

# Magnetisme

Ivar Svalheim Haugerud  
Universitetet i Oslo

(Dated: 10. mai 2018)

Abstract. Magnetisme er kult, Skår er tøff.

## I. INTRODUKSJON

Magnetisme er et fenomen mennsker har vist om, og utnyttet i lang tid. Thales fra Milet kjent til de magnetiske egenskapene til magnetjernstein [? ], mer enn 500 år før kristus. En anvendelsen av magnet ble ikke funnet før på 800-tallet, for å navigere med kompass. Det tok 1000 år til før en beskrivelse av magneter ved Faraday og Maxwell, som virkelig tok anvendelsen til en ny skala. Fysikerens forståelse av magnetisme har gjort mulig den teknologiske revolusjonen som påvirker dagliglivet vårt. Datamaskinen jeg skriver dette på ville ikke fungert uten anvendelsen av magnetisme på en liten skala. Elektriske motorer, generatorer, medisinsk teknologi og mobiltelefoner er bare noen få eksempler på anvendelser av magnetisme. Selv om magnetisme er en anvendelig teori, er det også en fundamental teori. Det er bevegelsen av ladde partikler som danner magnetiske felt, og er en del av alle fysisk teorier. Atomer danner et magnetfelt, og flere atomer sammen kan danne sterkere magnetfelt. Det er magnetismens effekt i og av materialer vi skal studere i denne rapporten.

Eksperimentet i denne rapporten ble gjennomført i håp om å forstå magnetiske materialer, og magnetismens effekt på lys. Eksperimentet består av tre deler. Vi ønsker å beregne den magnetiske susceptibiliteten til en vismutstang ved å bruke et eksternt magnetfelt, og måle den magnetiske krafen som virker på vismutstangen. Deretter skal vi studere ferromagnetiske materialer ved å måle magnetiseringen av jern. Tilslutt skal vi se på hvordan polarisert, monokromatisk, lys endrer polarisasjonsvinkel av å bevege seg gjennom et ytre magnetfelt, dette kalles Faraday-effekten.

## II. TEORI

Hele den klassiske elektromagnetisme kan beskrives ved hjelp av fire partielle differensiallikninger. Disse likningene beskriver elektriske  $\mathbf{E}$  og magnetiske  $\mathbf{B}$  felt, og forklarer Lorentz kraften, klassisk optikk og elektriske kretser. Likningene kan skrives på flere måter, og på flere former. I denne rapporten velger vi

å bruke følgende:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left( \mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \quad (4)$$

I likningene er  $\rho$  den elektriske tettheten, og  $\epsilon$  er permittiviteten, som beskriver motstanden et medie har mot et påtrykt elektrisk felt. I disse likningene brukes  $\epsilon_0$ , som er en naturkonstant, som angir permittiviteten i vakuum.  $\mu$  er et mål på materialers evne til å magnetiseres av et ytre påtrykt magnetfelt. I disse likningene brukes vakuumpermeabiliteten  $\mu_0$  som er en naturkonstant, som angir permeabiliteten i vakuum. Permeabiliteten i et materialet kan skrives som produktet av vakuumpermeabiliteten, og den relative permeabiliteten  $\mu_r$ . Fra dette kan en få den dimensjonsløse egenskapen magnetiske susceptibiliteten  $\chi = \mu_r - 1$ . Den magnetiske susceptibiliteten forteller oss om materialet er tiltrukket, eller frastøtet, av materialet. Den magnetiske susceptibiliteten beskrives hva slags magnetisk materialet vi ser på. Superledere er perfekte diamagneter, de setter opp et magnetfelt som eksakt kansellerer et påtrykt magnetfelt,  $\chi = -1$ .  $\mathbf{J}$  beskriver strømtetthet, det vil si elektrisk strøm  $I$  gjennom et flateareal  $A$ . Maxwell's likninger kan også skrives ved  $\mathbf{H}$ -feltet istedenfor  $\mathbf{B}$ -feltet. Hvor  $\mathbf{B}$ -feltet representerer den totale magnetiske flukstettheten, fra alle kilder. Definisjonen av  $\mathbf{H}$ -feltet er

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}, \quad (5)$$

hvor  $\mathbf{M}$ , er magnetiseringen av materialet. Hvor  $\mathbf{H}$  kalles den magnetiske feltstyrken, og representerer magnetfeltet som ikke kommer av magnetiseringen til materialet  $\mathbf{M}$ . Ved å bruke  $\mathbf{H}$ -felt istedenfor  $\mathbf{B}$ -felt i Maxwell's likninger kan en skrive om Amperes lov, på differensialform, hvis vi antar konstant elektrisk felt og ingen fri strøm, til å være

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0. \quad (6)$$

På samme måte kan en skrive om Gauss' lov, på differensialform, til å være

$$\nabla \cdot (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = 0. \quad (7)$$

Maxwell's likninger kobler sammen elektriske og magnetiske felt. Magnetiske felt stammer fra ladde partikler i bevegelse. Elektronet har også en egenspin, som gjør at elektronet kan sees på som et dipol. I atomer beveger elektroner seg i bane rundt atomet, og danner et magnetfelt fra angulærmomentet. Hvordan angulærmomentet til de forskjellige elektronene rundt materialet er satt sammen, avgjør de magnetiske egenskapene til materialet atomet består av. Dette resulterer i forskjellige typer magnetiske materialer: diamagnetiske, paramagnetiske og ferromagnetiske.

### A. Diamagnetisme

De aller fleste materialer er ikke magnetiske. Slike materialer kaller vi for diamagnetiske materialer, som klasifiseres ved at de ikke er magnetiske, uten en ytre påvirkning. Materialet kan bli magnetisert ved å påtrykke et ytre magnetfelt som vil elektronorbitalene deformeres. Ved Lenz regel vil dette motsette seg forandringen av feltstyrken. Dette betyr at diamagnetiske materialer danner et magnetfelt som motsetter seg det ytre påtrykte magnetfeltet. Dette betyr at den magnetiske susceptibiliteten til materialet er negativ  $\chi < 0$ . Lenz regel gjelder for alle atomer, og følgelig alle materialer, men denne effekten er svært liten iforhold til andre magnetiske effekter. Selv om den er liten er den viktig siden den påvirker alle materialer. Det kan vises, med utgangspunkt i potensiell energi for en magnetisk dipol, med dipolmoment  $\mu$ , i et magnetfelt, at den magnetiske kraften som virker er gitt av

$$F_Z = -\frac{\chi}{2\mu_0} A (B_1^2 - B_2^2). \quad (8)$$

Hvor  $B_1$  og  $B_2$  er magnetfeltet på tvers av symetriaksen til stangen, i henholdsvis bunn og toppen av stangen, og  $A$  er tverrsnittsarealet. Dette kan løses for susceptibiliteten, og skrives som

$$\chi = \frac{2\mu_0 F_z}{B_1^2 - B_2^2}. \quad (9)$$

Under eksperimentet er det to forandringer ved denne funksjonen vi ønsker å teste konsekvensene av. Vi ønsker å studere hvordan susceptibiliteten endrer seg ved å anta et lineært forhold mellom kraften  $F_z$  og susceptibiliteten, slik at susceptibiliteten kan skrives som

$$\chi = \frac{2\mu_0 F_z}{B_1 - B_2}. \quad (10)$$

Vi ønsker også å se om tilnærmingen  $B_2 = 0$  T er en god tilnærming under beregningen av  $\chi$ . Det kan vises at endringen i susceptibiliteten  $\Delta\chi$  ved denne antagelsen er gitt av

$$\frac{\Delta\chi}{\chi} = \frac{B_2^2}{B_1^2}. \quad (11)$$

Dette uttrykket kan vi bruke for å teste om tilnærmingen  $B_2 = 0$  er riktig god eller ikke.

### B. Paramagnetisme og ferromagnetisme

I diamagnetiske materialer kanselerer spinnet til elektronene slik at netto angulært moment er tilnærmet null. For andre materialer, hvor spinnet til elektronene ikke kanselerer hverandre, vil det bevegelsen til elektronene danne et netto magnetisk moment  $\mu$ . Er den gjennomsnittlige orienteringen til atomenes magnetfelt i en bestemt retning, vil summen av alle magnetfeltene danne et magnetisk felt som kan merkes utenfor mediet. Dette betyr at materialet er *magnetisert*, som beskrives med paramteren  $\mathbf{M} = d\mu/dV$ , hvor  $\mu$  er det magnetiske moment, og  $V$  er et volumelement. Materialer som oppfører seg slik klassifiseres som paramagnetiske og ferromagnetiske materialer.

Paramagnetiske materialer vil ikke kunne danne et magnetfelt alene, og får det kun fra et ytre påtrykt magnetisk felt. Det ytre påtrykte magnetfelt vil få alle de magnetiske dipolene til å rette seg inn samme retning. Fjernes feltet vil orienteringen bli tilfeldig igjen, og materialet vil ikke lenger danne et magnetisk felt. Magnetiseringen av materialet er omtrent proporsjonalt med styrken på det ytre påtrykte magnetfeltet  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{M} = \chi\mathbf{H}$ , hvor den magnetiske susceptibiliteten  $0 < \chi \ll 1$ . En paramagnet forsterker det påtrykte magnetfeltet.

Ferromagnetiske materialer oppfører seg som paramagnetiske materialer, men størrelsen på magnetiseringen er mye større. Forsterkningen av det ytre påtrykte magnetfeltet kan være opp mot en faktor 10000 sterkere [?]. Den sterke magnetiseringen fører til at de atomære dipolene klarer å oppretholde magnetfeltet sitt, etter at det ytre magnetfeltet er fjernet. Dette betyr at man kan lage en permanentmagnet ved å magnetisere et ferromagnetisk materiale. For ferromagneter er den magnetiske susceptibiliteten ikke en materialkonstant. Det er ikke et lineært forhold mellom det ytre påtrykte magnetfeltet og den magnetiske susceptibiliteten, susceptibiliteten er avhengig av geometrien til materialet, og styrken på det påtrykte magnetfeltet.

For å avmagnetisere et ferromagnetisk materiale tregns det et magnetisk felt, styrken på magnetfeltet som trengs kalles avmagnetiseringsfeltet  $\mathbf{H}_a$ , er gitt av

$$H_{i,d} = D_i M_i, \quad (12)$$

for ellipsoider med uniform magnetisering. I likningen representerer indeksen  $i$  en retning  $(x, y, z)$ , og  $D_i$  er avmagnetiseringsfaktoren. Avmagnetiseringsfaktoren kan beregnes analytisk fra å vite formen på ellipsoiden. Formen på ellipsoiden kan klassifiseres ved ett

tall, eksentrisiteten  $\epsilon$ , som er gitt av

$$\epsilon = \sqrt{1 - \frac{1}{f^2}}, \quad (13)$$

hvor  $f$  er gitt av

$$f = \frac{a_{\parallel}}{a_{\perp}}. \quad (14)$$

I likningene er  $a_{\parallel}$  lengden parallelt med rotasjonsaksen til ellipsoiden, og  $a_{\perp}$  er lengden til ellipsoiden ortogonalt på rotasjonsaksen. Fra å vite eksentrisiteten til ellipsoiden kan en beregne avmagnetiseringsfaktoren parallelt med  $D_{\parallel}$ , og ortogonalt på  $D_{\perp}$ , rotasjonsaksen

$$D_{\parallel} = \left(1 - \frac{1}{\epsilon^2}\right) \left(1 - \frac{1}{2\epsilon} \ln \left(\frac{1+\epsilon}{1-\epsilon}\right)\right) \quad (15)$$

$$D_{\perp} = \frac{1 - D_{\parallel}}{2} \quad (16)$$

Det er ikke mulig å måle  $\mathbf{H}$ , eller  $\mathbf{M}$ -feltet, det eneste vi kan måle er magnetisk flukstetthet  $\mathbf{B}$ . Ved å anta uniform magnetisering kan vi fortsatt estimere størrelsen til  $\mathbf{H}$ , og  $\mathbf{M}$  eksperimentelt, siden begge er lineære funksjoner av den målbare flukstettheten  $\mathbf{B}$ , ved

$$\mu_0 \mathbf{M} = A(\mathbf{B} - B_0) \quad (17)$$

$$\mu_0 \mathbf{H} = A(\mathbf{B}_0 - D\mathbf{B}). \quad (18)$$

Hvor  $A = 1/(1-D)$ , og  $D$  er enten  $D_{\parallel}$  eller  $D_{\perp}$ . Dette gjør at definisjonen av magnetisk susceptibilitet, for alle ferromagnet, kan skrives som

$$\chi = \frac{M}{H} = \frac{B - B_0}{B_0 - DB}. \quad (19)$$

Som gjør at vi kan måle størrelser som lar oss beregne en verdi for den magnetiske susceptibiliteten. Siden ferromagneter ikke har en konstant verdi for suceptibiliteten, vil suceptibiliteten være en funksjon av den magnetiske flukstettheten. Selv om vi ikke kan finne et analytisk uttrykk for  $B(B_0)$  kan vi finne en øvre grense for  $B$

$$B_0 < B_i < \frac{B_i}{D_i} \quad (20)$$

hvor indeksen  $i$  viser til symetriaksen til jernklumpen er parallell med eller ortogonalt på retningen til magnetfeltet.

Under eksperimentet kommer magneten til å bli plassert i en spole med  $N$  vinninger, og lengde  $L$ , med en strøm  $I$  som går gjennom. Da vil den magnetiske flukstettheten i sentrum av spolen være gitt av

$$B = \frac{\mu_0 N I}{L}. \quad (21)$$

Den teoretiske verdien kan vi teste mot målingene vi gjør av den magnetiske flukstettheten under eksperimentet.

I eksperimentet kommer vi til å måle den magnetiske flukstettheten på en mer direkte måte ved å studere magnetiseringen av jern med Faraday's induksjonslov (3). For å gjøre dette kommer vi til å bruke en spenningsgenerator som gir oss integralet av forskjellen i elektrisk potensial  $\epsilon$ , mellom endepunktene av sekundærspolen

$$\Delta S = \frac{1}{\kappa} \int_{t_0}^t \epsilon d\tau, \quad (22)$$

hvor  $\kappa$  er en kalibreringskonstant. Spenningen over strømsløyen vil generere et tidsvarierende magnetfelt (3). Fra å integrere Faraday's induksjonslov (3) finner man en lineær sammenheng mellom endringen av magnetisk fluks  $\Delta\Phi$  og spenningsgeneratoren  $\Delta S$ . Fra å vite tversnittsarealet  $A$ , og antall vindinger  $n$  kan en da beregne endringen i magnetisk flukstetthet

$$\Delta B = \frac{\kappa \Delta S}{nA}. \quad (23)$$

### C. Faraday effekten

Faradayeffekten er et magneto-optisk fenomen hvor et plan av polarisert lys blir polarisert av å bevege seg gjennom et medium som er i et magnetisk felt. Mengden lyset blir polarisert er et produkt av lengden til mediet det reiser gjennom,  $L$ , styrken på magnetfeltet i mediet,  $B$ , og en proporsjonalitetskonstant som kalles *Verdet-konstanten*,  $V$ . Med dette blir uttrykket for polarisasjonsvinkelen

$$\theta(B, L, \lambda) = V(\lambda) LB. \quad (24)$$

Verdet-konstanten er uavhengig av lengden til krystallen og magnetfeltet, men er avhengig av bølgelengden,  $\lambda$ , til lyset, og er følgelig bare en konstant for bestemte bølgelengder.

Årsaken til Faraday effekten har sine røtter i den kvantemekaniske verden, men kan forklares, på et grunnleggende nivå, ved hjelp av klassisk elektrodynamikk. Elektrodynamikken spør at verdet-konstanten er en funksjon av bølgelengden til lyset, i vakuum, og den deriverte av brytningsindeksen,  $n$  over bølgelengden til lyset [3].

$$V = \frac{e\lambda}{2mc} \frac{dn}{d\lambda}. \quad (25)$$

I likningen er  $e$  elementærladningen,  $m$  massen til et elektron, og  $c$  lyshastigheten i vakuum. Ved å finne en verdi for brytningsindeksen til flintglass som en funksjon av bølgelengden kan vi sammenlikne vår eksperimentelle verdi med hva den elektrodynamiske teorien forutsier.

### D. Usikkerhet

Under eksperimentet kommer vi til å teste om flere av de målte verdiene våre stemmer overens med teoretiske prediksjoner. Vi forventer ikke at differansen mellom den teoretiske og eksperimentelle verdien er null, grunnet måleusikkerheter. Men vi ønsker at differansen  $D$  skal være mindre enn usikkerheten i differansen  $\Delta_D$ . For at vi skal ha *overenstemmelse innenfor måleusikkerhetene* må differansen til den eksperimentelt målte verdien, og den forventet teoretisk verdien, tilfredstille

$$D < \Delta_D, \quad (26)$$

der

$$\Delta_D = \sqrt{\Delta_{E_1}^2 + \Delta_{E_2}^2}. \quad (27)$$

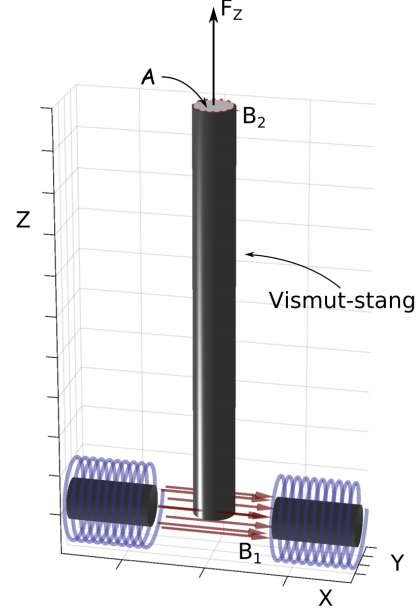
Hvor  $\Delta E_1$  og  $\Delta E_2$  er usikkerheten til den eksperimentelle og teoretiske verdien. Hvis målingene våre tilfredstiller denne ulikheten kommer årsaken til differansen  $D$  mest sannsynlig fra usikkerheter i målemetoden og tilfeldige feil.

## III. EKSPERIMENTET

### A. Diamagnetisme

Vismut, som er det mest diamagnetiske metallet vi kjenner til. I dette eksperimentet ønsker vi å bestemme den magnetiske susceptibiliteten  $\chi$  til en vismut stang. Dette gjøres ved å plassere en vismut stang i et homogent magnetfelt, og måle kraften som virker på vismut stangen. En illustrasjon av det eksperimentelle oppsettet er vist i figur 5 on page 7. For å generere et magnetfelt ble det brukt to elektriske spoler på hver side av vismutstangen, som en ser i figur 5 on page 7. På denne måten kunne vi variere strømmen i kretsen for å variere styrken på magnetfeltet. Vismutstangen ble plassert i magnetfeltet slik at bunden av stangen var i sentrum av de to spolene, slik en kan se i figuren. Under eksperimentet varierte vi strømmen i kretsen fra 0 A til 2.4 A, med en lineær økning på 0.2 A. Størrelsen til den magnetiske kraften som virker på vismut staven er gitt av (8), som gjør at vi trenger å måle tvernsnittsarealet, kraften, og magnetfeltet for å kunne beregne susceptibiliteten. Tvernsnittsarealet beregnes ved å måle diameteren til stangen med et skyvelær. Målingen av diameteren ble gjort på flere punkter langs vismutstangen, tilfellet at tvernsnittsarealet ikke var konstant. Magnetfeltet måles uten at vismut staven er i magnetfeltet, ved å feste en hallsonde, og lese av målingen til hall-sonden mens vi varierer strømstyrken. Dette måtte gjøres to ganger, med to forskjellige festinger, for å måle både  $B_1$  og  $B_2$ .

Vismutstangen er festet i et tau, dette tauet festes i



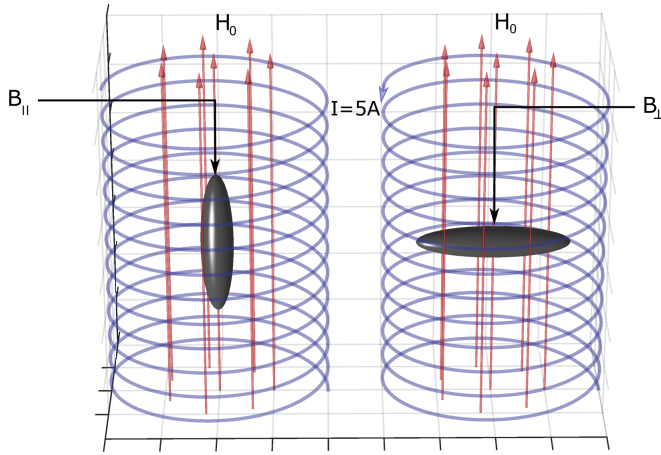
Figur 1: Illustrasjon av vismutstang i magnetfelt brukt for å måle magnetisk susceptibilitet i vismut. I figuren ser vi de forskjellige størrelsene som trengs å måle under eksperimentet,  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $A$  og  $F_z$ , til å kunne beregne susceptibiliteten. De blå sirklene representerer strømspolen som genererer magnetfeltet. Figuren er hentet fra [?].

en krok. Denne kroken hviler på en presisjonsvekt. På grunn av retningen til magnetfeltet vet vi at retningen på den magnetiske kraften. Fra dette kan vi nullstille vekten, og lese av endringen i vekt som funksjon av strømstyrke, som gjør at vi kan beregne  $F_z$  som en funksjon av strømstyrken.

### B. Ferromagnetisme

I denne delen av eksperimentet ønsker vi å undersøke de magnetiske egenskapene til jern på to forskjellige måter. Først ønsker vi å studere jernklumper inn i en spole, og deretter studere hysteresetap til en jernsylinder.

Først skal vi gjøre målinger på fire forskjellige jernklumper med ulik geometri inne i en stor spole, som genererer et tilnærmet homogent magnetfelt på innsiden. Spolen har 244 vindinger, og en lengde på 275 mm. Jernklumpene har fire forskjellige geometrier vi ønsker å studere: kule, stang, ellipsoidal og skive. En illustrasjon av oppsettet brukt under eksperimentet er vist i figur 2 on the following page. Før vi gjør målinger med jernklumpene inne i spolen måler vi magnetfeltet inne i spolen, når det går en strøm på 5 A, forskjellige steder i spolen. Dette blir gjort ved hjelp av en hallsonde. Under målingene passer vi på at hallson-



Figur 2: Illustrasjon av ellipsoidal jernklump inne i en spole. I figuren er det vist med rotasjonsaksen til jernklumpen parallellt med magnetfelt (venstre), og rotasjonsaksen til jernklumpen ortogonalt på magnetfeltet (høyre). De røde linjene viser retningen på magnetfeltet, og de blå linjene viser spolen som jernklumpen blir plassert i. Fiugren er hentet fra [? ].

den står normalt på magnetfeltet, for å få mest presise målinger.

For å ha jernklumpene i sentrum av spolen blir det brukt plastikkstativ som plasseres inne i spolen. Vi gjentar derfor målingene av magnetfeltet med hallsonden, men nå med plastikkstativet for å teste om dette påvirker magnetfeltet inne i spolen. For å vite eksentrisiteten til de fire geometriske formene gjorde vi målinger av lengden til objektene langs, og på tvers av, rotasjonsaksene, med skyvelær. Fra disse verdiene kunne vi beregne eksentrisiteten ved (13).

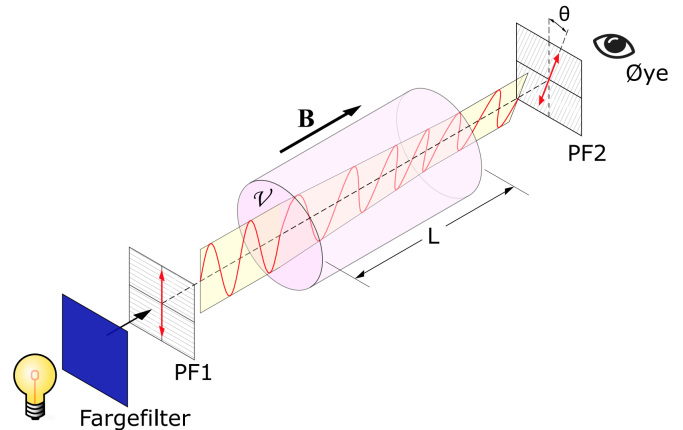
Deretter ble det gjennomført målinger av magnetfeltet på overflaten til hver av de fire jernklumpene, mens de var plassert i spolen, med strømmen til spolen på. Målingene ble gjort for hver av klumpene med rotasjonsaksen parallellt med magnetfeltet, og rotasjonsaksen ortogonalt på magnetfeltet. På grunn av lengden til ellipsoiden fikk den ikke plass med rotasjonsaksen ortogonalt på magnetfeltet.

Vi ønsker nå å se på de magnetiske egenskapene til jern ved å studere hysteresekurver. For å gjøre dette plasserer bruker vi en lang jernstang med en spole, sekundærspolen, tvunnet rundt seg. Jernstangen, med sekundærspolen rundt, skal plasseres inne i primærspolen. Primærspolen er koblet til en spenningsgenerator. Spenningsintegratoren gir oss integralet av forskjellen i elektrisk potensial, mellom endepunktene av sekundærspolen, som er gitt av (22). Faraday's induksjonslov (2), gir oss en kobling mellom spenningsforskjellen over en strømsløyfe, og endringen av den magnetiske flukstetthet over tid. Måleapparatet og spenningsgeneratoren er koblet til en dataakvisasjonsboks,

som gjør at vi får målingene for styrken til spenningsgeneratoren  $S$  som en funksjon av strømmen  $I$ , direkte inn på datamaskinen. Fra datamaskinen kan vi da beregne verdien for  $\Delta S$ , og ved likning (23), beregne endringen i den magnetiske flukstettheten. For å gjøre dette trenger vi å vite antall vinninger, tverrsnittsarealet til sekundærspolen, og kalibreringskonstanten. All denne informasjonen vet vi fra laborieutstyret. Under eksperimentet studerer vi hysteresekurvene på datamaskinen, mens vi endrer strømstyrken i primærspolen fra 0 A til 2.4 A, med en lineær økning på 0.2 A.

### C. Faraday effekten

Faraday effekten viser at lys og magnetiske er knyttet til hverandre. I denne delen av eksperimentet ser vi på effekten magnetfelt har på lys med tre forskjellige bølgelengder,  $\lambda = 440, 580, 595 \text{ nm}$ . Et figur av det eksperimentelle oppsettet er vist i figur 3. Får



Figur 3: Illustrasjon av eksperimentelt oppsett for å måle Faraday effekten. Fra venstre til høyre i figuren ser vi lyskilden som sender lys gjennom et fargefilter, som bare slipper gjennom ønskede farger. De monokromatiske bølgene som passerer gjennom fargefilteret går gjennom det første polarisasjonsfilteret, PF1. Det polariserte lyset beveger seg inn i flintglasset med lengde  $L$ , hvor det er et ytre magnetfelt i bevegelsesretningen til lyset. Før lyset treffer øyet må det passere gjennom det andre polarisasjonsfilteret, PF2. Ved å endre på dreiningsvinkelen  $\theta$  vil en måle polarisasjonen til lyset ved å lete etter dreiningsvinkler som filtrer alt lyset. Fiugren er hentet fra [? ].

å måle Faraday-effekten gjør vi ved å bruke optiske filtre, som bare slipper gjennom noen ønskede bølgelengder, dette gjør lyset tilnærmet monokromatisk. Videre trenger vi to polarisasjonsfiltere, som plasseres på hver sin side av flintglasset. Når de to polarisasjonsfilterene står  $90^\circ$  på hverandre, og det ikke er

Tabell I: Målinger av strøm  $I$ , magnetfelt mellom spolene  $B_1$ , magnetfelt ved toppen av vismutprøven  $B_2$ , og kraften på vekten  $F_z$ , for å beregne den magnetiske susceptibiliteten til vismutprøve.

Halvparten av målingene er vist i tabellen. Usikkerhetene i tabellen kommer henholdsvis fra databladet til strømgeneratoren, spredning og oppløsning til hallsonden, spredning og oppløsning til hallsonden, og databladet til vekten.

$I$ [A]	$B_1$ [mT]	$B_2$ [mT]	$F_z$ [mN]
0.000(3)	18.0(3)	0.4(1)	0.00(10)
0.400(7)	185(2)	1.2(1)	0.02(10)
0.80(1)	356(4)	2.0(1)	0.06(10)
1.20(2)	505(5)	2.3(1)	1.3(1)
1.60(2)	628(6)	2.4(1)	2.0(1)
2.00(5)	719(7)	2.5(1)	2.6(1)
2.40(5)	788(8)	2.3(1)	3.0(1)

noe magnetfelt, skal en ikke kunne se noe lys gjennom polarisasjonsfilterene. Ved å endre på styrken på magnetfeltet, ved å endre på strømmen som inducerer et magnetfelt, ønsker vi å finne hvilken dreiningsvinkel til polarisasjonsfilteret som filtrer alt lyset. Målingene blir gjort med magnetfeltet peke i begge retninger. Fra å finne forholdet mellom dreiningsvinkelen  $\theta$  og styrken på magnetfeltet  $B$ , samt vite lengden av flintglasset  $L$  kan vi beregne verdet konstanten fra likning (24). I eksperimentet økte vi strømstyrken med 0.5 A fra 0 A til 3.0 A, i både positiv og negativ strømretning. Styrken på magnetfeltet inne i flintglasset er en faktor 1.5 mindre enn styrken på magnetfeltet målt midt mellom polene.

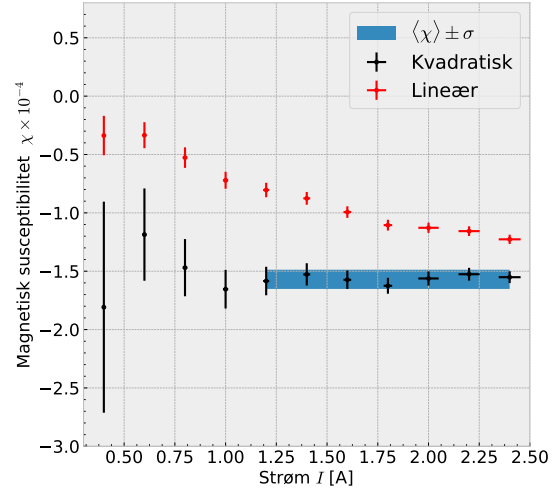
## IV. RESULTATER

### A. Diamagnetisme

Ved å måle diameteren til vismut prøven på fire forskjellige punkter måle vi 10.03 mm to steder, og 10.06 mm. Ved å ta hensyn til spredningen i disse målingene, og usikkerheten til skyvelæret brukt, finner vi at diameteren til vismut prøven er 10.05(3) mm. Dette resulterer i at tversnittet til vismutprøven er 79.3(2) mm<sup>2</sup>.

Halvparten av målingene for strøm  $I$ , magnetfelt mellom spolene  $B_1$ , magnetfelt ved toppen av vismutprøven  $B_2$ , og kraften på vekten  $F_z$ , er vist i tabell I. Målingene av den magnetiske susceptibiliteten som funksjon av magnetfeltet mellom spolene er vist i figur 4. Fra å gjøre en vektet midling for susceptibiliteten over de syv målingene med høyest strøm, finner vi at  $\chi = -1.57(8) \times 10^{-4}$ . Verdien brukt for å beregne susceptibiliteten, verdien funnet, og usikkerheten i denne verdien, er vist som et tynnt blått areal i figur 4. For å beregne susceptibiliteten har vi brukt en vek-

tet midling under beregningen av gjennomsnittet over de siste målingene. Usikkerheten i veriden til susceptibiliteten kommer fra usikkerheten i målingene som oppgjør susceptibiliteten (8), og spredningen over susceptibiliteten som vi ser i figuren. I figuren inkluderer det også størrelsen til susceptibiliteten hadde forholdet mellom den magnetiske flukstettheten og kraften på vismutprøven vært lineær (10).



Figur 4: Den magnetiske susceptibiliteten  $\chi$  som funksjon av strømmen  $I$  i spolene. De sorte målepunktene viser susceptibiliteten ved å bruke (8), og de røde viser susceptibiliteten ved å bruke (10). Det blå området i grafen viser gjennomsnittet, og spredningen i gjennomsnittet, til de siste 7 målepunktene, som viser oss at susceptibiliteten er  $\chi = -1.57(8) \times 10^{-4}$ . Gjennomsnittet er beregnet fra en vektet midling, og usikkerheten er beregnet fra usikkerheten i en enkelt måling, og usikkerheten i spredningen over gjennomsnittet.

### B. Ferromagnetisme

Vi ønsker nå å studere de magnetiske egenskapene til jern med ved å måle styrken på magnetfeltet, mens jernklumpen er plassert i en spole. For å sammenlikne resultatene med teori trenger vi de geometriske størrelsene til de fire jernklumpene vi skal se på. Det ble derfor gjennomført målinger av diameter og høyde med et skyvelær, resultatene er vist i tabell II on page 8. Ved å sende en konstant strøm på 5 A i sløyfen genereres det et magnetfelt inne i spolen. Vi målte at styrken til strømmen med et multimeter (fluke 45) til å være 5.00(1) A. Videre bruker vi en hallsonde til å måle styrken på magnetfeltet, over flere målinger finner vi at styrken på magnetfeltet er 5.04(4) mT, usik-



kerheten kommer fra spredningen i målingene. Magnetfeltet er ikke homogent i hele spolen. Magnetfeltet høyere i spolen, men i det radielle sentrum, var på 2.6(1) mT. I midten av spolens høyde måler vi at magnetfeltet er 4.8(1) mT halveis radielt ut mot spolen, og 4.7(1) mT helt i kanten av spolen. Usikkerhetene kommer fra databladet til hallsonden.

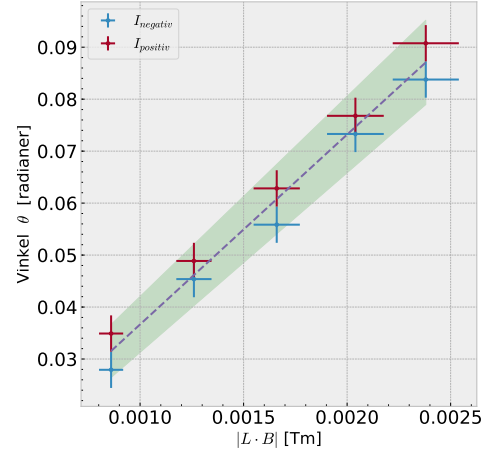
Deretter ble det målt styrken på magnetfeltet med plastikkstativet inne i spolen. Endringen i styrken på magnetfeltet var innenfor usikkerheten til magnetfeltet. Plastikkstativet påvirker altså ikke magnetfeltet inne i spolen.

De fire jernklumpene ble plassert på plastikkstativet, inne i spolen, med strømmen på. Ved å måle styrken på magnetfeltet på overflaten til jernklumpen med en hallsonde rettet parallellt med feltet, fikk vi målingene vist i tabell II on the following page.

Vi kan også studere magnetfeltet rundt en jernklump ved å se på hysteresekurver. Under eksperimentet ble det brukt en sekundærspole med  $n = 135$  vindinger, og en diameteren til sekundærspolen var , som gjør at arealet er 33(1) mm<sup>2</sup>. Kalibreringskonstanten  $\kappa$  til spenningsgeneratoren var oppgitt til å være 1.01  $\mu$ Wb. Fra disse verdiene kan vi beregne endringen i magnetfelt fra likning (22), det eneste som mangler er  $\Delta S$ . Integralet fra spenningsgeneratoren  $\Delta S$  ble vist gjennom koblingen til data dataakvisasjonsboksen, som gjorde at vi fikk direkte målinger av integralet til spenningsgeneratoren. Det eneste som trenkte å endres var styrken på strømmen  $I$ . Resultatene er vist grafisk i figur VREF. Et eksempel på målinger fra dataakvisasjonsboksen er vist i figur VREF.

### C. Faraday-effekten

For å beregne verdet-konstanten ble det gjennomført målinger av polarisasjonsgraden til lys som funksjon av styrken på det ytre magnetfeltet. Disse målingene er vist i tabell III on the next page. Styrken på magnetfeltet avtar med en faktor 1.5 inne i flintglasset, dette er tatt hensyn til i tabellen, og under beregningen av stigningstallet. Fra å beregne stigningstallet til polarisasjonsvinkelen som funksjon av produktet mellom magnetfeltet og lengden på flintglasset (24) kunne vi beregne verdet-konstanten. Verdien til verdetkonstanten er vist for de tre forskjellige bølgelengdene er vist i tabellen. Et sett av målinger er vist i figur ?? on page ?. Figuren viser polarisasjonsvinkel  $\theta$  som funksjon av produktet mellom magnetfelt og lengden på flintkrystallen. For målingene vist i figuren er det brukt lys med bølgelengde  $\lambda = 580$  nm. Det skraverte området i figuren viser usikkerheten i stigningstallet, og den stiplede linjen viser gjennomsnittet til stigningstallet, som blir verdien for verdet konstanten ved denne bølgelengden.



Figur 5: Målinger for polarisasjonsvinkel  $\theta$  som funksjon av absolutverdien til produktet mellom styrken til magnetfeltet og lengden av flintkrystallen, for bølgelengde på  $\lambda = 580$  nm. Fra målepunktene beregnes det stigningstallet ved hjelp av lineærregresjon, som er verdet-konstanten. For denne bølgelengden var verdetkonstanten  $1.4 \pm 0.1$  k/Tm

## V. DISKUSJON

### A. Diamagnetisme

Verdiene brukt for å beregne den magnetiske suceptibiliteten er vist i figur 4 on the previous page. Som vi ser i figuren avtar usikkerheten som styrken på strømmen øker. Dette er fordi den relative usikkerheten til vekten er stor når utslaget på vekten er lite. For å beregne verdien til  $\chi$  bruker vi derfor en vektet midlig på de 7 siste punktene. Målingene med høyere usikkerhet blir vektet lavere i beregningen av gjennomsnittet til de siste 7 målingene. Dette resulterte i at verdien til den magnetiske suceptibiliteten ble  $\chi = -1.57(8) \times 10^{-4}$ . Vektingen er slik at målinger med høy usikkerhet teller mindre i gjennomsnittet, som eksempel teller målepunktet for  $I = 2.4$  A en faktor 4 mer i beregningen av gjennomsnittet, iforhold til målepunktet for  $I = 1.2$  A i beregningen av usikkerheten. Usikkerheten til suceptibiliteten kommer av spredningen til målingene brukt, og usikkerheten til hver enkelt måling.

I tabell I on the preceding page er målingene gjort for å beregne den magnetiske suceptibiliteten vist. Fra verdiene ser vi at kraften som virker på vismutstangen øker med styrken på magnetfeltet. Som strømmen i spolene øker, øker kraften på den magnetiske flukstettheten. Den magnetiske flukstettheten mellom spolene  $B_1$  øker nesten lineært med strømstyrken, men mot slutten avtar stigningen svakt. Styrken på magnetfel-

Tabell II: I denne tabellen er det vist de geometriske størrelsene til jernklumpene, parallellt med rotasjonsakse ( $a_{\parallel}$ ) og tangensialt på rotasjonsaksen ( $a_{\perp}$ ). Fra disse måline kan en beregne avmagnetiseringsfaktoren parallellt med magnetfeltet ( $D_{\parallel}$ ) og tangensialt på magnetfeltet ( $D_{\perp}$ ). Usikkerheten til målingene kommer fra usikkerheten til skyvelæret, og usikkerheten til avmagnetiseringsfaktoren kommer av (??). Videre i tabellen vises styrken til magnetfeltet i kontakt med jernklumpen, når rotasjonsaksen til jernklumpen er parallell med magnetfeltet ( $B$ ) og tangensialt på magnetfeltet ( $B_{\perp}$ ). Usikkerheten er beregnet fra databladet til hallsonden.

For å teste teorien (??) inkluderer tabellen  $B_0/D_i$ , som indikerer øvre grense for  $B_i$ , hvor  $i$  enten indikerer parallell  $\parallel$  eller ortogonal  $\perp$ .

Form	$a_{\parallel}$ [cm]	$a_{\perp}$ [cm]	$D_{\parallel}$	$D_{\perp}$	$B \parallel$ [mT]	$B \perp$ [mT]	$B_0/D_{\parallel}$ [mT]	$B_0/D_{\perp}$ [mT]
Skive	0.67(1)	5.99(2)	0.99(8)	0.005(4)	5.50(1)	17.58(4)	5.1(4)	1036(86)
Ellipsoide	21.8(2)	0.96(1)	0.055(8)	0.50(5)	50.5(1)	-	920(80)	10.1(8)
Sylinder	6.45(2)	0.98(1)	0.037(3)	0.48(4)	19.65(4)	7.74(2)	133(11)	10.5(9)
Kule	6.32(2)	6.32(2)	0.33(3)	0.33(3)	12.61(3)	12.61(3)	15(1)	15(1)

Tabell III: I denne tabellen er det vist målt vinkel for  $\theta$  [°], for forskjellig styrke i magnetfelt, og forskjellig strømretning. Usikkerheten i vinkelen er lik 0.2° for alle målinger, siden dette var oppløsningen til måleapparatet. Styrken på magnetfeltet vist i tabellen, er styrken inne i flintglasset. Nederest i tabellen er det beregnet stigningstall for målepunktene i både negativ og positiv strømretning for hver bølgelengde. Usikkerheten i stigningstallet kommer fra lineærregresjonen.

Bølgelengde $\lambda$ [nm]	440		580		595	
$B$ [mT]	Vinkel $\theta \pm 0.2$ [°]					
29(1)	1.8	1.4	1.8	1.4	2.0	1.6
42(1)	2.8	2.2	2.6	2.0	2.8	2.6
53(2)	3.8	3.0	3.0	2.8	3.6	3.2
68(2)	4.2	4.0	4.0	3.4	4.4	4.2
79(3)	5.2	4.8	4.4	4.0	5.2	4.8
Strømretning	$I_+$	$I_-$	$I_+$	$I_-$	$I_+$	$I_-$
Stigningstall [k°/Tm]	$1.5 \pm 0.1$		$1.4 \pm 0.1$		$1.2 \pm 0.1$	

tet på den andre enden av staven går mot en konstant verdi på rundt 2.4 mT, når strømmen når 1.20 A. Fra å bruke likning (11) kan vi teste effekten av å sette  $B_2 = 0$  T. Verdien til  $\chi$  blir mer nøyaktig, jo sterke magnetfeltet er, vi bruker derfor verdien til den magnetiske flukstettheten for strømmen  $I = 2.4$  A. Dette gir oss en endring av  $\chi$  på  $2.161(7) \times 10^{-9}$ , som tilsvarer en prosent endring på 0.000138(4)%. Altså har det ingen effekt ved å inkludere  $B_2$  i beregningen av suceptibiliteten. Faktisk vil økningen av usikkerheten til suceptibiliteten øke med  $4.11 \times 10^{-8}$  om en inkludere  $B_2$  i beregningen. Denne usikkerheten er den midlede usikkerheten for de Økningen av usikkerheten til suceptibiliteten vil være større enn økningen av suceptibiliteten. Det vil derfor gi mer presise resultater ved å ikke inkludere  $B_2$ , enn å gjøre det, selv om dette er nærmere det analytiske uttrykket.

I figur 4 on page 6 vises også suceptibiliteten om vi hadde antatt et lineært forhold mellom magnetfeltet

og kraften i likning (8). Dette ville gjort at suceptibiliteten er gitt av likning (10). Som vi ser i figuren er dette ikke en god tilnærming. Av å sammenlikne suceptibiliteten målt i dette eksperimentet med andre målinger, fant vi at vår verdi var litt for høy, men ganske nære. Hadde vi antatt et lineært forhold mellom magnetfeltet og kraften ville avviket vært enda større fra den korrekte verdien til suceptibiliteten. Det er ikke en god antagelse å anta lineært forhold mellom kraften  $F_z$  og suceptibiliteten  $\chi$ . Itillegg ser vi at verdien for suceptibiliteten ved å anta et lineært forhold ikke går mot en konstant verdi som strømmen øker. For målingene gjort under eksperimentet er verdien fortsatt synkende. I et framtidig eksperiment hadde det vært ønskelig å studere den lineære antagelsen videre, for høyere strømmen, og se om verdiene nærmer hverandre. ELLER ER DET FEIL PGA DELE PÅ  $B^2$ ???

Den magnetiske suceptibiliteten ble målt til å være  $-1.57(8) \times 10^{-4}$ . Denne verdien kan vi teste mot andres målinger av den samme verdien. Suceptibiliteten til vismut funnet i tabeller [2] [1] er  $-1.6610^4$ . Det er derfor et avvik på 0.001 avvik mellom den målte verdien av suceptibiliteten og verdien funnet i tabeller. Ved å ta med usikkerheten er det et avvik på 0.6% mellom den målte verdien, og den funnet i tabeller. Avviket er lite, men kan ha vært forårsaket av en systematisk feil under eksperimentet. Under eksperimentet prøvde vi å plasere vismutstaven midt mellom spolene, slik at det ble utsatt for størst mulig magnetfelt. Vi passet på at vismutprøven ikke hvilte intil spolene, eller var i kontakt med noe annet, som kunne gjort et utslag på vekten. Det gikk også en tid mellom den magnetiske flukstettheten mellom spolene ble målt, og vismutprøven ble utsatt for feltet. Magnetfeltet kan ha forandret seg iløpet av denne tiden, eller målingen vår med hallsonden ikke var stødig nok. Dette er noen eksempler på systematiske feil som kan ha forårsaket avvik mellom verdien vi målte for suceptibiliteten, og verdien funnet i tabeller.



## B. Ferromagnetisme

Før målingene ble gjennomført med jern i sentrum av spolen målte vi magnetfeltet i spolen. I sentrum av spolen, både radielt og i høyde, var den magnetiske flukstettheten tilnærmet konstant. Spredningen i målingene var samme størrelsesorden som usikkerheten med hallsonden. Vi målte at magnetiske flukstettheten var 5.04(40) mT, denne verdien kan vi sammenlikne med den teoretisk forventet verdien fra likning (??). Spolen brukt eksperimentet var 275 mm lang, og var vindet 244 ganger rundt. Ved å bruke naturkonstanten  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A}$  betyr dette at den forventede styrken på magnetfeltet er 5.57(1) mT. Det blir målt en lavere styrke på magnetfeltet enn den teorien forutsier. En årsak til dette kan være at det ikke blir brukt idelle ledninger under eksperimentet. I en spole må en velge mellom en høy induktans eller en lav motstand, siden hensikten med denne spolen er å genere et magnetfelt, er det mulig at det er en stor motstand i ledningene. Dette er noe som burde vært målt med et multimeter under eksperimentet. Den forventede verdien til magnetfeltet tar ikke hensyn til motstand i ledningene, og dette kan være grunnen til avviket.

Målingene gjort for de fire forskjellige jernklumpene er vist i tabell II. Denne tabellen inkluderer målingene av lengden til de fire jernklumpene, parallellt med, og tangensialt på, symetriaksen. Fra tabellen ser vi at lengden til ellipsoiden parallellt med symmetriaksen har en faktor tre større relativ usikkerhet enn de andre lengdene. Årsaken til dette er at dette målet måtte bli gjort med en meterstokk istedenfor et skyvelær, som fører til en større usikkerhet. Denne usikkerheten manifesterer seg ikke merkbart i de følgende usikkerhe-

ten for ellipsoiden. Fra lengden til jernklumpene kunne vi beregne avmagnetiseringsfaktoren til jernklumpen parallellt med, og ortogonalt på rotasjonsaksen. Disse brukes til å finne den øvre grensen for magnetfeltet når symetriaksen til jernklumpen er plassert henholdsvis parallellt med og ortogonalt på magnetfeltet ved likning (20). Som vi ser fra verdiene i tabellen tilfredstiller den målte verdien til den magnetiske flukstettheten den øvre grensen som teorien forutsier, for alle formene, i begge retninger.

Under eksperimentet ble det brukt en skive og en sylinder, teorien forutsetter at de geometriske formene til jernklumpene er ellipsoider. Både sylindere og skiven er ikke ellipsoider, men blir tilnærmet som det under eksperimentet. Dette er en grov tilnærming, men som vi ser fra resultatene stemte de fortsatt med teorien. For den skiveformede jernmagneten ble ikke ulikheten i likning (20) tilfredstilt. Ved å beregne differansen mellom  $B_{\parallel}$  og  $B_0/D_{\parallel}$  og usikkerheten i differansen (27), får vi at differansen er 0.40(41) mT, altså er ulikheten i likning (26) tilfredstilt, det er overensstemmelse innenfor måleusikkerhetene.

Vi kan gjøre et anslag om hvor korrekt antagelsen om at skiven og sylindere er ellipsoider, ved å sammenlikne med hvordan ulike geometriske former får som avmagnetiseringsfaktor. For en kule vil avmagnetiseringsfaktoren være 1/3 parallellt og tangensialt på, dette stemmer med de vi har målt. For flate skiver går  $D_{\parallel}$  mot 1, og  $D_{\perp}$  mot 0. Dette ser vi stemmer for skiven, siden den ikke er fullstendig flatklemt. For høyere og smalere ellipsoder går  $D_{\parallel}$  mot 0, og  $D_{\perp}$  mot 1/2. Dette ser vi stemmer godt overens for ellipsoiden, og litt mindre godt for sylindere, som er litt bredere, og litt lavere.

[1] Magnetic Properties of Solids.

[2] Magnetic susceptibility. [Wikipedia](#), April 2018. Page Version ID: 833648716.

[3] Frank L. Pedrotti and Peter Bandettini. Faraday rotation in the undergraduate advanced laboratory. [\*American Journal of Physics\*](#), 58(6):542–545, June 1990.