

# Temperaturmålinger med elektrisk- potensial og motstand, IR-termometer, og måling av termiske diffusiviteten til aluminiumstang

IVAR SVALHEIM HAUGERUD  
*Universitetet i Oslo*

(Dated: 2. mars 2018)

Eksperimentelle målinger av temperaturer med termoelement, termistor og IR-termometer gir oss informasjon om hvilke situasjoner forskjellige målemetoder for temperatur burde brukes, og ved å anvende dette kan vi måle den termiske diffusjonen til en aluminiumstang. Fra å måle den elektriske potensialforskjellen mellom to objekter i termisk likevekt med termoelementer fant vi en temperaturforskjell på  $0.00 \pm 0.49^\circ\text{C}$ . Ved å flytte det ene termoelementet til en aluminiumskloss i romtemperatur målte vi en temperatur på  $19.4 \pm 0.5^\circ\text{C}$  til aluminiumsklossen. Med et IR-termometer målte vi temperaturen til forskjellige sider av Leslie's kube. På en mørk matt flate målte vi en temperatur på  $85.2 \pm 0.4^\circ\text{C}$ , og på en blank speil flate målte vi  $24.8 \pm 0.2^\circ\text{C}$ . Dette viser hvor viktig typen overflate er for målinger med IR-termometer. Ved å ha en aluminiumsstang i direkte kontakt med is, og måle temperaturen med termistorer over tid langs stangen fant vi hvordan varme sprer seg i stangen, som ga oss en verdi for den termiske diffusiviteten til aluminiumsstangen  $60.6 \pm 0.3 \mu\text{m}^2/\text{s}$ .

## I. INTRODUKSJON

Eksperimentet i denne rapporten ble gjennomført i håp om å finne ut av, og forstå, de forskjellige måtene å måle temperatur på, innvirkningen omgivelser og overflater har på temperaturmåling, når forskjellige måleapparater burde brukes og hvordan varme sprer seg i gjenstander. Eksperimentene satt opp i denne rapporten ble valgt for å gjøre målinger på nevnte effekter. Vi skal måle temperaturforskjeller mellom systemer i, og ute av termisk likevekt ved å se på temperaturrevningene resistanser hos termistor, elektriskepotensialforskjeller og måling av infrarød varmestraling med IR-termometer. Med disse målemetoder kan vi finne hvordan varmen sprer seg i et legeme over tid, og fra dette beregne den termiske diffusiviteten til en aluminiumstang. Verdiene vi måler under eksperimentene kan sammenliknes mot teoretiske forventninger fra termodynamikkenslover, strålingsteori og varmelære.

I dagligdags tale er det som regel ingen forskjell på temperatur og varme. I fysikkens verden derimot har de to begrepene forskjellig og presise definisjoner. Varme er definert som energitransporten fra ett legeme, eller system, til et annet, som er forårsaket av en temperaturforskjell mellom dem. Derimot betyr temperatur den gjennomsnittelige termiske energien til molekylerne i legemet. I det nittende århundret foreslo Lord Kelvin en termodynamisk metode for å spesifisere temperatur basert på måling av mengde varmestroming mellom legemer ved forskjellige temperaturer. Dette konseptet baserer seg på en absolutt temperaturskala med et absolutt nullpunkt der et legeme aldri vil gi fra seg temperatur. [4]

Dette eksperimentet består av tre forskjellige deler.

I den første delen av eksperimentet målte vi temperaturforskjeller mellom systemer ved å måle elektrisk potensialforskjell og elektrisk motstand. For å gjøre disse målingene brukte vi simple elektriske kretser hvor vi måler spenningsforskjell i et termoelement med voltmeter, og resistansen til termistorer med ohmmeter.

Alle legemer med en temperatur større enn det absolutte nullpunkt sender ut elektromagnetisk stråling. Ved å måle denne strålingen med et IR-termometer kan vi finne temperaturen til legemet.

I den tredje og siste delen av eksperimentet bruker vi en termistorer til å måle hvordan varme sprer seg gjennom en aluminiumsstang.

## II. TEORI

Termodynamikkens tre lover omhandler temperatur og varme, og lyder som følger [2]:

0. **Termisk likevekt:** Hvis to termodynamiske ststemer hver for seg er i termisk likevekt med et tredje system, så er de to første i termisk likevekt med hverandre.
1. **Energibevaring:** Endringen i indre energi,  $U$ , til et system er lik summen av varmen tilført systemet,  $Q$ , og arbeidet utført på systemet,  $-W$ , som gir oss  $\Delta U = Q - W$ .
2. **Entropi:** Varme kan ikke spontant strømme fra et material ved lav temeratur til et material ved høy temperatur.

Termodynamikkens lover er funnet empirisk, og er det vi kommer til å basere oss på for mange av eksperimentene vi skal gjøre. I den nullte loven er definisjonen av termisk likevekt mellom to systemer at de to systemene skal ha lik temperatur  $T$  [2].

### A. Temperaturmåling med elektrisk potensial og elektrisk motstand

Når man måler temperatur ved å se på elektriske motstander bruker man det faktum at motstanden i metaller øker med temperaturen. Forholdet mellom temperatur og motstand er avhengig av typen metall, og man må derfor vite dette forholdet for å kunne finne temperaturen når man vet motstanden. En kan også bruke samme prinsipp med halvledere. I halvledere øker antall elektroner som blir eksiktert til ledningsbåndet med temperaturen, og dette fører til at den elektriske motstanden  $R$  endres med temperatur. Motstanden  $R$  kan man måle med et ohmmeter for å finne temperaturen til halvlederen, det er dette prinsippet termistorer baserer seg på. Forholdet mellom temperatur og motstand er beskrevet ved

$$\frac{1}{T} = a + b \ln(R) + c \ln(R)^3. \quad (1)$$

Denne likningen har navnet Steinhart-Hart-likningen, og verdiene for  $a$ ,  $b$  og  $c$  er avhengig av hva slags halvleder man bruker i eksperimentet. I våre eksperimenter skal vi bruke verdiene

$a = 8.420 \cdot 10^{-4} \text{T}^{-1}$ ,  $b = 2.068 \cdot 10^{-4} \text{T}^{-1}$  og  $c = 8.591 \cdot 10^{-8} \text{T}^{-1}$ . Temperaturforskjeller fører til elektriske potensialforskjeller. Dette impliserer at to systemer som er i termisk likevekt, alltid vil ha samme elektriske potensial. Hvis vi har en temperaturforskjell mellom to systemer, kan vi finne denne temperaturforskjell ved å måle elektrisk potensialforskjell mellom to termoelementer som har kommet i termisk likevekt med hvert sitt system. For å måle dette kobler vi minst to termoelementer i en elektrisk krets og måler spenningsforskjellen mellom dem. Hvis den termoelektriske spenningen man måler er proporsjonal med temperaturforskjellen får man at spenningsforskjellen man måler  $\Delta U$  er gitt av

$$\Delta U = \epsilon \Delta T, \quad (2)$$

hvor  $\epsilon$  er stigningstallet  $\partial U / \partial T$ . For å finne stigningstallet  $\epsilon$  må man gjøre flere målinger og bruke lineærregresjon på datapunktene når man kjenner temperaturforskjellen. Når vi måler den elektriske potensialforskjellen finner vi temperaturforskjellen mellom det ene og det andre termoelementet, for å finne den faktiske temperaturen til et system kan vi sette det ene termoelementet i et system med kjent temperatur, for eksempel is på  $0^\circ \text{C}$  og den andre i systemet vi ønsker å finne temperaturen til. Fra dette kan vi beregne den sanne temperaturen.

## B. Temperaturmåling med IR-termometer

Alle legmer som har en temperatur over det absolutte nullpunkt vil sende ut elektromagnetisk stråling. Hvis vi kan tilnærme legmet som et sort-legme, et legme som ikke reflekterer noe stråling, kan vi bruke Stefan-Boltzmanns strålingslov [3]

$$F = \sigma T^4, \quad (3)$$

som sier at fluksen, energi per tid per areal, fra et sortlegme er proporsjonalt med temperaturen opphøyd i fjerde. Dette kan skrives om til

$$I = \frac{dQ}{dt} = A \sigma T^4, \quad (4)$$

hvor  $I$  er varmestråling,  $dQ/dt$  er endring av varme over tid, og  $A$  er arealet til sortlegmet. Dette er den totale strålingen over alle bølgelengder og strålingsretninger. Når stråling treffer en flate kan det gjøre tre ting, reflekteres, transmitteres eller absorberes. I vårt eksperiment kommer vi ikke til å jobbe med overflater som kan transmittre strålingen. Vi kan derfor si at

$$I = I_R + I_A, \quad (5)$$

hvor  $I_R$  og  $I_A$  er henholdsvis andelen av strålingen som blir reflektert og absorbert. Vi kan derfor uttrykke likningen på en annen måte

$$1 = r + a. \quad (6)$$

Hvor  $r = I_R/I$  er reflektans, og  $a = I_A/I$  er absorbans. Fra (5) ser vi at disse verdiene må tilfredstille  $1 = a + r$ , når vi ser bort fra transmitert stråling. Emmissiviteten til en flate, er lik absorbansen til en flate  $e = a$ . Hvis man gjør en måling med et IR-termometer på et objekt 1, som har objekt 2 som reflektert bakgrunn, og man kan anta at objekt 2 har stor emmissivitet ( $e_2 > 0.8$ ) er følgende en god approksimasjon til temperaturen målte med IR-termometeret

$$T = T_1 + r_1 e_2 (T_2 - T_1). \quad (7)$$

Her er  $T$  den avleste verdien for IR-termometeret,  $T_1$  temperaturen til objektet du måler på, og  $T_2$  temperaturen til objektet i den reflekterte bakgrunnen, mens  $r_1$  og  $e_2$  er henholdsvis reflektansen til objekt 1, og emmissiviteten til objekt 2. Fra denne likningen ser vi tydelig hvordan bidraget fra den reflekterte bakgrunnen er avhengig av hvor godt objektet du gjør direkte målinger på reflekterer strålingen fra bakgrunnen ( $r_1$ ). Ved å sette inn (6) for  $r_1$  og løse likningen for  $e_1$  finner vi et uttrykk for emmissiviteten til objekt 1 blir gitt av

$$e_1 = 1 - \frac{T - T_1}{e_2 (T_2 - T_1)}. \quad (8)$$

Siden alle objekter både mottar og sender ut stråling kan vi skrive om (4) til total stråling fra og til et objekt, ved å bruke temperaturen til omgivelsene  $T_0$

$$I = e A \sigma (T^4 - T_0^4). \quad (9)$$

For at et strålingstermometer skal kunne måle temperaturen til et objekt bruker den en kalibert variant av denne likningen. Strålingstermometere tar bare inn stråling i et lite intervall av bølgelengder, og kalibreringen tar hensyn til dette. I kalibreringen antar strålingstermometeret at overflaten har en fast emmissivitet,  $e$ , på rundt 0.95. En får derfor mest nøyaktig måling av å måle på flater med emmissivitet rundt denne verdien.

## C. Varmedledning i aluminiumsstang

Varmekapasiteten til et legme er avhengig av om vi lar legmet forandre trykk, eller forandre volum. Hvis volumet holdes konstant er varmekapasiteten  $c_v$ , og  $c_p$  hvis trykket holdes konstant. Temperaturen til et legme og varmenegien den inneholder er to forskjellige egenskaper, og forholdet mellom disse er gitt av *den spesifikk varmekapasiteten*  $c_{v/p}$ . Hvor man bruker  $c_v$  eller  $c_p$  avhengig av hva som holdes konstant. Dette uttrykket bruker vi når vi skal se på varmen  $Q$  som strømmer inn i et legme med tetthet  $\rho$ , mens legmet endrer temperatur

$$\frac{\partial Q}{\partial T} = \rho c_{v/p}. \quad (10)$$

Hvordan varmen transporteres er beskrevet med varmedledningslikningen, Fick's lov

$$\mathbf{J}_q = -\lambda \nabla T. \quad (11)$$

Hvor  $\mathbf{J}_q$  er varmeenergi transportert per tid per areal, også kalt varmeffluks og  $\lambda$  er varmedledningsevnen til materialet. Siden man ikke kan måle varmeffluks direkte bruker man bevaring av energi til å finne et uttrykk for hvordan temperaturen endrer seg over tid. Fra Fick's lov kan man utlede diffusjonslikningen

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \nabla^2 T, \quad (12)$$

hvor  $D$  er den termiske diffusiviteten gitt av

$$D = \frac{\lambda}{c_{v/p}}. \quad (13)$$

Vi ønsker å løse diffusjonslikningen for  $T$ , men for å gjøre dette må vi forenkle den ved å gjøre noen antagelser. Siden  $\nabla$  virker i  $x$ ,  $y$  og  $z$  retning hadde vi trengt å løse tre likningssystemer,

men ved å begrense oss til et en-dimensjonalt tilfelle får vi en partiell differensiallikning som vi trenger å løse. Under eksperimentet skal vi gjøre målinger på en aluminiumsstang som vi kan tilnærme som en uendelig lang, en-dimensjonal stang. Dette er en rimlig antagelse siden vi er interessert i varmetransporten i materialet, og varmetransporten vil tilnærmet skje tilnærmet i en dimensjon. Med denne tilnærmingen kan vi skrive om (12) til

$$T(x, t) = T_0 + \int_0^t \frac{x}{\sqrt{4\pi D(t-s)^3}} \exp\left\{\frac{-x^2}{4D(t-s)}\right\} h(s) ds. \quad (14)$$

Her er variabelen vi integrer over,  $s$ , alle tidspunktene opp til tiden  $t$ , som er tidspunktet vi ønsker å finne temperaturen. Funksjonen  $h(s)$  er temperaturen til stangen i punktet  $x = 0$ , som er der vi kommer til å feste isen under eksperimentet. Denne likningen er en god beskrivelse av hvordan temperaturen utvikler seg over tid og posisjon for eksperimentet vi skal se på. For å ankomme til dette uttrykket har vi brukt initialbetingelser og grensebetingelser. Vi har brukt at ved  $t = 0$  er temperaturen i stangen konstant over hele stangen,  $T(x, t = 0) = T_0$ . Og at temperaturen i toppen av stangen er gitt av,  $T(x = 0, t) = h(t)$ . Hvis vi videre kan anta at temperaturen ved  $x = 0$  er konstant, det vil si  $h(s)$  er konstant, kan vi forenkle uttrykket til

$$T(x, t) = T_1 + \Delta T \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{4Dt}}\right), \quad (15)$$

hvor erf står for error-funksjonen som er definert som

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-\kappa^2} d\kappa. \quad (16)$$

I uttrykket for temperatur er  $\Delta T = T_0 - T_1$ , som er temperaturforskjellen mellom den tilnærmede konstant temperaturen i  $x = 0$ , og temperaturen til stangen før eksperimentet start. I error funksjonen er  $\kappa$  en variabel vi integrer over uten noen fysisks betydning. Siden error-funksjonen (16) er en-til-en og på verdimengden  $[-1, 1]$  har funksjonen en invers funksjon slik at  $\operatorname{erfinv}(\operatorname{erf}(x)) = x$ , hvor definisjonsmengden til  $\operatorname{erfinv}$  går fra  $-1$  til  $1$ .

Vi er interessert i finne den termiske diffusiviteten  $D$ , og den kan vi finne et uttrykk for ved å løse (15) for  $D$ , og ta den inverse funksjonen,  $\operatorname{erfinv}$ , på begge sider

$$\operatorname{erfinv}\left(\frac{T(x, t) - T_1}{\Delta T}\right) = \frac{x}{\sqrt{4Dt}}. \quad (17)$$

Og hvis vi definerer en ny variable  $\eta = x/\sqrt{4t}$ , får vi en lineært forhold mellom  $\eta$  og  $\operatorname{erfinv}$ , som gjør at  $D$  blir lett å finne. Vi sitter igjen med

$$\eta D^{-\frac{1}{2}} = \operatorname{erfinv}\left(\frac{T(x, t) - T_1}{\Delta T}\right) \quad (18)$$

som er uttrykket vi kommer til å bruke for å beregne verdien for den termiske diffusiviteten  $D$  til aluminiumsstangen. Siden  $x$  er en konstant under målingene vil  $\eta$  være en funksjon av en variierende variable. Når vi har målingene for temperaturen  $T(x, t)$  kan vi fremstille (18) grafisk, hvor vi forventer et proporsjonalt forhold mellom  $\eta$  og  $\operatorname{erfinv}$ , med stigningstallet  $\alpha$ , som gir oss muligheten til å finne et uttrykk for denne termiske diffusiviteten  $D$  til aluminium

$$D = \frac{1}{\alpha^2}. \quad (19)$$

For å beregne usikkerheten i  $D$  trenger bruker vi usikkerheten til temperaturen  $\Delta T$ , som vi finner ved å bruke usikkerhetsregler for summer og logaritmer. Når vi har usikkerheten i temperaturen kan vi finne usikkerheten i (18) ved å bruke

$$\Delta \operatorname{erfinv}(T) = \frac{\partial \operatorname{erfinv}(T)}{\partial T} \Delta T. \quad (20)$$

Her er  $\Delta T$  usikkerheten i temperaturen og  $\Delta \operatorname{erfinv}(T)$  er usikkerheten i den inverse errorfunksjonen. Siden vi har den deriverte av den inverse errorfunksjonen i uttrykket må vi finne en verdi for denne, vi finner at den deriverte er gitt av

$$\frac{d}{dT} \operatorname{erfinv}(T) = \frac{1}{2} \sqrt{\pi} \exp\left\{\left(\operatorname{erfinv}(T)\right)^2\right\}, \quad (21)$$

som vi bruker for å finne usikkerheten i hvert datapunkt. For å finne usikkerheten i  $D$  må vi finne usikkerheten i stigningstallet  $\alpha$ . For å finne denne usikkerheten tar vi hensyn til både usikkerheten i minste kvadraters metode, og usikkerhet i målepunktene ved å bruke Hessematrixen [5]. Med denne metoden finner vi usikkerheten i  $\alpha$  på en god måte, og når vi har denne er det simpelt å finne usikkerheten i  $D$ .

### III. METODE

#### A. Temperaturmåling med elektrisk potensial og elektrisk motstand

Vi ønsker å måle temperaturforskjellen mellom to objekter som er i tærmisk likevekt. Vi gjør dette ved å ha to store isbiter med en grop i toppen og et termoelement med to målepunkter, et av kopper og et av konstantan, i hver sin grop. Det blir mer nøyaktig målinger hvis det er litt vann i gropen, da blir det god kontakt mellom metallet og systemet. Termoelementet tvinner de to endene sammen slik at det blir kontakt mellom kopper og konstantan, over dette kontaktpunktet kan vi måle spenningsforskjellen. Termoelement har bananpluggen som gjør at vi kan lett sette det inn i en elektrisk krets sammen med et ohmmeter, og ved hjelp av (2) beregne temperaturforskjellen.

Etter å ha målt spenningsforskjellen når det var termisk likevekt flyttet vi det ene målepunktet til en aluminiumskube som har stått i romtemperatur over lang tid. Vi fester det ene målepunktet med teip og sørger for at det er i direkte kontakt med aluminiumsboksen. Under oppsettningen på aluminiumsboksen prøver vi å være i så lite direkte kontakt med boksen og ledningen som mulig. Når målepunktet er festet leser vi av spenningsforskjellen  $\Delta U$  på multimeteret. Siden vi vet at isbiten vil være på rundt  $0^\circ\text{C}$  kan vi finne temperaturen til aluminiumsboksen ved finne temperaturforskjellen mellom systemene.

Deretter målte vi temperaturen til aluminiumskuben med to termistorer. Termistorene festet vi med teip slik at det var direkte kontakt mellom boksen og hver termistor. Vi leste deretter av motstanden til hver termistor ved hjelp av multimeteret. Med multimeterene så vi hvordan den målte motstanden varierte med tid, og hva verdiene stabiliserte seg på. Siden vi målte med to termistorer kunne vi også se om de to termistorene målte samme motstand. For å beregne en temperatur fra den målte resistansen brukte vi Steinhart-hart-likningen (1).

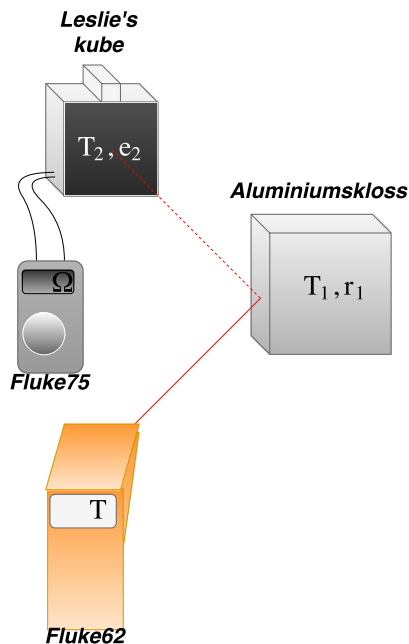
## B. Temperaturmåling med IR-termometer

Under alle målingene med IR-termometer kommer vi til å bruke Fluke62. Det første vi ønsket å måle med IR-termometeret var temperaturen i rommet  $T_0$ . Vi gjorde målingene på en hvit matt vegg i en avstand av 10cm med termometeret normalt på veggen.

Etter at vi fant temperaturen til rommet målte vi temperaturen til aluminiumsboksen med IR-termometeret. Siden aluminiumsboksen har en høy refleksivitet gjorde vi flere målinger med forskjellige vinkler, avstander og reflekterte-bakgrunner for å få en mest nøyaktig måling.

Vi gikk så over til å gjøre målinger av temperaturen til Leslie's kube. Leslie's kube er en kube med forskjellig overflate på fire av sidene sine, og en varmekilde i midten som gjør at boksen har en høy temperatur. Vi målte temperaturen med et IR-termometer på de fire sidene av Leslie's kube flere ganger. Under disse målingene brukte vi en stor, matt og sort matte som reflektert-bakgrunn. I tillegg målte vi resistansen til den innebygde termistoren i Leslie's kube. Fra å måle resistansen kan vi slå opp i databladet til Leslie's kube hvilken temperatur dette tilsvarer.

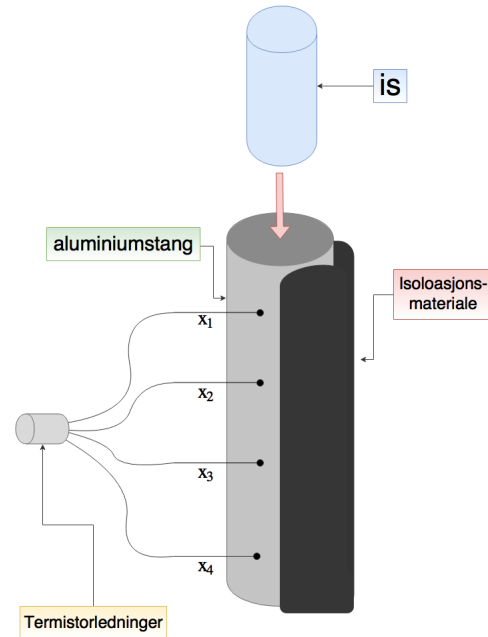
Vi er også interessert i å beregne emmisiviteten til aluminiumsklossen. Dette kan vi gjøre ved å bruke likning (8). For å beregne emmisiviteten gjør vi målinger med IR-termometeret rettet mot aluminiumsklossen mens den matte siden av Leslie's kube står i bakgrunnen. Vi kommer til å bruke den svarte, matte flaten til Leslie's kube som bakgrunn, og måle resistansen til den indre termistoren til Leslie's kube samtidig. På denne måten får vi en verdi for alle variablene i uttrykket (8). En illustrasjon av oppsettet er vist i figur 1. Under målingene hadde vi en avstand på rundt en meter mellom aluminiumsboksen og Leslie's kube for å unngå varmespredning fra Leslie's kube til aluminiumsklossen.



Figur 1: Oppsett for måling av  $e_1$  til aluminiumsklossen med IR-termometer. Leslie's kube er reflektert bakgrunn. Motstanden til termistoren i Leslie's kube ble målt av multimeteret Fluke75.

## C. Varmeledning i aluminiumsstang

I dette eksperimentet ønsker vi å måle den termiske diffusiviteten  $D$  til aluminium. For å gjøre dette kommer vi til å bruke (18), derfor trenger vi målinger av temperatur ved posisjoner langs en tilnærmet endimensjonal og uendelig lang stang, over tid, mens det er en strek temperaturforandring i stangen. Vi kommer til å ha en godt isolert aluminiumstang med fire små hull for å ha termistorer til å måle temperaturen fra sentrum av stangen. Avstanden mellom målepunktene er spredt slik at vi får så god data som mulig om hvordan varmespredningen beveger seg gjennom stangen. Oppsettet til eksperimentet er vist i figur 2. For å finne posisjonene til målepunktene bruk-



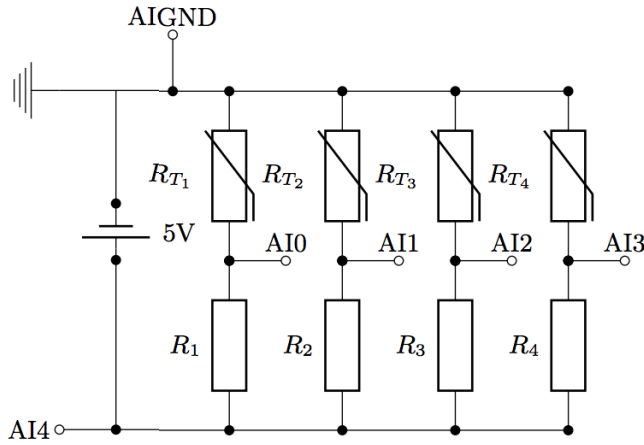
Figur 2: Oppsett for måling av termiske diffusivitet. Punktene hvor ledningene går inn i sylindere,  $x_i$ , er hvor vi måler temperaturen. Isolasjonsmaterialet er egentlig heldekkende, men er ikke vist i denne illustrasjonen. Aluminiumsstangen er fylt gjennom hele, utenom området hvor vi fester issylindere.

te vi et digitalt skyvelær. I det første målepunktet  $x_1$  pektet hullet skrått oppover, som gjorde at vi måtte måle dybden til hullet og diameteren til stangen, for så å bruke trigonometri til å beregne posisjonen termistoren har under eksperimentet. For å finne posisjonen til det siste målepunktet  $x_4$  brukte vi avstanden mellom  $x_4$  og  $x_3$  og adderte denne verdien med  $x_3$ . Dette måtte vi gjøre fordi skyvelæret ikke hadde stort nok rekkevidde for å gjøre målingen.

Termistorene er koblet i en elektrisk krets sammen med en spenningskilde på 5V. I kretsen er hver termistor, med resistanse  $R_{T_i}$ , koblet i serie med en referanse motstand med resistanse  $R_i$ . Mellom referansemotstanden og hver termistor er det koblet til en akvisasjonsboks som gir oss muligheten til å se på målingene på datamaskinen. Alle seriekoblingene med termistor og referansemotstand er koblet i parallell med hverandre. Kretsen er vist i figur 3 på neste side.

Før vi starter eksperimentet er det viktig at vi har målt motstanden til alle referansemotstandene. For å få den riktige re-





Figur 3: Den elektriske kretsen vi bruker for å beregne temperaturen til hver termistor.  $R_{T_i}$  er resistansen til termistorene, og  $R_i$  er resistansen til referansemotstandene. Punktene med AI.. er hvor vi koblet kretsen til dataakvisasjonsboksen. Figur er hentet fra [2].

sistansen måler vi hver motstand alene, og ikke i serie eller parallel med noen andre motstander. Dataakvisasjonsboksen mottar en spenning i kretsen, og sender signalet slik at det kan bli lest direkte av et matlabprogram. Fra å vite hvordan kretsen ser ut, styrken på spenningskilden, og resistansen til alle motstandene i kretsen, kan programmet regne ut resistansen til hver termistor  $R_{T_i}$  over tid, og ved hjelp av en kalibrert Steinhart-Hart-likning (1) kan vi bruke resistansen i termistoren for å finne temperaturen til de fire punktene  $x_1, x_2, x_3$  og  $x_4$  over varigheten av eksperimentet. Matlabprogrammet lagrer alle målingene.

Når eksperimentet er klart starter vi matlabprogrammet, som kommer til å lese målinger fra dataakvisasjonsboksen i 10 minutter. Vi starter matlab programmet og venter litt før vi fester issylinderen i toppen av aluminiumstangen ved å dytte den godt på plass, slik at det er god kontakt mellom isen og aluminiumsstangen. For at kontakten skal være god gjennom hele eksperimentet henger vi en tung gjenstand på isen slik at det blir et stort og stabilt trykk mellom isen og aluminiumsstangen. Nå som isen er i god kontakt med aluminiumsstangen kan vi se hvordan temperaturen sprer seg over tid. Under eksperimentet rant det litt vann fra toppen av sylindere som måtte tørkes bort.

Når vi har dataen for hvordan temperaturen i hvert punkt  $x_i$  utvikler seg over tid kan vi plote målingene med (18) og bruke lineærregresjon på grafen for å finne stigningstallet, slik at vi kan regne ut den termiske diffusiviteten  $D$  ved hjelp av (19).

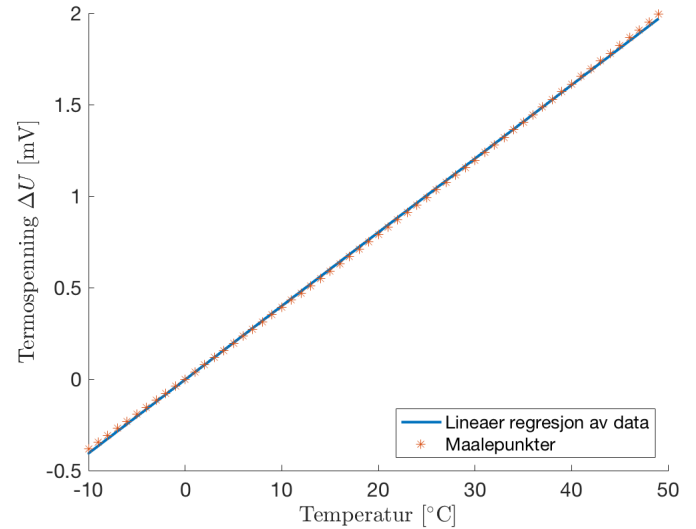
## IV. RESULTATER

### A. Temperaturmåling med elektrisk potensial og elektrisk motstand

For å kunne finne temperaturforskjellen ved å måle forskjellen i elektriske potensial bruker vi likning (2). Men for å bruke den må vi først finne en verdi for stigningstallet  $\epsilon = \partial U / \partial T$ . For å finne en verdi for  $\epsilon$  bruker vi dataen vist i figur 4. Denne dataen er kalibreringsdata for den typen termoelement vi

brukte i forsøket [2]. Ved å finne beste rette linje til datasettet ved hjelp av minste kvadraters metode [1] fant vi at linja er gitt av  $\Delta U = -0.0033\text{mV} + 0.0403\text{mV}/^\circ\text{C} \cdot T$ , som gir oss at  $\epsilon = 0.0403 \pm 0.0001 \text{ mV}/^\circ\text{C}$ . Som gjør at vi kan finne temperaturforskjellen mellom to systemer ved å måle spenningsforskjellen. Usikkerheten til  $\epsilon$  kommer fra usikkerhet i minste kvadraters metode.

Med multimeteret Fluke45 målte vi at spenningsforskjel-



Figur 4: Data brukt for å finne proporsjonalitetskonstanten  $\epsilon$  som er brukt i likning (2). Verdien til  $\epsilon$  trenger vi for å finne temperaturforskjellen mellom systemene når vi måler spenningsforskjellen.

len over kontaktpunktet til termoelementet gikk gradvis fra  $0.07 \pm 0.02\text{mV}$  til  $0.00 \pm 0.02\text{mV}$ , hvor det stabiliserte seg. Usikkerhetene er beregnet fra databladet til Fluke45. Fra å bruke likning (2), verdien til  $\epsilon$  og målingen av  $\Delta U$  kan vi slutte at temperaturforskjellen mellom de to isklossene er  $0.00 \pm 0.49^\circ\text{C}$ . Usikkerhetene er beregnet fra usikkerheten i Fluke45 og usikkerhet i beregning av stigningstall med regneregler for kombinasjon av usikkerheter [1].

Når vi så gjorde samme eksperiment, men med det ene kontaktpunktet til termoelementet på en aluminiumskloss i romtemperatur fant vi at spenningsforskjellen økte sakte med tid fra  $0.62 \pm 0.02\text{mV}$  til den stabiliserte seg på  $0.747 \pm 0.001\text{mV}$ . Ved å bruke likning (2) kan vi beregne at temperaturforskjellen er på  $18.54 \pm 0.05^\circ\text{C}$ , med usikkerhet fra databladet til Fluke45 og usikkerheten i  $\epsilon$ . Med dette får vi at temperaturen til aluminiumsklossen er på  $18.5 \pm 0.5^\circ\text{C}$ , ved å anta at istemperaturen er  $0.00 \pm 0.49^\circ\text{C}$ . Usikkerhetene kommer fra usikkerhet til temperaturen til isen og aluminiumsklossen. For å beregne usikkerheten både i temperaturforskjellen og til temperaturen har vi brukt regneregler for kombinasjoner av usikkerheter [1]. Nå som vi har målt temperaturen til klossen ved å måle elektrisk potensial kan vi sammenlikne resultatet med målinger gjort med termistorer. Etter å ha festet de to termistorene fast på aluminiumsklossen tok det rundt ett minutt før verdiene stabiliserte seg på  $130.3 \pm 0.7\text{k}\Omega$  og  $130.4 \pm 0.7\text{k}\Omega$ . Ved å bruke disse verdiene i en kalibrert versjon av Steinhart-Hart-likning (1) finner vi at temperaturen til aluminiumsklossen er på  $19.4 \pm 0.5^\circ\text{C}$ . Her er usikkerheten fra usikkerhetsregning for logaritmer [1] til usikkerhetene i databladet til Fluke75.

## B. Temperaturmåling med IR-termometer

Vi målte romtemperaturen til å være  $19.6 \pm 0.1^\circ\text{C}$  ved å bruke IR-termometeret på kort avstand mot en matt lys vegg. Deretter gjorde vi temperaturmålinger av aluminiumsklossen fra tidligere, målingene vi fikk er vist i tabell I. Fra disse målingene fant vi at temperaturen til aluminiumsklossen var på  $20.0 \pm 0.2^\circ\text{C}$ , bruker målingene fra 20cm med hvit vegg som bakgrunn, usikkerhet beregnet fra standardavviket til målingene.

Tabell I: Målinger av temperaturen til aluminiumskube med IR-termometer. Både avstand og vinkel målet er gjort omtrentlig, og målt med øyemal. Usikkerhetene kommer fra databladet til IR-termometeret.

Avstand [cm]	Vinkel $^\circ$	Målt verdi $^\circ\text{C}$	Reflektert bakgrunn
20	45	$19.8 \pm 0.1$	Hvit vegg
20	10	$20.2 \pm 0.1$	Hvit vegg
20	0	$30.0 \pm 0.2$	Menneske
200	30	$21.4 \pm 0.1$	Hvit vegg
5	80	$15.0 \pm 0.1$	Vindu

Deretter gjorde vi målinger av temperaturen til Leslie's kube. Verdiene vi målte med IR-termometeret er vist i tabell II, målingene ble gjort på en avstand av 10cm normalt på veggen. For hver måling hadde vi en mørk sort flate som reflektert bakgrunn som ble båret rundt for de forskjellige vinklene. Dette ble gjort for å redusere og kontrollere reflektert bakgrunnstråling. Samtidig som det ble gjort måling av temperaturen til de forskjellige overflatene med IR-termometeret gjorde vi målinger av den innebygde termistoren i Leslie's kube med multimeteret Fluke75. Vi målte en konstant motstand fra Leslie's kube lik  $8.90 \pm 0.05\text{k}\Omega$ . Ved å bruke Steinhart-hart-likningen (1) kan vi finne temperaturen til Leslie's kube av å vite motstanden til kuben. Med denne måten fant vi at temperaturen til Leslie's kube var på  $85.6 \pm 0.4^\circ\text{C}$ . Denne verdien, og usikkerheten, er funnet fra databladet til Leslie's kube.

Tabell II: Målinger gjort av IR-termometer på leslie's kube.

Målingene ble gjort på en avstand av 10cm normalt på flaten. Usikkerhetene i målingene kommer fra at målingen ikke stabiliserte seg, disse usikkerhetene er større enn usikkerhetne fra databladet til Leslie's kube.

Leslie's overflate	Målt temperatur $^\circ\text{C}$
Mørk - matt	$85.2 \pm 0.4$
Speil - blank	$24.8 \pm 0.2$
Hvit - matt	$85.8 \pm 0.4$
Hvit - blank	$29.4 \pm 0.2$

Ved å bruke likning (8) og eksperimentet vist i figur 1 på side 4 kan vi finne en verdi for emmissiviteten til aluminiumsklossen  $e_1$ . Verdiene vi målte under eksperimentet er vist i tabell III. Disse verdiene ble brukt under utregning, hvor vi fant at  $e_1 = 0.0367 \pm 0.0005$ . Usikkerheten er beregnet fra usikkerhetene vist i tabell III og regning for kombinasjon av usikkerheter [1].

## C. Varmeledning i aluminiumsstang

For å kunne trekke informasjon ut av eksperimentet var det noen verdier vi måtte måle først. Vi måtte finne posisjonene

Tabell III: Verdier brukt for å beregne emmissiviteten  $e_1$  til aluminiumsklossen. Verdien for emmissiviteten til Leslie's kube var en oppgitt størrelse [2]. Usikkerhetene kommer fra databladet til Fluke62, Fluke75 og Leslie's kube.

Hva vi målte	Verdi målt
$T$	$80.4 \pm 0.4^\circ\text{C}$
$T_1$	$19.4 \pm 0.3^\circ\text{C}$
$T_2$	$86.0 \pm 0.4^\circ\text{C}$
$R$	$8.80 \pm 0.05\text{k}\Omega$
$e_2$	0.95

til målepunktene i staven. Dette gjorde vi med en digital skyvelær, målingene er vist i tabell IV. Usikkerheten til  $x_1$  og  $x_4$  er større siden vi trengte to målinger for å beregne posisjonen. I disse målingene er  $x = 0$  punktet der stangen slutter, på siden hvor vi fester isen.

Tabell IV: Posisjonen  $x_i$  til termistorene som måler temperaturen til stangen.

Hull nr $i$	Avstand fra topp $x_i$ [mm]	Usikkerhet $\pm \Delta x_i$ [mm]
1	0.93	0.04
2	28.37	0.03
3	88.70	0.03
4	176.95	0.04

Det andre vi trenger før vi kan gjøre eksperimentet er å vite resistansen  $R_i$  til alle motstandene. Disse målte vi med Fluke75, og målingene er vist i tabell V.

Før vi gjorde målinger av temperaturen med issylinderen i

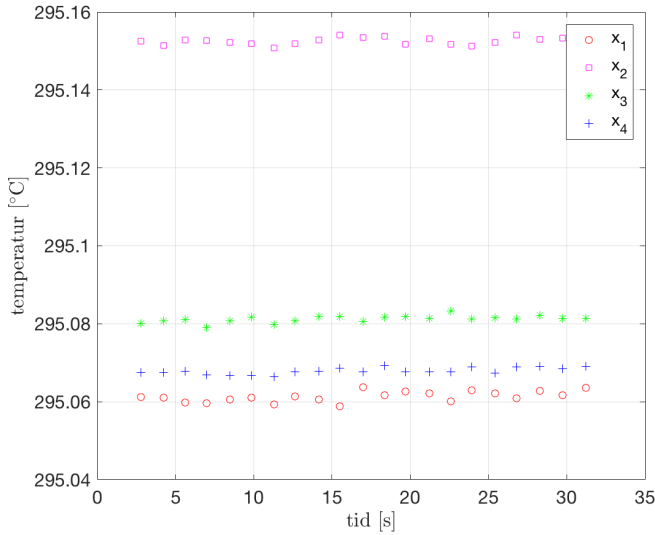
Tabell V: Målinger av resistansene  $R_i$  med Fluke75.

Disse motstandene er brukt som referanse motstander til termistorene, og verdiene vi måler her blir brukt i matlabprogrammet for å regne ut temperaturen til aluminiumsstangen. Usikkerhetene kommer fra databladet til Fluke75.

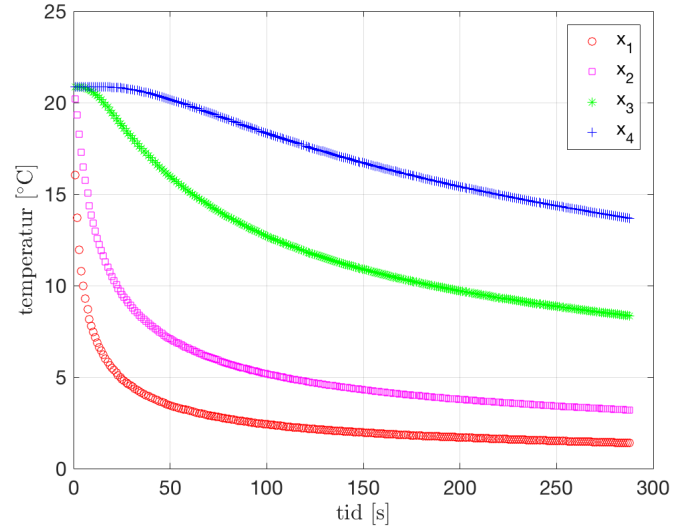
Motstands nr. $i$	Resistanse $R_i$ [k $\Omega$ ]	Usikkerhet $\Delta R_i$ [k $\Omega$ ]
1	119.7	0.7
2	119.7	0.7
3	119.6	0.7
4	119.8	0.7

kontakt gjorde vi en måling for å se om temperaturen holdt seg konstant over en periode på 30 sekunder, og om temperaturen var lik på de forskjellige stedene i stangen. Denne målingen er vist i figur 5 på neste side. Her ser vi at temperaturen er gjenn og konstant, som vi ønsker.

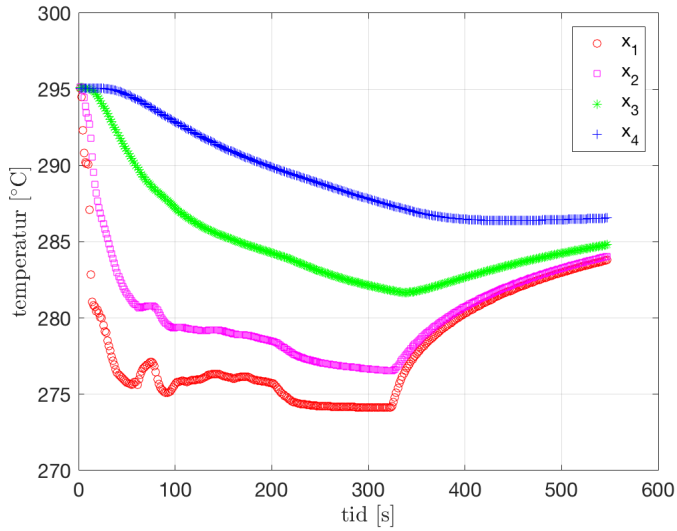
Med verdiene vist i tabell IV og V kan vi beregne temperaturen i termistorene som funksjon av tid. Målingene vi fikk er vist i figur 6 på neste side. Som vi ser i figuren var ikke eksperimentet gjort på en god måte, og vi fikk derfor mye støy i starten. På grunn av dette valgte vi å ikke analysere dataene videre, men heller å analysere data fra et identisk eksperiment gjort av professor i fysikk Alex Read. Den nye målingene er vist i figur 7 på neste side. Ved å plote temperaturen målt av termistorene mot  $\eta$  får vi grafen vist i figur 8 på neste side. Her ser vi at vi får en kontinuerlig graf fra de tre nederste målepunktene. Vi ser også at kurvene konvergerer mot starttemperaturen  $T_0$  for høye verdier av  $\eta$ . Fra dataen vist i figur (7) skal vi kunne beregne den termiske diffusiviteten  $D$  til aluminiumsstangen. Vi fremstiller måldataen som ut-



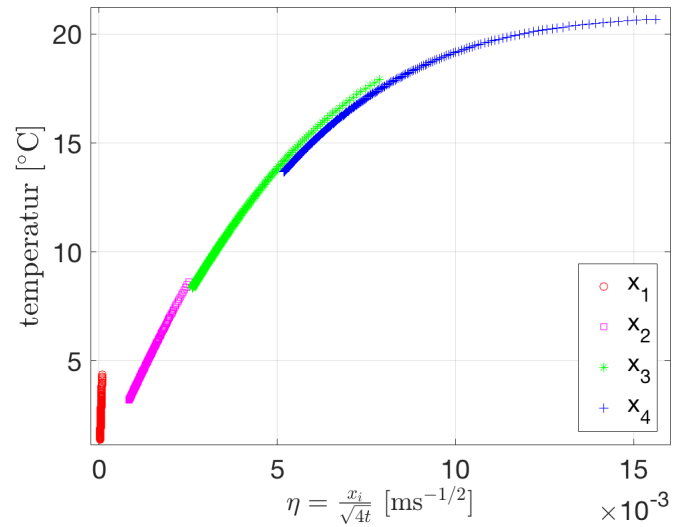
Figur 5: Målinger av temperaturen på forskjellige punkter i stangen før eksperimentet begynner. Her ser vi hvor konsante målingene er, og hvor liten temperaturforskjellen er mellom de forskjellige punktene i stangen.



Figur 7: Målinger av temperaturen på forskjellige punkter i stangen gjort av Alex Read. Her er  $t = 0$  når isen er i god kontakt med stangen. Denne målingen var god, med lite støy.



Figur 6: Målinger av temperaturen på forskjellige punkter i stangen. Her er  $t = 0$  når isen er i god kontakt med stangen. Denne målingen var ikke god, og ga oss mye støy i dataen.



Figur 8: Temperaturen målt av termistorene plottet mot  $\eta$ . Her ser vi hvordan vi får en kontinuerlig graf fra de 3 siste målepunktene.

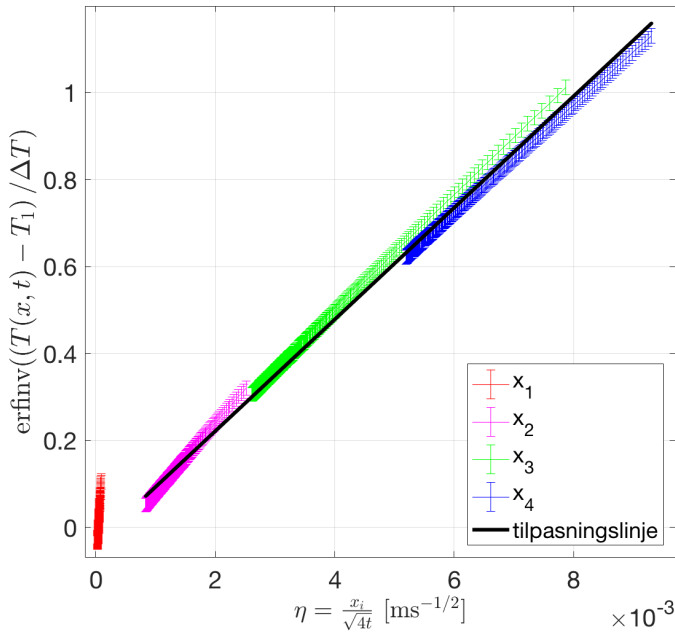
tryket vist i (18) ved å plote  $\text{erfinv}((T(x,t) - T_1)/\Delta T)$  mot  $\eta$ . Dette gir oss dataen vist i figur 9 på neste side. Dataen viser et lineært forhold som vi kan beregne stigningstallet til med minste kvadraters metode. Vi finner at den termiske diffusiviteten  $D = 60.6 \pm 0.3 \mu\text{m}^2/\text{s}$ . Usikkerheten kommer fra usikkerheter i minste kvadraters metode og målepunkter. Vi kan også beregne en verdi for den termiske diffusiviteten med (13). For å gjøre dette bruker vi verdiene  $0.9 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1}$  for varmekapasiteten per masseenheter  $c_{p,m}$  og  $250 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  for varmeledningsevnen  $\lambda$  og tetthet  $\rho = 2.7 \text{ g cm}^{-3}$ . Dette gir oss at  $D = 102.8 \mu\text{m}^2/\text{s}$ . Verdiene for  $\lambda$ ,  $\rho$  og  $c_{p,m}$  er hentet fra [2].

## V. DISKUSJON

### A. Temperaturmåling med elektrisk potensial og elektriskmotstand

Når to systemer er i termisk likevekt har de, per definisjon, samme temperatur. På grunn av dette forventet vi å måle at temperaturforskjellen mellom de to isklossene var  $0^\circ\text{C}$ . Forventningene våre kom i oppfylning da vi målte at temperaturforskjellen var på  $0.00 \pm 0.49^\circ\text{C}$ . Under beregning av forholdstallet  $\epsilon$  til dataen vist i figur 4 på side 5 har vi fordelen at vi måler temperaturforskjell. Dette gjør at hvis det for eksempel var en systematisk feil med termoelementet slik at alle målingene avvakte med  $-0.4^\circ\text{C}$  ville det ikke påvirket resultatet vi fikk, siden stigningstallet  $\epsilon$  og temperaturforskjellen ville vært det samme.

## B. Temperaturmåling med IR-termometer



Figur 9: Graf for å beregne av den termiske diffusiviteten  $D$  til aluminiumsstangen. Her har vi plottet med error-barer i  $y$ -retning for å få et bedre bilde av usikkerhetene. Usikkerhetene i måling av tiden  $t$  er neglisjerbare. Tilpassningslinja er funnet ved miste kvadraters metode [1].

Da vi flyttet det ene termoelementet fra isklossen til aluminiumsklossen økte den målte spenningsforskjellen fra  $0.62 \pm 0.02$  til den stabiliserte seg på  $0.747 \pm 0.001$  mV. Årsaken til at den økte mener vi kommer fra at termoelement var nedkjølt fra at den kom rett fra kontakt med isklossen. Derfor ville termoelementet kjøle ned rundt kontaktområdet, men som tiden gikk ville aluminiumsklossen gå mot termisk likevekt ved å varme opp området rundt kontaktpunktet, som gjorde at spenningsfallet stabiliserte seg på en høyere verdi. Grunnen til at vi fikk mer presise målinger for siste måling var at vi stilte inn Fluke45 på en bedre oppløsning halveis inn i målingene. Derfor ble den andre halvdel av målinger mer nøyaktig. Multimetreter burde stått på den meste sensitive innstillingen fra starten av siden det ville gitt oss mer presise målinger.

Da vi målte aluminiumsklossen med de to termistorene tok det rundt ett minutt før målingene stabiliserte seg ved samme verdi. Siden vi målte temperaturen til aluminiumsklossen på to forskjellige måter kan vi sammenlikne resultatene. Målingene med termistor ga oss at temperaturen var på  $19.4 \pm 0.5^\circ\text{C}$ , og målingen med termoelement fant vi at temperaturen var  $18.5 \pm 0.5^\circ\text{C}$ . Som vi ser er målingene innenfor standardavviket til hverandre. Det er flere mulige feilkilder tilstede under eksperimentet. Tilfeldige feil som dårlig kontakt mellom måleapparatet og aluminiumsklossen, og systematisk feil som oppvarming av måleapparatet eller aluminiumskloss under festing av måleapparat. Vi kan også ha oppvarmet aluminiumsklossen med vår egen kroppsvarme mens eksperimentet pågikk. Siden vi har brukt kalibreringskonstanter i Steinhart-Hart-likningen (1) kan dette også har ført til systematiske feil. Vi har også antatt at temperaturen til isen er  $0.00 \pm 0.49^\circ\text{C}$ , som kan være feil etter at isen har stått i romtemperatur en stund. Dette kan være årsaken til et avvik på  $1^\circ\text{C}$

For å måle en nøyaktig verdi for romtemperaturen er det mange effekter man må ta med i betraktningen. For det første vil vi ikke måle IR-stråling fra flater som har en høy transmisjonsverdi  $t$ , siden da går mye av varmestrålingen objektet motar rett gjennom objektet, og for disse objektene måler vi enten for lav verdi, eller strålingen fra den andre siden av objektet. Vi ønsker derimot å måle temperatur på et objekt som har en høy verdi for absorptans  $a$ , og fra likning (6) ønsker vi følgelig en liten reflektans  $r$ . Objekter med høy  $a$  og liten  $r$  er gode å måle på siden de absorberer mesteparten av strålingen de motar, og blir varmet opp, og sender derfor ut varmestråling som er lik romtemperaturen. Vi valgte derfor en matt overflate, siden de har en høy verdi for  $a$ . IR-termometeret måler stråling med bølgelengder mellom 8 og  $11 \mu\text{m}$ , det vil si rødt lys enn det øye kan se. Da vi målte på veggen var måleapparatet 10 cm unna veggen. Grunnen til dette er at vi ikke ønsker varme opp veggen med kroppene våre, og heller ikke skygge for veggen, mens vi gjør en mest nøyaktig måling av romtemperaturen. Målingene ble gjort  $90^\circ$  på veggen fordi dette vil gjøre at IR-termometeret gjør mest nøyaktige målinger siden området termometeret måler vil være en presis og stram sirkel.

Når vi ser på målingene vist i tabell I på side 6 ser vi at målingen er avhengig av hvilken reflektert bakgrunn det er. Hvis det er et menneske som reflektert bakgrunn går målt temperatur opp med rundt  $10^\circ\text{C}$ . La oss sammenlikne temperaturer målt for aluminiumsboksen med IR-termometer iforhold til termistormålingene. Med IR-termometer fant vi en temperatur på  $20.0 \pm 0.3^\circ\text{C}$ . Med termistor fant vi at temperaturen var på  $19.4 \pm 0.5^\circ\text{C}$ . De to målingene ligger innenfor standardavviket til hverandre, men avviker fortsatt fra hverandre med en halv grad. En mulighet årsak til dette er at det er vanskelig å måle temperaturen til blanke overflater med et IR-termometer. Siden IR-termometeret beregner en temperatur fra strålingen som blir sendt fra et objekt blir termometeret *lurt* av at legmet reflekterer stråling, siden dette fører til måling av stråling som ikke kommer fra legmet. Hvis objektet har en lav verdi for reflektansen  $r$ , og høy verdi for  $e$  gir det mer nøyaktige målinger med et IR-termometeret. Jeg ville derfor tro at målingen fra termistoren er mer nøyaktig enn målingen med IR-termometeret. For disse målingene er det også usikkerhet i festing av ledninger, oppvarming av måleapparat og måleobjekt som kan ha ført til systematiske feil, som vi mener dominerer feilkildene for denne målingen.

Målingene gjort på Leslie's kube med IR-termometer er vist i tabell II på side 6. Disse målingene varierer veldig avhengig av om overflaten er matt eller blank. Siden målingene er gjort med et IR-termometer beregner termometeret en temperatur fra varmestrålingen termometeret mottar fra objektet. Objekter med matt overflatene absorberer en større andel av varmestråling den mottar, siden slike flater har en høy emmissivitet,  $e$ . Objektet sender ut igjen varmestråling etter varianten av Stefan-Boltzmann's lov i likning (9). Med utgangspunkt i denne likning ser vi at overflater med en høy emmissivitet sender ut en høyere varmestråling, dette gjør at vi måler en høyere verdi for temperaturen til Leslie's kube på de matte overflatene, siden disse flatene har en høyere emmissivitet. Derimot for de blanke overflatene, som har en lav verdi for emmissivitet, måler vi en lavere verdi for temperaturen. Hvis vi skal beregne en temperatur til Leslie's kube med IR-termometer er det målingene fra de matte sidene som gir det mest nøyaktige svaret. De blanke flatene reflekterer strålingen



den mottar fra uttsiden av boksen, mens de matte sidene sender ut varmestråling fra oppvarmingen som skjer på innsiden av boksen. Vi ser også at målingene gjort på de matte overflatene stemmer godt overens med målingen av temperatur fra termistoren til Leslie's kube. Fra å sammenligne temperaturen fra de matte sidene av Leslie's kube, og temperaturen målt med termistoren, kan vi kvantitativt anta at emmissiviteten er på rundt 0.9.

Med verdiene vist i tabell III på side 6 og likning (8) kunne vi beregne en verdi for emmissiviteten til aluminiumsklossen. Vi fant at  $\epsilon_1 = 0.0367 \pm 0.0005$ , siden den maksimale emmissiviteten er 1 er dette en lav verdi. Dette stemmer godt med at aluminiumsklossen er blank, og reflekterer mesteparten av det synlige lyset som den blir truffet av. Selv om IR-termometeret måler bølgelengder utenfor det synlige spekteret er som regel reflekterende objekter i det synlige spekteret også reflekterende utenfor det synlige spekteret. Det er flere kilder til usikkerhet. I utregningen av emmissiviteten antok vi en verdi for emmissiviteten til den matte, mørke, overflaten til Leslie's kube, hvis denne verdien avviker fra den reelle vil det forårsake en systematisk feil verdi for emmissiviteten. Det kan også være tilfeldig feil fra at vi hadde en stor avstand mellom aluminiumskuben og Leslie's kube, som ga oss en stor avstand IR-termometeret målte over, som betyr at den analyserer et større areal. Det er også viktig å huske på at likning (8) er en approksimasjon, som kan føre til feil, men disse feilene er mest sansynlig svakere enn feil fra målinger.

### C. Varmedledning i aluminiumsstang

Den første eksperimentet for å beregne den termiske diffusiviteten var misslykket. Dataen vi fikk for denne målingen er vist i figur 6 på side 7. Det er flere årsaker til at denne målingen ikke fungerte. Under festingen av issylinderen i toppen av røret brukte vi for lang tid og hendene våre var i for mye kontakt med isen, som varmet den opp. Grunnen til at vi brukte ekstra tid under festingen av isen var at isen hadde vært oppbevart for lenge i romtemperatur før eksperimentet begynte, og isen hadde derfor begynt å smelte, som gjorde at det rant vann ut av beholderen og noe ned i stangen før festingen av isbiten. Da det samme forsøket ble gjort av Alex Read ble feilene ikke gjort, og vi fikk målingene vist i figur 7 på side 7. Denne dataen brukte vi videre. Vi ser at målingene i figuren gir fysisk mening. Temperaturforandringen målt nærmest kontaktpunktet med isen skjer fort og tidlig, og dette avtar jo lengere unna målepunktet er isen. Grafen som viser forholdet mellom temperaturen  $T$  og  $\eta$  vist i figur 8 på side 7 viser oss at vi får en tilnærmet kontinuerlig graf for dette forholdet, utenom målinger gjort av termistoren på  $x_1$ .

Under beregningen av den termiske diffusiviteten fant vi stigningstallet til dataen vist i figur 9 på forrige side. Fra figuren ser vi at målingene er lineære for alle målepunkter utenom  $x_1$ . Grunnen til dette er at  $x_1$  er så høyt opp på stangen, og dette fører til en veldig lav  $\eta$  og stor usikkerhet. Derfor tok vi ikke med målingene gjort av  $x_1$  for å beregne proposjonalitetskonstanten til målingene. Vi ser også at det samme har skjedd i figur 8 på side 7.

For å finne uttrykket til å beregne den termiske diffusiviteten (18) har vi tilnærmet stangen som en uendelig lang endimensjonal stang. I eksperimentet derimot brukte vi en endelig lang tredimensjonal stang. Det er viktig å påpeke hvorfor denne tilnærmelsen fungerer.

Vi kan tilnærme stangen som en-dimensjonal siden lengden av

stangen er så mye større enn tversnittet, dette gjør at varmespredningen i stangen tilnærmet beveger seg i en dimensjon. Et lavere tversnittsareal hadde gjort tilnærmingen enda bedre, for eksempel med en diameter på 1cm.

Ved å tilnærme stangen som uendelig lang sier vi at varmespredningen vil aldri nå bunnen av stangen og skape randproblemer. Hadde temperaturen nådd bunnen av stangen ville vi fått problemer med at varmespredningen hadde stoppet opp, men dette skjedde ikke under vårt eksperiment, som vi ser fra at temperaturemålingene fra  $x_4$ , som var det laveste målepunktet, dette er vist i figur 7 på side 7, har en veldig liten temperaturforandring under forsøket og sank jevnt og kontinuerlig.

Vi antok også en konstant temperatur der vi festet isen i  $x = 0$ . For at denne antagelsen skal stemme med målingene ignorer vi de aller første målepunktene i utregningen av  $D$ . Grunnen til dette er at temperaturen i  $x = 0$  blir først konstant etter noen sekunder i kontakt med isen. Vi venter til temperaturen målt ved  $x_1$  er på  $4^\circ\text{C}$  før vi kan tilnærme den som konstant, og med alle målingene etter dette tidspunktet beregner vi stigningstallet. I figuren 9 på forrige side har vi bare tatt med målepunkter etter  $x_1$  ble  $4^\circ\text{C}$ .

Vi antok også at stangen hadde en konstant temperatur ved  $t = 0$ . Denne antagelsen vet vi stemmer ved at vi gjorde målinger av temperaturen til stangen før den kom i kontakt med isen. Disse målingene er vist i figur 5 på side 7, her ser vi at temperaturen er konstant til hver posisjon, og at den største temperaturforskjellen før stangen kom i kontakt med isen var på  $0.1^\circ\text{C}$ , denne tilnærmingen var godt begrunnet.

Disse tilnærmingene kan føre til systematiske feil, men disse feilene mener vi er neglisjerbare iforhold til usikkerhet i målingene og stigningstallet.

Eksperimentet for å måle den termiske diffusiviteten var et simpelt oppsett med mye rom for feil. De største årsak til feil er de systematiske feilene. Dette kan vi se fra å sammenlikne den eksperimentelle verdien for den termiske diffusiviteten med den analytiske. Siden vi har tatt med usikkerheter til målepunktene i beregningen av usikkerhetene i  $D$ , burde den eksperimentelle og den analytiske være innenfor usikkerheten til hverandre, men det er de ikke. Derfor må det være systematiske feil som har påvirket resultatene. Mulige systematiske feil kan være at isen ikke kom i god kontakt med stangen, en feilmåling på en av de fire referansemotstandene, dårlige koblinger eller ledninger i kretsen, en feil i kalibreringen for Steinhart-Hart-likningen (1), feil under festing av isen, en feil i en av termistorene, en feil i kretskoblingen eller en feil i matlabprogrammet. Alle disse eksemplene ville forårsaket store systematiske feil i resultatet. Resultatene vi målte ga fysisk mening, var lineære der teorien forventet det, og var stabile på test-målingene før eksperimentet, men dette utelukker ikke systematiske feil. På grunn av avvik mellom teoretiske og eksperimentell verdi til den termiske diffusiviteten var det systematiske feil som påvirket resultatet, og førte til et avvik på rundt 60%.

Av tilfeldige feil kan det være irregulære temperaturforandringer fra omgivelsene som isolasjonen ikke beskyttet mot og tilfeldig støy i kretsen. For å redusere de tilfeldige feilene kunne vi gjort eksperimentet flere ganger.

Når vi sammenligner verdien vi beregnet for den termiske diffusiviteten eksperimentelt med den teoretiske verdien ser vi at det avviker med rundt 60%. En årsak til dette kan være at de teoretiske verdiene vi brukte for å beregne  $D$  analytiske ikke stemmer eksakt med de samme verdiene i stangen brukt i eksperimentet. Stangen brukt i eksperimentet hadde hull for

å måle temperatur itillegg til urenheter i metallet, og at stangen var gammel og godt brukt, men hovedsaklig er årsaken de systematiske feilene som kan ha skjedd under eksperimentet. På grunn av avviket mellom den eksperimentelle verdien vi fant for den termiske diffusiviteten og den analytiske ser det ut til at vi burde ha gjort eksperimentet på en mer nøyaktig måte. For at eksperimentet skulle vært mere nøyaktig hadde det vært ønskelig med flere målepunkter langs staven, itillegg til en høyere målingsfrekvens, dette hadde vært spesielt nyttig på starten av eksperimentet siden det kan være vanskelig å definere et tidspunkt for  $t = 0$ . Siden det første målepunktet  $x_1$  var for høyt oppe på stangen førte dette til at målingene fra denne termistoren ikke ble brukt i beregningen av  $D$ , dette var dårlig bruk av utstyr. Termistoren hadde spilt en viktig rolle om den var plassert bedre. Det hadde også vært fordelaktig å kunne feste issylindren godt uten å være i kontakt med aluminiumstangen.

## VI. KONKLUSJON

Ved å gjøre eksperimentene diskutert i denne rapporten har vi forstått de forskjellige måtene å måle temperatur på. Vi har sett på hvordan overflaten til hva vi måler på, og hvordan reflektert bakgrunn påvirker resultatet. Vi har gjort en grundig måling på hvordan varme sprer seg i et legeme, og fra disse målingene kunnet beregne den termiske diffusivitetskonstanten til en aluminiumsstang.

Ved å sette opp et eksperiment der vi målte den termoelektriske spenningsforskjellen mellom to systemer i likevekt med et termoelement fant vi en temperaturforskjell på  $0.00 \pm 0.49^\circ\text{C}$ . Vi kunne garantere at de to systemene var i termisk likevekt ved at begge systemene var iskuber med lik temperatur. Ved å gjøre samme måling, men mellom en aluminiumskloss og isklossen kunne vi regne ut temperaturen til aluminiumsklossen ved å anta at temperaturen til isen var  $0^\circ\text{C}$ . Fra dette fant vi at temperaturen til aluminiumsklossen i romtemperatur var på  $18.5 \pm 0.5^\circ\text{C}$ . Fra å måle temperaturen til aluminiumsklossen, men denne gang med termistor, kunne vi sammenlikne verdiene fra de to målingene. Målingen av resistansen til termistoren og en kalibrert Steinhart-Hart-likning ga oss at temperaturen til aluminiumsklossen var  $19.4 \pm 0.5^\circ\text{C}$ .

Ved å bytte måleinstrument til et IR-termometeret kunne vi måle temperaturen til de forskjellige sidene av Leslie's kube og sammenlikne dette med temperaturen fra den innebygde termistoren. Målingene vi gjorde viste oss at de matte overflatene av Leslie's kube ga oss temperaturer som stemte godt overens med temperaturen målt med termistoren, mens temperaturmålingene fra de blanke overflatene ga oss gale resulater. Dette viser hvor viktig det er å vite hva slags overflate man måler på med IR-termometer. Fra målingene kunne vi også beregne en verdi for emmisiviteten til aluminiumsklossen.

Når vi skulle regne ut den termiske diffusiviteten til en metallstang måtte vi først vite hva resistansen til referansemotstandene var, og posisjonene til termistorene før vi startet eksperimentet. Fra å analysere temperaturene målt under eksperimentet kunne vi beregne en verdi for den termiske diffusiviteten til aluminiumsstangen, vi fant at den var  $60.6 \pm 0.3 \mu\text{m}^2/\text{s}$ .

### Utstyrliste

- Termoelement
- To termistorer
- To håndholde mutlimetere (Fluke75)
- Lab-multimeter (Fluke 45)
- Loddebolt
- Isbiter
- teip
- IR-termometer (Fluke62)
- Leslie's kube
- Fire motstander med  $R \in [118, 200]\text{k}\Omega$
- Breadbord
- Akvisisjonsboks (NI USB-6211)
- Aluminiumsstang med isolasjon og isbitholder
- Skyvelær (Cocraft digital vernier caliper)

- 
- [1] Squires, G.L. Practical Physics, Cambridge University Press, 2001.
- [2] Dysthe, D.K. Røyne, A. Ulven, U.I Temperatur og Varme februar 2013, sist endret 21. februar 2018
- [3] T. Engeland, M- Hjorth-Jensen, S. Viefers, A. Raklev, E.G Flekkøy Kompendium i FYS2140 Kvantefysikk Fysisk institutt

Universitet i Oslo, 2017

- [4] R. Rennie Oxford Dictionary of Physics seventh edition 2017
- [5] T. Lindstrøm, K. Hveberg Flervariabelanalyse med lineær algebra, 2. utgave 2015