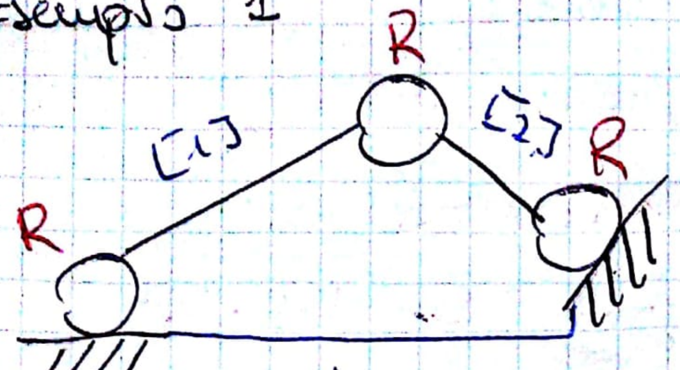
MODELLISTICA LEZIONE 3 08-10-18

Esempio 1



[3] corpo fissato

ARCO A TRE CERNIERE

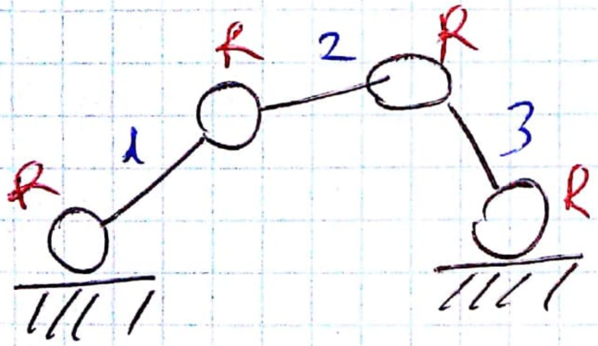
$$N = \underset{\swarrow}{3}(3-1) - \underbrace{3 \cdot 2}_{c_1} = 0$$

DOF nel piano

∅ gradi di libertà

Allora, siccome un meccanismo è qualcosa che si muove, il sistema considerato, avendo ∅ g. di libertà non si muove e perciò è detto struttura.

Esempio 2



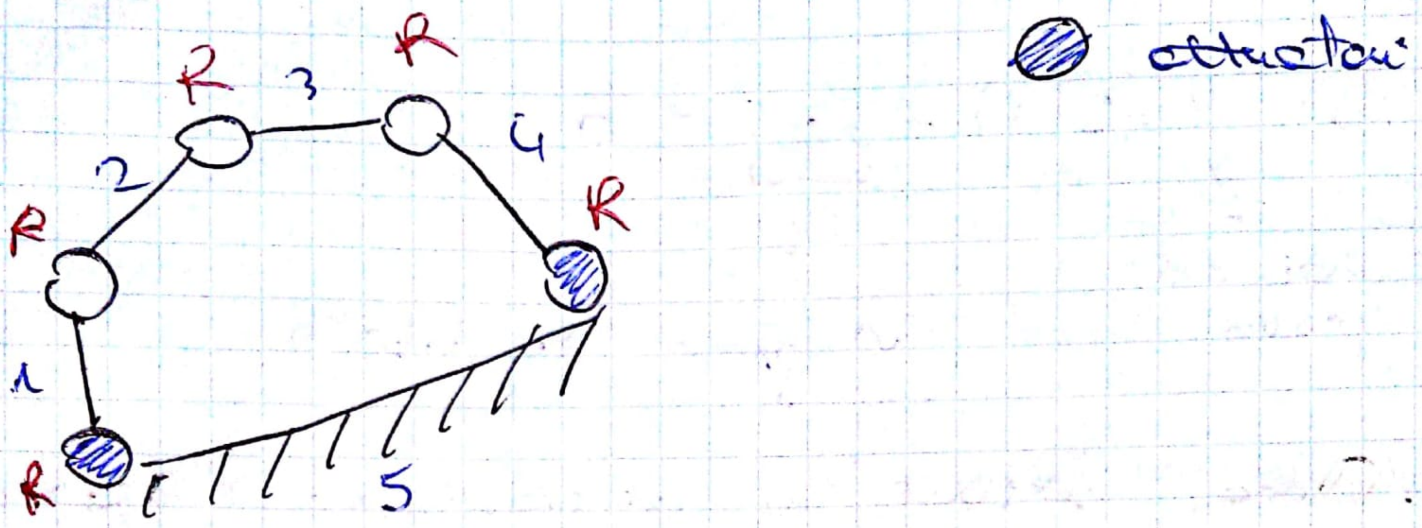
$N = 1$

Basta una sola variabile per muovere

tutto il meccanismo in maniera univoco.

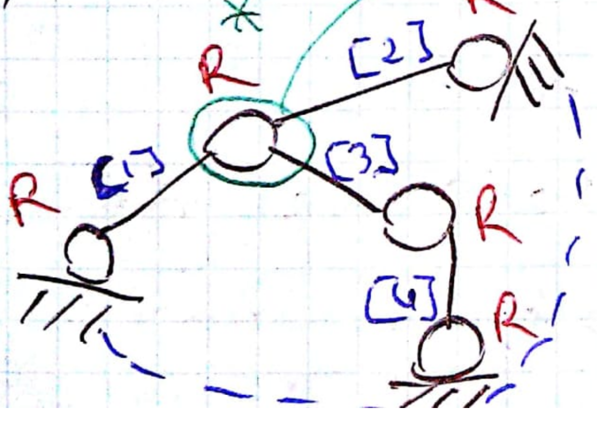
Esempio 3 PENTALATERO ARTICOLATO

Ha 5 link, due gradi di libertà



Esempio 4

Il telaio, per definizione, è uno solo (anche se nelle strutture è disegnato separato)



* accoppia più di due link (qui 3) perciò si ha più di una coppia di giunto (qui 2)

* questo giunto R allora conta doppio, perché quando si hanno n corpi che vengono a convogliare in un unico cerniera, i giunti sono n − 1

$N = 3(4) - 2 \cdot 6 = 0$

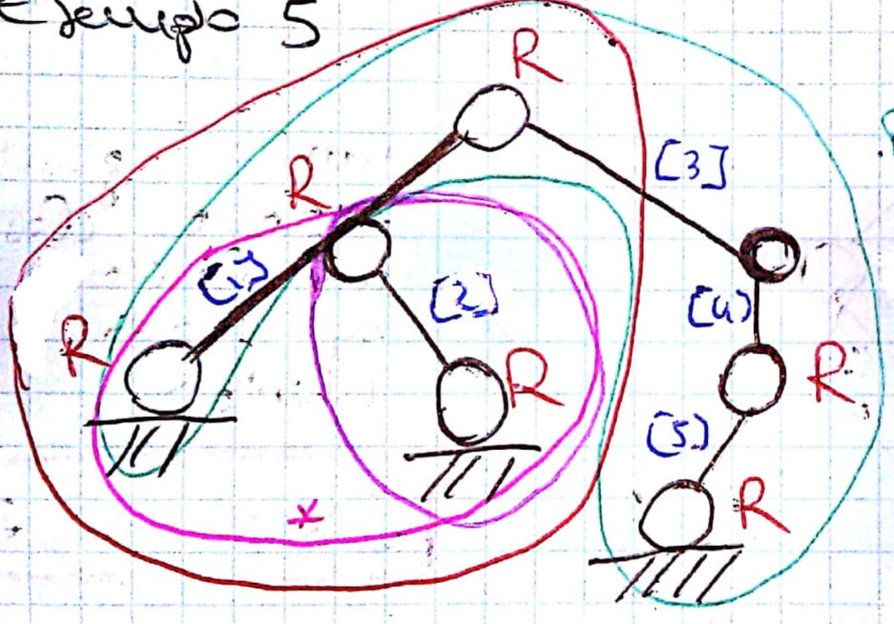
↳ $R + R^* + R + R + R$

↓

$2R$

Questo sistema non si muove, è una struttura, non un meccanismo.

Esempio 5



pentalatero

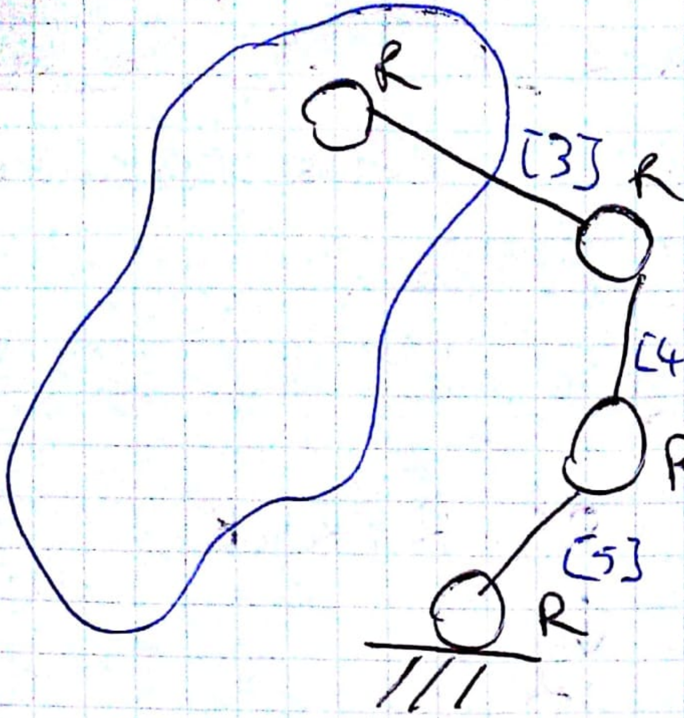
vincolo

oppure

arco e tre cerniere

$N = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1$

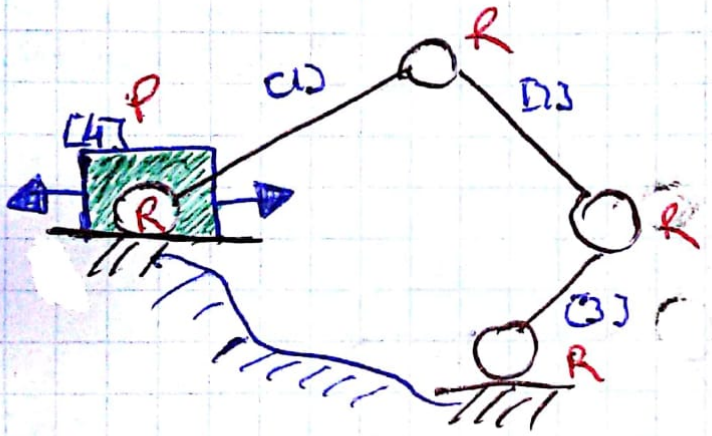
* questi due corpi non si muovono, fanno parte del telaio



quadrilatero articolato

1 grado di libertà

Esempio 6 (con giunto prismatico, che permette il movimento relativo dei corpi)



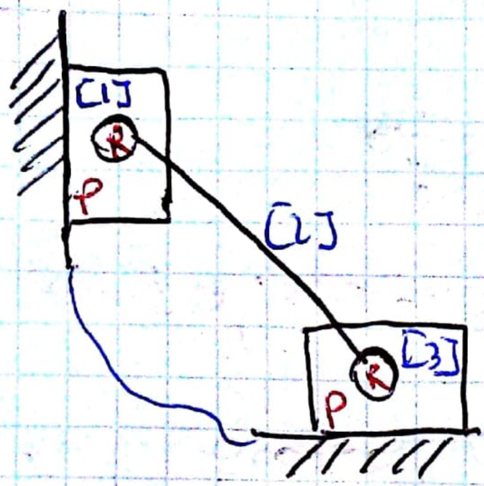
tutti i giunti di classe C1, se lasciano un grado di libertà

C1

$\boxed{Cx \Rightarrow x \text{ DoF}}$

$$N = 3(\cancel{4-1}) - 2(\cancel{4}) = \cancel{1}$$
$$5-1 \qquad\quad 5 \qquad\quad 2$$

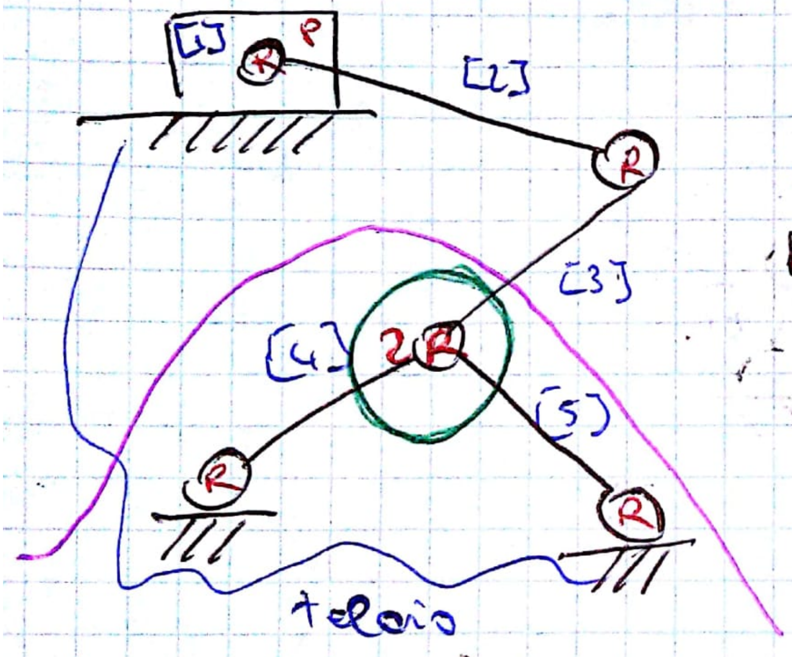
Esempio 7



C1

$$N = 3(4-1) - 2 \cdot 4 = 1$$

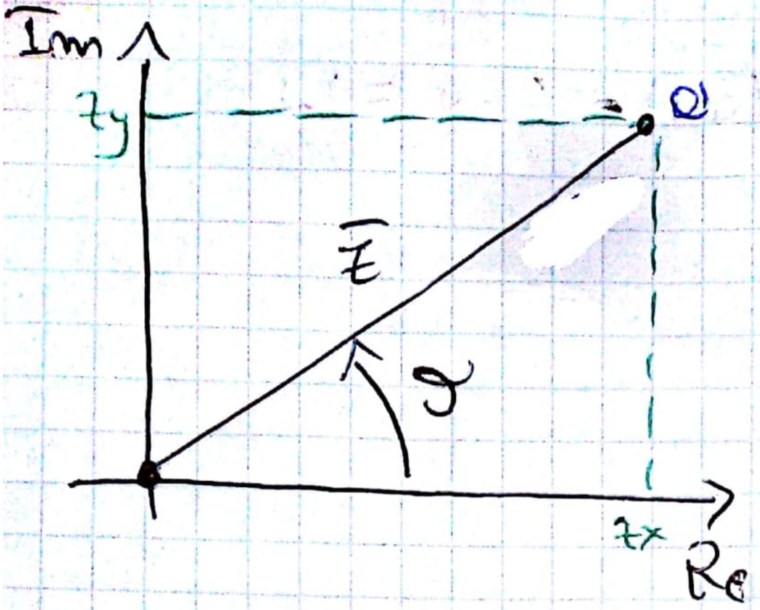
Esempio 8



$$N = \overbrace{3(6-1)}^{15} - \cancel{2(6)} = \cancel{3}$$
$$-2(7) = 1$$

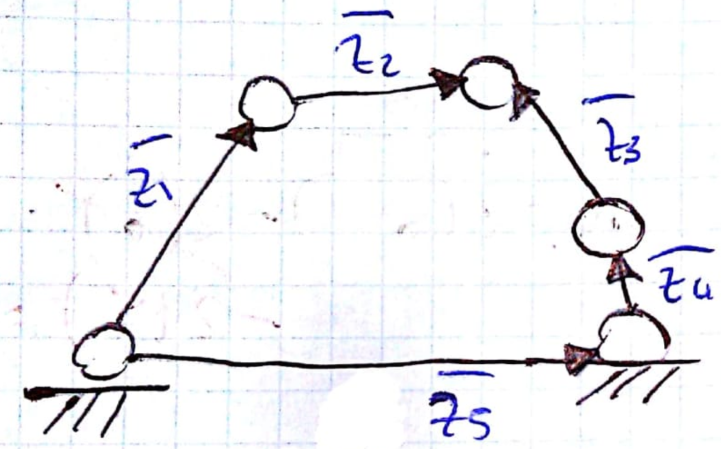
per la semplice si considera come telaio e si risolve solo l'altra parte del sistema

ANALISI CINEMATICA



$$\bar{z} = \rho \cdot e^{j\theta} =$$
$$= \rho\cos\theta + j\rho\sin\theta$$

$$\bar{z} = \rho \begin{Bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} z_x \\ z_y \end{Bmatrix}$$



EQUAZIONE VETTORIALE DI CHIUSURA

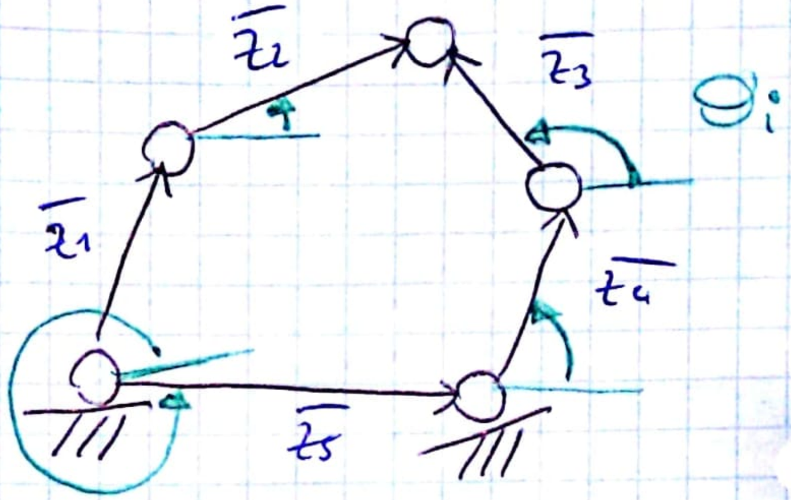
(chiude ad anello il meccanismo)

$$\bar{z}_1 + \bar{z}_2 - \bar{z}_3 - \bar{z}_4 - \bar{z}_5 = 0$$

Si passa dalle equazioni vettoriali a quelle scalari:

$$a_1 \begin{Bmatrix} C_1 \\ S_1 \end{Bmatrix} + a_2 \begin{Bmatrix} C_2 \\ S_2 \end{Bmatrix} - a_3 \begin{Bmatrix} C_3 \\ S_3 \end{Bmatrix} - a_4 \begin{Bmatrix} C_4 \\ S_4 \end{Bmatrix} - a_5 \begin{Bmatrix} C_5 \\ S_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Da un' equazione vettoriale si ottengono due equazioni = mi scalari



inclinazione dei vettori rispetto all'orizzontale

Si decide di mettere gli attuatori sul telaio

- INCOGNITE θ_2 θ_3

- GEOMETRIA

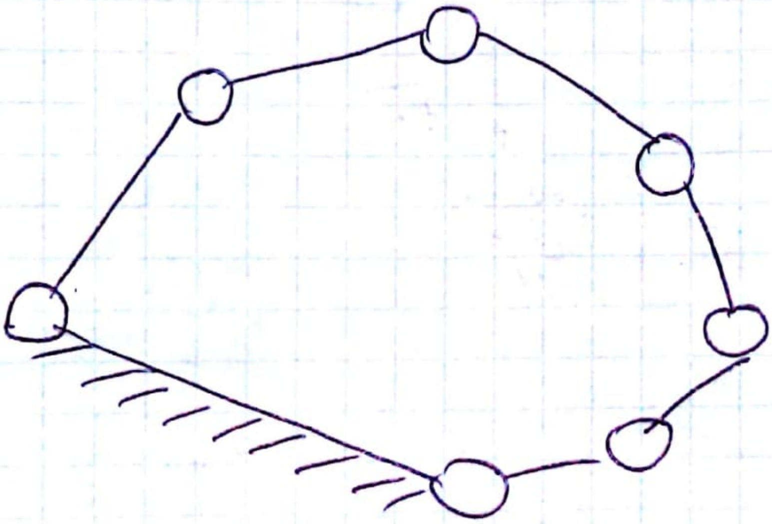
a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 θ_5

- COORDINATE GENERALIZZATE

θ_1 θ_4

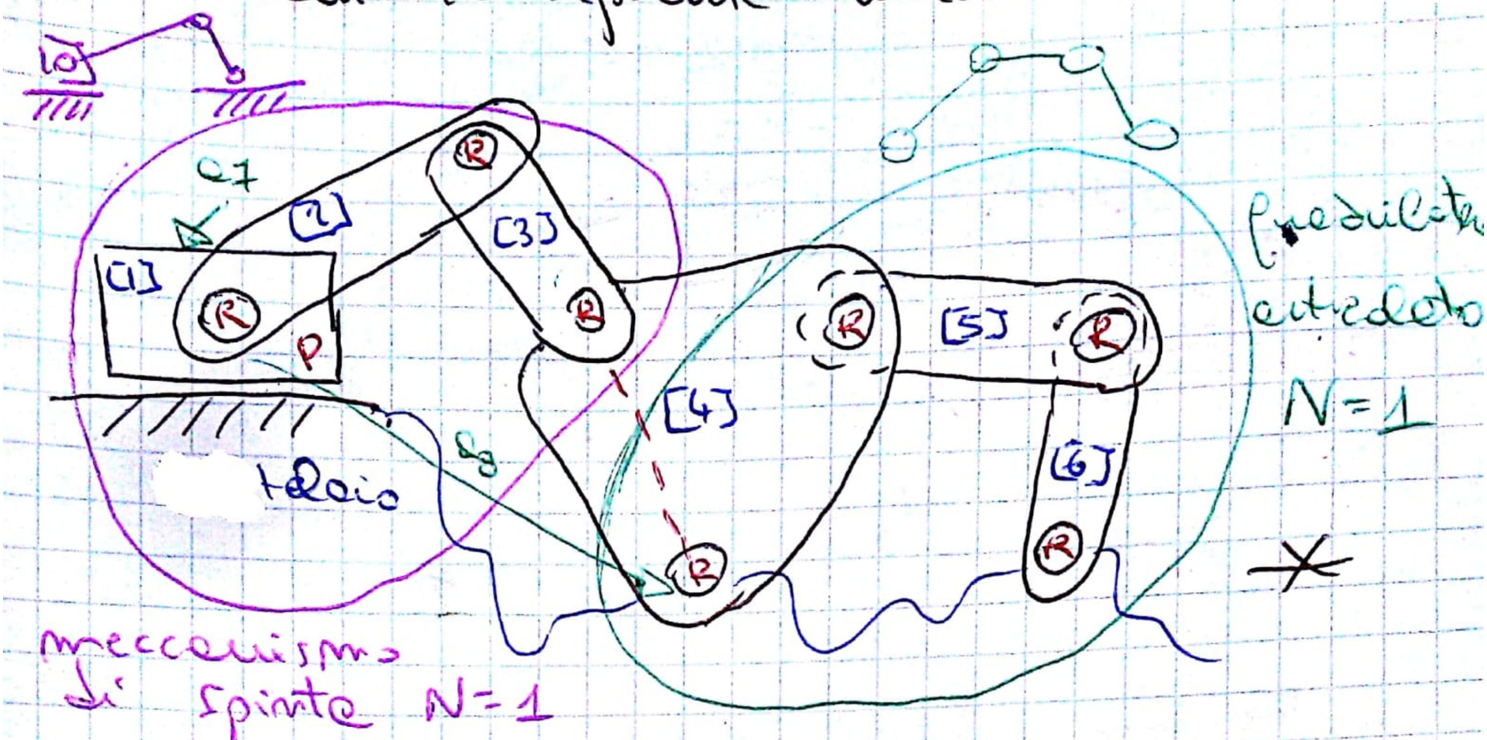
Siccome per ogni eq. vettoriale si ha sempre il doppio di termini di eq. scalari, le incognite devono essere pari in numero

Gli attuatori sono 2 perché il meccanismo ha due gradi di libertà.



Tante eq. scalari quante incognite
In questo caso:
1 eq. di chiusura → 2 eq. scalari →
2 incognite

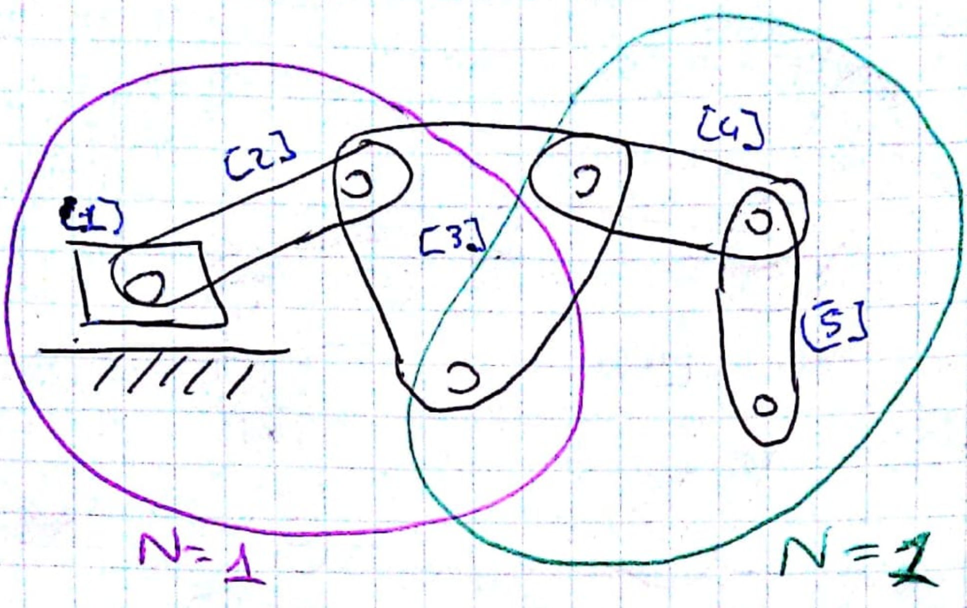
Si consideri il seguente meccanismo:



La tipologia di meccanismo è indipendente dalla forma del corpo ed è irrilevante dal punto di vista cinematico, infatti conta solo dove il corpo è vincolato.

- $N = 3(7-1) - 2(8) = 2$ (C1)
- EQUAZIONI DI CHIUSURA (2)
- C.G. (2) = N — Calcolare
  INC. (4)
  PARAMETRI GEOMETRICI

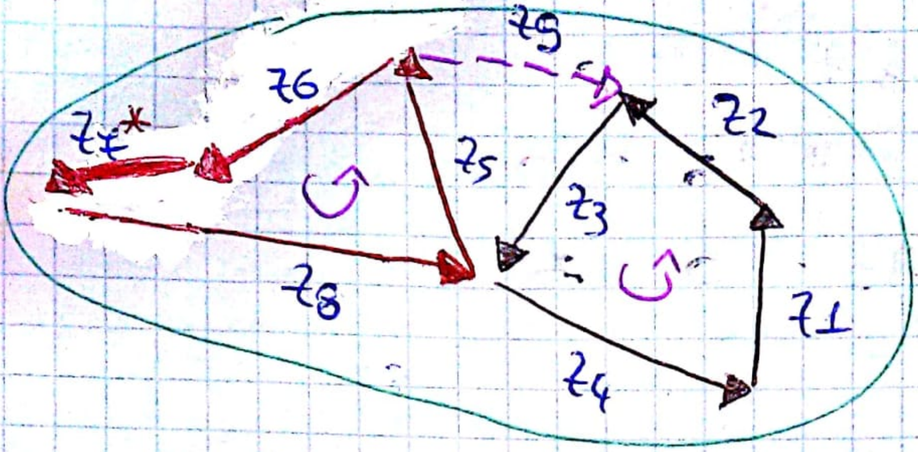
Per analogia:



Si hanno due meccanismi ed un grado di libertà, guidati l'uno dal= l'altro, quindi il sistema ha un solo grado di libertà.

* Nell'esempio iniziale i 2 meccani= smi sono indipendenti, quindi se uno è guidato l'altro è libero di muoversi, per un totale di due gradi di libertà, infatti tra i due sottosistemi c'è un link

Questo comporta la presenza di due cate=
ne di chiusura:

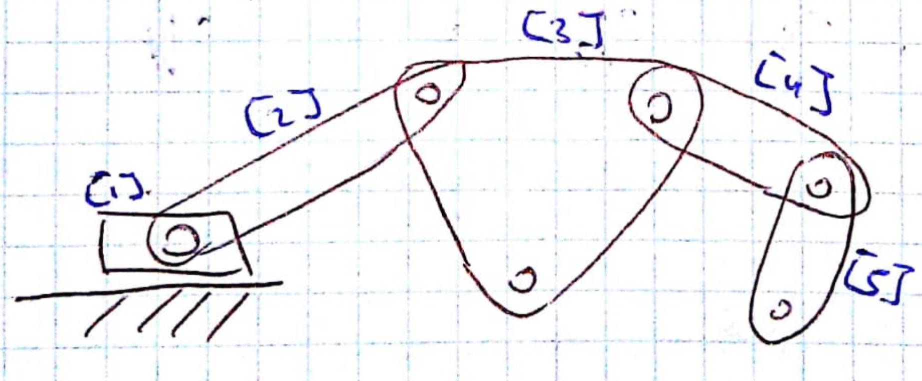


* pistone ϑ_7
ϑ_8 in condi=
zione el pisto=
ne, si allunga
e si accorcia

$N = 1$

- Coordinate Generalizzate ϑ_1 //
- Incognite ϑ_7 ϑ_8 ϑ_2 $\underbrace{\vartheta_3\ \vartheta_5}$ ϑ_6 ϑ_8
- Parametri geometrici
  a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_9 ϑ_4 ϑ_7

Errore: le incognite sono dispari!



Quando il corpo 3 ruota, ϑ_3 e ϑ_5
ruotano della stessa quantità, quindi

fanno parte di una relazione geometrica costante.

$$\begin{cases} z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = 0 \\ z_5 + z_6 + z_7 + z_8 = 0 \\ z_5 + z_9 + z_3 = 0 \quad * \end{cases}$$

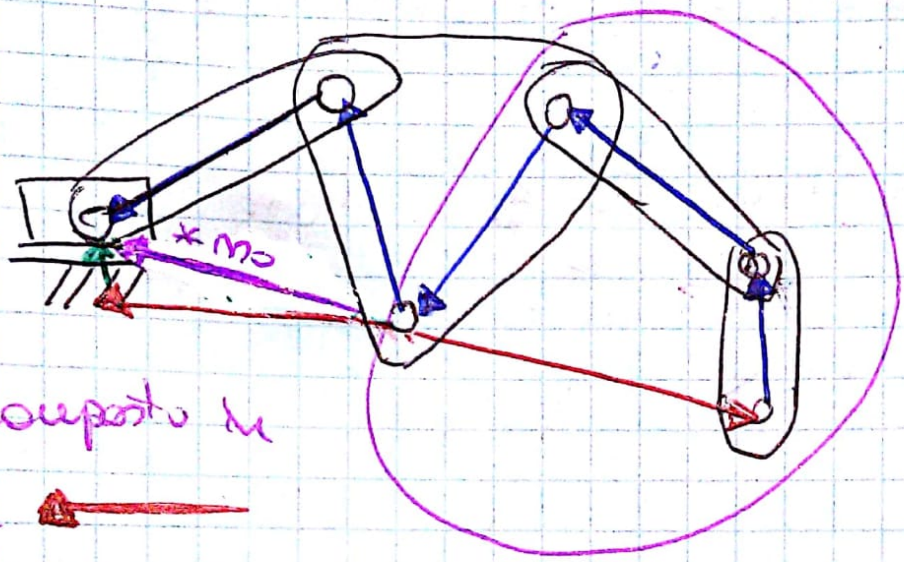
$*$ è superflua perché rappresenta un sistema che non cambia dal punto di vista del movimento relativo, in dipendenza del moto.

Se si scrivesse l'equazione esterna, quella completa, questa $*$ non si avrebbe infatti. ≈ legge di Kirchoff

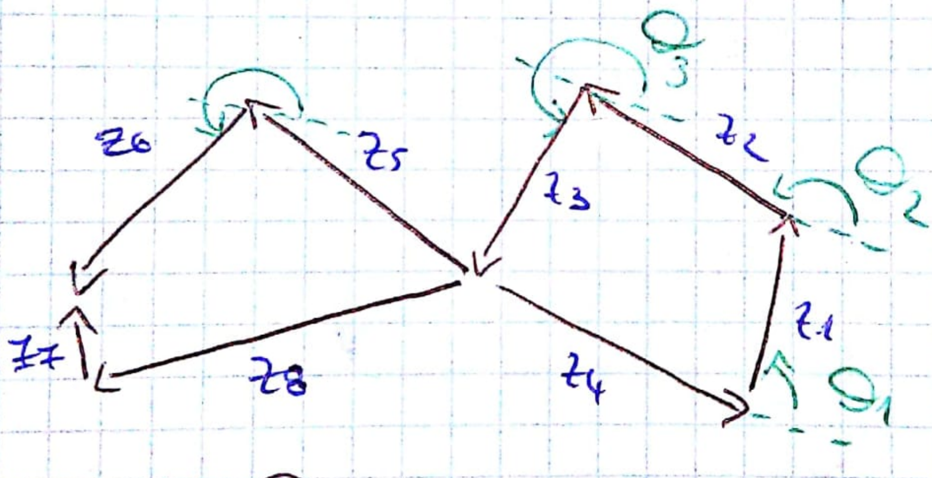
Le equazioni di chiusura sono:

$$\begin{cases} z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = 0 \\ z_5 + z_6 + z_7 + z_8 = 0 \end{cases}$$

Allora ci devono essere 4 eq. scalari e perciò 4 incognite
Errore: è stata scritta male l'eq. di chiusura



* scomposto in ↑ e ←



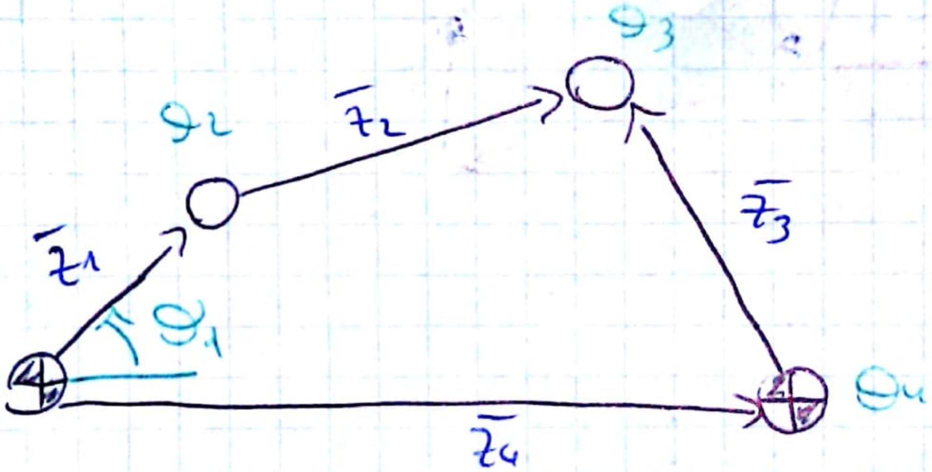
– C.G. θ_1

– INC θ_2 θ_3 θ_8 θ_6

Esempio:
il ginocchio è un quadrilatero artico=
lato con meccanismi incrociati

Un meccanismo trasforma un moto in in=
gresso in un moto in uscita.

F.B.L. Four Bodies Linkage



- C.G. ϑ_1 orientazione del corpo 1
- P.G. ϑ_1 ϑ_2 ϑ_3 ϑ_4 ϑ_4.
- V.I. ϑ_2 ϑ_3
  variabili incognite

Scanned by CamScanner

1 Eq. di chiusura → 2 eq. scalari

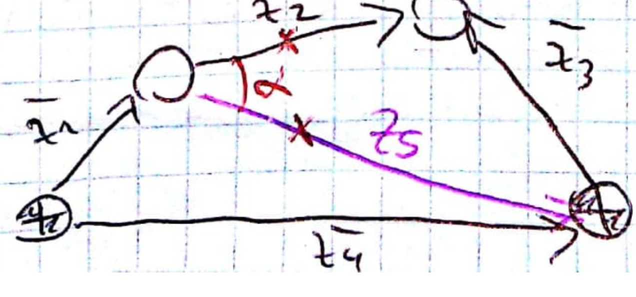
$$\begin{cases} \vartheta_1 c_1 + \vartheta_2 c_2 - \vartheta_3 c_3 - \vartheta_4 c_4 = 0 \\ \vartheta_1 s_1 + \vartheta_2 s_2 - \vartheta_3 s_3 - \vartheta_4 s_4 = 0 \end{cases}$$

Ma queste eq. non sono lineari infatti ϑ_2, ϑ_3 non sono linearmente dipendenti da ϑ_1 che è la coordinata generalizzata, ma espressi in funzione di seno e coseno.

Queste eq. si possono risolvere in maniera ANALITICA, per esprimerle in funzione di altre variabili del sistema oppure in maniera NUMERICA

Risoluzione analitica:

Si risolve geometricamente, usando un vettore ausiliario



si calcola, con il teorema di Pitagora, il valore di questo nuovo vettore:

$$a_5 = \sqrt{(a_4 c_4 - a_1 c_1)^2 + (a_4 s_4 - a_1 s_1)^2}$$

$$\vartheta_5 = \operatorname{atan} \frac{a_4 s_4 - a_1 s_1}{a_4 c_4 - a_1 c_1}$$

quindi a_5 dipende da ϑ_1
(ϑ_4 è un p. a.)

Ora si utilizza il teorema di Carnot su

$B\hat{C}D$:

$$\cos\alpha = \frac{\overbrace{a_2^2 + a_5^2}^{\text{lati adiacenti}} - \overbrace{a_3^2}^{\text{lato opposto}}}{2 a_2 a_5} \Rightarrow$$

$\alpha = \pm \arccos()$ ambiguità in segno

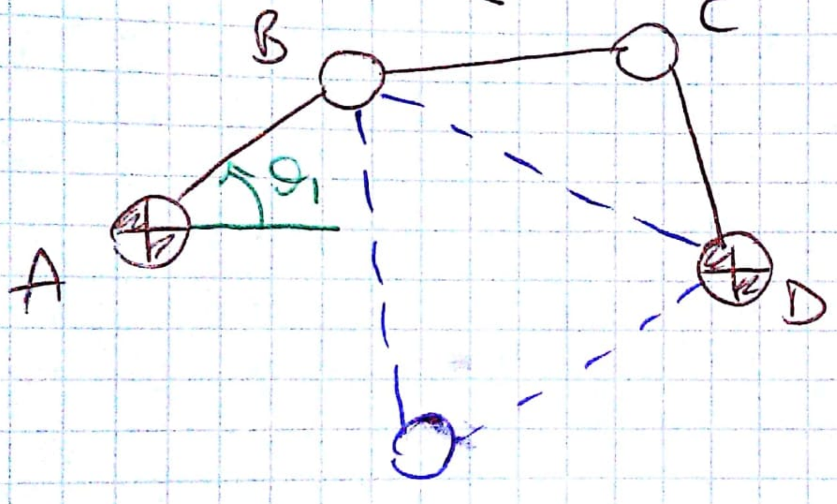
$$\boxed{\vartheta_2 = \alpha + \vartheta_5}$$

il quadrilatero articolato ha 2 soluzioni

si è potuta determinare una delle incognite

Il fatto che il quadrilatero articolato da due soluzioni multiple (date dal $\pm$) significa che ci sono due possibili configurazioni.

Risolvere la cinematica del meccanismo significa sapere dove si trovano le altre variabili, in correlazione alla variabile generalizzata ϑ_1



2 configurazioni
- a punto alto
- a punto basso