

# Estudo de Emissão e Atenuação de Raios-X

## AUTORES

Bruno Castrucci Rehder

NºUSP: 10801767 - [brunorehder@usp.br](mailto:brunorehder@usp.br)

Ícaro Vaz Freire

NºUSP: 11224779 - [ivfreire@usp.br](mailto:ivfreire@usp.br)

Matheus Manera Furtado

NºUSP: 12733622 - [matheusmaneraf@usp.br](mailto:matheusmaneraf@usp.br)

Vinícius Ferreira El-Helou

NºUSP: 12557470 - [vfhelou@usp.br](mailto:vfhelou@usp.br)

Instituto de Física, Universidade de São Paulo - SP

## Resumo

*Este artigo científico apresenta um estudo experimental da emissão e atenuação de raios-X em cristais de cloreto de sódio (NaCl) e brometo de potássio (KBr). Para isso, foram realizadas medidas de espectroscopia de raios-X em amostras dos dois cristais, utilizando um difratômetro. Parte do experimento foi medir o espectro de emissão de um tubo de molibdênio, onde foi possível observar as curvas características das energias deste metal pela difração e fazer uma estimativa experimental para a constante universal de Planck. A outra parte foi medir o efeito que filtros metálicos de zircônio, molibdênio e alumínio têm sobre a intensidade do feixe de fótons. Neste último foi apreciável a diminuição da intensidade do feixe observada. Com os dados coletados e com a análise realizada, o experimento cumpriu com os seus objetivos.*

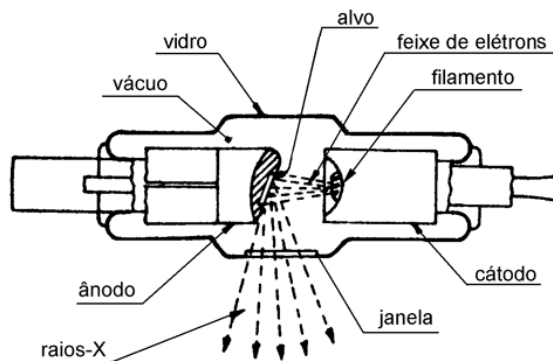
## I. INTRODUÇÃO

Para esse atual experimento, tivemos como objetivo estudar e nos familiarizar com equipamentos de emissão de raios-X, e com outros fenômenos associados, como espectros produzidos pela interação dessa radiação eletromagnética com a matéria e a difração dos raios-X em cristais. Por fim, devemos também conseguir determinar o espectro de emissão de raios-X característicos do tubo de molibdênio e determinar a constante de Planck a partir do fenômeno de radiação de freamento, ou Bremsstrahlung.

## II. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Antes de tudo, é necessário entender o funcionamento dos raios-X e do equipamento utilizado em si. Raios-X são ondas eletromagnéticas de frequência além do ultravioleta, com comprimentos de onda da ordem de grandeza de entre  $10^{-8} m$  a  $10^{-11} m$ , são um tipo de radiação de alta energia, com capacidade de penetrar organismos vivos e tecidos de menor densidade.

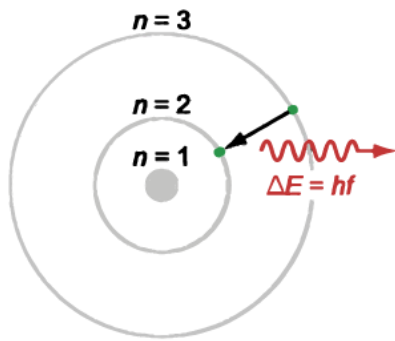
O equipamento utilizado se trata de um tubo de raios-X catódico, como o ilustrado abaixo.



**Figura 1.1:** Esquema ilustrativo de um tubo de raios-X, onde elétrons são emitidos termicamente do cátodo e acelerados em direção ao ânodo devido a uma diferença de potencial, de modo que raios-X são emitidos quando os elétrons são freados ao atingi-lo.

O tubo funciona do seguinte modo: O cátodo é aquecido pela passagem da corrente elétrica no filamento e libera elétrons com alta velocidade nesse processo. Esses elétrons então são fortemente atraídos pelo ânodo, e nessa atração, eles se colidem. Com essa colisão, os elétrons do ânodo são expulsos de suas órbitas, e então elétrons de camadas mais energéticas realizam saltos de

suas camadas para esses espaços de vacância e liberam energia, no caso, os Raios-X, este é o processo que estará acontecendo no atual experimento.



**Figura 1.2:** Esquema ilustrativo de um salto eletrônico com a liberação de energia.

A difração de raios-X, fenômeno também abordado nesse experimento. Pelo fato das estruturas cristalinas serem altamente organizadas e geométricas e os átomos de um cristal apresentarem um espaçamento uniforme, o feixe de raios-X incidir no cristal sofrerá um padrão de interferência.

Logo, quando os raios-X são difratados, eles formariam franjas de difração, e a partir disso, prever os ângulos onde seriam encontrados os picos de intensidade máxima de difração.

### III. DESCRIÇÃO EXPERIMENTAL

Para esse experimento foram usados os seguintes equipamentos: um gerador de Raios-X de alta tensão (~20 - 30 kV); um contador Geiger-Muller sensível à intensidade de um feixe de fótons acoplado a um motor de passo que permite mudar o ângulo de medida; dois cristais sólidos de cloreto de sódio (NaCl) e brometo de potássio (KBr); e filtros de Raios-X de Zr, Mo e Al.

O equipamento emissor de raios-X permite variar os parâmetros da coleta de dados. Pode-se configurar: a tensão de aceleração do elétrons  $U$ ; a corrente elétrica total  $I$ ; os ângulos mínimo e máximo,  $\beta_{min}$  e  $\beta_{max}$ ; o passo angular  $\Delta\beta$ ; e o tempo de aquisição dos fótons  $\Delta t$ .

Antes de realizar as medidas, é preciso calibrar o equipamento ao cristal utilizado na medida, pois o não alinhamento inicial pode causar erros sistemáticos nas medidas dos ângulos.

As medidas do espalhamento de raios-X foram feitas para cada um dos cristais fornecidos (NaCl e KBr).

#### Picos de emissão

O primeiro conjunto de dados, para cada cristal, foi medido com os seguintes parâmetros:

- $U = 35kV$
- $I = 1,0 mA$
- $\beta_{min} = 2,5^\circ$
- $\beta_{max} = 30,0^\circ$
- $\Delta\beta = 0,1^\circ$
- $\Delta t = 1s$ .

Para este conjunto, vamos determinar a posição dos picos de emissão correspondentes do molibdênio.

#### Constante de Planck

Para o segundo conjunto de dados, foram coletados dados para 5 valores de tensão de aceleração dos elétrons  $U$ :

$$U = \{35, 30, 26, 22, 18\} kV$$

Para cada tensão, foram configurados os seguintes parâmetros:

- $I = 1,0 mA$
- $\beta_{min} = 2,5^\circ$
- $\beta_{max} = 12,0^\circ$
- $\Delta\beta = 0,1^\circ$
- $\Delta t = 3s$

Para os cinco conjuntos de dados de cada cristal, estimamos o comprimento de onda mínimo  $\lambda_{min}$  para o qual há emissão de raios-X. A partir do  $\lambda_{min}$ , podemos estimar o valor da constante de Planck  $h$ .

$$h = 4,136 \cdot 10^{-15} eVs$$

#### Absortância

O terceiro conjunto de dados foi tomado para estimar a absorção de raios-X pelos filtros metálicos fornecidos. Os parâmetros de medida foram:

- $U = 35kV$
- $I = 1,0 mA$
- $\beta_{min} = 2,5^\circ$
- $\beta_{max} = 12,0^\circ$
- $\Delta\beta = 0,1^\circ$
- $\Delta t = 10s$

Foram feitas quatro medidas: sem filtro e com os filtros de Zr, Mo e Al respectivamente.

## IV. DISCUSSÃO E RESULTADOS

Os dados foram coletados para cada cristal (NaCl e KBr).

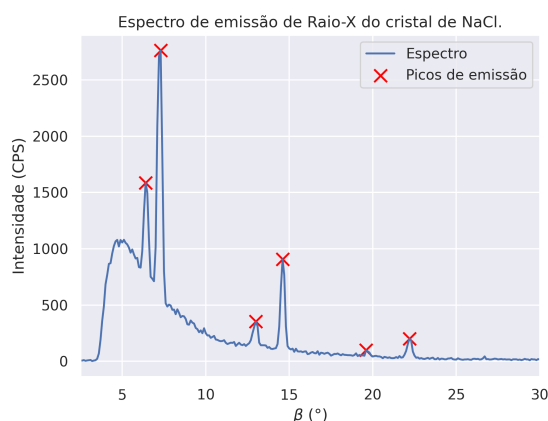
**Cloreto de sódio (NaCl)**

O parâmetro de rede do cristal de cloreto de sódio é conhecido *a priori*:

$$a_{NaCl} = 0,564 \text{ nm}^1$$

**Picos de emissão**

Para os primeiros dados, o espectro de emissão medido pode ser visto na *Figura 4.1.1*, com a indicação dos picos característicos do molibdênio.



**Figura 4.1.1:** Intensidade do feixe de raios-X pelo ângulo  $\beta$  da medida para o cristal de NaCl com respectivos picos de emissão indicados.

Qualitativamente, o espectro da *Figura 4.1.1* é semelhante ao esperado. Há o fundo de emissão da fonte de raios-X e os picos característicos do filtro de Molibdênio próximo aos valores esperados.

Pela *Lei de Bragg*, temos:

$$n\lambda = a_{NaCl} \cdot \sin(\beta) \quad (3.1.1)$$

Para os casos de  $n = 1, 2$  e  $3$ , podemos reescrever a (3.1.1) como:

$$\lambda = \frac{5,64 \cdot 10^{-10}}{n} \cdot \sin(\beta) \quad (3.1.2)$$

Substituindo com os respectivos valores de  $\beta$  dos máximos e  $n$ , podemos encontrar os valores de  $\lambda$  e, por consequência, os valores das energias características.

**Tabela 4.1.1:** Valores dos ângulos, comprimentos de onda e energias correspondentes a cada pico.

|         | $\beta$ (°) | $\lambda$ (Å) | $E_f$ (keV) |
|---------|-------------|---------------|-------------|
| $n = 1$ | 6,4         | 0,629         | 19,7        |
|         | 7,3         | 0,717         | 17,3        |
| $n = 2$ | 13,0        | 0,634         | 19,6        |
|         | 14,6        | 0,711         | 17,4        |
| $n = 3$ | 19,6        | 0,631         | 19,7        |
|         | 22,2        | 0,710         | 17,5        |

Os valores de  $\kappa_\alpha$  e  $\kappa_\beta$  esperados são respectivamente  $\kappa_\alpha = 19,6083 \text{ keV}$  e  $\kappa_\beta = 17,4793 \text{ keV}$ .<sup>2</sup>

Comparando com os valores de  $\kappa_\alpha$  e  $\kappa_\beta$  do Mo, já conhecidos consultando tabela com os valores, vemos que os resultados encontrados e calculados são bem próximos dos valores esperados.

Considerando mais casas decimais, os valores de  $\kappa_\alpha$  e  $\kappa_\beta$  encontrados tem um desvio de 0,95% e 0,65% respectivamente.

Considerando os comprimentos de onda encontrados e os respectivos  $n$  e  $\theta$ , podemos reescrever a (3.1.1) isolando o  $\theta$ , tendo:

$$\beta = \arcsin\left(\frac{n \cdot \lambda}{5,64 \cdot 10^{-10}}\right) \quad (3.1.3)$$

Os ângulos calculados para  $n = 2$  e para  $n = 3$  esperados depois de realizados os cálculos apresentam valores próximos. Para  $n = 2$ , apresentou desvios de 0,85% e 0,88% para os ângulos, e para  $n = 3$  apresentou desvios de 0,25% e de 0,99% para os ângulos.

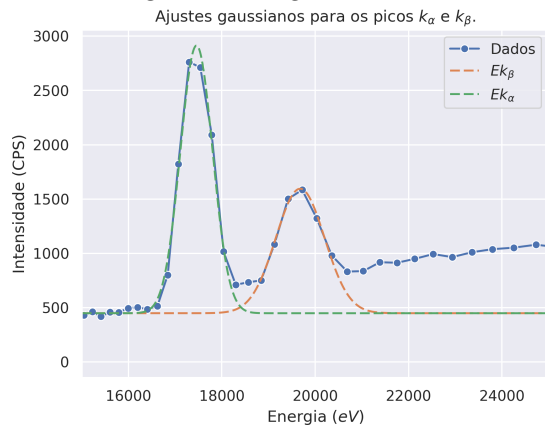
Portanto, os valores encontrados para os picos de emissão característicos do molibdênio possuem < 1% de dispersão do valor esperado. Porém, para estimar a compatibilidade dos valores obtidos, a incerteza dos picos deve ser estimada.

Para fazer uma estimativa mais próxima da verdadeira da incerteza dos picos, podemos fazer ajustes gaussianos da forma:

$$y(x) = H + A \cdot \exp\left[\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

onde,  $H$  é um parâmetro de correção linear que compensa a emissão de fundo,  $A$  é a amplitude da intensidade emissão,  $\mu$  é o valor da energia do pico e  $\sigma$  é a largura da curva gaussiana.

Aplicando os ajustes gaussianos aos picos do cloreto de sódio, obtemos o gráfico da Figura 3.1.2.



**Figura 4.1.2:** Gráfico da intensidade do feixe de raios-X pelo ângulo  $\beta$  de medição para o cristal de NaCl com respectivos picos de emissão indicados.

As médias  $\mu$  e os desvios  $\sigma$  das gaussianas da figura acima estão na Tabela 4.1.2.

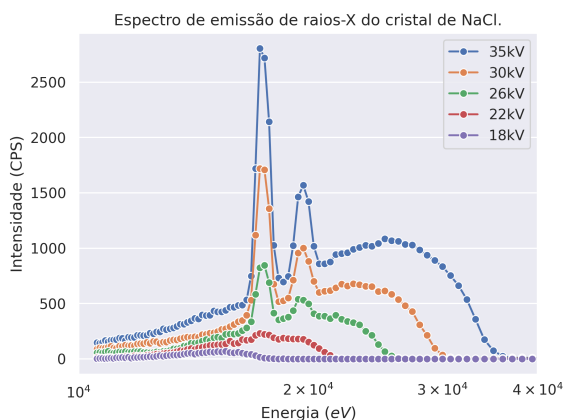
**Tabela 4.1.2:** Valores dos parâmetros dos ajustes gaussianos aplicados aos picos de emissão característicos para  $n = 1$ .

|                 | $\mu$ (eV) | $\sigma$ (eV) |
|-----------------|------------|---------------|
| $\kappa_\alpha$ | 19.679,21  | 521,28        |
| $\kappa_\beta$  | 17.457,65  | 345,23        |

Ambos os valores esperados para as energias dos picos estão dentro do intervalo de incerteza, portanto as medidas são compatíveis.

### Constante de Planck

Os dados coletados para as diferentes tensões de aceleração dos elétrons estão presentes na Figura 4.1.3.



**Figura 4.1.3:** Intensidade do feixe de raios-X pelo ângulo  $\beta$  da medida para o cristal de NaCl com respectivos picos de emissão indicados.

No gráfico da figura acima, notamos que a intensidade do feixe é proporcional à tensão de aceleração dos elétrons

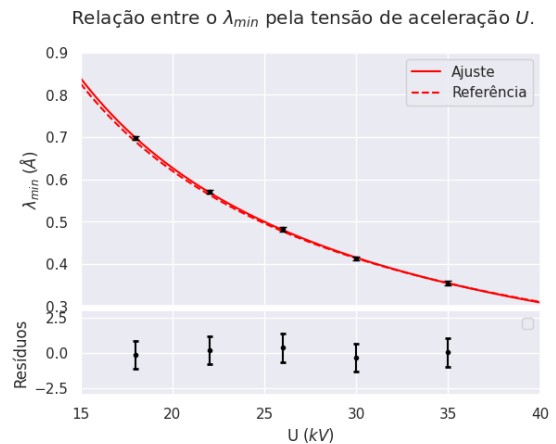
no emissor. Determinamos o  $\lambda_{min}$  e sua incerteza para cada tensão. A incerteza é obtida pela propagação de erros na equação para energia a partir do ângulo  $\beta$ .

**Tabela 4.1.3:** Valores de comprimento de onda mínimo para o espectro de cada tensão de aceleração dos elétrons.

| $U$ (kV) | $\lambda_{min}$ (Å) | $\sigma_\lambda$ (Å) |
|----------|---------------------|----------------------|
| 35,0     | 0,354               | 0,005                |
| 30,0     | 0,413               | 0,005                |
| 26,0     | 0,482               | 0,005                |
| 22,0     | 0,570               | 0,005                |
| 18,0     | 0,697               | 0,005                |

Os dados da tabela 4.1.3 estão apresentados no gráfico da Figura 4.1.4. O ajuste aplicado aos dados é da forma:

$$\lambda_{min}(U) = \frac{a}{U} + b \quad \text{onde } a = \frac{hc}{e}$$



**Figura 4.1.4:**  $\lambda_{min}$  em função da tensão de aceleração  $U$  dos elétrons, para o NaCl, com ajuste.

Os parâmetros do ajuste estão apresentados na Tabela 4.1.4.

**Tabela 4.1.4:** Valores dos parâmetros para o ajuste dos dados de tensão de aceleração e comprimento de onda mínimo.

| Parâmetros          | Valor                            | Incerteza                       |
|---------------------|----------------------------------|---------------------------------|
| $a$                 | $12,7 \text{ kV} \cdot \text{Å}$ | $0,1 \text{ kV} \cdot \text{Å}$ |
| $b$                 | $-9,95 \text{ mÅ}$               | $2,94 \text{ mÅ}$               |
| Análise de $\chi^2$ |                                  |                                 |
| NGL                 | $\chi^2$                         | $\chi_{red}^2$                  |
| 3                   | 0,28                             | 0,093                           |

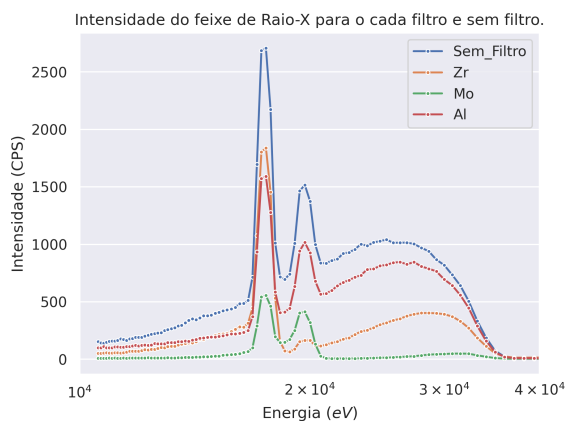
O intervalo de confiança de 95% do teste de  $\chi^2$  para 3 graus de liberdade é entre 0,21 e 9,3. Portanto, o ajuste está dentro do intervalo de confiança.

A partir do parâmetro  $a$  podemos calcular o valor da constante de Planck e sua incerteza.

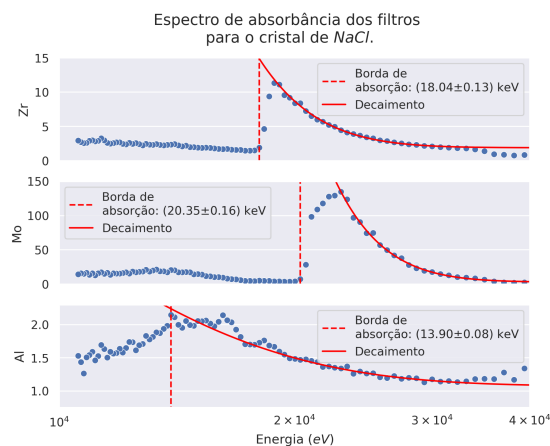
$$h = 4,250(24) \cdot 10^{-15} \text{ eVs}$$

### Absorbância

Os dados obtidos da intensidade do feixe de raios-X para os casos sem filtro e com filtro de Zr, Mo e Al, estão apresentados na Figura 4.1.5.



**Figura 4.1.5:** Intensidade do feixe em função da energia dos fótons de raios-X para cada caso: sem filtro e com filtros de Zr, Mo e Al.



**Figura 4.1.6:** Espectro de absorvância para cada filtro: Zr, Mo e Al com seus respectivos decaimentos exponenciais e bordas de absorção.

Os valores para as bordas de absorção estão apresentados na Tabela 4.1.5.

**Tabela 4.1.5:** Valores esperados e medidos para a borda de absorção da camada K dos filtros com o cristal de NaCl.

| Filtro | Energia esperada (keV) | Energia medida (keV) | Incerteza (keV) | t-value |
|--------|------------------------|----------------------|-----------------|---------|
| Zr     | 18,0                   | 18,04                | 0,13            | -0,4    |
| Mo     | 20,2                   | 20,35                | 0,20            | -1,0    |
| Al     | 1,6                    | 13,90                | 0,08            | -154,3  |

As incertezas dos dados das bordas foram obtidas pela propagação do erro de  $\beta$  para energia.

Dos dados para as bordas, vemos que os valores obtidos para o filtro de Zr e Mo são compatíveis com o esperado, pois o teste-t está dentro do intervalo de confiança de 95% para um grau de liberdade,  $|t| < 6,13^3$ . Os dados para o filtro de Al são inconclusivos, pois não é possível estimar o valor da borda de absorção a partir dos dados apresentados na Figura 4.1.6.

Usando os dados de energia e intensidade na borda de absorção dos dados do Zr e Mo, é possível estimar a espessura dos filtros absorvedores.

$$x = \frac{\ln(A)}{\mu}$$

onde,  $A$  é a absorvância e  $\mu$  o coeficiente de atenuação para a energia da borda.

**Tabela 4.1.5:** Espessuras dos filtros, em  $\mu\text{m}$ , encontradas a partir da absorvância da borda de absorção.

| Filtro | Espessura ( $\mu\text{m}$ ) | Incerteza ( $\mu\text{m}$ ) |
|--------|-----------------------------|-----------------------------|
| Zr     | 10,526                      | 0,087                       |
| Mo     | 24,97                       | 0,11                        |

### Brometo de potássio (KBr)

O parâmetro de rede do cristal de brometo de potássio é:

$$a_{KBr} = 0,659 \text{ nm}^1$$

### Picos de emissão

O primeiro conjunto de dados para o cristal de brometo de potássio está apresentado na Figura 4.2.1 junto com os respectivos picos de emissão característicos do molibdênio.



**Figura 4.2.1:** Espectro de emissão de raios-X em função do ângulo da medida para o KBr e com respectivos picos de emissão indicados.

Analisando qualitativamente o espectro de emissão para o KBr, podemos notar a emissão de fundo do emissor de raios-X e os picos característicos do molibdênio. Portanto, está como esperado.

Os valores dos ângulos  $\beta$ , comprimentos de onda  $\lambda$  e energia  $E_f$  dos picos, para cada  $n$  estão apresentados na Tabela 4.2.1.

**Tabela 4.2.1:** Valores dos ângulos em que se encontram os picos, os comprimentos de onda correspondentes e as energias calculadas para cada  $n$ .

|         | $\beta$ (°) | $\lambda$ (Å) | $E_f$ (keV) |
|---------|-------------|---------------|-------------|
| $n = 1$ | 5,5         | 0,632         | 19,6        |
|         | 6,2         | 0,712         | 17,4        |
| $n = 2$ | 11,1        | 0,634         | 19,5        |
|         | 12,5        | 0,713         | 17,4        |
| $n = 3$ | 16,5        | 0,624         | 19,9        |
|         | 19,0        | 0,715         | 17,3        |

Analogamente ao NaCl, para uma melhor estimativa dos picos de emissão e suas incertezas, aplicamos um ajuste gaussiano aos picos.



**Figura 4.2.2:** Picos de emissão do KBr com ajustes gaussianos.

**Tabela 4.2.2:** Valores dos parâmetros dos ajustes gaussianos aplicados aos picos de emissão característicos para  $n = 1$ .

|                 | $\mu$ (eV) | $\sigma$ (eV) |
|-----------------|------------|---------------|
| $\kappa_\alpha$ | 19.602,13  | 515,21        |
| $\kappa_\beta$  | 17.461,00  | 407,00        |

Os parâmetros dos ajustes da Figura 4.2.2 estão presentes na Tabela 4.2.2. Os valores esperados de  $\kappa_\alpha$  e  $\kappa_\beta$  estão dentro do intervalo de incerteza dos valores calculados, e portanto são compatíveis.

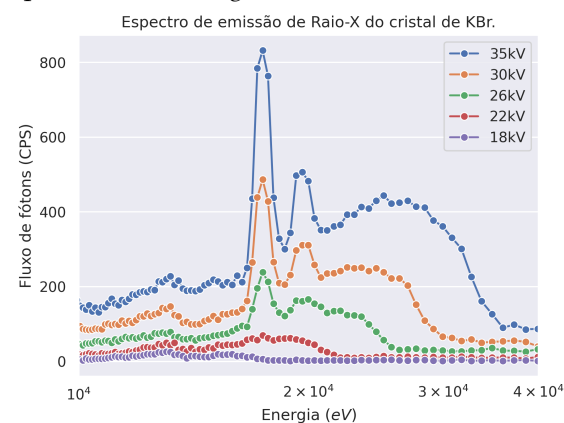
**Tabela 4.2.3:** Desvios percentuais dos valores esperados para os picos de emissão do molibdênio..

| Ordem | Desvio |
|-------|--------|
| 1     | 0,11%  |
| 2     | -0,34% |
| 3     | -0,32% |
| 4     | -0,54% |
| 5     | 1,35%  |
| 6     | -0,82% |

Na Tabela 4.1.3, estão apresentados os desvios percentuais dos valores de energia dos picos aos valores esperados teoricamente.

### Constante de Planck

Os espectros de emissão para as diferentes tensões estão apresentados na Figura 4.2.3.



**Figura 4.2.3:** Espectros de emissão do cristal de KBr para diferentes tensões de aceleração dos elétrons.

Os comprimentos de onda mínimos em que há emissão de raios-X para cada tensão estão apresentados na Tabela 4.2.4.

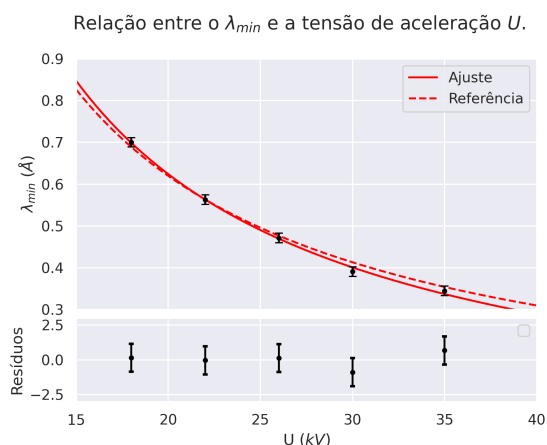


**Tabela 4.2.4:** Valores de comprimento de onda mínimo para o espectro de cada tensão de aceleração dos elétrons.

| $U$ (kV) | $\lambda_{min}$ (Å) | $\sigma_{\lambda}$ (Å) |
|----------|---------------------|------------------------|
| 35,0     | 0,345               | 0,011                  |
| 30,0     | 0,391               | 0,011                  |
| 26,0     | 0,471               | 0,011                  |
| 22,0     | 0,563               | 0,011                  |
| 18,0     | 0,700               | 0,011                  |

As incertezas dos  $\lambda_{min}$  foram estimadas a partir da propagação de erros do ângulo  $\beta$ .

Os dados da Tabela 4.2.4 estão presentes no gráfico da Figura 4.2.4 junto com o respectivo ajuste análogo ao caso do NaCl.

**Figura 4.2.4:**  $\lambda_{min}$  em função da tensão de aceleração  $U$  dos elétrons, para o KBr, com ajuste.

Os parâmetros do ajuste estão indicados na Tabela 4.2.5.

**Tabela 4.2.5:** Valores dos parâmetros para o ajuste dos dados de tensão de aceleração e comprimento de onda mínimo.

| Parâmetros          | Valor                             | Incerteza                        |
|---------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| $a$                 | $13,96 \text{ kV} \cdot \text{Å}$ | $0,35 \text{ kV} \cdot \text{Å}$ |
| $b$                 | $-4,55\text{E-}2 \text{ Å}$       | $1,46\text{E-}2 \text{ Å}$       |
| Análise de $\chi^2$ |                                   |                                  |
| NGL                 | $\chi^2$                          | $\chi^2_{red}$                   |
| 3                   | 1,3                               | 0,42                             |

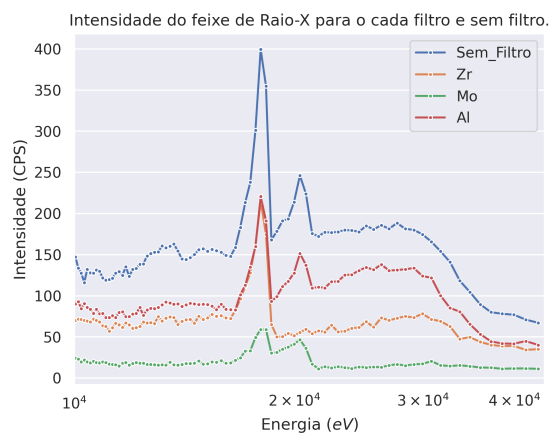
O intervalo de confiança de 95% para o teste de  $\chi^2$  é entre 0,21 e 9,3, portanto, o ajuste está dentro do intervalo.

O valor e incerteza da constante de Planck obtida a partir do ajuste é:

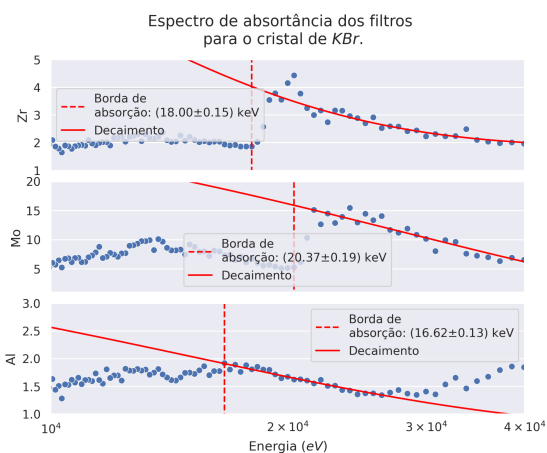
$$h = 4,47(12) \cdot 10^{-15} \text{ eVs}$$

## Absorbância

Os dados tomados do espectro de emissão de raios-X para os casos sem filtro e com filtro de Zr, Mo e Al estão presentes na Figura 4.2.5.

**Figura 4.2.5:** Intensidade do feixe de raios-X em função da energia dos fótons para cada caso: sem filtro e com filtros de Zr, Mo e Al.

Os espectros de absorbância para os diferentes casos junto com um ajuste para o decaimento exponencial da borda de absorção estão presentes na Figura 4.2.6.

**Figura 4.2.6:** Espectro de absorção para os diferentes filtros metálicos: Zr, Mo e Al com seus respectivos decaimentos exponenciais e bordas de absorção.

Os valores para as bordas de absorção estão apresentados na Tabela 4.2.5.

**Tabela 4.2.5:** Valores esperados e medidos para a borda de absorção da camada K dos filtros com o cristal de KBr.

| Filtro | Energia esperada (keV) | Energia medida (keV) | Incerteza (keV) | t-value |
|--------|------------------------|----------------------|-----------------|---------|
| Zr     | 18,0                   | 18,00                | 0,15            | 0,0     |
| Mo     | 20,2                   | 20,37                | 0,19            | -0,9    |

|    |     |       |      |        |
|----|-----|-------|------|--------|
| Al | 1,6 | 16,62 | 0,13 | -115,8 |
|----|-----|-------|------|--------|

Da tabela acima, vemos que os valores obtidos para o filtro de Zr e Mo são compatíveis com o esperado, pois o teste-t está dentro do intervalo de confiança de 95% para um grau de liberdade,  $|t| < 6,13$ <sup>3</sup>. Analogamente ao NaCl, os dados para o Al não apresentam borda de absorção clara, e portanto não é possível estimar o seu valor.

Usando os dados de energia e intensidade na borda de absorção dos dados do Zr e Mo, é possível estimar a espessura dos filtros absorvedores.

**Tabela 4.2.5:** Espessuras dos filtros, em  $\mu\text{m}$ , encontradas a partir da absorptância da borda de absorção..

| Filtro | Espessura ( $\mu\text{m}$ ) | Incerteza ( $\mu\text{m}$ ) |
|--------|-----------------------------|-----------------------------|
| Zr     | 10,12                       | 0,14                        |
| Mo     | 20,60                       | 0,20                        |

### Análise final

Para a constante de Planck, podemos tirar a média das estimativas feitas para o cristal de NaCl e KBr com sua respectiva propagação de incerteza.

$$h = (4,36 \pm 0,12) \text{ eVs}$$

Fazemos o teste-t desta estimativa com o valor esperado:

$$t = \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}$$

Obtemos um  $t$ -value de  $t = 1,8$ , este valor está dentro do intervalo de 95% de confiança para 6 graus de liberdade, ( $|t| < 1,9$ , foram 3 graus para cada medida)<sup>3</sup>.

Não há valor esperado para as espessuras dos filtros absorvedores, porém a compatibilidade entre os valores estimados pode ser verificada pelo teste-t com 1 grau de liberdade.

Para a espessura do filtro de Zr, obtemos um teste-t de  $t_{Zr} = 2,5$  e para o filtro de Mo,  $t_{Mo} = 19,1$ . Os valores para o filtro de Zr são compatíveis dentro de um intervalo de 95% ( $|t| < 6,13$ )<sup>3</sup>, porém, o valor do teste-t para as espessuras do filtro de Mo não está neste intervalo e logo não são compatíveis.

## V. CONCLUSÃO

Os espectros de emissão de raios-X difratados pelos cristais de NaCl e KBr são semelhantes, e as energias características da emissão do molibdênio e os valores das bordas de absorção dos filtros foram compatíveis com o valor esperado.

A constante de Planck estimada a partir dos dados foi de  $h = (4,36 \pm 0,12) \text{ eVs}$  (média das medidas para o NaCl e KBr). Como na seção de análise, as medidas foram compatíveis com o valor teórico de referência.

Para os filtros utilizados no experimento, cada um apresenta um efeito diferente sobre os dados. O filtro de zircônio e molibdênio possuem bordas de absorção próximas, pois os dois elementos apresentam números atômicos próximos: 40 para o Zr e 42 para o Mo. Isso explica também a diferença entre estes dois filtros e o filtro de alumínio, o número atômico do Al é 13.

Para o filtro de molibdênio, vemos que o espectro de emissão apresenta o mesmo perfil, porém com intensidades menores, do espectro sem filtro. Isto é devido ao emissor de raios-X já possuir um filtro de Mo acoplado, portanto, o segundo filtro de Mo apenas diminui a intensidade do feixe.

Os dados coletados para o cristal de KBr apresentam um ruído maior se comparado com o cristal de NaCl. Isso se deve a algum artefato no cristal (resíduo de algodão, riscos, imperfeições, impurezas etc).

Por último, os dados para o filtro de alumínio são inconclusivos, pois não há borda de absorção clara no perfil da absorptância pela energia. O intervalo de energia analisado no experimento é de 10 keV a 40 keV, e a borda K de absorção do alumínio é 1,56 keV, portanto, esta não pode ser medida a partir dos dados coletados. Porém, deveria ser possível observar os picos relativos a  $n = 2$  e 3 segundo a lei de Bragg.

## VI. REFERÊNCIAS

[1] eDisciplinas USP, *Emissão de raios-X: Aula 1*, USP.

<<https://edisciplinas.usp.br/mod/resource/view.php?id=4580352>> Acesso em 19 de abril de 2023.



[2] eDisciplinas USP, *X-Ray Data Booklet*, USP.

<[https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/7473432/mod\\_resource/content/1/Table\\_1-2.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/7473432/mod_resource/content/1/Table_1-2.pdf)> Acesso em 19 de abril de 2023.

[3] *T-test values table*, San José State University. <<https://www.sjsu.edu/faculty/gerstman/StatPrimer/t-table.pdf>> Acesso em 19 de abril de 2023.