

## Варіант 2

**Задача 2.1** Знайдіть перші три власні значення задачі

$$\lambda u = (5 + e^x)u - \frac{d^2 u}{dx^2}, \quad u(0) = 0, \quad u(1) = 0$$

методом пристрілювання. Використайте один із методів Рунґе-Кутти для розв'язання задачі Коші. Побудуйте графіки перших трьох власних функцій.

**Задача 2.2** Розв'яжіть рівняння

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x,$$

$$u(x, t = 0) = x - x^2, \quad u(x = 0, t) = u(x = 1, t) = 0$$

на часовому інтервалі  $[0, 1]$ , застосувавши одну з неявних схем на ваш смак. Побудуйте графіки  $u(x, t = 0.3)$ ,  $u(x, t = 0.5)$ ,  $u(x, t = 1)$ . Спробуйте порівняти з аналітичним розв'язком, знайденим методом Фур'є.

**Задача 2.3** Розв'яжіть методом скінченних елементів крайову задачу

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left\{ [4 \sin(\pi x) + 1] \frac{\partial u}{\partial x} \right\} + \cos(\pi x) u = -4 \cos(2\pi x), \quad u'(0) = 0, \quad u(1) = 1.$$