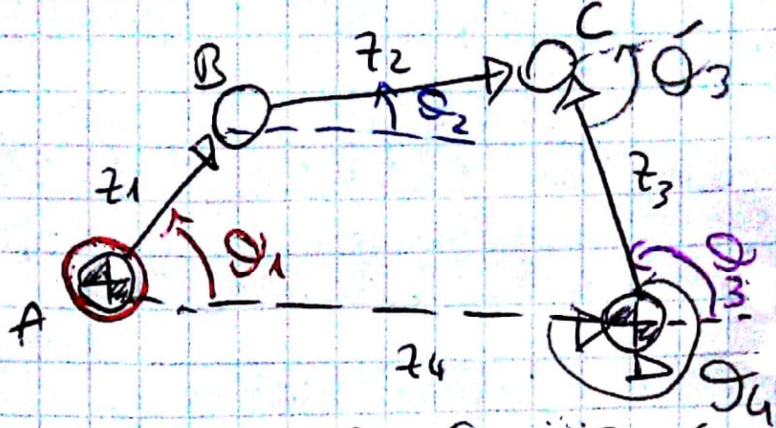
MODELLISTICA LEZIONE 4 10-10-18



eq. chiusura

$\bar{z_1} + \bar{z_2} - \bar{z_3} - \bar{z_4} = 0$

$N = 1$

$$\begin{cases} l_1 c_1 + l_2 c_2 - l_3 c_3 - l_4 c_4 = 0 \\ l_1 s_1 + l_2 s_2 - l_3 s_3 - l_4 s_4 = 0 \end{cases}$$

- Coordinate generalizzate (N)

  Variabili, corrispondono agli attuatori ϑ_1

- Parametri geometrici

  Lunghezze dei corpi ed angolo del telaio

  $l_1 \quad l_2 \quad l_3 \quad l_4 \quad \vartheta_4$

- Variabili incognite

  $\vartheta_2 \quad \vartheta_3$

Sono espresse in funzione di ϑ_1, le c. g.

$\vartheta_2(\vartheta_1)$ e $\vartheta_3(\vartheta_1)$ come eq. non lineari

Esistono due modi per risolvere la CINEMATICA di POSIZIONE, cioè calcolare ϑ_2 e ϑ_3, per via NUMERICA (approssimata) o per

Via ANALITICA (forma chiusa)

→ Analisi di VELOCITÀ

Si deve determinare la relazione tra la velocità di ingresso $\dot\vartheta_1$ e le velocità di uscita $\dot\vartheta_2$ e $\dot\vartheta_3$

Bisogna derivare le equazioni:

$$
\begin{cases}
f_1: & -a_1 s_1 \dot\vartheta_1 - a_2 s_2 \dot\vartheta_2 + a_3 s_3 \dot\vartheta_3 = 0 \\
f_2: & a_1 c_1 \dot\vartheta_1 + a_2 c_2 \dot\vartheta_2 - a_3 c_3 \dot\vartheta_3 = 0 \; *
\end{cases}
$$

$*$ ϑ_4 non compare perché costante

le variabili $\dot\vartheta_2$ e $\dot\vartheta_3$ sono legate in modo lineare alle velocità di input $\dot\vartheta_1$ e si può scrivere tutto in forma matriciale

matrice coefficienti — vettore incognite

$$
\underbrace{\begin{bmatrix} -a_2 s_2 & a_3 s_3 \\ a_2 c_2 & -a_3 c_3 \end{bmatrix}}_{\text{matrice Jacobiana}}
\underbrace{\begin{bmatrix} \dot\vartheta_2 \\ \dot\vartheta_3 \end{bmatrix}}_{\dot{\bar\vartheta}}
=
\underbrace{\begin{bmatrix} a_1 s_1 \\ -a_1 c_1 \end{bmatrix}}_{B = \frac{\partial \bar f}{\partial \bar q}}
\dot\vartheta_1
$$

$$J = \frac{\partial \bar f}{\partial \bar\vartheta}$$

derivate di f_1, f_2 rispetto alle incognite ϑ_2 e ϑ_3

derivate delle funzioni f_1, f_2 rispetto alle coordinate generalizzate, il vettore $\bar q$ quello delle variabili di GIUNTO

$J \cdot \dot{\bar{\vartheta}} = B \cdot \dot{\bar{q}}$ in forma compatta

L'analisi di velocità è sempre riconducibile a questa forma, che è generale $\Rightarrow \dot{\bar{\vartheta}} = J^{-1} B \dot{\bar{q}}$

$\rightarrow$ ANALISI di ACCELERAZIONE

Si determina calcolando la derivata di $J \cdot \dot{\bar{\vartheta}} = B \cdot \dot{\bar{q}}$, ovvero:

$\dot{J} \cdot \dot{\vartheta}^2 + J \cdot \ddot{\bar{\vartheta}} = \dot{B} \dot{\bar{q}}^2 + B \ddot{\bar{q}} \Rightarrow \ddot{\bar{\vartheta}} = \ldots$

Le accelerazioni incognite sono legate linearmente alle accelerazioni in ingresso.

Ogni analisi ha bisogno delle informazioni dell'analisi precedente, cioè per risolvere quella di velocità serve quella di posizione e per risolvere quella di accelerazione servono le due precedenti. Il calcolo di queste analisi dipende dall' INVERTIBILITA' della matrice J. Se il determinante di J è uguale a zero, questa non è invertibile, perché ci sono delle singolarità $\cdot$ S. $|J| = 0$.

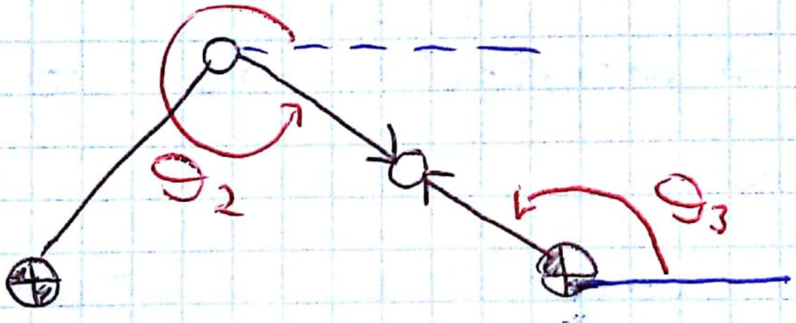
Si deve determinare la configurazione

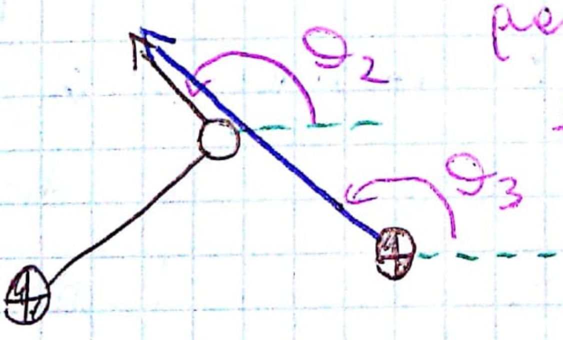
del meccanismo che causa problemi, annullando il determinante della matrice, in modo da ottenere la configurazione di interesse:

$$\Delta J = \cancel{a_3 a_2} \cdot S_2 C_3 - \cancel{a_3 a_2} S_3 C_2 = 0$$

$$S(\vartheta_2 - \vartheta_3) = 0 \quad \begin{cases} \vartheta_2 - \vartheta_3 = 0 & \vartheta_2 = \vartheta_3 \\ \vartheta_2 - \vartheta_3 = \pi & \vartheta_2 = \vartheta_3 + \pi \end{cases}$$

Non è possibile assemblare il quadrilatero se il link 4 è maggiore della somma degli altri tre link





questa configurazione non è RAGGIUNGIBILE, non è realizzabile meccanicamente

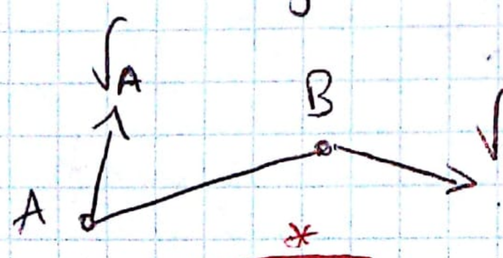
Per poter mantenere $\dot{p} \neq 0$, matematicamente, la velocità deve $\rightarrow +\infty$, fisicamente il meccanismo si rompe, perché ci si trova in una configurazione bloccata → impossibilità di movimento.

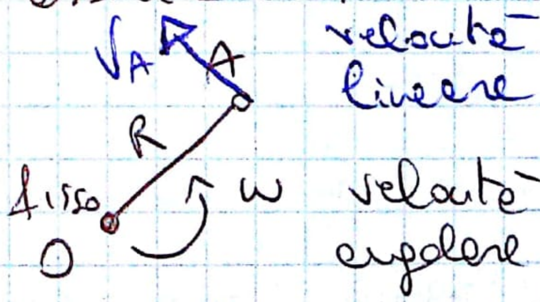
In singolarità, il movimento del sistema è indeterminato, non si sa se il meccanismo parte in una configurazione che sia di GOMITO ALTO o GOMITO BASSO

Se non si passa per la singolarità, se si parte con l'elemento bloccato a gomito alto, non ci si può trovare in gomito basso e viceversa

TEOREMA RIVALS

Dato un corpo rigido che si muove dal punto A al punto B, la sua velocità nel punto B è legata a quella assunta in A





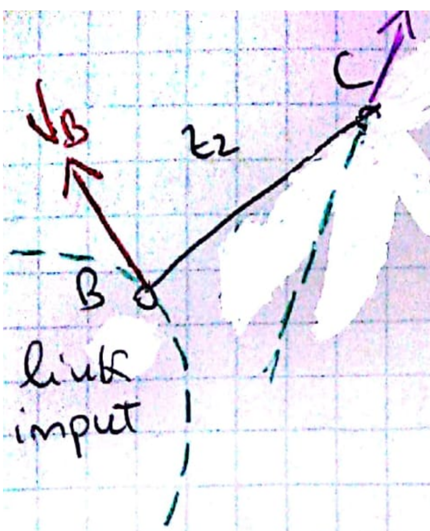
$$\bar V_B = \bar V_A + \underbrace{\bar\omega \times \overline{BA}}_{*}$$

prodotto vettoriale

* velocità relativa

$V_O = \emptyset$ $\quad V_A = \omega R$ tangente alla circonferenza descritta dal moto

$V_A \perp R$



$V_B \perp BA$

$V_C \perp DC$

$V_B = \dot{\vartheta}_1 |AB|$

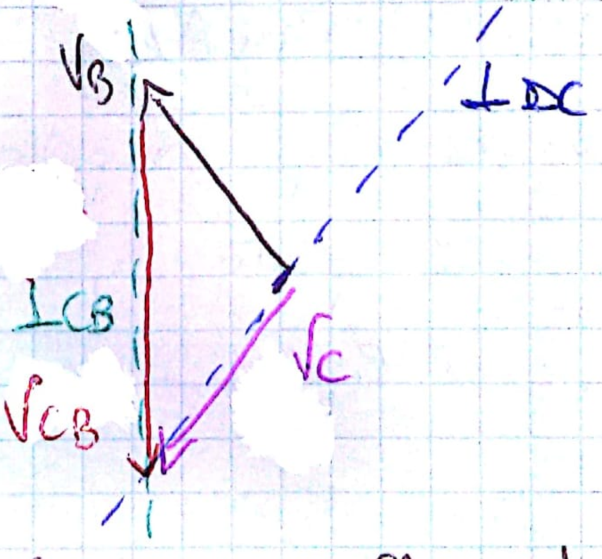
$\bar{V}_C = \bar{V}_B + \bar{V}_{CB}$

↳ velocità relativa tra i due corpi

Si scompongono i moduli e le direzioni dell'eq. vettoriale:

	V_C	V_B	V_{CB}
MODULO	?	$\dot{\vartheta}_1 AB$	?
DIREZIONE	$\perp DC$	$\perp AB$	$\perp CB$

Per via grafica:



Quando V_{CB} è tale che i due link diventano paralleli, cioè diventa una retta, i due lati del triangolo sono allineati e l'altra velocità va all'infinito

V_C e V_{CB} avranno la stessa direzione quando il gomito si stende

ANALISI CINEMATICA della posizione per via NUMERICA:

Questo non si vuole risolvere in forma chiusa l'analisi di posizione di un meccanismo.

$f(x)=0 \qquad x^2-1=0 \rightarrow x=\pm 1$

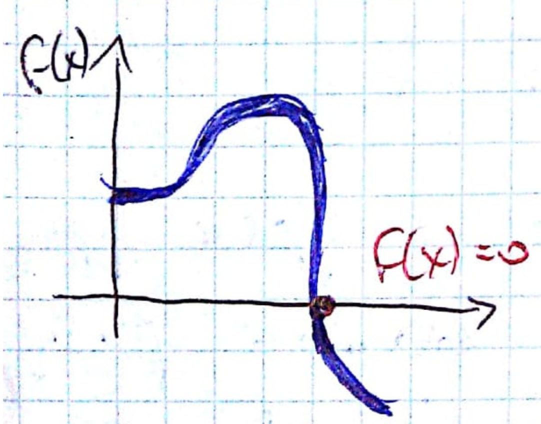
se l'eq. viene risolta in forma chiusa

$f(x) = \log\sqrt{x^{e^3}} = 0 \longrightarrow x = ?$

l'eq. viene risolta per via numerica

Metodo iterativo di Newton - Raphson

Si parte ipotizzando una soluzione, come tentativo iniziale "Initial Guess", arbitrario



x_0 initial guess

$f(x_0) \neq 0 \longrightarrow$

$f(x_0 + \delta x_0) = 0$

incremento da dare a x_0

per avvicinarsi alla soluzione, è detto aggiustamento.

In espansione in serie di Taylor, nell'intorno del tentativo x_0:

$$= f(x_0) + \frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{x_0} \delta x_0 + \dots = f_0 + f_0' \delta x_0 + \dots$$

serie infinita di termini

incremento

$$\Rightarrow \delta x_0 = \frac{-f_0}{f_0'}$$

x_0 è una soluzione approssimata

Questo procedimento deve essere iterato

$\rightarrow x_1 = x_0 + \delta x_0$ e si itera, calcolando

$\delta x_1 = -\frac{f_1}{f_1'}$ e ancora

Si considera solo il primo ordine dell'espansione di Taylor perché si vuole una equazione lineare

$\delta x_i < \varepsilon$

$f_i < \varepsilon$

Se x_0 è molto distante dalla soluzione si può non convergere oppure convergere ad un'altra soluzione, quindi la scelta del tentativo iniziale è fondamentale. Questo nel caso monodimensionale

Si vuole estendere l'approccio a sistemi di questo tipo (nel campo vettoriale):

$$\bar{F}(\bar{\vartheta}) = \bar{0} \qquad f_1 = 0,\ f_2 = 0,\ F_3 = 0,\ f_4 = 0, \ldots$$

$$\delta \bar{\vartheta}_0 = - J^{-1} \bar{F}_0$$