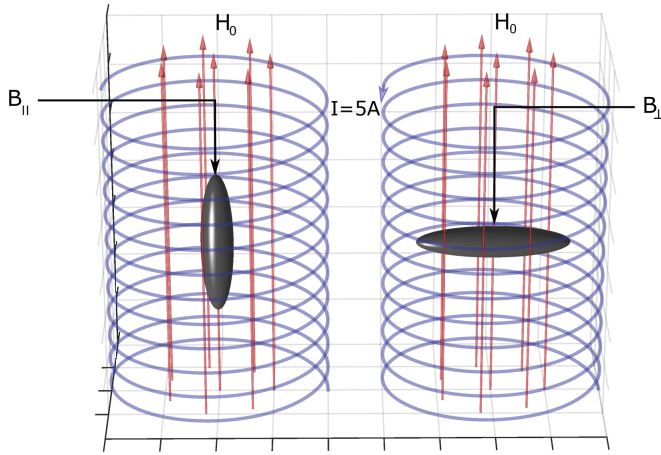
Figur 1: Illustrasjon av vismutstang i magnetfelt brukt for å måle magnetisk susceptibilitet i vismut. I figuren ser vi de forskjellige størrelsene som trengs å måle under eksperimentet, B_1 , B_2 , A og F_z , til å kunne beregne susceptibiliteten. De blå sirklene representerer strømspolen som generer magnetfeltet. Fiugren er hentet fra [2].

en krok. Denne kroken hviler på en presisjonsvekt. På grunn av retningen til magnetfeltet vet vi at retningen på den magnetiske kraften. Fra dette kan vi nullstille vekten, og lese av endringen i vekt som funksjon av strømstyrke, som gjør at vi kan beregne F_z som en funksjon av strømstyrken.

B. Ferromagnetisme

I denne delen av eksperimentet ønsker vi å undersøke de magnetiske egenskapene til jern på to forskjellige måter. Først ønsker vi å studere jernklumper inn i en spole, og deretter studere hysteresetap til en jernsylinder.

Først skal vi gjøre målinger på fire forskjellige jernklumper med ulik geometri inne i en stor spole, som generer et tilnærmet homogent magnetfelt på innsiden. Spolen har 244 vindinger, og en lengde på 275 mm. Jernklumpene har fire forskjellige geometrier vi ønsker å studere: kule, stang, ellipsoidal og skive. En illustrasjon av oppsettet brukt under eksperimentet er vist i figur 2 on the following page. Før vi gjør målinger med jernklumpene inne i spolen måler vi magnetfeltet inne i spolen, når det går en strøm på 5 A, forskjellige steder i spolen. Dette blir gjort ved hjelp av en hall-sonde. Under målingene passer vi på at hallson-



Figur 2: Illustrasjon av ellipsoidal jernklump inne i en spole. I figuren er det vist med rotasjonsaksen til jernklumpen parallellt med magnetfelt (venstre), og rotasjonsaksen til jernklumpen ortogonalt på magnetfeltet (høyre). De røde linjene viser retningen på magnetfeltet, og de blå linjene viser spolen som jernklumpen blir plassert i. Fiugren er hentet fra [2].

den står normalt på magnetfeltet, for å få mest presise målinger.

For å ha jernklumpene i sentrum av spolen blir det brukt plastikkstativ som plasseres inne i spolen. Vi gjentar derfor målingene av magnetfeltet med hallsonden, men nå med plastikkstativet for å teste om dette påvirker magnetfeltet inne i spolen. For å vite eksentrisiteten til de fire geometriske formene gjorde vi målinger av lengden til objektene langs, og på tvers av, rotasjonsaksene, med skyvelær. Fra disse verdiene kunne vi beregne eksentrisiteten ved (10).

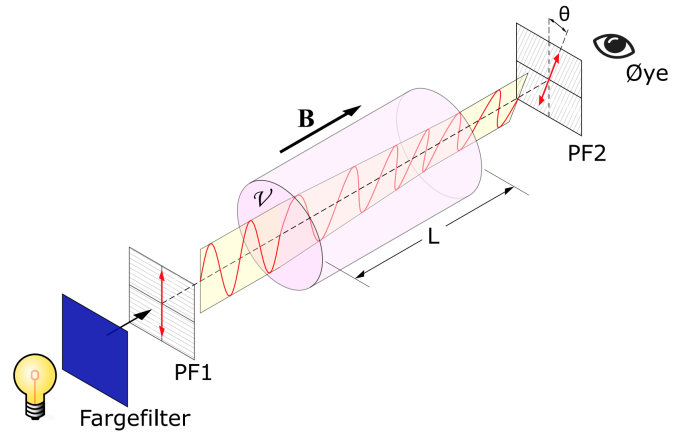
Deretter ble det gjennomført målinger av magnetfeltet på overflaten til hver av de fire jernklumpene, mens de var plassert i spolen, med strømmen til spolen på. Målingene ble gjort for hver av klumpene med rotasjonsaksen parallellt med magnetfeltet, og rotasjonsaksen ortogonalt på magnetfeltet. På grunn av lengden til ellipsoiden fikk den ikke plass med rotasjonsaksen ortogonalt på magnetfeltet.

Vi ønsker nå å se på de magnetiske egenskapene til jern ved å studere hysteresekurver. For å gjøre dette plasserer bruker vi en lang jernstang med en spole, sekundærspolen, tvunnet rundt seg. Jernstangen, med sekundærspolen rundt, skal plasseres inne i primærspolen. Primærspolen er koblet til en spenningsgenerator. Spenningsintegratoren gir oss integralet av forskjellen i elektrisk potensial, mellom endepunktene av sekundærspolen, som er gitt av (17). Faraday's induksjonslov (2), gir oss en kobling mellom spenningsforskjellen over en strømsløyfe, og endringen av den magnetiske flukstetthet over tid. Måleapparatet og spenningsgeneratoren er koblet til en dataakvisasjonsboks,

som gjør at vi får målingene for styrken til spenningsgeneratoren S som en funksjon av strømmen I , direkte inn på datamaskinen. Fra datamaskinen kan vi da beregne verdien for ΔS , og ved likning (18), beregne endringen i den magnetiske flukstettheten. For å gjøre dette trenger vi å vite antall vinninger, tverrsnittsarealet til sekundærspolen, og kalibreringskonstanten. All denne informasjonen vet vi fra laborieutstyret. Under eksperimentet studerer vi hysteresekurvene på datamaskinen, mens vi endrer strømstyrken i primærspolen fra 0 A til 2.4 A, med en lineær økning på 0.2 A.

C. Faraday effekten

Faraday effekten viser at lys og magnetiske er knyttet til hverandre. I denne delen av eksperimentet ser vi på effekten magnetfelt har på lys med tre forskjellige bølgelengder, $\lambda = 440, 580, 595 \text{ nm}$. Et figur av det eksperimentelle oppsettet er vist i figur 3. Får



Figur 3: Illustrasjon av eksperimentelt oppsett for å måle Faraday effekten. Fra venstre til høyre i figuren ser vi lyskilden som sender lys gjennom et fargefilter, som bare slipper gjennom ønskede farger. De monokromatiske bølgene som passerer gjennom fargefilteret går gjennom det første polarisasjonsfilteret, PF1. Det polariserte lyset beveger seg inn i flintglasset med lengde L , hvor det er et ytre magnetfelt i bevegelsesretningen til lyset. Før lyset treffer øyet må det passere gjennom det andre polarisasjonsfilteret, PF2. Ved å endre på dreiningsvinkelen θ vil en måle polarisasjonen til lyset ved å lete etter dreiningsvinkler som filtrer alt lyset. Fiugren er hentet fra [2].

å måle Faraday-effekten gjør vi ved å bruke optiske filtre, som bare slipper gjennom noen ønskede bølgelengder, dette gjør lyset tilnærmet monokromatisk. Videre trenger vi to polarisasjonsfiltere, som plasseres på hver sin side av flintglasset. Når de to polarisasjonsfilterene står 90° på hverandre, og det ikke er

Tabell I: Målinger av strøm I , magnetfelt mellom spolene B_1 , magnetfelt ved toppen av vismutprøven B_2 , og kraften på vekten F_z , for å beregne den magnetiske susceptibiliteten til vismutprøve.

Halvparten av målingene er vist i tabellen.

Usikkerhetene i tabellen kommer henholdsvis fra databladet til strømgeneratoren, spredning og oppløsning til hallsonden, spredning og oppløsning til hallsonden, og databladet til vekten.

I [A]	B_1 [mT]	B_2 [mT]	F_z [mN]
0.000(3)	18.0(3)	0.4(1)	0.00(10)
0.400(7)	185(2)	1.2(1)	0.02(10)
0.80(1)	356(4)	2.0(1)	0.06(10)
1.20(2)	505(5)	2.3(1)	1.3(1)
1.60(2)	628(6)	2.4(1)	2.0(1)
2.00(5)	719(7)	2.5(1)	2.6(1)
2.40(5)	788(8)	2.3(1)	3.0(1)

noe magnetfelt, skal en ikke kunne se noe lys gjennom polarisasjonsfilterene. Ved å endre på styrken på magnetfeltet, ved å endre på strømmen som inducerer et magnetfelt, ønsker vi å finne hvilken dreiningsvinkel til polarisasjonsfilteret som filtrer alt lyset. Målingene blir gjort med magnetfeltet peke i begge retninger. Fra å finne forholdet mellom dreiningsvin-

kelen θ og styrken på magnetfeltet B , samt vite lengden av flintglasset L kan vi beregne verdet konstanten fra likning (19). I eksperimentet økte vi strømstyrken med 0.5 A fra 0 A til 3.0 A, i både positiv og negativ strømretning. Styrken på magnetfeltet inne i flintglasset er en faktor 1.5 mindre enn styrken på magnetfeltet målt midt mellom polene.

IV. RESULTATER

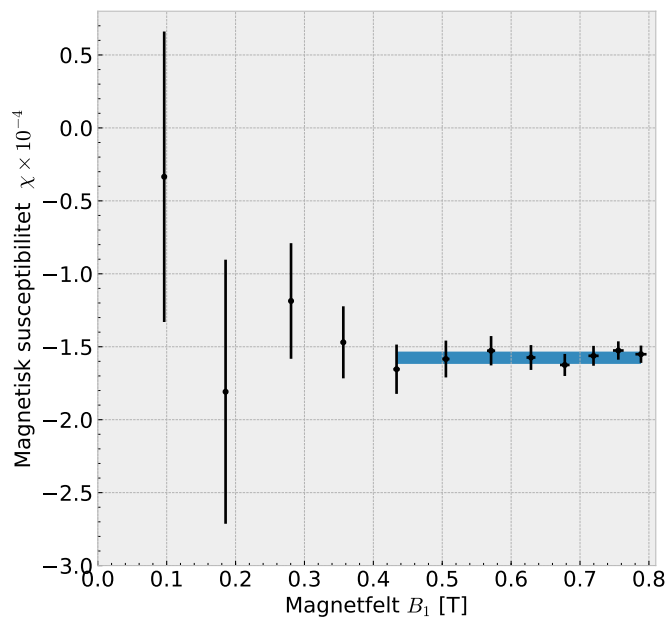
A. Diamagnetisme

Ved å måle diameteren til vismut prøven på fire forskjellige punkter måle vi 10.03 mm to steder, og 10.06 mm. Ved å ta hensyn til spredningen i disse målingene, og usikkerheten til skyvelåret brukt, finner vi at diameteren til vismut prøven er . Dette resulterer i at tversnittet til vismutprøven er 79.3(2) mm².

Halvparten av målingene for strøm I , magnetfelt mellom spolene B_1 , magnetfelt ved toppen av vismutprøven B_2 , og kraften på vekten F_z , er vist i tabell I. Målingene av den magnetiske suceptibiliteten som funksjon av magnetfeltet mellom spolene er vist i figur 4 on the next page.

[1] Squires, G.L. Practical Physics, Cambridge University Press, 2001.

[2] Univseritet i Oslo Magnetisme, 2018



Figur 4: Den magnetiske susceptibiliteten χ som funksjon av magnetfeltet B_1 mellom spolene. Det blå området i grafen viser gjennomsnittet, og spredningen i gjennomsnittet til de siste målepunktene. Den gjennomsnittlige verdien for de 8 siste målepunktene er $\langle \chi \rangle = -1.57(4)$.