

#### Tema 3:

#### Sistemas secuenciales

Fundamentos de computadores

José Manuel Mendías Cuadros

Dpto. Arquitectura de Computadores y Automática Universidad Complutense de Madrid

#### FC

#### **Contenidos**

- ✓ Especificación basada en estados.
- ✓ Diagrama de estados.
- ✓ Máquinas de Moore y Mealy.
- ✓ Síntesis con biestables D.
- ✓ Inicialización de sistemas secuenciales.

#### Presentación basada en los libros:

- S.L. Harris y D. M. Harris. Digital Design and Computer Architecture.
- R. Hermida, F. Sánchez y E. del Corral. Fundamentos de computadores.
- D. Gajsky. *Principios de diseño digital.*



#### Sistemas secuenciales

- La salida en cada instante depende del valor de la entrada en ese instante y de todos los valores que la entrada ha tomado con anterioridad.
  - o En ocasiones a una misma entrada corresponde una salida distinta

$$E(t) \longrightarrow F$$

$$S(t_i) = F(E([0, t_i]))$$

- Para especificar su comportamiento deberán definirse:
  - Los conjuntos discretos de valores de entrada/salida: E, S
  - o Cómo especificar la función F

- Estado: clase de equivalencia formada por todas las secuencias de valores de entrada que producen una misma salida actual y futura.
- Ejemplo:



$$E(t) = \{ A, B, C \}, S(t) = \{ 0, 1 \}$$

E(t)	Α	В	C	В	В	Α	C	В	Α	Α	C	С	Α	В	В
S(t)	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0



E([0...t])





$$C \mid C \mid C \mid B \mid A$$



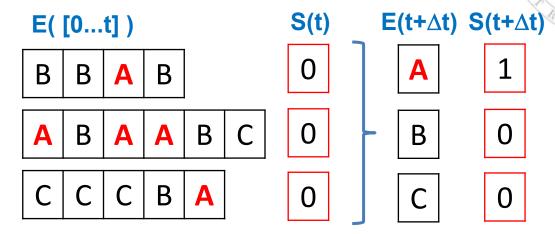
E([0...t])

0

S(t)

В

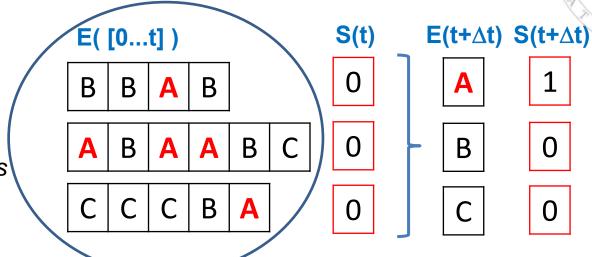
В





**Estado IMPAR**:

Han llegado un número impar de Aes

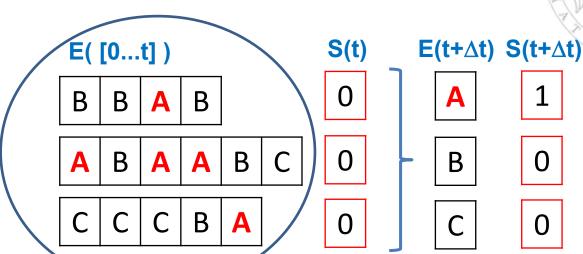


# versión 2021

### Especificación basada en estados

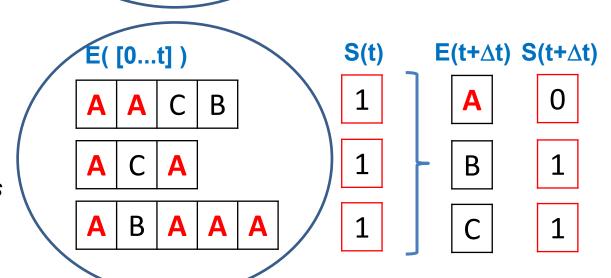
**Estado IMPAR**:

Han llegado un número <mark>impar</mark> de **A**es



#### Estado PAR:

Han llegado un número **par** de **A**es



#### FC

#### Especificación basada en estados

S

- Especificación de la entrada: E
  - Conjunto discreto de valores que puede tomar la entrada.
- Especificación de la salida: S
  - Conjunto discreto de valores que puede tomar la salida.
- Especificación del conjunto de estados: Q
  - o Conjunto discreto de estados en los que puede estar el sistema.
- Función de transición de estados: G:  $Q \times E \rightarrow Q$ 
  - Define cuál será el estado siguiente del sistema para cada posible par (estado del sistema, valor de la entrada).
- Función de salida: H: Q×E → S
  - Define cuál será la salida para cada posible par (estado del sistema, valor de la entrada)



$$E(t) = \{ A, B, C \}, S(t) = \{ 0, 1 \}$$
  
 $Q(t) = \{ par, impar \}$ 

## Función de transición de estados

Q	Ε	Q'
par	Α	impar
par	В	par
par	С	par
impar	Α	par
impar	В	impar
impar	С	impar

#### Función de salida

Q	Ε	S
par	Α	0
par	В	1
par	С	1
impar	Α	1
impar	В	0
impar	С	0

#### **Contenidos**

- ✓ Especificación basada en estados.
- ✓ Diagrama de estados.
- ✓ Máquinas de Moore y Mealy.
- ✓ Síntesis con biestables D.
- ✓ Inicialización de sistemas secuenciales.



- Representa un sistema secuencial mediante un grafo:
  - o Cada estado se representa por un nodo.
  - o Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
    - Cada arco une un estado origen con un estado destino.
    - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
    - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

Q	Ε	Q'	S
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	С	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	С	impar	0



- Representa un sistema secuencial mediante un grafo:
  - o Cada estado se representa por un nodo.
  - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
    - Cada arco une un estado origen con un estado destino.
    - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
    - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

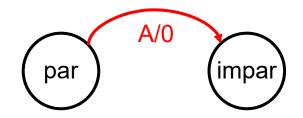
Q	Ε	Q'	S
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	С	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	С	impar	0





- Representa un sistema secuencial mediante un grafo:
  - o Cada estado se representa por un nodo.
  - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
    - Cada arco une un estado origen con un estado destino.
    - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
    - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

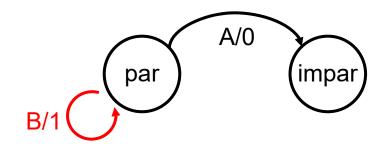
Q	Ε	Q'	S
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	С	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	С	impar	0





- Representa un sistema secuencial mediante un grafo:
  - o Cada estado se representa por un nodo.
  - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
    - Cada arco une un estado origen con un estado destino.
    - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
    - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

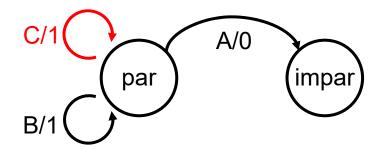
Q	Ε	Q'	S
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	С	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	С	impar	0





- Representa un sistema secuencial mediante un grafo:
  - o Cada estado se representa por un nodo.
  - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
    - Cada arco une un estado origen con un estado destino.
    - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
    - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

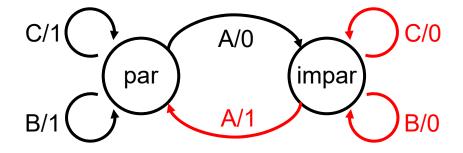
Q	Ε	Q'	S
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	C	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	С	impar	0





- Representa un sistema secuencial mediante un grafo:
  - o Cada estado se representa por un nodo.
  - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
    - Cada arco une un estado origen con un estado destino.
    - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
    - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

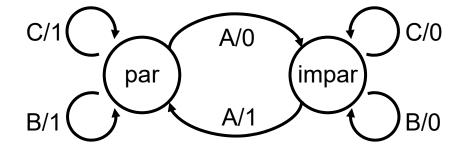
Q	Ε	Q'	S
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	С	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	C	impar	0





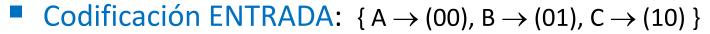
- Representa un sistema secuencial mediante un grafo:
  - o Cada estado se representa por un nodo.
  - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
    - Cada arco une un estado origen con un estado destino.
    - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
    - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

Q	Ε	Q'	S
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	С	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	С	impar	0





### Descripción binaria



• Codificación SALIDA:  $\{0 \rightarrow 0, 1 \rightarrow 1\}$ 

■ Codificación ESTADOS:  $\{ par \rightarrow 0, impar \rightarrow 1 \}$ 



# Función de transición de estados

Q	$E_1$	<b>E</b> <sub>0</sub>	Q'
<b>Q</b>	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	-
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	-

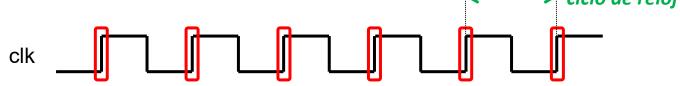
#### Función de salida

Q	$E_1$	E <sub>o</sub>	S
<b>Q</b>	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	_
1	0	0	1
1	0/	1	0
1	1	0	0
1	1	1	<u>-</u>

Valores indefinidos (don't care)

#### Asíncrono vs. síncrono

- Sistema secuencial asíncrono:
  - o El estado del sistema puede cambiar en cualquier instante en respuesta a un cambio de la entrada.
- Sistema secuencial síncrono:
  - El estado del sistema solo puede cambiar en un conjunto discreto de instantes indicados por una señal de reloj.
  - Un cambio en la entrada no provoca por sí mismo un cambio de estado.
  - Sólo el valor existente en la entrada en los instantes marcados por el reloj afectan al estado.



La señal de reloj es cuadrada y periódica de frecuencia,  $f_{clk}$ , fija.

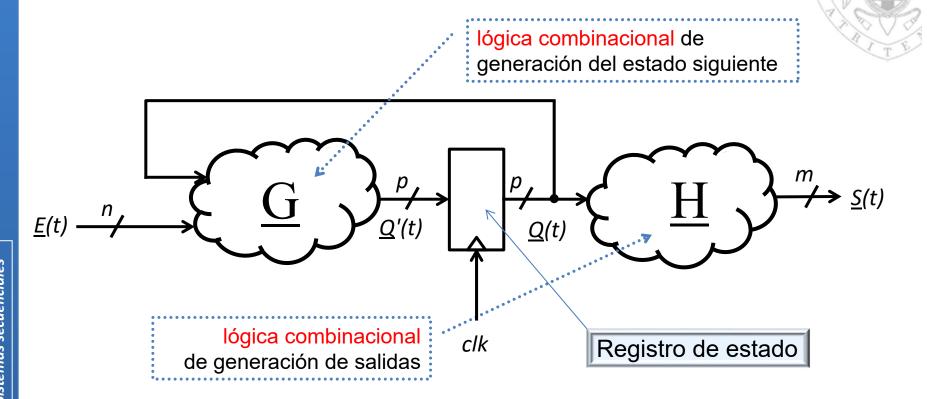
Los cambios de 1 a 0 (flanco subida) ó 0 a 1 (flanco de bajada) marcan los instantes.

#### **Contenidos**

- Especificación basada en estados.
- ✓ Diagrama de estados.
- ✓ Máquinas de Moore y Mealy.
- ✓ Síntesis con biestables D.
- ✓ Inicialización de sistemas secuenciales.



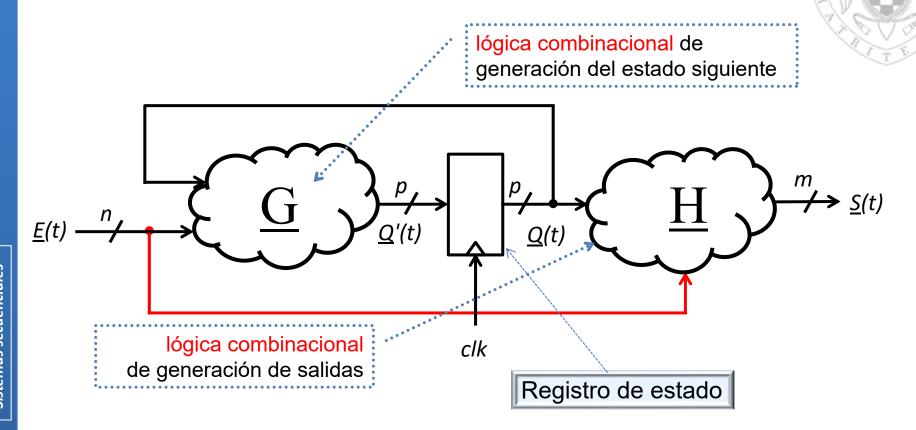
#### Máquina de Moore



#### Estructura de una Máquina de Moore

La salida en todo instante depende exclusivamente del estado en que se encuentra el sistema.

### Máquina de Mealy



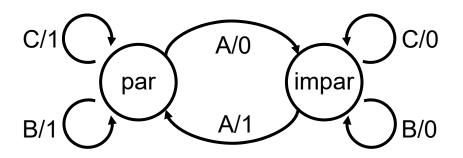
#### Estructura de una Máquina de Mealy

La salida en cada instante depende del estado en que se encuentra el sistema y del valor de la entrada en ese instante.

#### FC

### Mealy vs. Moore

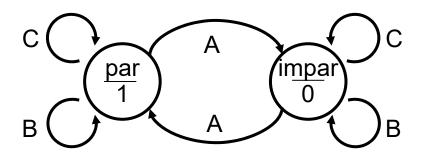
#### Mealy:



Ε	Q'
Α	impar
В	par
С	par
Α	par
В	impar
С	impar
	A B C A B

		- /
Q	Е	S
par	Α	0
par	В	1
par	С	1
impar	Α	1
impar	В	0
impar	С	0

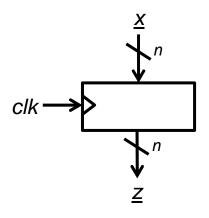
#### Moore:

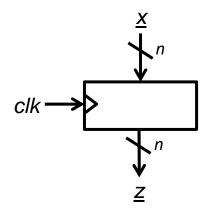


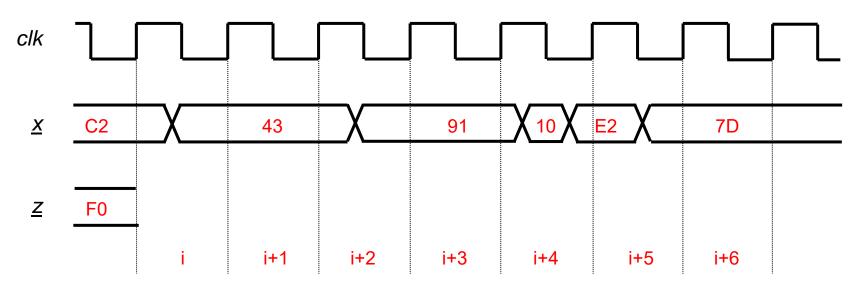
Q	Ε	Q'
par	Α	impar
par	В	par
par	С	par
impar	Α	par
impar	В	impar
impar	С	impar

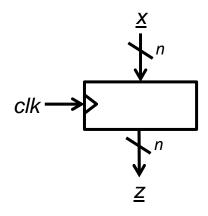
Q	S
par	1
impar	0

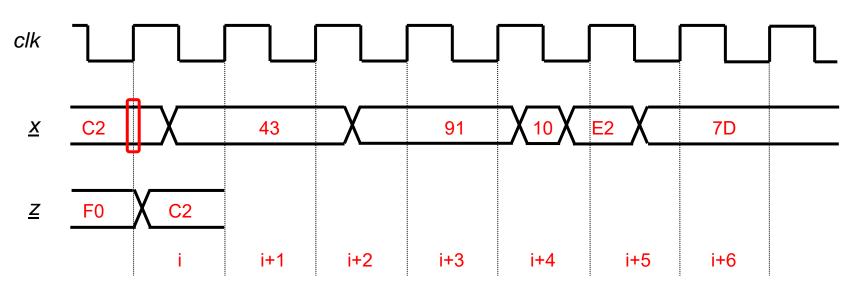
En este curso vamos a trabajar sólo con máquinas de Moore

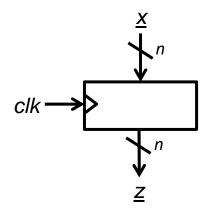


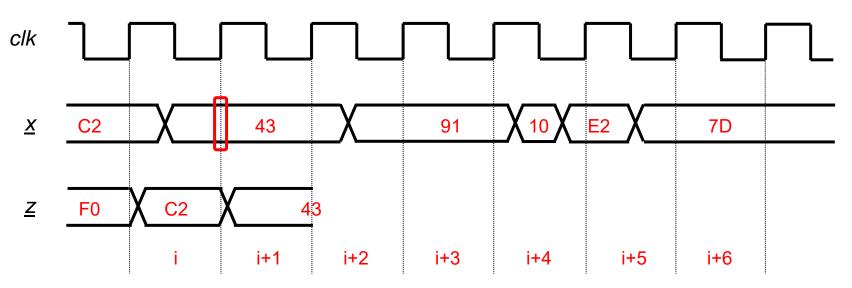


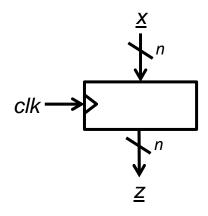


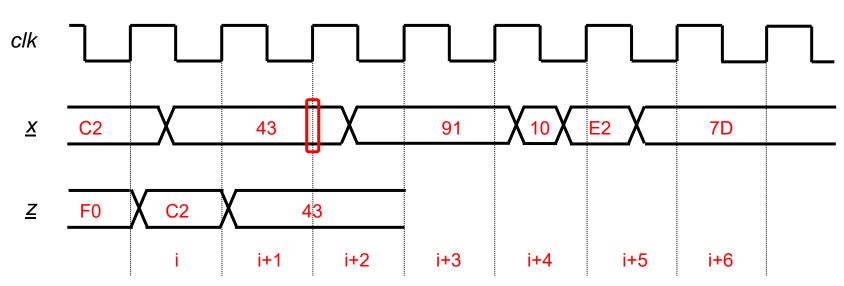


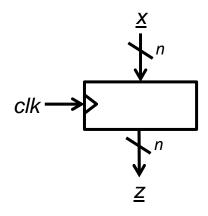


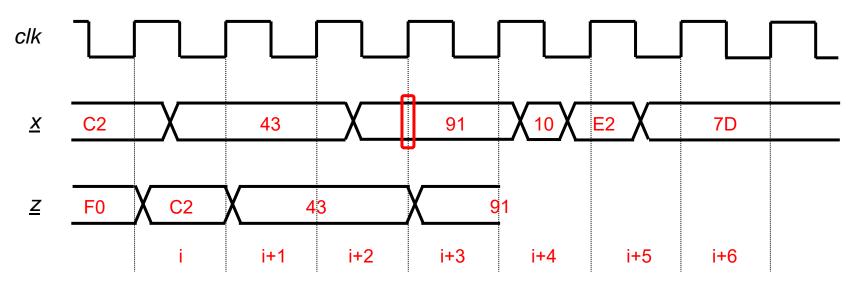


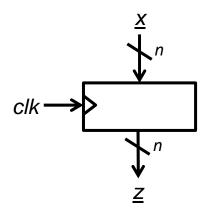


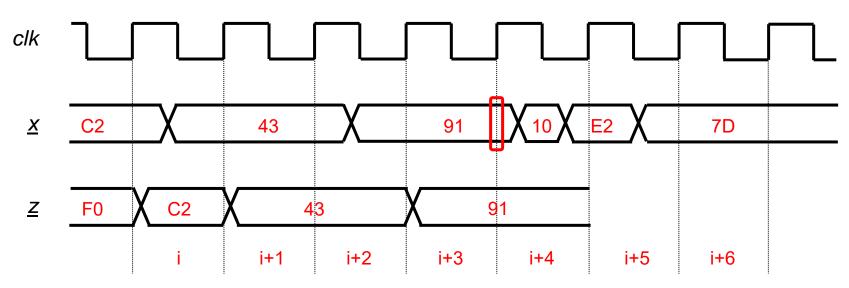


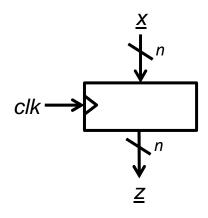


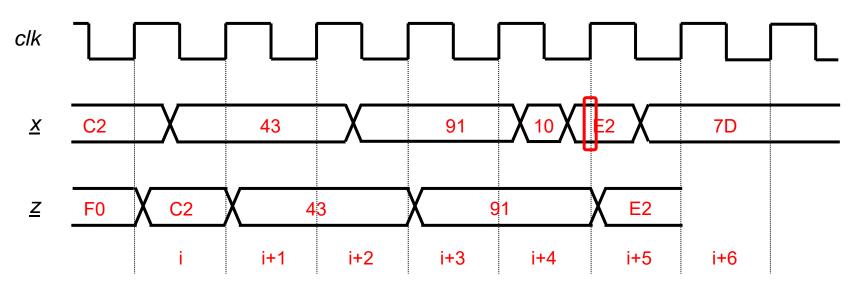


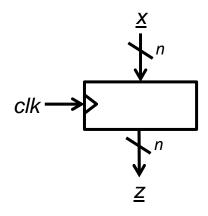


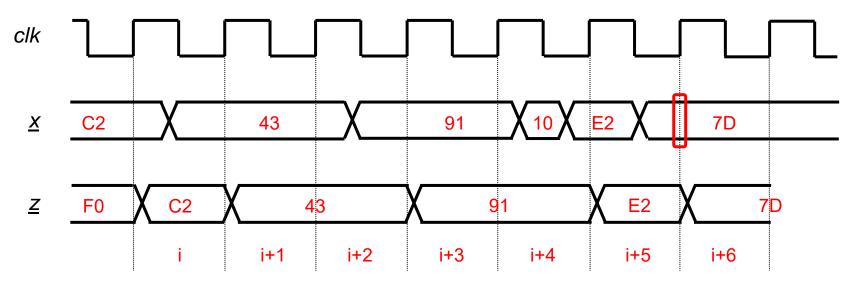


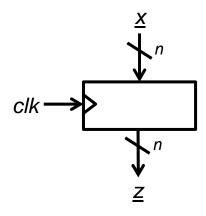


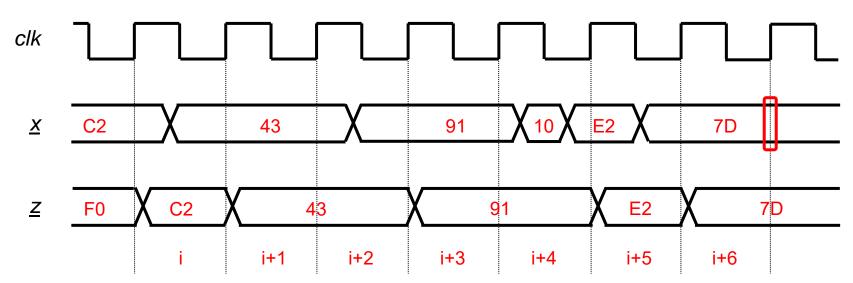


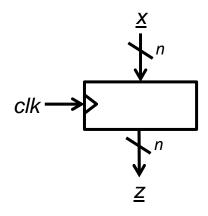


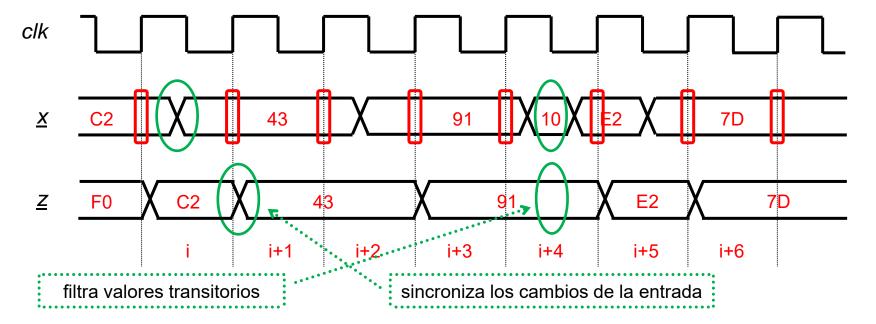




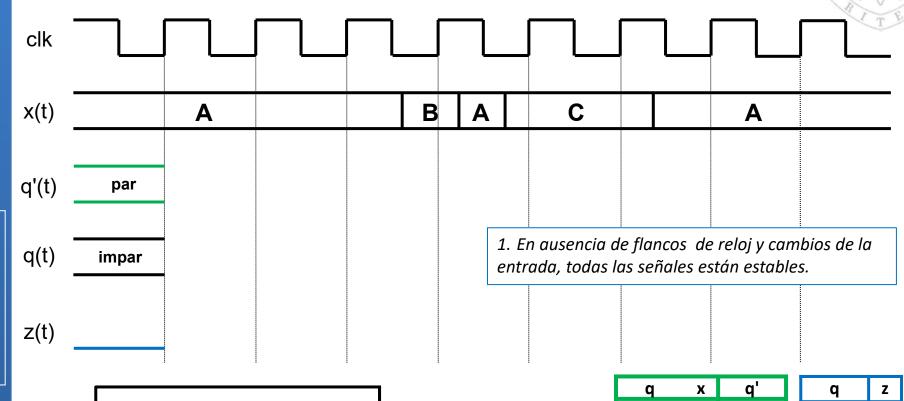








FC



impar

par

impar

par

par

par

impar

impar

par

impar

par

par

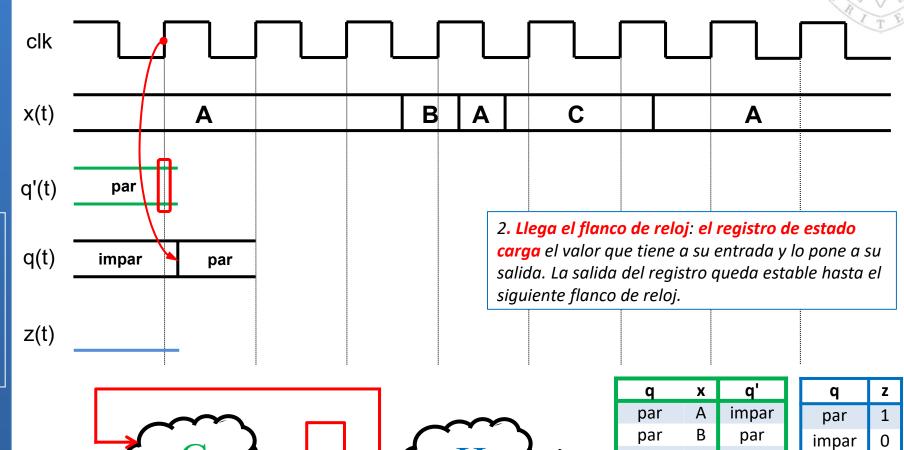
par

impar

impar

impar

38



par

par

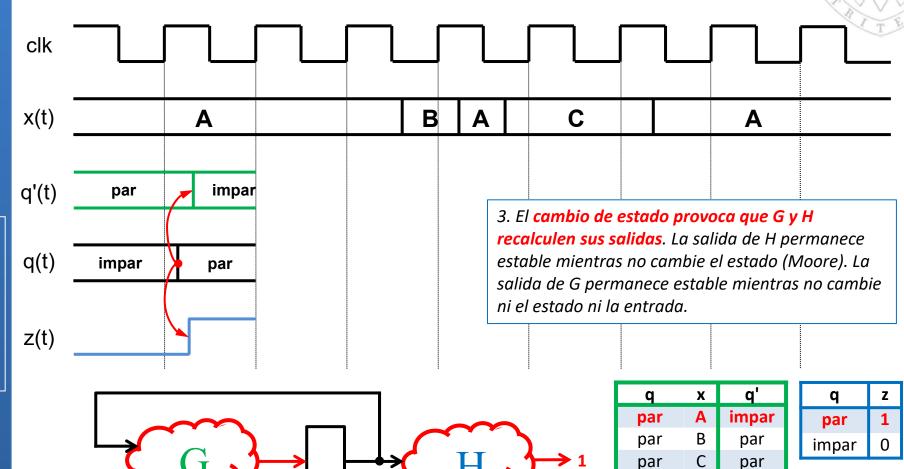
impar

impar impar par

par

impar

impar



impar

impar

impar

par

impar

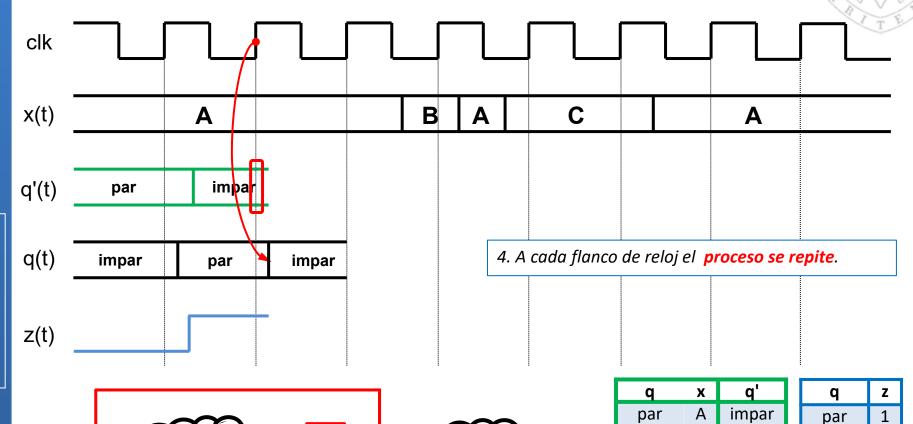
impar

par

versión 2021

tema 3: **Sistemas secuenciales** 

FC



impar

par

par

impar

impar

impar

par

par

par

impar

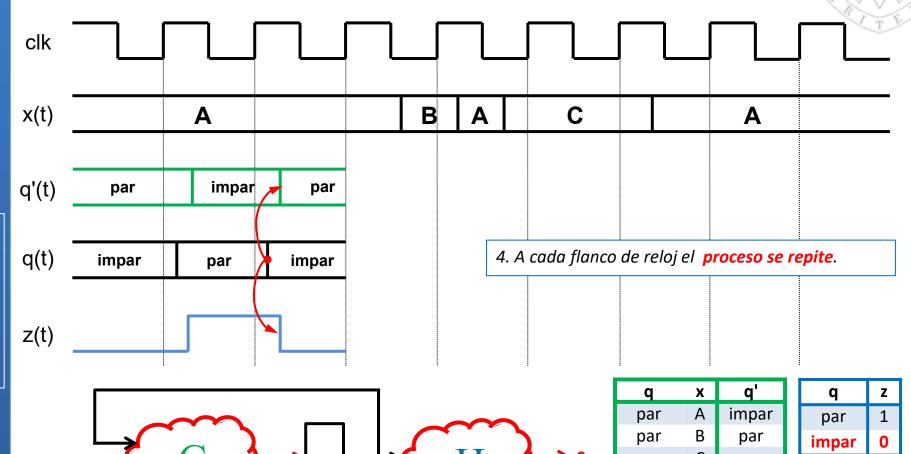
impar

impar

versión 2021

tema 3: **Sistemas secuenciales** 

FC



impar 🖰

par

impar

impar

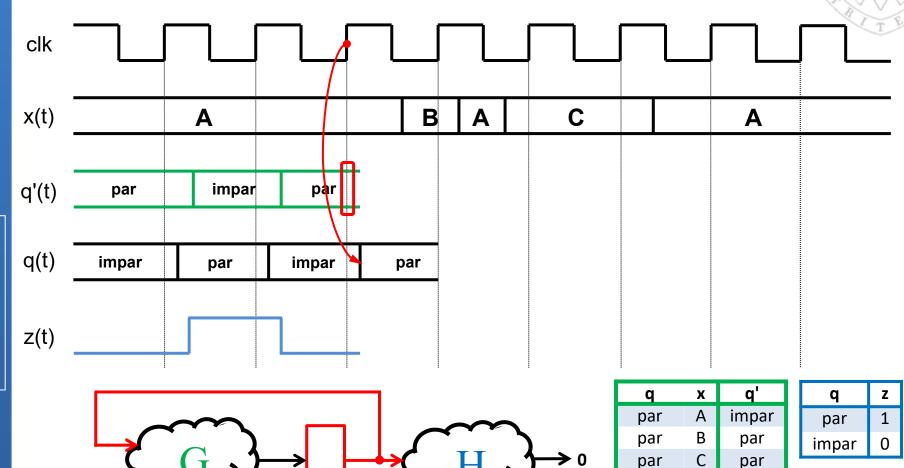
impar

par

par

impar

impar



impar

impar

impar

par

impar

impar

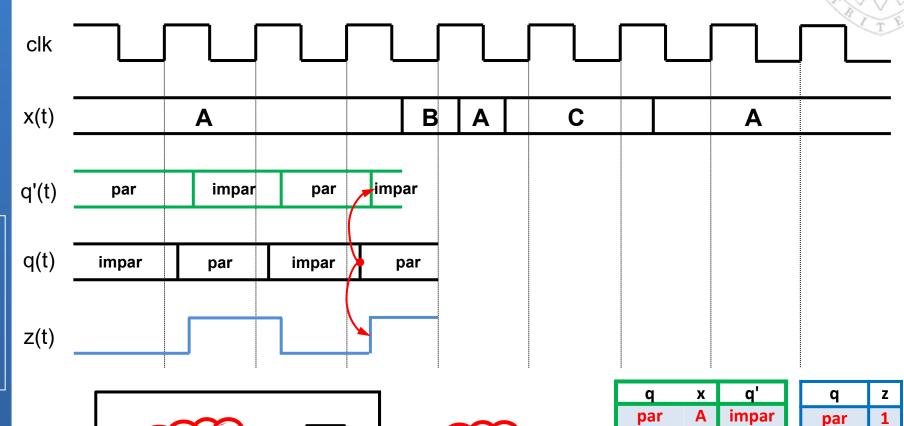
par

versión 2021

tema 3: **Sistemas secuenciales** 

FC

43



par

par

par

impar

impar

impar

par

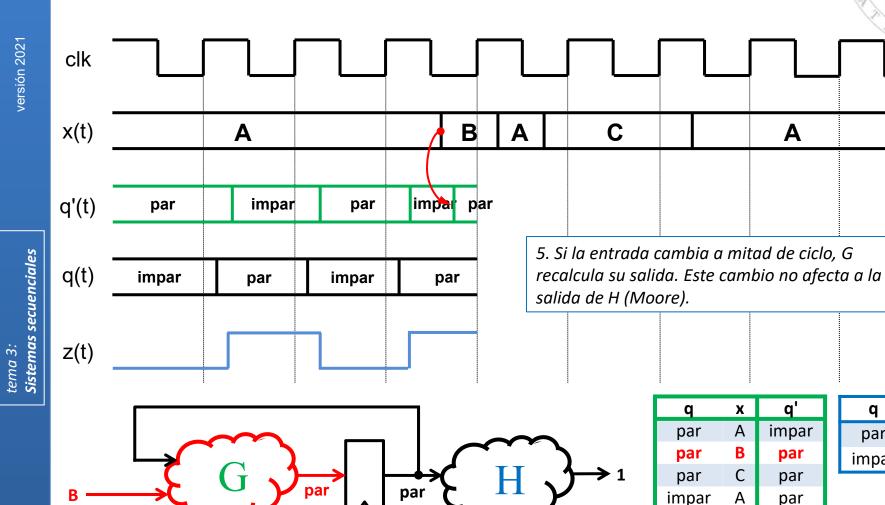
par

par

impar

impar

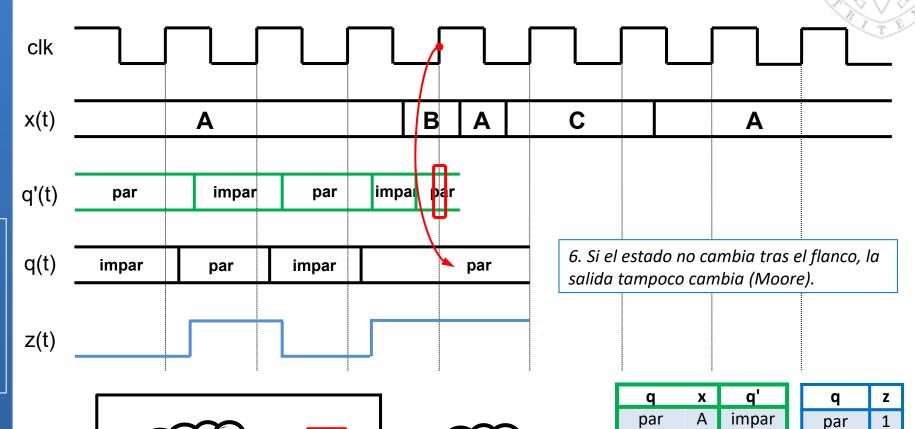
impar



q	X	q'		q
par	Α	impar	П	par
par	В	par	П	impar
par	С	par		•
impar	Α	par		
impar	В	impar		
impar	С	impar		

Α

FC



par

par

par

par

impar

impar

В

impar

0

par

par

impar

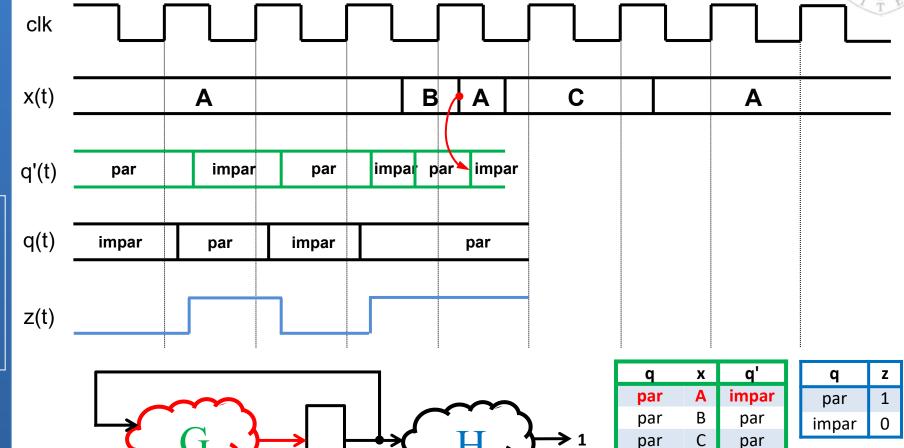
impar

impar



FC

46



impar

impar

impar

par

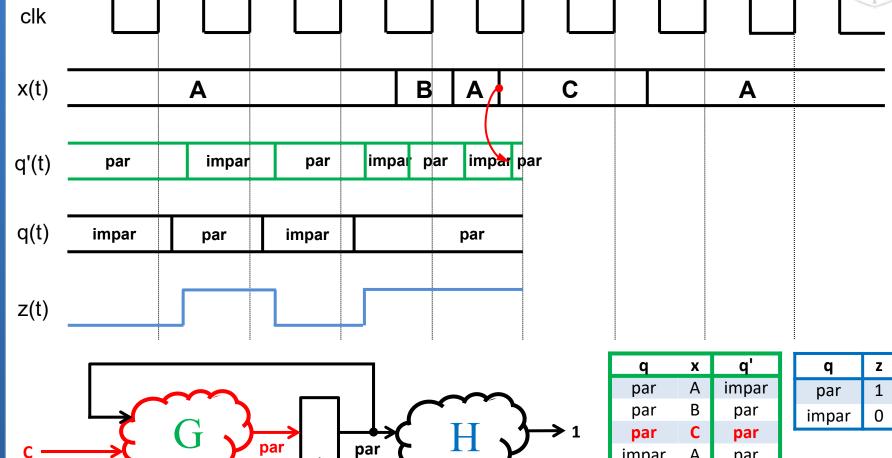
impar

impar

par



FC



impar

impar

impar

par

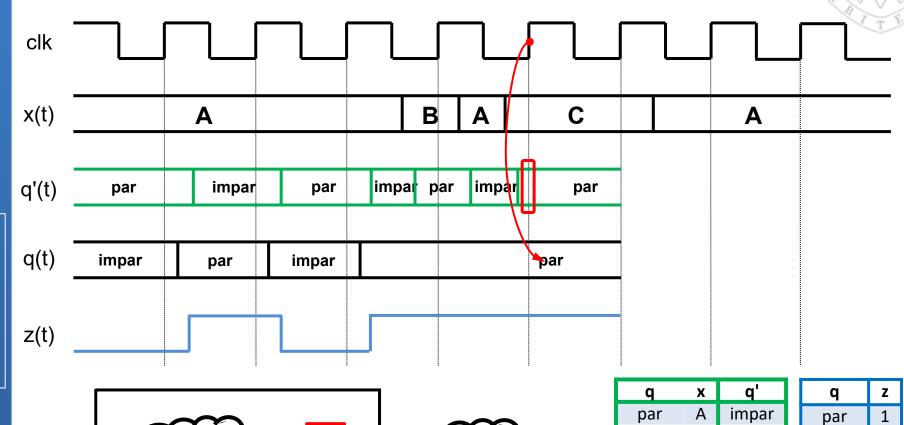
impar

impar

versión 2021

tema 3: **Sistemas secuenciales** 

FC



par

par

par

impar

impar

impar

par

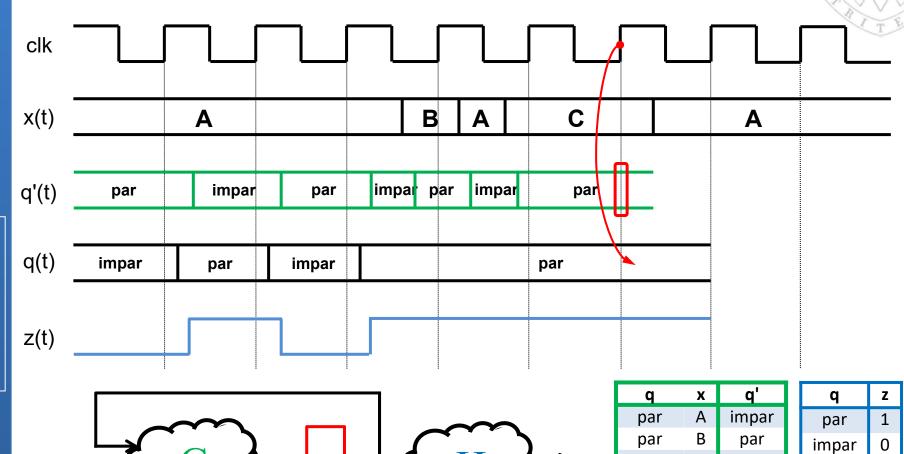
par

par

impar

impar

impar



par

par

impar

impar

impar

par

par

impar

impar

В

par

impar

A

impar

par

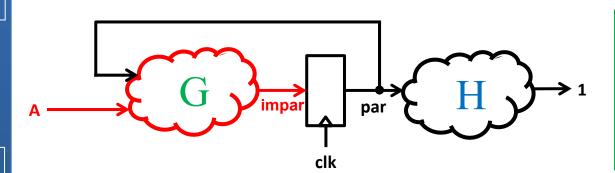
par

versión 2021 x(t) **q'**(t)

clk

q(t)

z(t)



par

impar

A

par

impar

impar

par

q	Х	q'
par	Α	impar
par	В	par
par	С	par
impar	Α	par
impar	В	impar
impar	С	impar

A

impar

q	Z
par	1
impar	0

tema 3: **Sistemas secuenciales** 

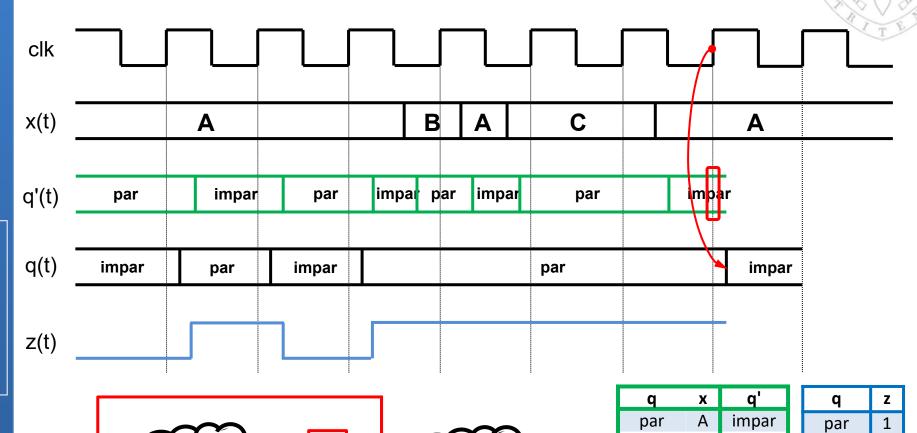
FC

versión 2021

tema 3: **Sistemas secuenciales** 

FC

**51** 



impar

par

par

impar

impar

impar

par

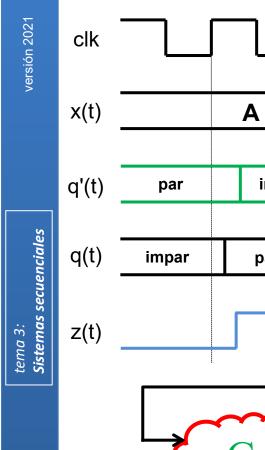
par

par

impar

impar

impar



clk									T
x(t)		Α		E	3 A	С		Α	
q'(t)	par	impar	par	impar	par impar	par	impar	par	
q(t)	impar	par	impar			par		impar	
z(t)									

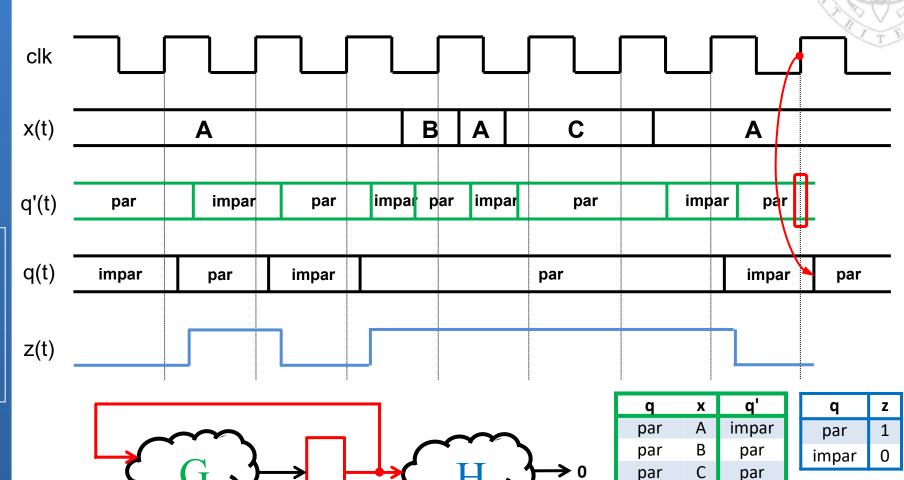
impar

q	Х	q'
par	Α	impar
par	В	par
par	С	par
impar	Α	par
impar	В	impar
impar	С	impar

q	Z
par	1
impar	0

FC

53



impar

impar

impar

par

impar

impar

par

par

q	Х	q'
par	Α	impar
par	В	par
par	С	par
impar	Α	par
impar	В	impar
impar	С	impar

A

par

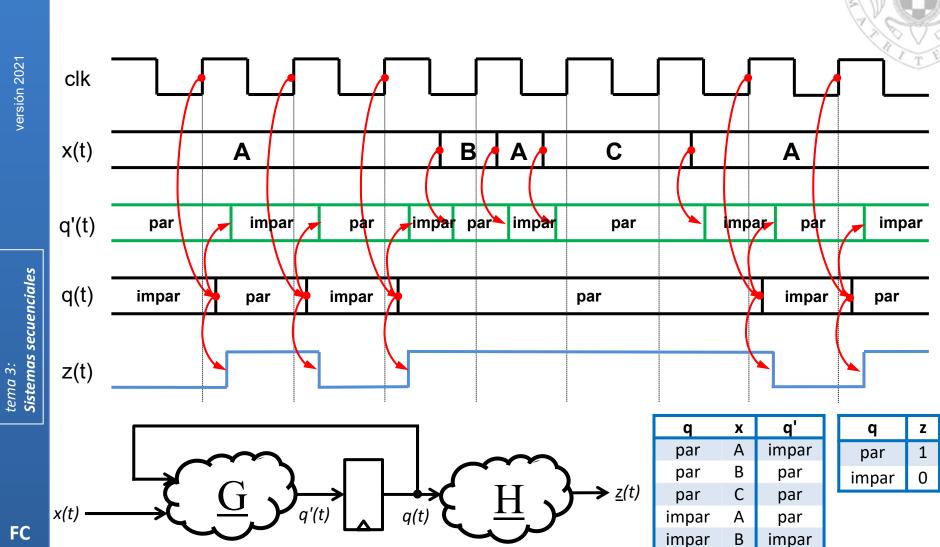
impar

q	Z
par	1
impar	0

impar

par

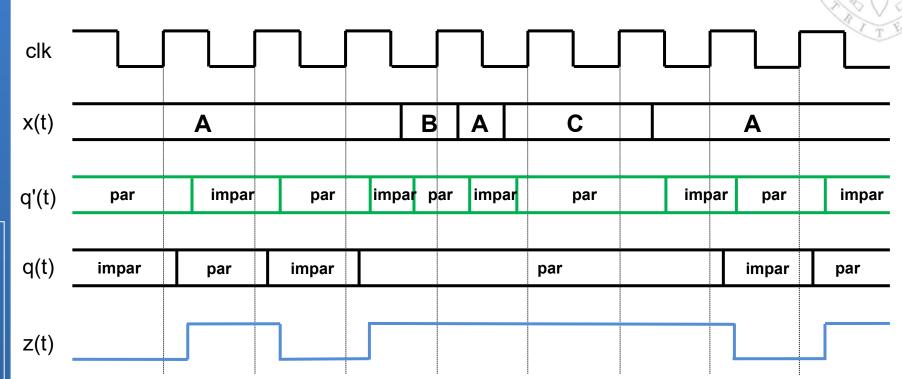
FC



impar

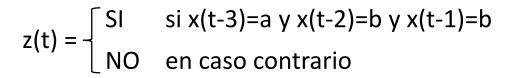
impar

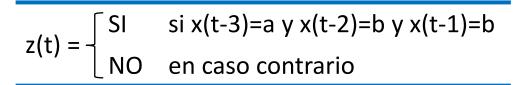
56



par 1 im<u>pa</u>r 0

# Ejemplo: Reconocedor del patrón "abb"

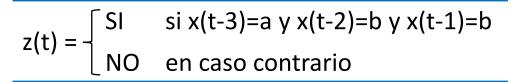




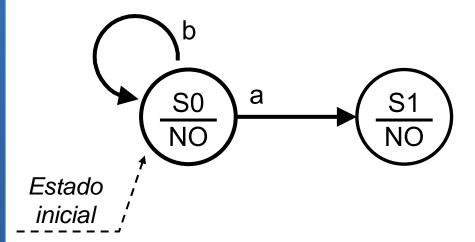
Máquina de Moore

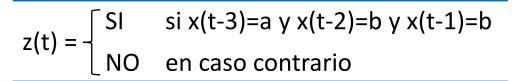
Estado S0: no ha llegado ningún elemento del patrón



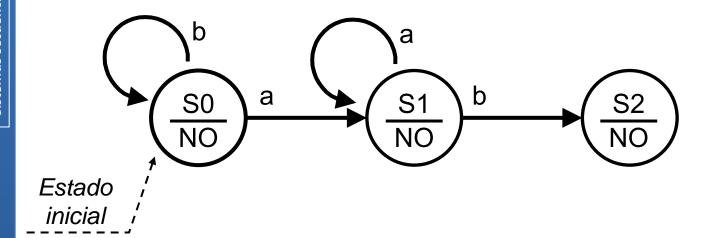


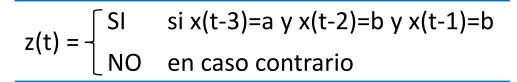
- Estado S0: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"



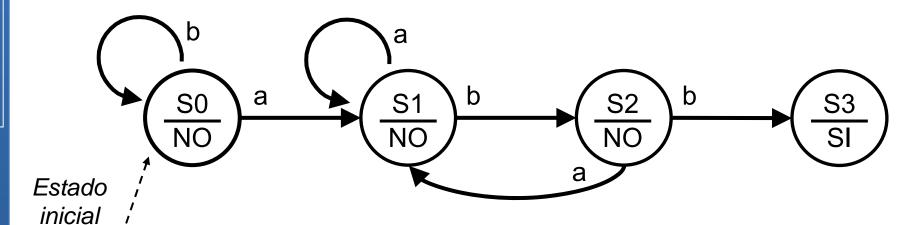


- Estado S0: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"
- Estado S2: ha llegado el subpatrón "ab"



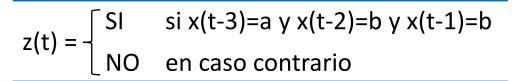


- Estado S0: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"
- Estado S2: ha llegado el subpatrón "ab"
- Estado S3: ha llegado el patrón "abb"

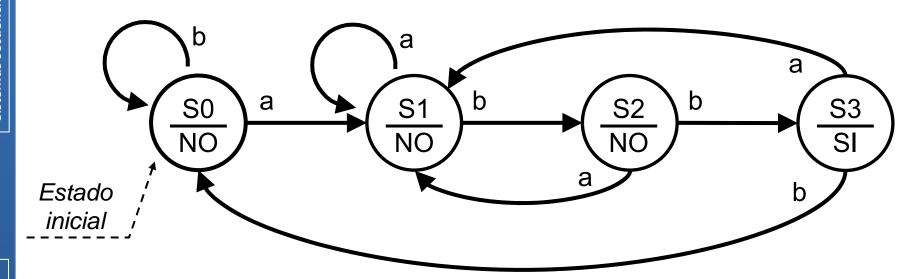


62

## Reconocedor del patrón "abb"



- Estado S0: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"
- Estado S2: ha llegado el subpatrón "ab"
- Estado S3: ha llegado el patrón "abb"



#### **Contenidos**

- ✓ Especificación basada en estados.
- ✓ Diagrama de estados.
- ✓ Máquinas de Moore y Mealy.
- ✓ Síntesis con biestables D.
- ✓ Inicialización de sistemas secuenciales.

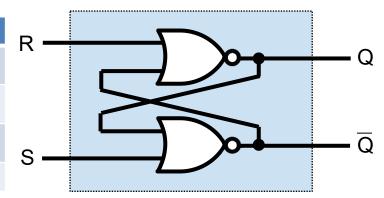


#### **Biestable**



- Dispositivo capaz de almacenar físicamente un bit de información (tener 2 estados estables).
  - o mediante un circuito combinacional realimentado

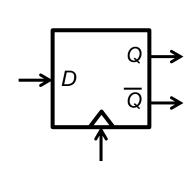
				R(t)	S(t)	Q(t+∆t)
$\rightarrow$	R	Q	$\rightarrow$	0	0	Q(t)
	C	_		0	1	1
	S	Q	<b>—</b>	1	0	0
				1	1	prohibido



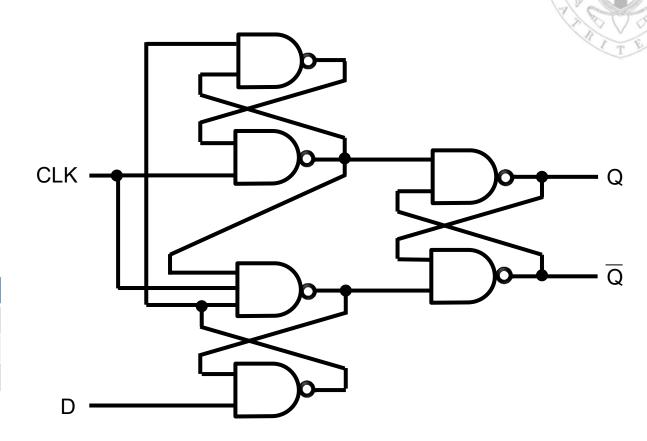
Biestable SR asíncrono

# Biestable D síncrono (por flanco)





D(t)	CLK	Q(t+1)
0	$\uparrow$	0
1	$\uparrow$	1
res	sto	Q(t)

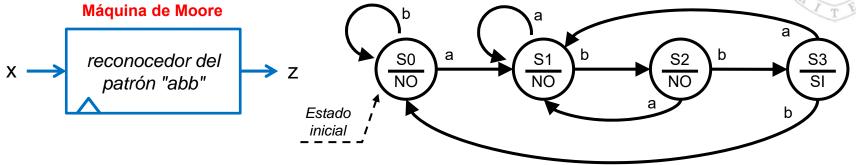


Biestable D síncrono disparado por flanco de subida (Flip-flop D, implementación con NAND)

- Dada una especificación de una conducta secuencial implementarla como una red de módulos combinacionales y biestables D, en donde:
  - o Todos los biestables se conectan a una misma señal de reloj periódica.
  - Todos los biestables se disparan por flancos de subida.
  - o Toda realimentación incluye al menos un biestable.
- Implementación canónica: realización directa de un diagrama de estados:
  - El registro de estado se implementa como un array de biestables D disparados por flanco de subida con reloj común.
  - 2 bloques de lógica combinacional implementan las funciones de salida y de transición de estados.

- Este método de síntesis sigue un modelo de temporización síncrona por flanco de reloj global, en donde:
  - Los cálculos que realiza el sistema se realizan ciclo a ciclo.
  - Las fronteras del ciclo están marcadas por las transiciones de subida en el reloj común.
  - Al comienzo del ciclo, el sistema hace un cambio de estado mediante la actualización simultánea de todos los biestables.
  - El nuevo estado provoca transiciones en las entradas de los módulos combinacionales que a su vez provocarán transiciones en sus salidas.
  - El cálculo a realizar en el ciclo finaliza cuando todos los sistemas combinacionales han alcanzado su régimen permanente.
  - Los valores permanentes a la salida de los módulos combinacionales son utilizados para actualizar los biestables al comienzo del ciclo siguiente.





- Codificación entrada:  $\{a \rightarrow 0, b \rightarrow 1\}$
- Codificación salida:  $\{NO \rightarrow 0, SI \rightarrow 1\}$
- Codificación estados:  $\{S0 \rightarrow (00), S1 \rightarrow (01), S2 \rightarrow (10), S3 \rightarrow (11)\}$

⊏	X	$q_{\scriptscriptstyle 1}$	$q_o$	$q_1'$	$q_0'$
Función de transición de estados	0	0	0	0	1
ısı os	0	0	1	0	1
tral add	0	1	0	0	1
de trans estados	0	1	1	0	1
ón c de e	1	0	0	0	0
ció d	1	0	1	1	0
n	1	1	0	1	1
ш	1	1	1	0	0

da da			
salida	$q_{\scriptscriptstyle 1}$	$q_0$	Z
	0	0	0
b L	0	1	0
Si	1	0	0
unción de	1	1	1
т ·			

$$q_1' = x(q_1 \oplus q_0)$$

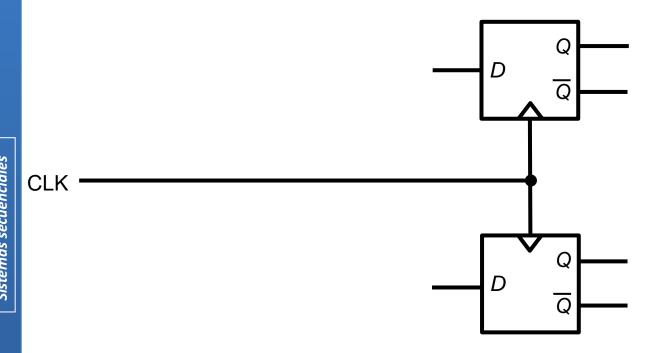
$$q_0' = \bar{x} + q_1 \overline{q_0}$$

$$z = q_1 q_0$$

# versión 2021

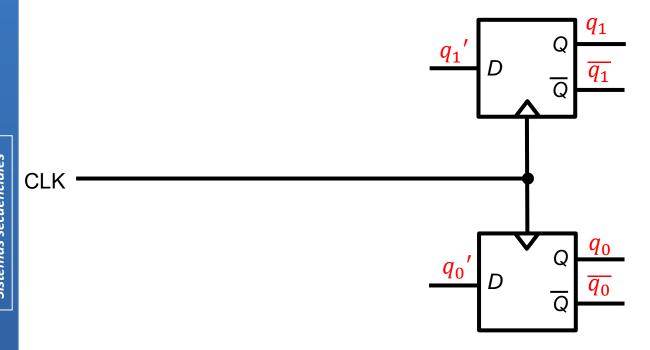






$$q_1' = x(q_1 \oplus q_0)$$
$$q_0' = \bar{x} + q_1 \overline{q_0}$$
$$z = q_1 q_0$$



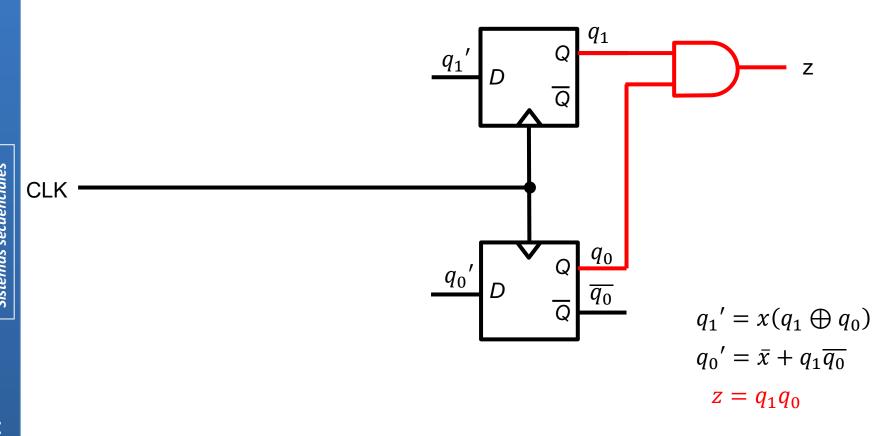


$$q_1' = x(q_1 \oplus q_0)$$

$$q_0' = \bar{x} + q_1 \overline{q_0}$$

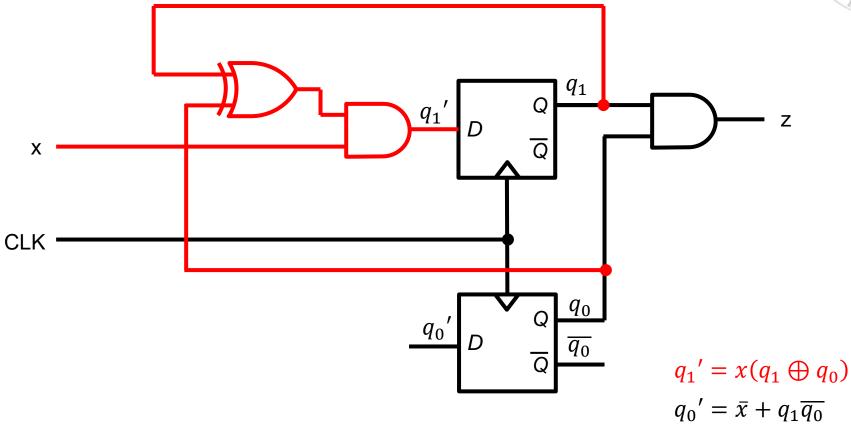
$$z = q_1 q_0$$



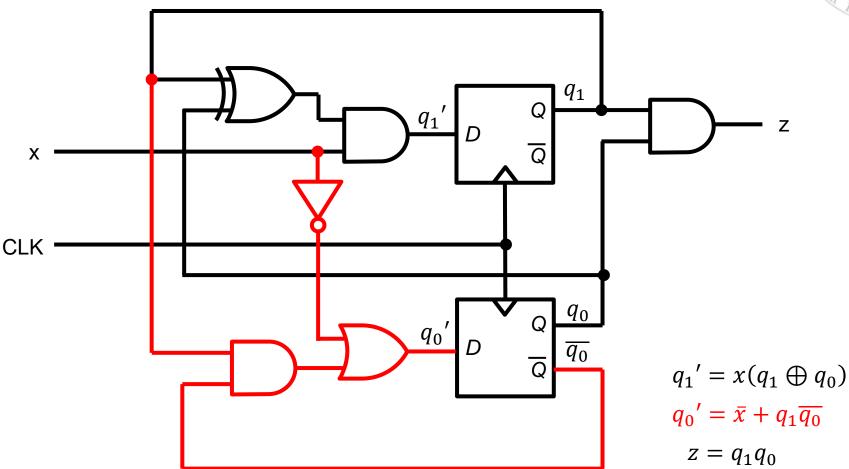




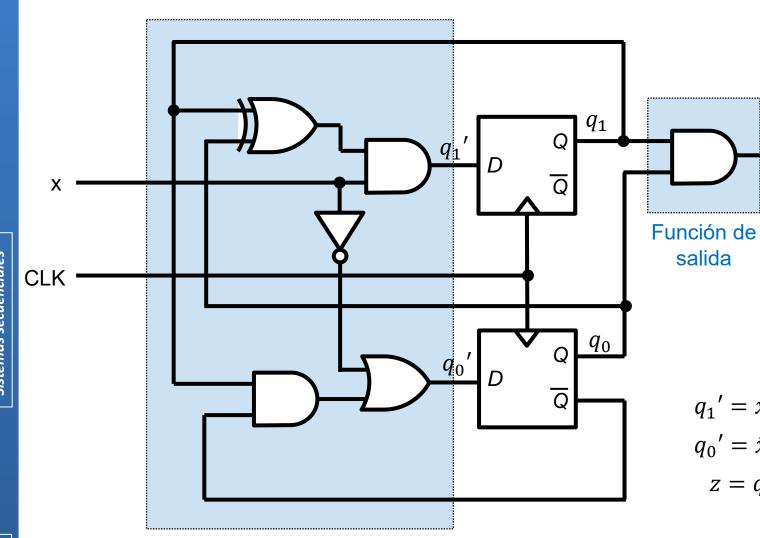
 $z = q_1 q_0$ 











 ${q_1}' = x(q_1 \oplus q_0)$ 

Ζ

$${q_0}' = \bar{x} + q_1 \overline{q_0}$$

$$z = q_1 q_0$$

salida

- Codificaciones distintas dan lugar a implementaciones diferentes de la misma máquina de estados.
  - o Por ello es interesante elegir aquella codificación que reduzca al máximo el coste/retardo de los circuitos de transición y salida.
- Codificación entrada:  $\{a \rightarrow 0, b \rightarrow 1\}$
- Codificación salida:  $\{NO \rightarrow 0, SI \rightarrow 1\}$
- Codificación estados:  $\{SO \rightarrow (O1), S1 \rightarrow (O0), S2 \rightarrow (10), S3 \rightarrow (11)\}$

-unción de transición

	Х	$q_{\scriptscriptstyle 1}$	$q_o$	$q_1'$	$q_0'$
de estados	0	<b>q</b> <sub>1</sub>	<b>q</b> <sub>o</sub>	0	<b>q</b> <sub>0</sub> '
	0	0	1	0	0
	0	1	0	0	0
	0	1	1	0	0
	1	0	0	1	0
	1	0	1	0	1
	1	1	0	1	1
	1	1	1	0	1

da da			
salida	$q_{\scriptscriptstyle 1}$	$q_0$	Z
	0	0	0
р	0	1	0
Ş	1	0	0
unción de	1	1	1
ıī '			

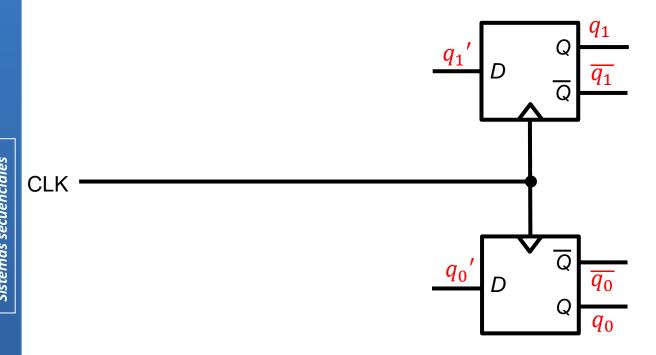
$$q_1' = x\overline{q_0}$$

$$q_0' = x(q_0 + q_1)$$

$$z = q_1q_0$$

requiere 2 puertas menos



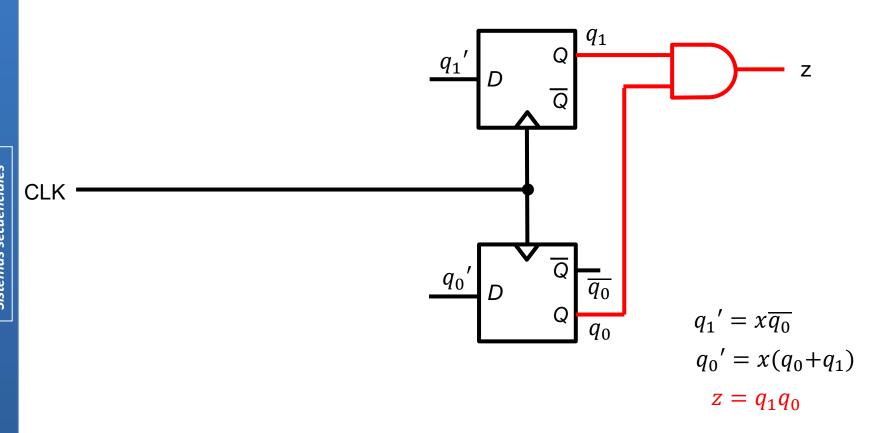


$$q_1' = x\overline{q_0}$$

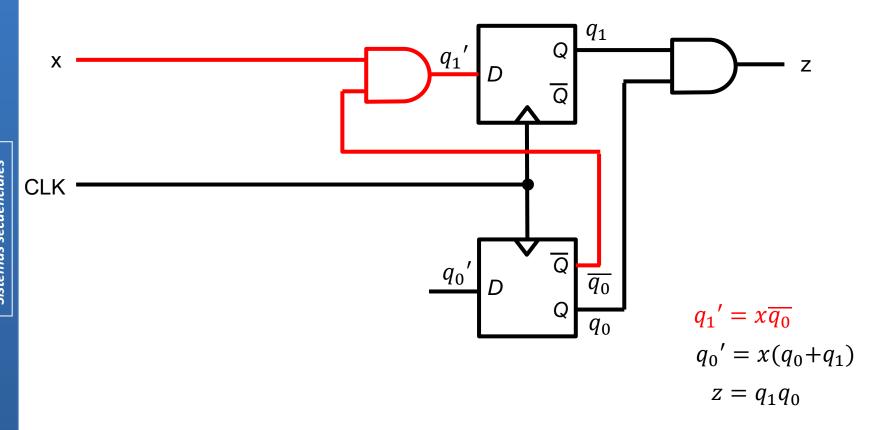
$$q_0' = x(q_0 + q_1)$$

$$z = q_1q_0$$

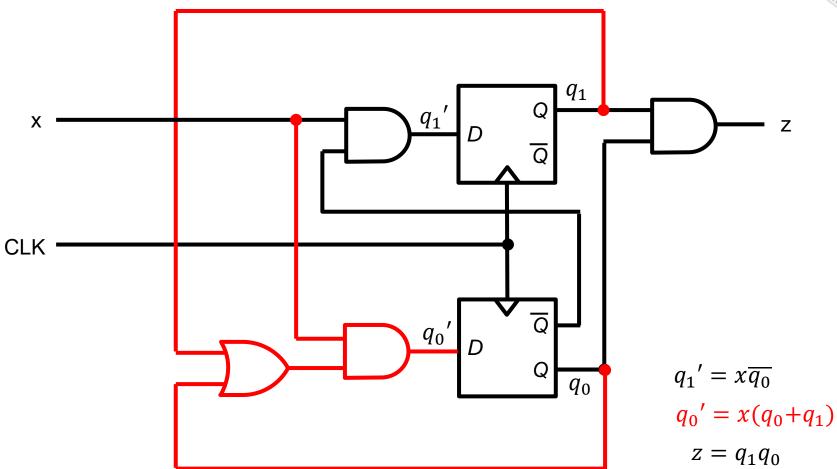




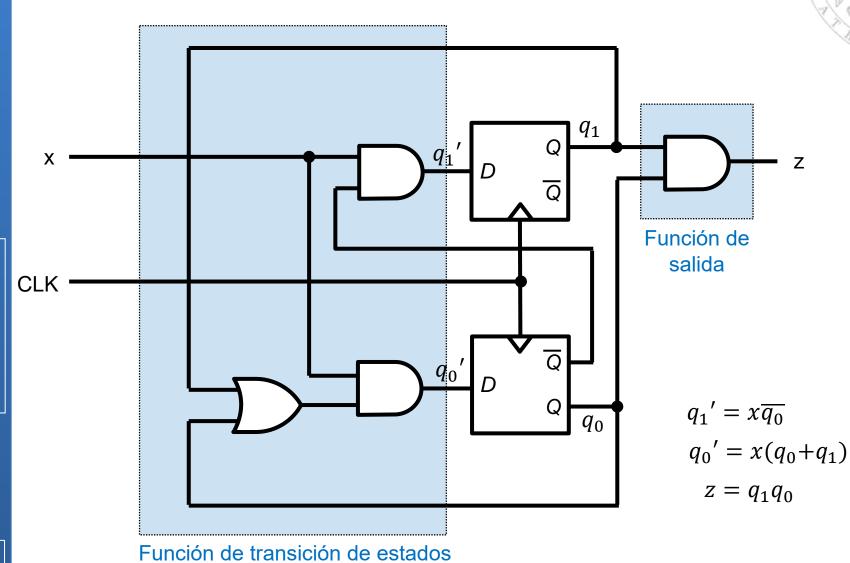








Ζ



#### **Contenidos**

- ✓ Especificación basada en estados.
- ✓ Diagrama de estados.
- ✓ Máquinas de Moore y Mealy.
- ✓ Síntesis con biestables D.
- ✓ Inicialización de sistemas secuenciales.



#### Inicialización

- ¿Cuál es el estado de un biestable al encenderlo?
  - Cualquiera de los 2 posibles.



- ¿Cuál es el estado de un sistema secuencial al encenderlo?
  - Cualquiera de los posibles (incluyendo prohibidos).
- Todos los sistemas secuenciales tienen una entrada de inicialización para llevarlos asíncronamente a un estado inicial.
  - Esta entrada global de reset deberá conectarse según la codificación del estado inicial a la entrada de inicialización que corresponda de cada uno de los biestables del circuito.

# Inicialización

