

## Project 3: 求解微分方程边值问题的有限元方法

对于一维椭圆型方程的边值问题：

$$\begin{cases} -(p(x)u'(x))' + u(x) = f(x), & 0 < x < 1, \\ u(0) = 0, p(1)u'(1) + u(1) = \beta, \end{cases} \quad (1)$$

式中 $p(x) = 1 + x^2$ ，而可通过先设定满足 $u(0) = 0$ 的函数 $u$ 来获得 $f$ 和 $\beta$ 。试用有限元方法求解该问题，具体步骤包括：

- 给出问题(1)的虚功原理等价描述；
- 通过合适构造有限元空间获得有限元方法；
- 通过画图方式给出有限元方法在不同网格剖分下的数值结果；
- 通过表格说明有限元解的误差随网格尺度变化的关系。