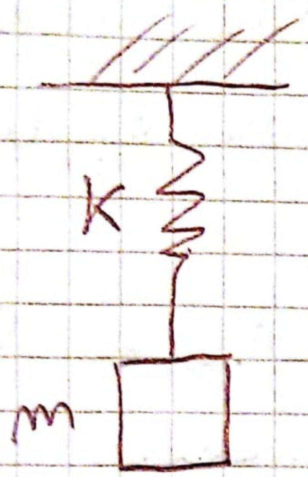
Sistemi oscillanti

- Massa
- Elasticità

} → distribuiti
→ concentrati



Si assume che il sistema ha elasticità soltanto nella molla e massa soltanto nel corpo rigido

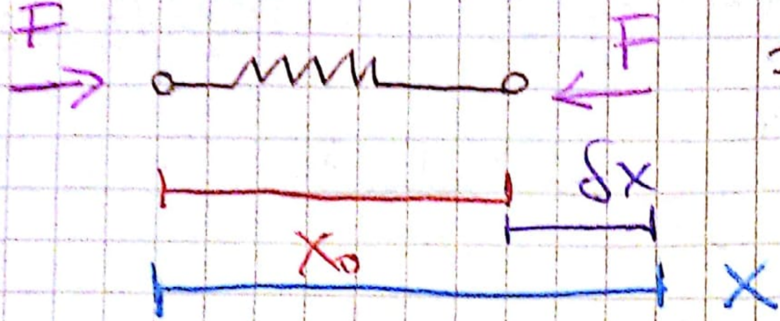
m: [kg]

K: [N/m]

La rigidezza è la proprietà che determina la capacità di un corpo di deformarsi sotto l'azione di una forza.

La cedevolezza è l'inverso della cedevolezza.

$$\text{RIGIDEZZA} = \frac{1}{\text{CEDEVOLEZZA}}$$



$\vec{F} = -k(x-x_0)$

x_0 è la lunghezza naturale della molla, quella che assume la molla quando non c'è nessuna forza applicata.

La forza varia quando si estende la lunghezza naturale della molla

x è la lunghezza della molla estesa, maggiore di x_0

δx è lo spostamento da x_0 a x

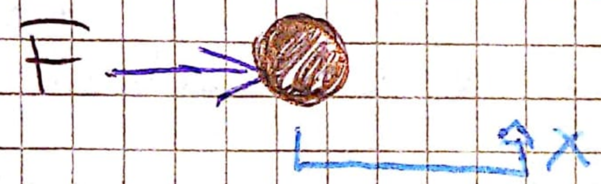
Quindi:

$$\vec{F} = -k(x-x_0) = -k\delta x$$

meno perché indica la forza che oppone l'elemento. Se si esercita uno spostamento positivo verso l'esterno, cioè la forza che causa l'estensione della molla, allora nasce una forza negativa, detta FORZA DI RICHIAMO che si oppone a questo spostamento negativo

$$K = \frac{F}{\delta x} \Rightarrow \left[\frac{N}{m}\right]$$

La forza che viene esercitata sulla massa, invece, per la legge di Newton è la seguente:



$$F = -m\ddot{x}$$

È data dalla massa per l'accelerazione, negativa perché si oppone alla forza che viene esercitata sul corpo, detta FORZA DI INERZIA

$F = -m\ddot{x}$ forza di inerzia

$K = \frac{F}{\delta x}$ forza elastica o di rigidezza

Si considerano la massa e l'inerzia come concentrate in un punto

$F = -c\dot{x}$ FORZA VISCOSA

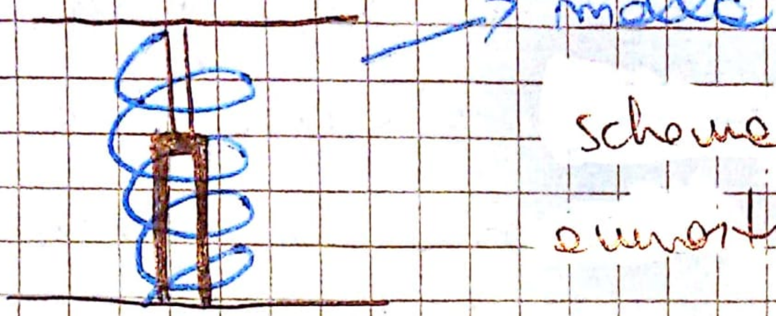
con $c = \left[\frac{N}{m/s}\right]$ smorzamento viscoso

È utilizzato per inserire la dissipazione di energia, non è concentrato ma distribuito nel sistema, in parallelo alla rigidezza.

Questo elemento esercita questa forza di dissipamento dell'energia, fino a quando il corpo non rallenta e raggiunge la quiete

ammortizzatore :

molla + pistone



schema generale di un ammortizzatore

↳ ammortizzatore o smorzatore

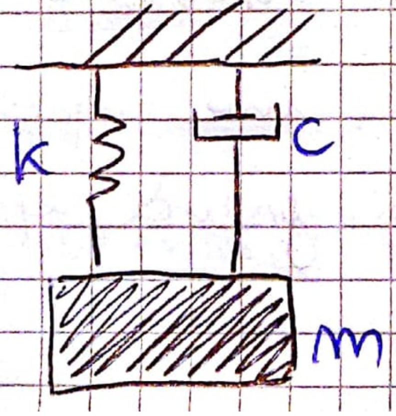
La molla deve reggere il carico statico dell'autovettura e dare elasticità

L'ammortizzatore è fatto così:

Il passaggio del fluido da una camera all'altra è direttamente proporzionale alla velocità di spostamento

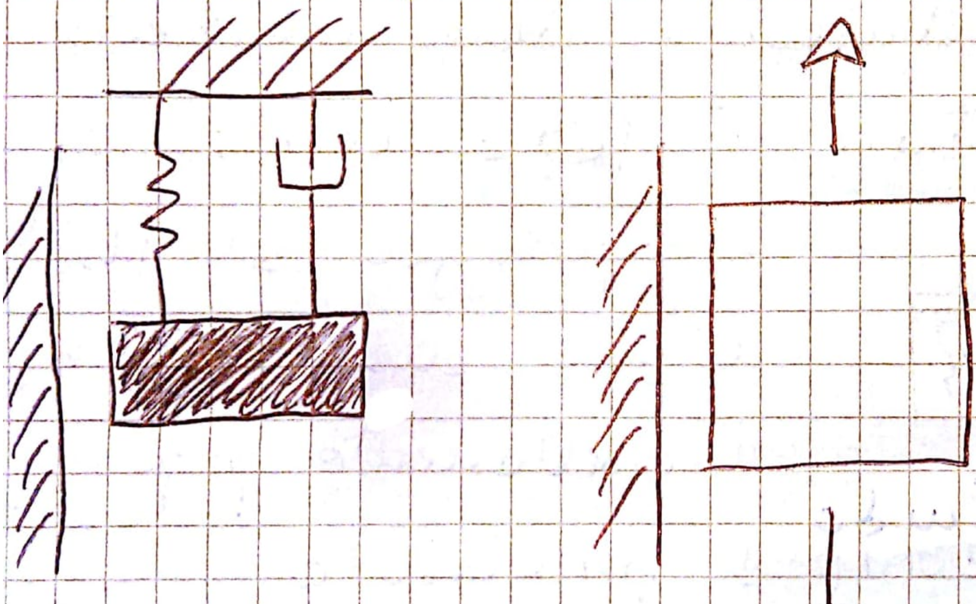
Il fluido è incomprimibile, è un olio

quello che subisce lo spostamento è il piattello del pistone.



sistema ad 1 DOF

Questo sistema ha un solo grado di libertà perché c'è l'assunzione implicita che la massa si muove soltanto con un'oscillazione dal= l'alto verso il basso e viceversa, non lungo la direzione orizzontale

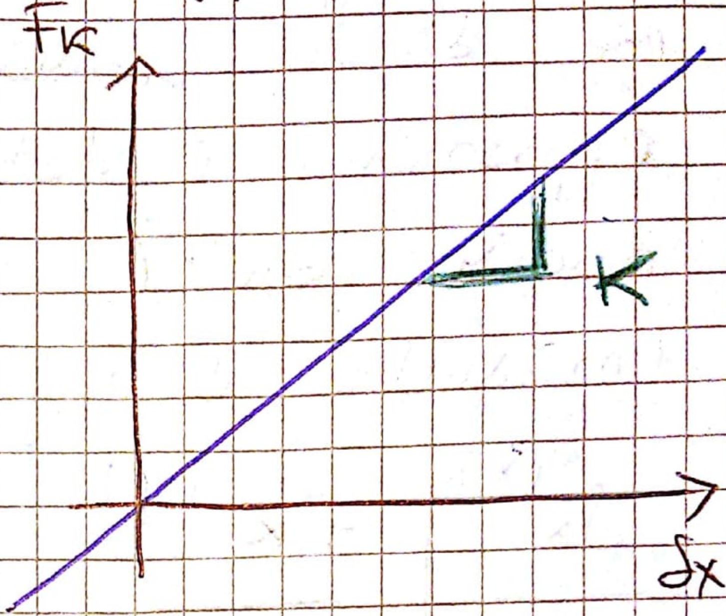


$n = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 1$

Il principio della RISONANZA è quello per cui, data una piccola forza, si ottiene un grande effetto

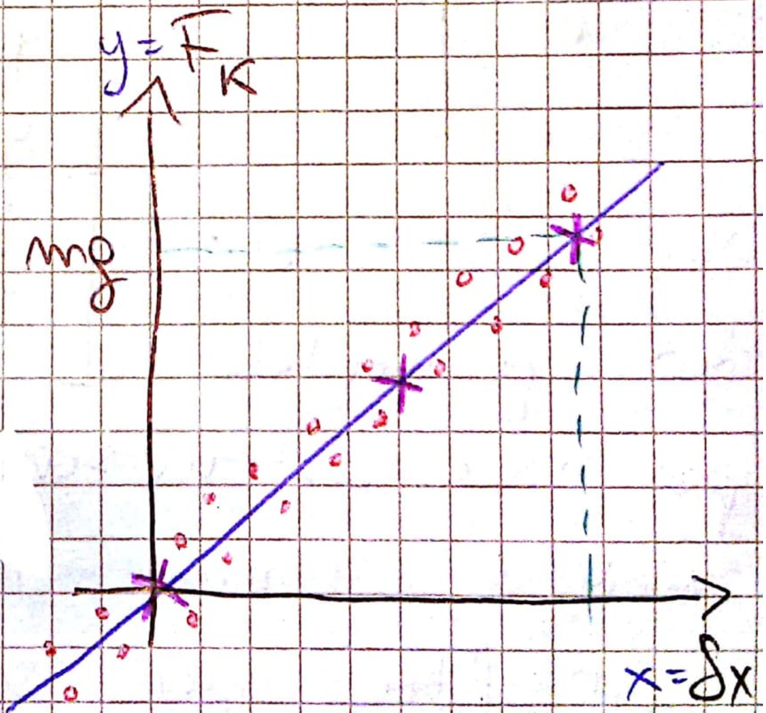
$$\boxed{\begin{aligned} F_K &= -K\,\delta x \\ F_m &= -m\,\ddot{x} \\ F_c &= -c\,\dot{x} \end{aligned}}$$

legge lineare



Teoria → o modello

la pendenza è K, K può variare, la massa no.



Esperimento → si misura la massa appesa alla molla (quindi si misura la forza) e si misura poi lo spostamento

Fitting lineare

Per Fitting lineare, cioè la creazione di un modello lineare che approssimi i dati sperimentali, si procede così:
(modello di regressione lineare)

δx (x)	F (y)
⋮	⋮

$$y = ax + b$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \end{bmatrix} + b$$

Servono molti dati sperimentali per avere più misure, in modo da mediare, stimare il modello che best-fitta, cioè interpola al meglio il modello stesso

Scanned by CamScanner

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

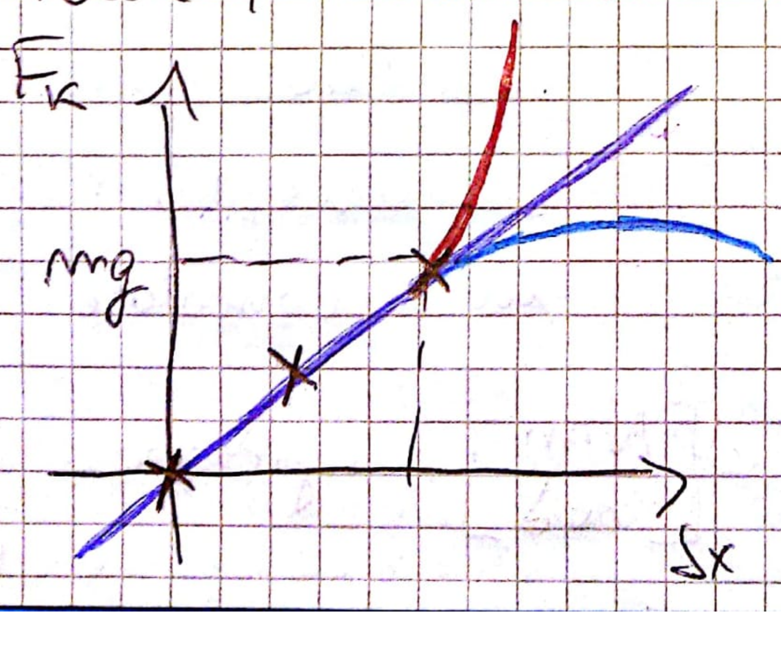
$$y \qquad A \qquad B$$

su matlab

$$B = A \backslash y$$

si calcola la pseudo-inversa di A, che è l'inversa di una matrice rettangolare

Se si continuasse ad aumentare la forza esercitata sull'elastico, la sua rigidezza aumenterebbe fino alla rottura, allora il suo comportamento, dopo un inizio lineare, diventerebbe non lineare

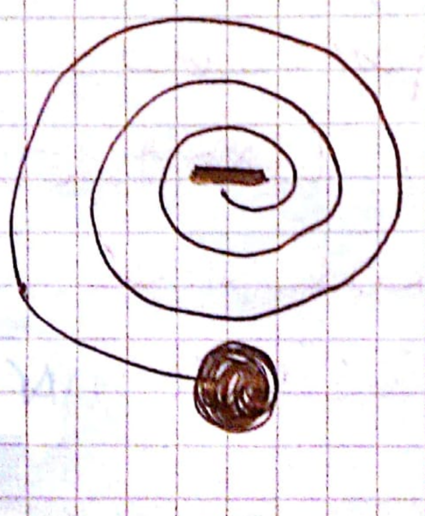


comportamento NON LINEARE

HARDENING

o SOFTENING

E' detto non lineare di tipo HARDENING se la rigidezza aumenta, SOFTENING se diminuisce. Siccome il comportamento non lineare è più complesso da studiare si preferiva studiare ed utilizzare dei RANGE di LINEARITA'.
Con l'aumento della capacità di calcolo degli strumenti attuali si è scoperto che, con un'opportuna progettazione, la trattazione e lo utilizzo di sistemi non lineari permette delle performance migliori rispetto ai sistemi lineari.



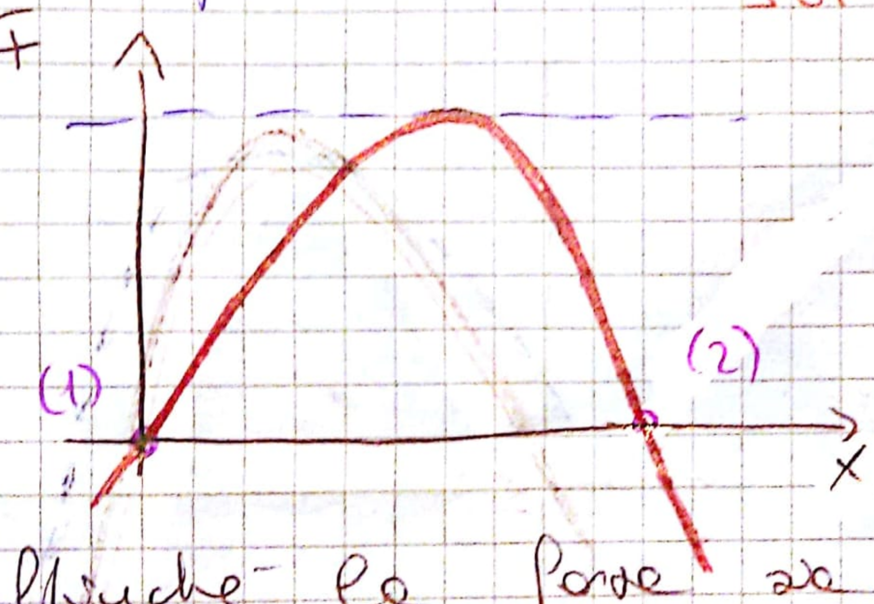
K

pedivella di avviamento in un ciclomotore

$\left[\frac{Nm}{rad}\right]$: rigidezza

Esempio: cellulare con sportello
- all'apertura si spinge lo sportello secondo un modello lineare di molla
- ad un certo punto la forza è zero, lo sportello tende ad aprirsi, quindi per trattenere questo flip serve una forza che lo trattenga, che andrà al negativo.

SOFTENING

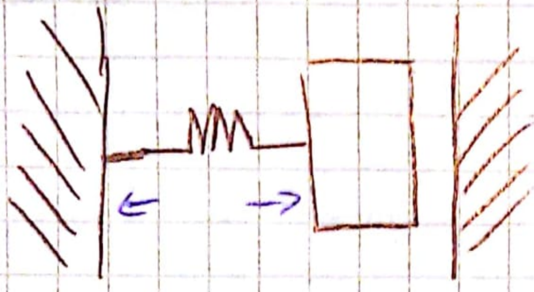


non c'è né rilascio né estensione

Affinché la forza sia zero non si deve creare nulla
δx positivo, F positiva

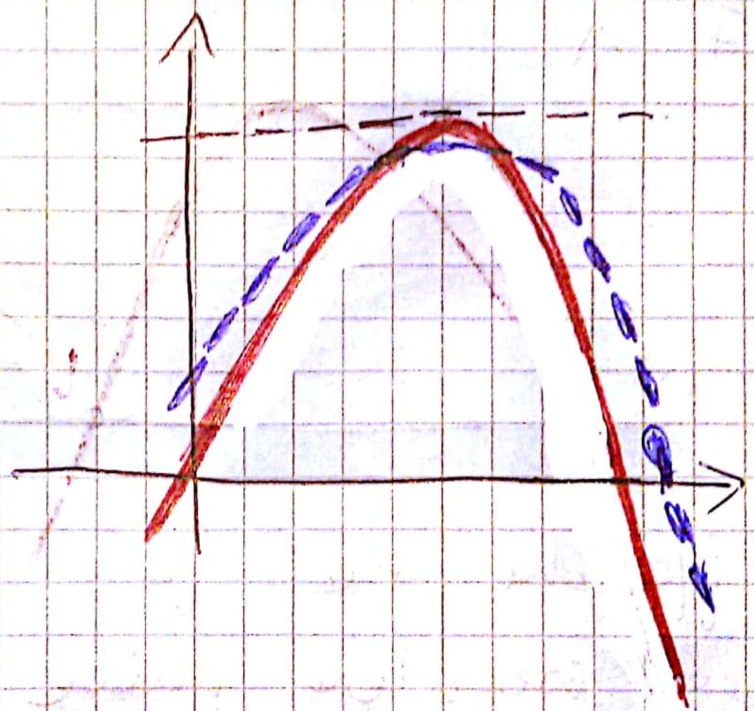
(1) primo punto di equilibrio, il sistema è chiuso e la forza è zero

(2) punto di equilibrio, è il secondo, quando la forza esterna che viene applicata è zero.



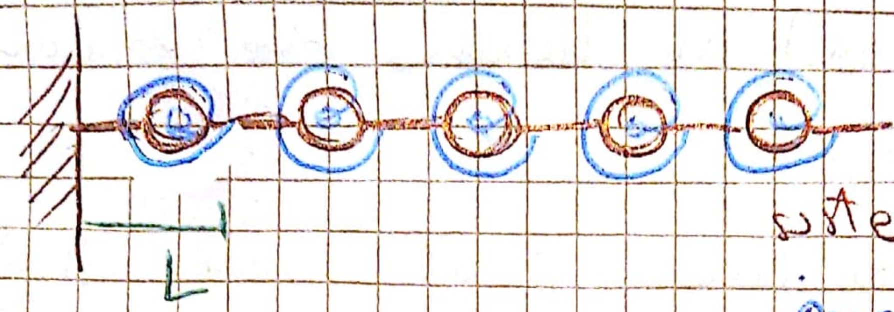
la molla è in compressione

Per spostamento pari a zero, si indica il flip chiuso



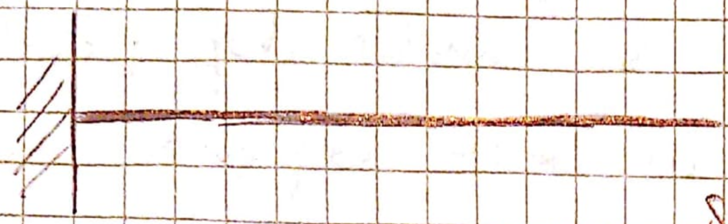
I modelli continui permettono di studiare i sistemi a massa distribuita

5 DOF



sistema discretizzato

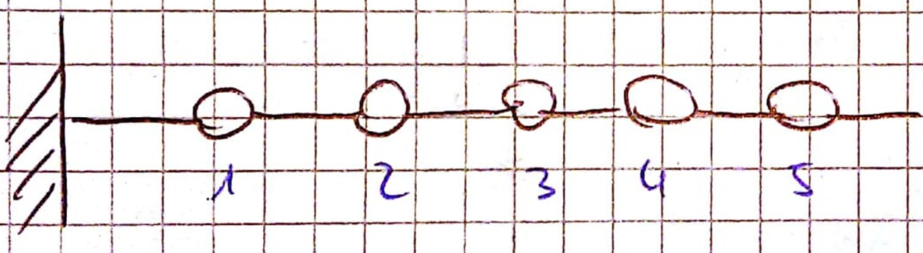
molle



sistema continuo

Le molle non aggiungono o sottraggono vincoli, vanno soltanto ad aggiungere elasticità

Il sistema è analogo a quello discretizzato soltanto:



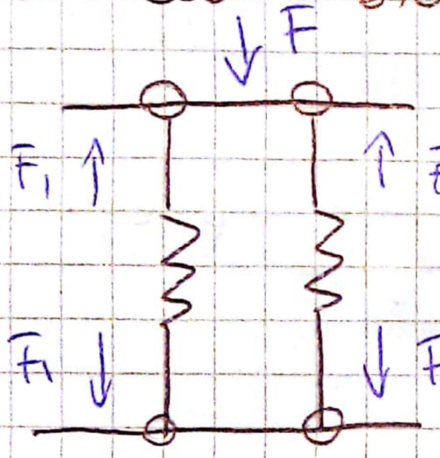
5 giunti

Un modello complesso continuo lo si può ridurre in un modello discreto a parametri concentrati, in un numero finito di DOF

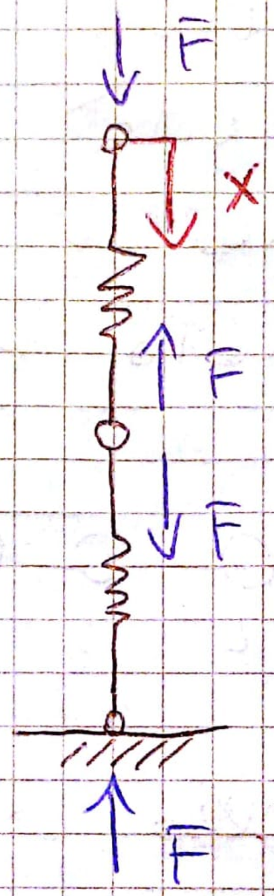
I sistemi continui hanno un numero infinito di DOF

Qualunque sistema può essere studiato come sistema a multi-dof, dove il numero N di DOF dipende dall'accuratezza che si vuole abbia il modello.

Sistemi oscillanti: sospensioni



parallelo



serie

$$\overline{F} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2$$

$$X = x_1 + X_2$$

dove x indica lo spostamento dalla lunghezza naturale (le x sono incrementi)

Scanned by CamScanner

$$x = x_1 + x_2 = \frac{F}{K_1} + \frac{F}{K_2} = F\left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}\right)$$

Si definisce rigidezza equivalente del sistema SERIE:

$$K_{eq} = \frac{F}{x}\left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}\right)^{-1}$$

Per quanto riguarda il sistema PARALLELO

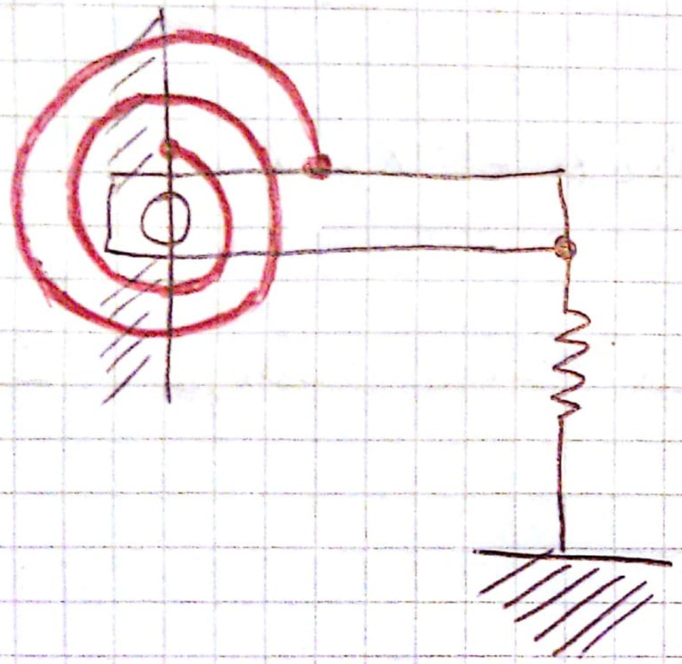
$$F = F_1 + F_2 = K_1 x_1 + K_2 x_2 = x(K_1 + K_2)$$

In cui le due molle sono collegate allo stesso piattello

$$K_{eq} = \frac{F}{x}(K_1 + K_2)$$

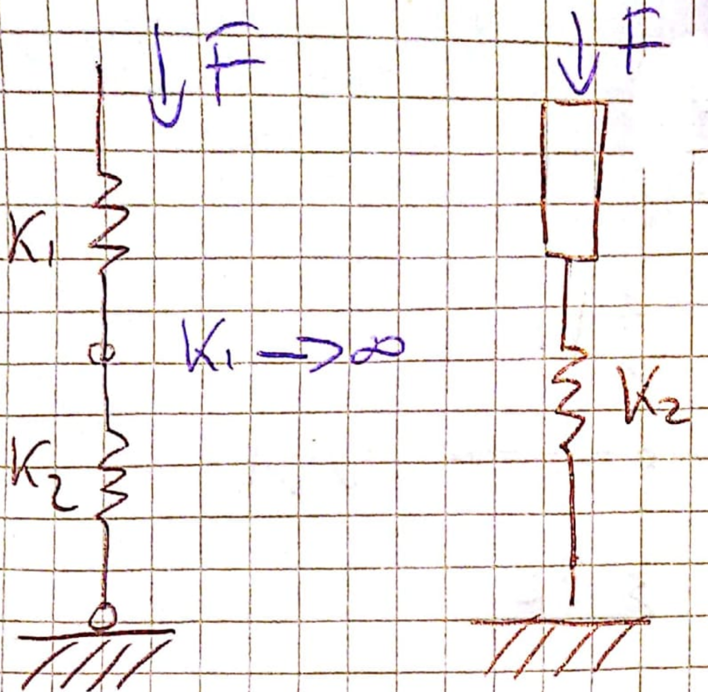
Per le molle attaccate in serie la rigidezza diminuisce ed è più piccola della K_i più piccola della serie

Nel caso del parallelo, la rigidezza aumenta rispetto a quella delle singole molle, cioè è più grande della più grande di tutti i K_i del sistema.
Tra un componente lineare ed uno rotazionale cambia soltanto l'unità di misura.



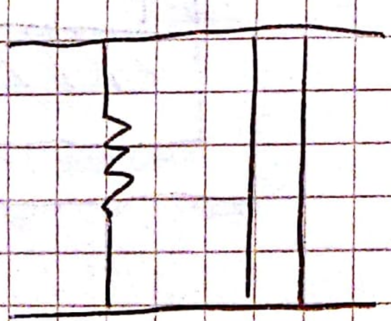
parallelo

Le K_i in parallelo sono sempre riferite ad un sistema di riferimento, ad un altro corpo, come il telaio

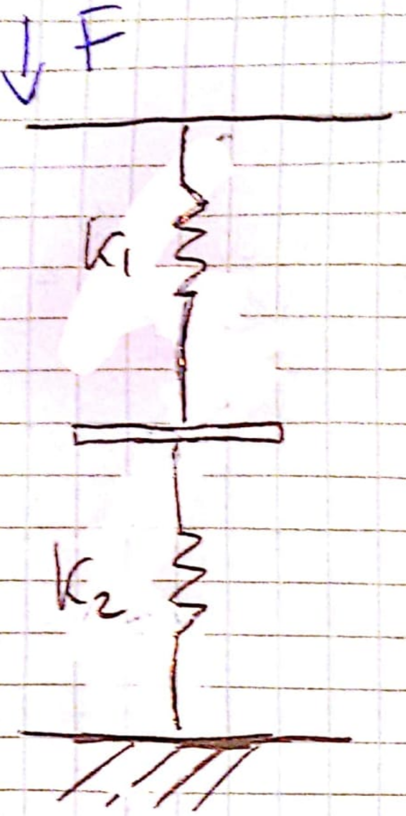


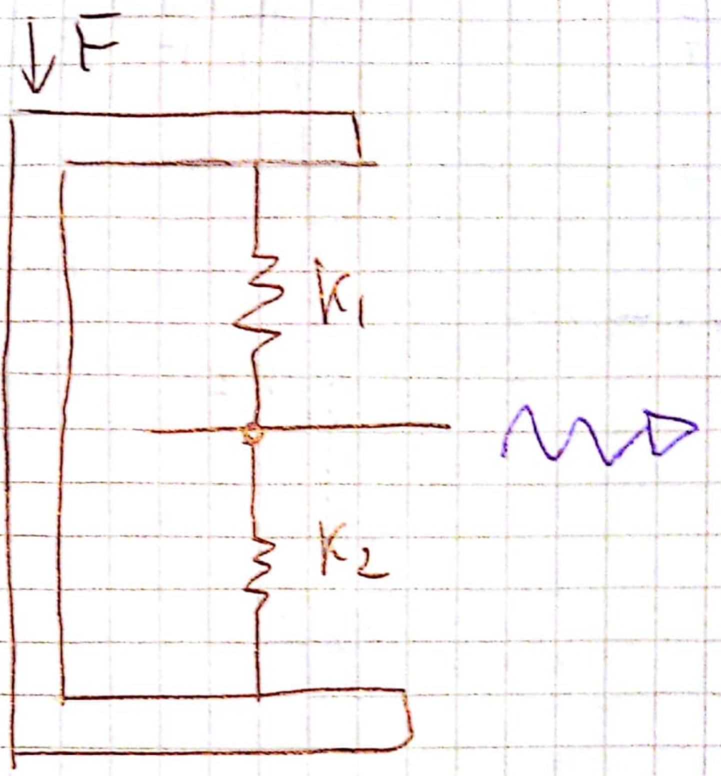
$$K_{ep} = \lim_{K_1 \to \infty} K_2$$

Se dovesse la rigidezza che va all'infi=nito, allora il sistema è in parallelo. Se dovesse l'altra, allora sono in serie, infatti il sistema si muove (nell'altro caso invece non si muove)



$K_1 \to \infty$ $\quad$ $K_{ep} \to \infty$

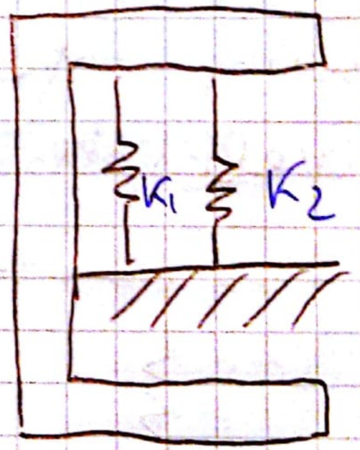




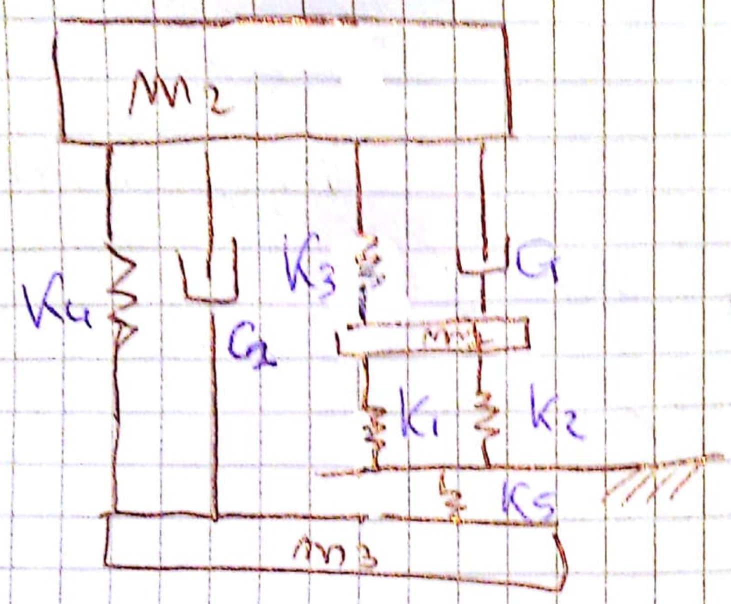
serie

parallelo

parallelo ×



Esercizio 1



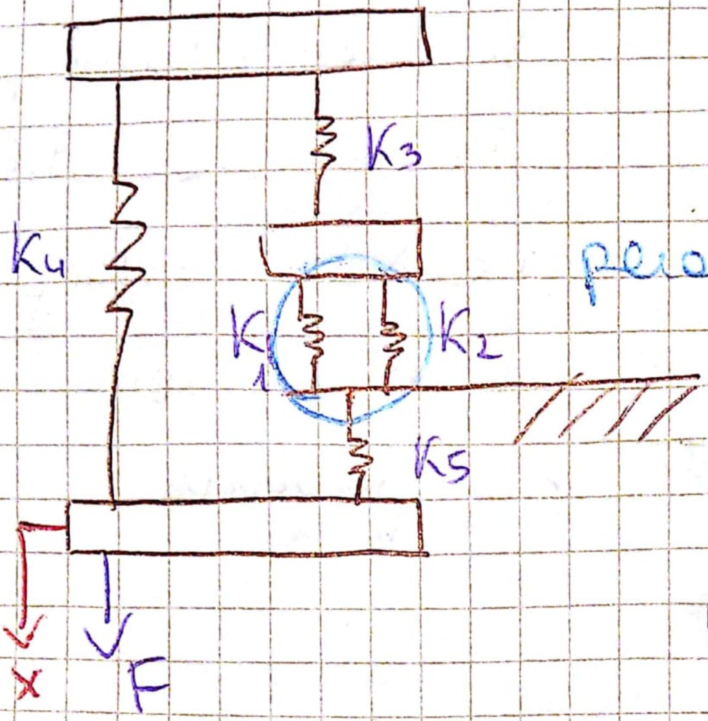
Si deve ridurre questo sistema utilizzando i collegamenti in serie ed in parallelo.

Ogni massa è vincolata ad un punto prismatico. Il numero di punti coincide con il numero di masse.

$$K_{ep} = \frac{F}{x} \quad ?$$

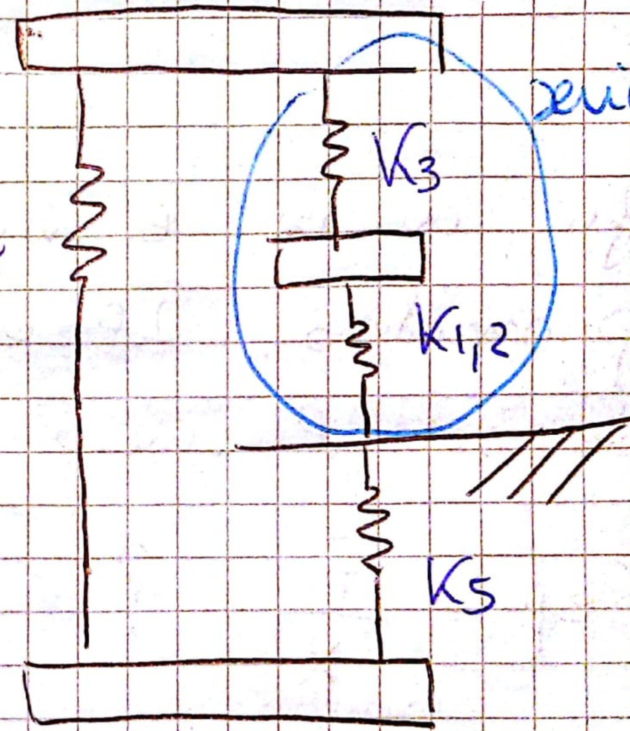
Per ridurre il sistema si considera solo la STATICA, si ignorano le inerzie e gli smorzamenti, da considerare nella dinamica.

$K_{ep\ K_4 \to \infty}$? $\quad K_{eq\ K_1 \to \infty}$?



$$K_{1,2} = K_1 + K_2$$

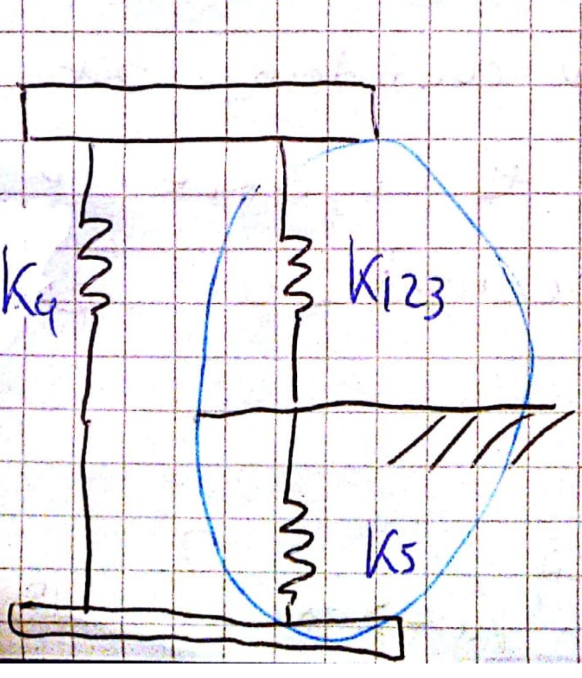
parallelo



serie

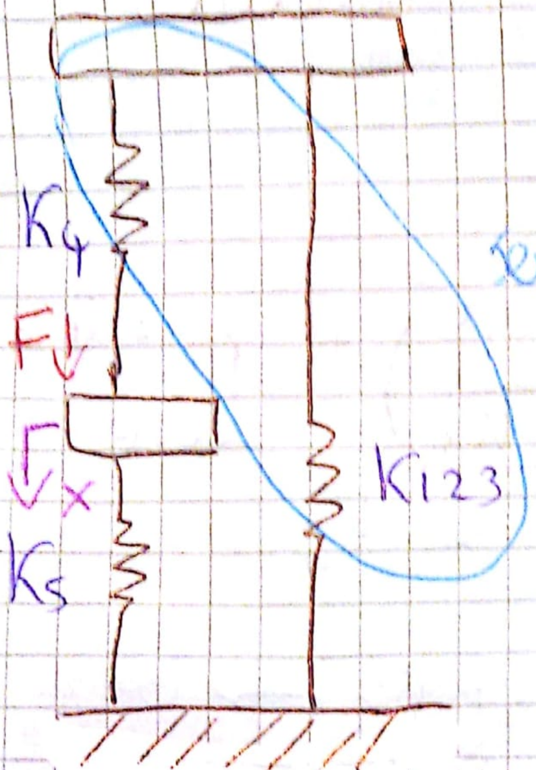
K_{12} e K_3 in serie

$$K_{123} = \left(\frac{1}{K_{12}} + \frac{1}{K_3}\right)^{-1}$$



sottosistema in cui sono in parallelo per il telaio

Lo disegno meglio:

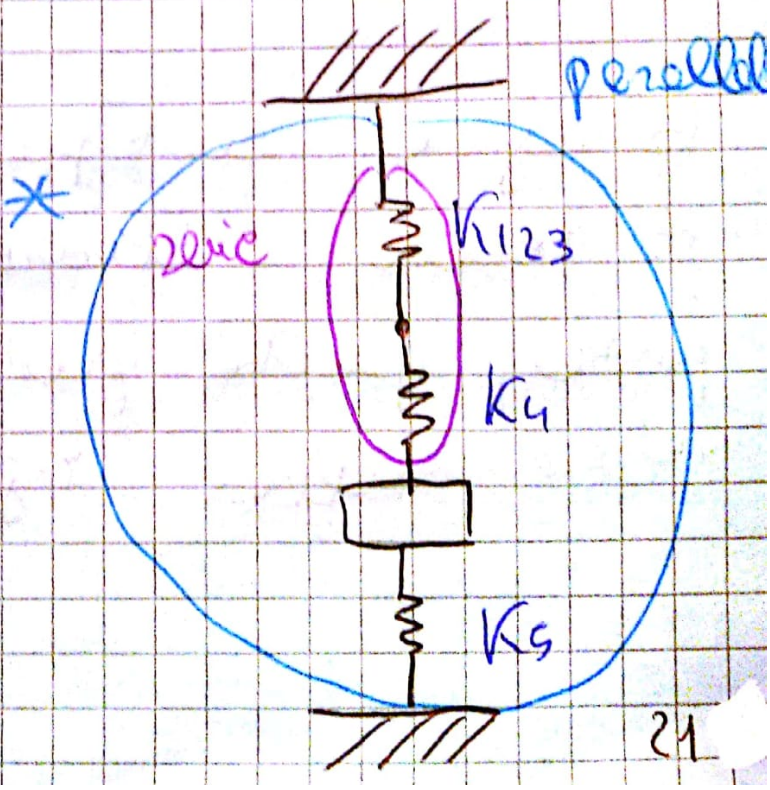


K5 è sempre tra K4 e il telaio

K123 è sempre prima del telaio, a cui segue poi K5

Quindi la forza applicata è data dal parallelo tra la K5 e la serie tra K4 e K123

come il caso specifico del sotto sistema visto prima



Quando $K_4 \to \infty$

$K_{eq} = K_5 + K_{123}$ parallelo

Quando $K_1 \to \infty$

$$K_{eq} = \underbrace{K_5 + \left(\overbrace{\frac{1}{K_4} + \frac{1}{K_3}}\right)^{-1}}$$ parallelo serie

K_{123} diventa uguale a K_3

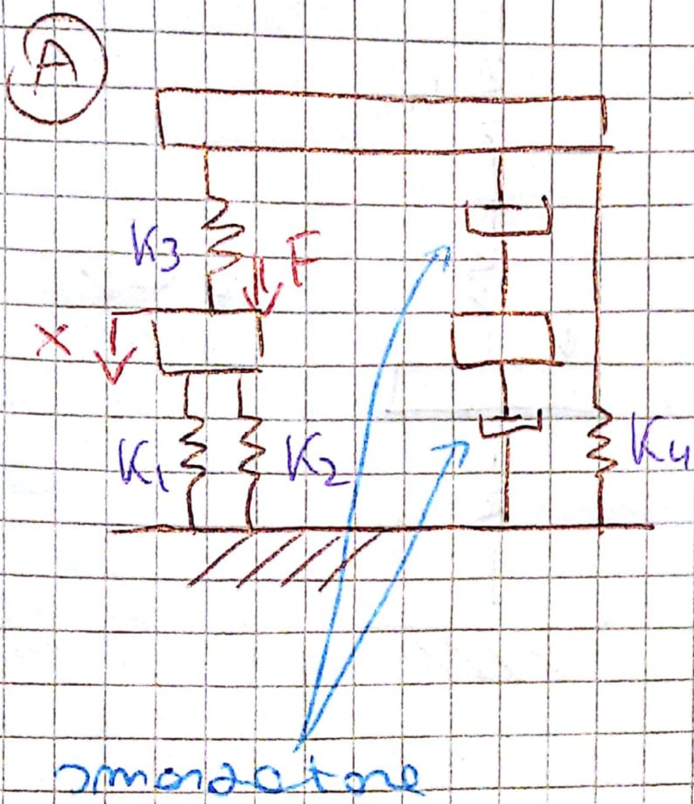
Se $K_1 \to \infty$, $K_{12} = K_1 + K_2 \to \infty$

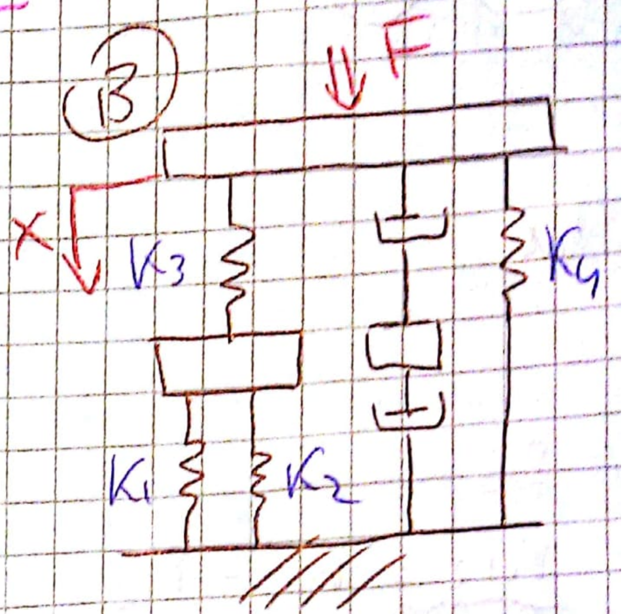
$$K_{123} = \left(\frac{1}{K_{12}} + \frac{1}{K_3}\right) \to K_3$$

Bisogna identificare correttamente il telaio e dove è applicata la forza, perché questo determina il valore della rigidezza equivalente

Scanned by CamScanner

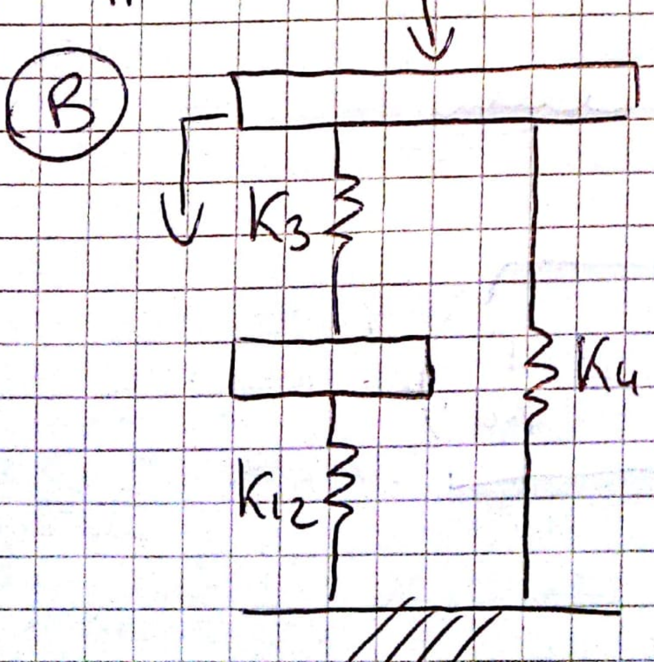
Esercizio 2





Lo smorzatore non influisce sulle rigidezze

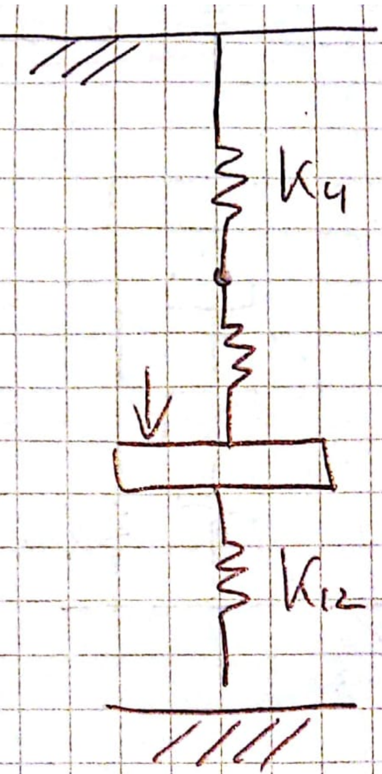
Differenze di rigidezza tra A e B



parallelo tra K_4 e la serie tra K_{12} e K_3

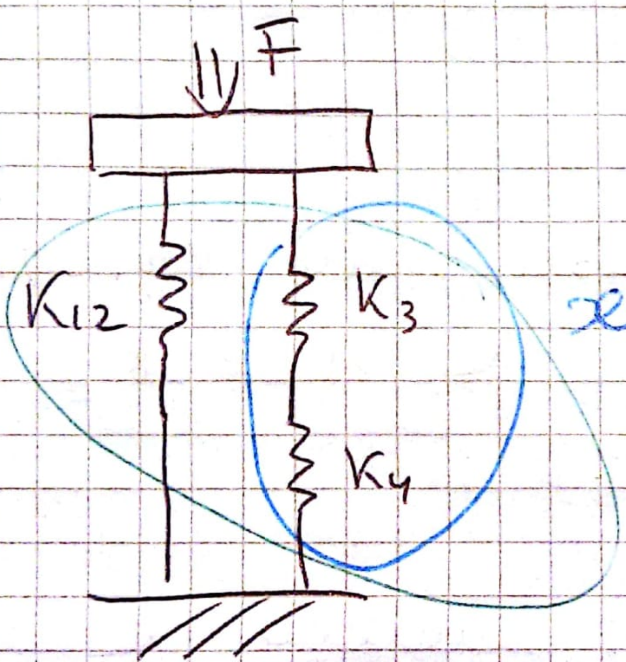
K_1 e K_2 sono in parallelo

A



parallelo

$K_{12} = K_1 + K_2$

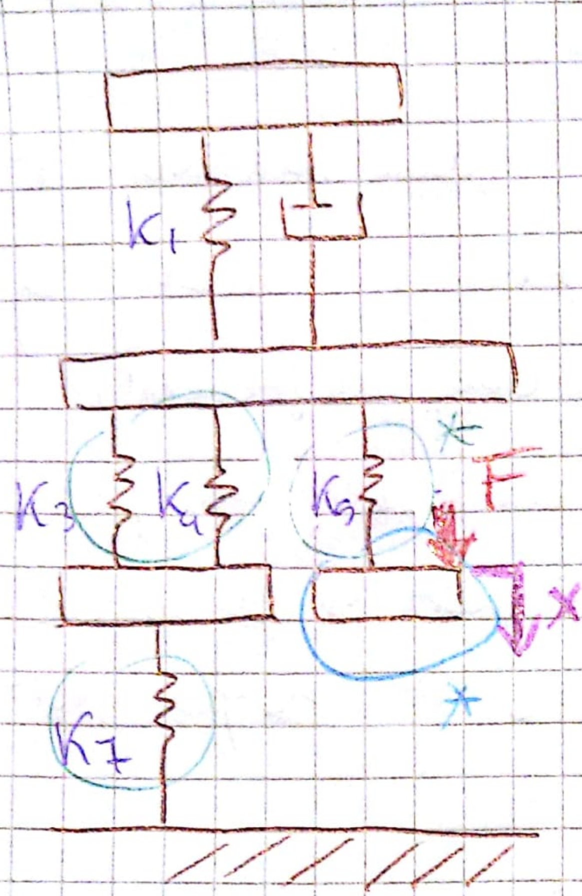


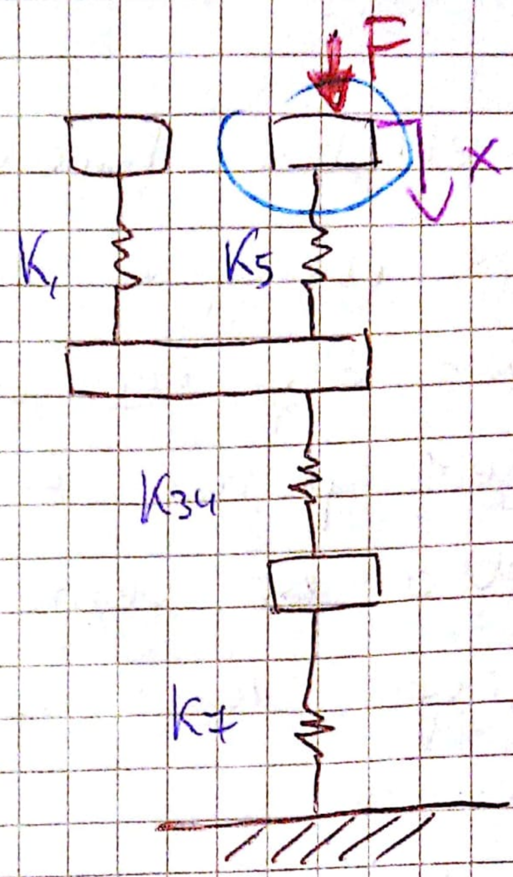
serie

parallelo

$$K_{eq} = \underbrace{K_{12} + \left(\overbrace{\frac{1}{K_3} + \frac{1}{K_4}}\right)^{-1}}$$

Esercizio 3





Si ipotizza cosa succede se un Ki vede a ∅ o ∞

K1 non ha influenza sulla rigidezza

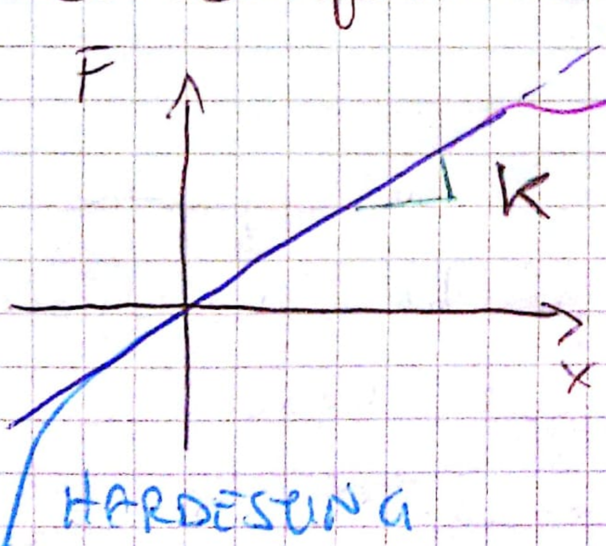
✳ sono in serie, perché qualsiasi di questi tre componenti vada allo infinito, comunque il sistema si abbassa

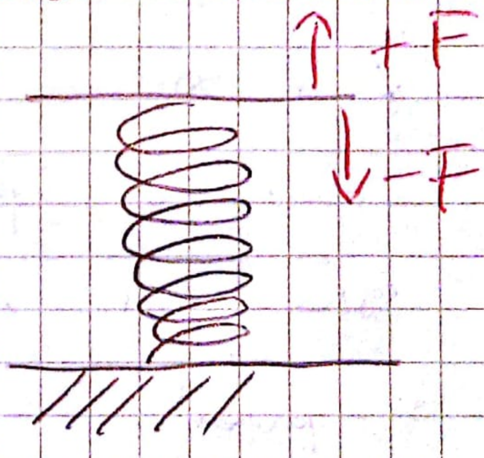
x si considera come vedile se non ci vedo, si abbassa

$K_{34} = K_3 + K_4$

L'effetto finale dei due sistemi è che comunque si abbassano, anche se sono disposti in maniera differente nel primo F fa scendere il blocco sotto K_5 verso giù, nel secondo lo spinge verso su, verso il corpo più grande

Anche se per sistemi lineari il segno della forza non pregiudica nulla





Per valori negativi, $-F$, la molla si comprime, per comprimere un corpo rigido si deve esercitare una forza infinita

Per grandi forze positive, tutte le spire della molla sono tutte allungate, l'elica è ridotta ad un filo, e rese un corpo rigido. Prima che succede si riduce di diametro, l'elica si accorcia, si stira

Per valori negativi, la molla è compattata e pacchetto

Il sistema non è lineare e nemmeno simmetrico, quello che succede per spostamenti negativi non corrisponde a quello che succede per spostamenti positivi