

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Дисциплина: Архитектура ЭВМ

Отчет

по домашней работе №1

**«Построение логических схем и минимизация логических функций»**

Выполнил(а): Алексеев Иван Алексеевич

студ. гр. М3139

Санкт-Петербург

2020

**Цель работы:** моделирование простейших логических схем и минимизация логических функций методом карт Карно.

**Инструментарий и требования к работе:** работа выполняется в Logisim.

### Теоретическая часть

Метод карт Карно – это метод минимизации логической функции путём «склеивания» термов и элементарного поглощения. Операция «склеивания» применяется к двум термам, содержащим одинаковые переменные, вхождения которых (прямые и инверсные) совпадают для всех переменных, кроме одной. В этом случае выносим все переменные, кроме этой за скобки, а оставшиеся в скобках прямое и инверсное вхождение данной переменной равно 1, вследствие закона Моргана.

Пример:

$$(X_1 \wedge X_2 \wedge X_3) \vee (X_1 \wedge X_2 \wedge \overline{X_3}) = X_1 \wedge X_2 \wedge (X_3 \vee \overline{X_3}) = X_1 \wedge X_2$$

За счет графического представления обеспечивается относительная простота работы с большими выражениями. В карту Карно булевы переменные передаются из таблицы истинности и упорядочиваются с помощью кода Грея, в котором каждое следующее число отличается от предыдущего только одним разрядом. За счет наглядности карт Карно можно легко увидеть, что два терма не зависят от какой-то переменной, и объединить их. Таким образом мы уменьшаем количество элементов и упрощаем схему.

## Практическая часть

По данному вектору функции F запишем таблицу истинности.

Таблица 1 - Таблица истинности

X3	X2	X1	X0	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Запишем данную логическую функцию в СКНФ и СДНФ.

СДНФ:

$$\begin{aligned} &(\overline{X_3} \wedge \overline{X_2} \wedge \overline{X_1} \wedge \overline{X_0}) \vee (\overline{X_3} \wedge \overline{X_2} \wedge X_1 \wedge \overline{X_0}) \vee (\overline{X_3} \wedge X_2 \wedge \overline{X_1} \wedge \overline{X_0}) \vee \\ &(\overline{X_3} \wedge X_2 \wedge X_1 \wedge X_0) \vee (X_3 \wedge \overline{X_2} \wedge \overline{X_1} \wedge \overline{X_0}) \vee (X_3 \wedge \overline{X_2} \wedge \overline{X_1} \wedge X_0) \vee \\ &(X_3 \wedge \overline{X_2} \wedge X_1 \wedge \overline{X_0}) \end{aligned}$$

СКНФ:

$$(X_3 \vee X_2 \vee X_1 \vee \overline{X_0}) \wedge (X_3 \vee X_2 \vee \overline{X_1} \vee \overline{X_0}) \wedge (X_3 \vee \overline{X_2} \vee X_1 \vee \overline{X_0}) \wedge \\ (X_3 \vee \overline{X_2} \vee \overline{X_1} \vee X_0) \wedge (\overline{X_3} \vee X_2 \vee \overline{X_1} \vee \overline{X_0}) \wedge (\overline{X_3} \vee \overline{X_2} \vee X_1 \vee X_0) \wedge \\ (\overline{X_3} \vee \overline{X_2} \vee X_1 \vee \overline{X_0}) \wedge (\overline{X_3} \vee \overline{X_2} \vee \overline{X_1} \vee X_0) \wedge (\overline{X_3} \vee \overline{X_2} \vee \overline{X_1} \vee \overline{X_0})$$

В Logisim построим схему СДНФ, т. к. в ней меньше элементов.

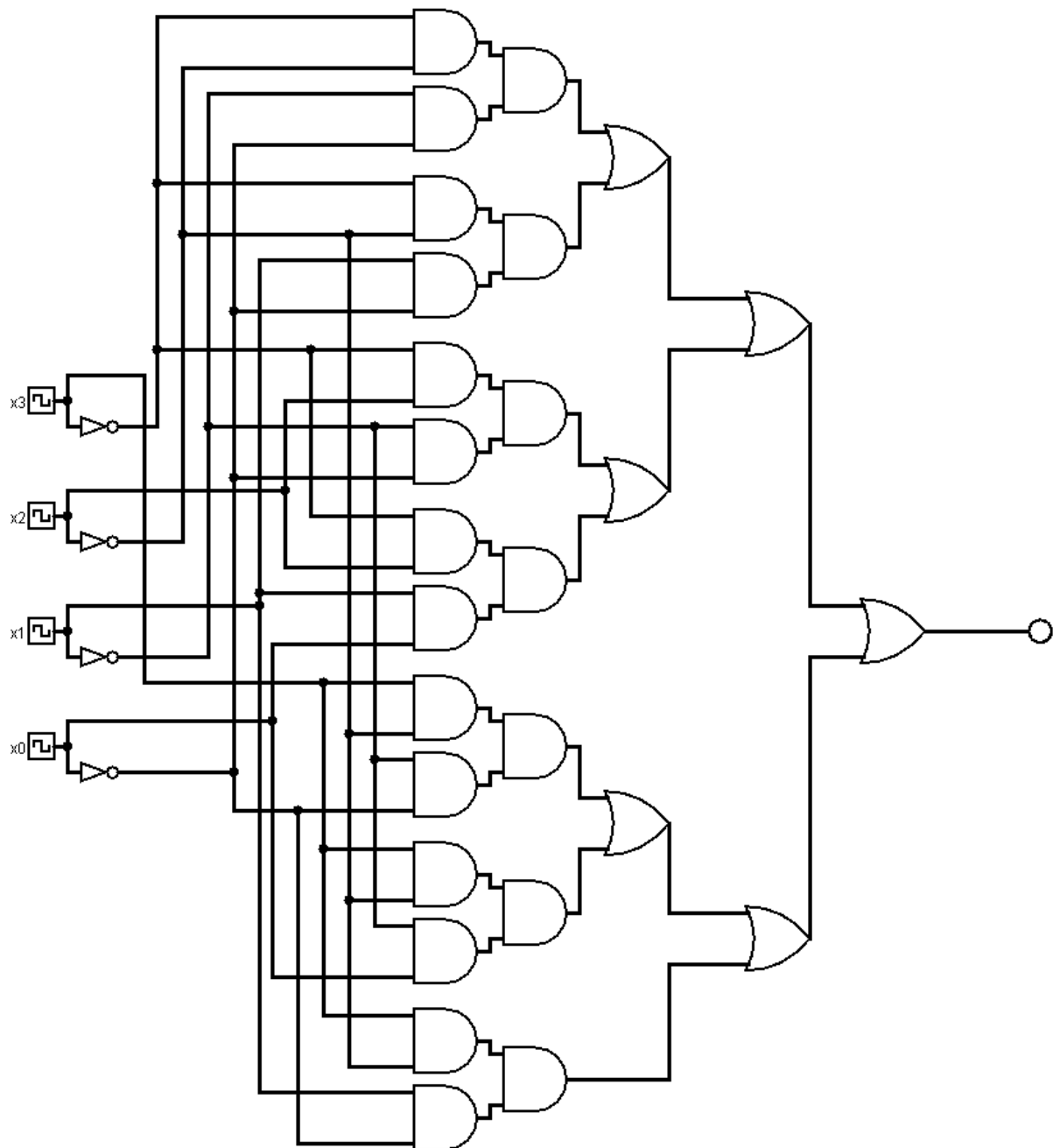


Рисунок 1 - СДНФ схема

Построим карты Карно для построения МДНФ и МКНФ, отметив разными цветами разные группы элементов, которые надо объединить, чтобы сделать минимальную запись.

		x1, x0			
		00	01	11	10
x3, x2	00	1	0	0	1
	01	1	0	1	0
	11	0	0	0	0
	10	1	1	0	1

Рисунок 2 - МДНФ

		x1, x0			
		00	01	11	10
x3, x2	00	1	0	0	1
	01	1	0	1	0
	11	0	0	0	0
	10	1	1	0	1

Рисунок 3 - МКНФ

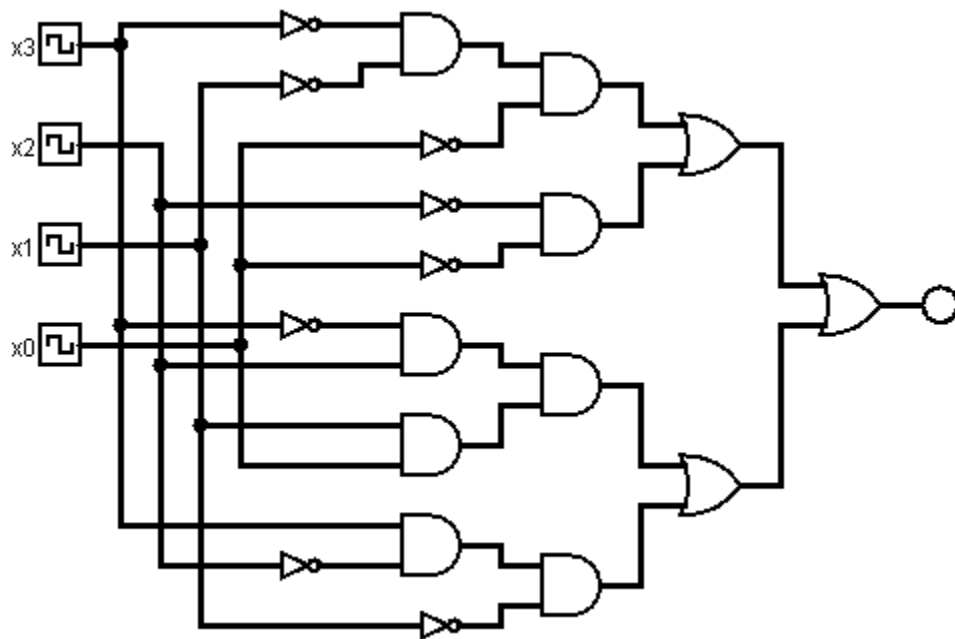
Разберем пример построения МДНФ (МКНФ строится аналогично). Мы знаем, что  $(A \wedge B) \vee (A \wedge C) = A \wedge (B \vee C)$  и  $A \vee \bar{A} = 1$ . Теперь рассмотрим группу, выделенную красным:

$$\begin{aligned}
 (\bar{X}_3 \wedge \bar{X}_2 \wedge \bar{X}_1 \wedge \bar{X}_0) \vee (\bar{X}_3 \wedge X_2 \wedge \bar{X}_1 \wedge \bar{X}_0) &= (\bar{X}_3 \wedge \bar{X}_1 \wedge \bar{X}_0) \wedge (\bar{X}_2 \vee X_2) = \\
 &= (\bar{X}_3 \wedge \bar{X}_1 \wedge \bar{X}_0)
 \end{aligned}$$

Таким образом мы получаем «склеивание» элементов. Прделаем аналогичные операции для зеленой, фиолетовой и синей групп. Склеим результат и получим финальную формулу МДНФ:

$$(\overline{X_3} \wedge \overline{X_1} \wedge \overline{X_0}) \vee (\overline{X_2} \wedge \overline{X_0}) \vee (\overline{X_3} \wedge X_2 \wedge X_1 \wedge X_0) \vee (X_3 \wedge \overline{X_2} \wedge \overline{X_1})$$

Построим схему МДНФ с минимальным количеством элементов, используя Logisim.



*Рисунок 4 - МДНФ схема*