

## Ejercicio 1: Temperatura en Reactor Químico

### 1. Encontrar el polinomio interpolante de Lagrange manualmente

Dado los puntos  $(1, 68)$ ,  $(3, 72)$ , y  $(5, 80)$ , el polinomio de Lagrange se puede expresar como:

$$P(x) = \sum_{i=0}^n y_i \cdot \ell_i(x)$$

donde  $\ell_i(x)$  son los polinomios base de Lagrange, definidos como:

$$\ell_i(x) = \prod_{\substack{0 \leq j \leq n \\ j \neq i}} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

Para los puntos dados, el polinomio de Lagrange es:

$$P(x) = 68 \cdot \frac{(x-3)(x-5)}{(1-3)(1-5)} + 72 \cdot \frac{(x-1)(x-5)}{(3-1)(3-5)} + 80 \cdot \frac{(x-1)(x-3)}{(5-1)(5-3)}$$

Calculamos cada término:

1. Para el punto  $(1, 68)$ :

$$\ell_0(x) = \frac{(x-3)(x-5)}{(1-3)(1-5)} = \frac{(x-3)(x-5)}{8}$$

2. Para el punto  $(3, 72)$ :

$$\ell_1(x) = \frac{(x-1)(x-5)}{(3-1)(3-5)} = \frac{(x-1)(x-5)}{-4}$$

3. Para el punto  $(5, 80)$ :

$$\ell_2(x) = \frac{(x-1)(x-3)}{(5-1)(5-3)} = \frac{(x-1)(x-3)}{8}$$

Por lo tanto, el polinomio interpolante de Lagrange es:

$$P(x) = 68 \cdot \frac{(x-3)(x-5)}{8} + 72 \cdot \frac{(x-1)(x-5)}{-4} + 80 \cdot \frac{(x-1)(x-3)}{8}$$

Simplificando cada término:

$$P(x) = \frac{68}{8}(x^2 - 8x + 15) - \frac{72}{4}(x^2 - 6x + 5) + \frac{80}{8}(x^2 - 4x + 3)$$

$$P(x) = 8.5(x^2 - 8x + 15) - 18(x^2 - 6x + 5) + 10(x^2 - 4x + 3)$$

$$P(x) = 8.5x^2 - 68x + 127.5 - 18x^2 + 108x - 90 + 10x^2 - 40x + 30$$

$$P(x) = (8.5x^2 - 18x^2 + 10x^2) + (-68x + 108x - 40x) + (127.5 - 90 + 30)$$

$$P(x) = 0.5x^2 + 0x + 67.5$$

Por lo tanto, el polinomio interpolante de Lagrange para los puntos dados es:

$$P(x) = 0.5x^2 + 67.5$$

Este polinomio pasa por los puntos (1, 68), (3, 72), y (5, 80).

---

### Ejercicio 3: Velocidad de un Cohete

Datos de velocidad (km/s) vs tiempo (s):

Tiempo (s) (x)	Velocidad (km/s) (y)
2	5
4	17
6	37

#### Tareas:

1. **Construir la tabla de diferencias divididas manualmente.**

Para construir la tabla de diferencias divididas, seguimos los siguientes pasos:

$x$	$f(x)$	$f[.,.]$	$f[.,.,.]$
2	5		
4	17	$\frac{17-5}{4-2} = 6$	
6	37	$\frac{37-17}{6-4} = 10$	$\frac{10-6}{6-2} = 1$

La tabla de diferencias divididas es:

$x$	$f(x)$	$f[.,.]$	$f[.,.,.]$
2	5		
4	17	6	
6	37	10	1