MAP0214-Cálculo Numérico com Aplicações à Física 08/out/2020
Prof. Arnaldo Gammal

**3o. PROGRAMA - Integração Numérica**

**1)** Construa um programa em **precisão simples** que calcule numericamente a integral $I = \int_0^1 (7 - 5x^4)dx$ usando o método de Trapézios.

a)Faça uma tabela na forma

| $p$ | $N$ | $---I_{num}---$ | $---erro---$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | | |
| 2 | 4 | | |
| . | . | | |
| . | . | | |
| . | . | | |
| 25 | 33554432 | | |

onde $N = 2^p$ é o número de intervalos, $erro = |I_{num} - I|$ e $I$ é o valor analítico da integral.

b) Faça um gráfico de $\log_{10} erro$ em funçao de $p$, eliminando os pontos em que eventualmente $erro = 0$. Repita os cálculos em **dupla precisão** e coloque os resultados no mesmo gráfico. Indique nos gráficos os efeitos do erro de Truncamento do método e erro de "Roundoff"da representação de ponto flutuante. Determine a partir do gráfico a ordem de grandeza do erro do método de empregado e "Roundoff"e compare com os teóricos $\mathcal{O}(h^2)$ e $\mathcal{O}(\sqrt{N})$, respectivamente. Explique o que está acontecendo à medida que se aumenta $N$.

**2)** O período de um pêndulo simples para ângulos pequenos ($\theta_0 < 10°$) é dado aproximadamente por $T_{Galileu} = 2\pi\sqrt{l/g}$. Para ângulos apreciáveis e desprezando a resistência do ar, a expressão para o período é

$$T = 4\sqrt{\frac{l}{g}} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \xi}} d\xi, \tag{1}$$

onde $k \equiv \sin(\theta_0/2)$ e $\theta_0$ é o ângulo inicial em **radianos**. Com o método de Simpson, calcule a integral acima e construa uma tabela com 10 valores de $\theta_0$ e $T$, com $\theta_0$ variando no intervalo $[0, \pi)$. Aumente bem o número de valores $\theta_0$ e faça um gráfico de $T/T_{Galileu}$ em função de $\theta_0$. Use o número de divisões trapezoidais que achar necessário.

**3)** Cálculo da área sob a curva $y = x^4$, $0 < x < 1$, usando o método de Monte-Carlo.

a) Construa primeiro uma rotina random($Z_i$) que retorne números aleatórios uniformemente distribuídos por "linear congruential generator"com $Z_{i+1} = (aZ_i + c) \mod m$, onde $a = 1103515245$, $c = 12345$, $m = 2147483647$ e $U_i = Z_{i+1}/m$. $U_i$ é o número entre 0 e 1 gerado. Use seu número USP como semente inicial $Z_0$. (em C declare os inteiros unsigned long long e em FORTRAN use integer*8)

b) Faça UMA tentativa jogando 100 pontos $(x, y)$, $0 < x < 1$ e $0 < y < 1$ aleatoriamente e determine o valor da área sob a curva usando

$$I \sim \frac{\text{número de pontos dentro}}{\text{número total de pontos}} \tag{2}$$

c) Faça um estudo com diferentes números de tentativas $N_t = 2, 4, 8, 16..., 131072$. (cada tentativa joga 100 pontos aleatórios). Construa a seguinte tabela

| $N_t$ | $---I_m---$ | $---\sigma---$ | $---\sigma_m---$ |
|---|---|---|---|
| 2 | | | |
| 4 | | | |
| . | | | |
| . | | | |
| . | | | |
| 131072 | | | |

onde $I_m$ é o valor médio da integral, $\sigma$ é o desvio padrão e $\sigma_m$ é o desvio padrão da média, dados pelas fórmulas:

$$I_m = \frac{1}{N_t} \sum_{i=1}^{N_t} I_i, \tag{3}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N_t - 1} \sum_{i=1}^{N_t} (I_i - I_m)^2, \tag{4}$$

e $\sigma_m = \sigma/\sqrt{N_t}$.
O valor da integral é dado por $I_m \pm \sigma_m$.

**O QUE É PARA ENTREGAR:**

**1a) programa (só em precisão simples)**
**1b) tabela impressa precisão simples**
**1c) tabela impressa precisão dupla**
**1d) gráfico com curvas do erro precisão simples e dupla, indicando efeitos erros de truncamento do Simpson e de "Roundoff"+ ordem de grandeza do erro + Explicação.**
**2) programa + tabela + gráfico**
**3) programa + tabela do item c**

Referências

P.A. Stark, *Introduction to Numerical Methods*, Macmillan Company, 1970, p.210.
A. Ralston and P. Rabinowitz, *A first course in Numerical Analysis*, Dover, 1978, pp.9-11.
L.D. Landau and E.M. Lifshitz, *Mechanics*, 3rd edition, Pergamon, 1976.
N. Giordano, *Computational Physics*, Prentice Hall, 1997.

Dúvidas c/ Professor na aula

Dúvidas c/ Monitor