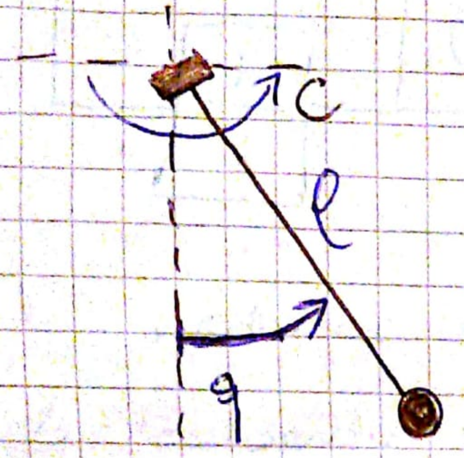
TDS LEZIONE 10 31-10-18

Esercitazione: Ing. Tedesco
francesco.tedesco@unical.it

Sistemi non lineari

Modello di un pendolo



$$\ddot{q} = \frac{C}{Ml^2} - \frac{Mgl\sin(q)}{Ml^2}$$

$$Ml^2\ddot{q} + Mgl\sin(q) = C$$

Eq. differenziale del II ordine

L'asta si suppone rigida e priva di massa, q è l'angolo rispetto alla verticale, C è la coppia applicata al perno

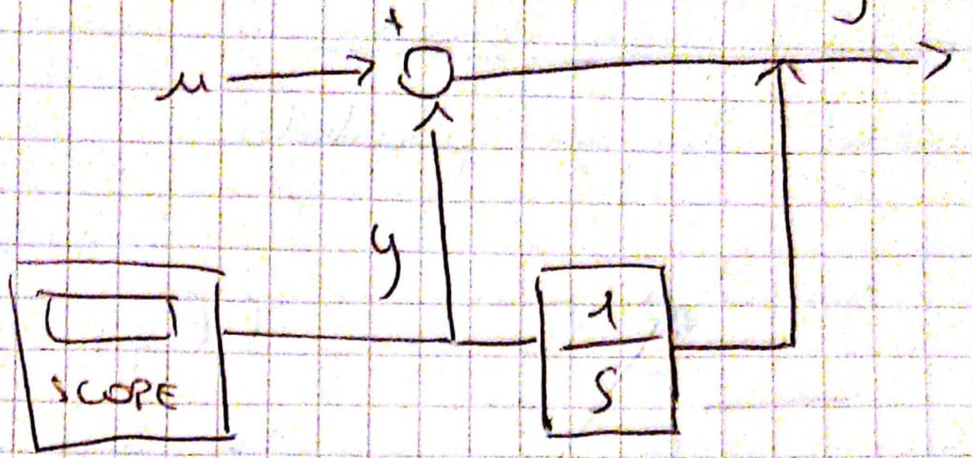
Come implementare le equazioni differenziali in Matlab e Simulink:

$\dot{y} + y = u$, ricavare y trovando una soluzione numerica $y = u - \dot{y}$

Ma non è questo l'approccio corretto.

Infatti si deve riscrivere l'equazione in funzione del termine con grado più alto.

$\dot{y} = u - y$



Questo eq. ha infinite soluzioni. Ma a parità di u, queste vengono discriminate dalle condizioni iniziali, cioè il valore iniziale che assume la y, quando si avvia il sistema. Queste vanno specificate nel blocchetto integrale. Queste racchiudono la storia del sistema fino al momento in cui lo si va ad osservare.

(1) > ingresso generico source
In

quando il pendolo è fermo, $C = 0$

$\dot{p} = 0$, $q = ?$ in radianti

deve attraversare lo φ perché la supera e poi torna indietro.

sin: blocco trigonometric function

Il moto del pendolo dopo un po' va a scemare, per via della coppia di attrito

$$m l^2 \ddot{q} + m g l \sin(q) + F \dot{q} = C$$

l'attrito aumenta con l'aumentare della velocità angolare

velocità angolare

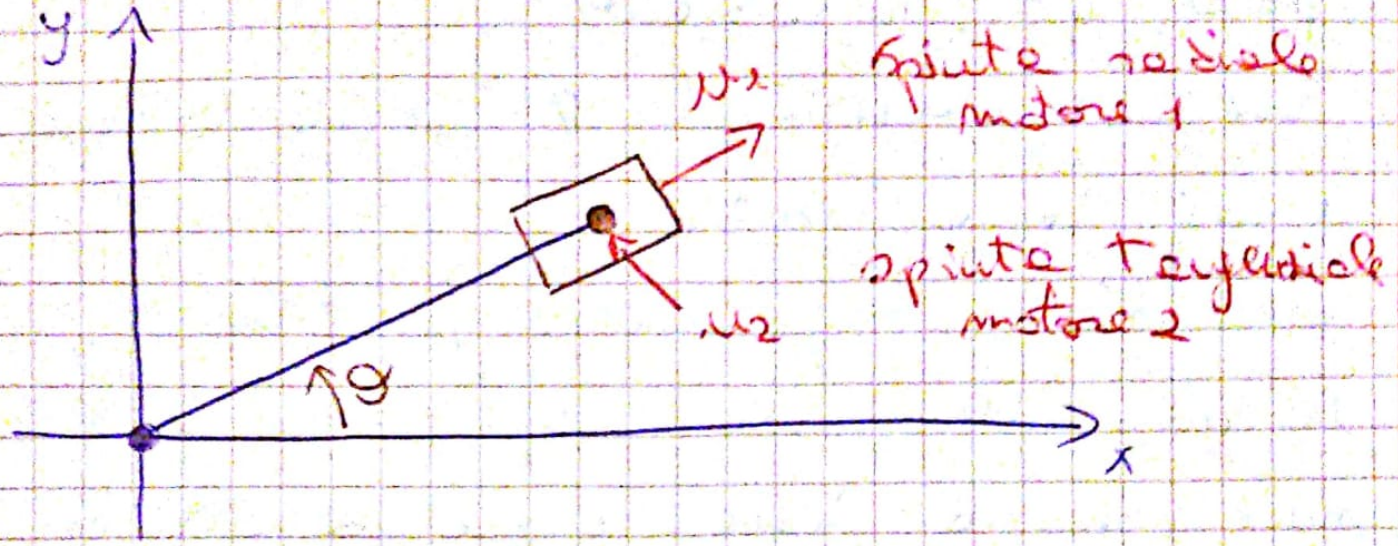
$$m l^2 \dot{p} = C - m g l \sin(q) - F \dot{p}$$

$$\dot{p} = C \cdot \frac{1}{m l^2} - \frac{\cancel{m} g \cancel{l} \sin(q)}{\cancel{m} l^{\cancel{2}}} - \frac{F \dot{q}}{m l^2}$$

$0 < F < 1$

non si ha più un moto perpetuo ma che viene smorzato dall'attrito

Modello di un satellite geostazionario



$$\begin{cases} \ddot r(t) = r(t)\,\dot\vartheta^2(t) - \dfrac{K}{r^2(t)} + u_1(t) \\[2ex] \ddot\vartheta(t) = -\dfrac{2\,\dot\vartheta(t)\,\dot r(t)}{r(t)} + \dfrac{1}{r(t)}\,u_2(t) \end{cases}$$

le eq. sono già esplicitate rispetto al termine di grado superiore

r e ϑ coordinate polari

$\xrightarrow{\ddot r}$

$\xrightarrow{\ddot\vartheta}$ devono essere trasformati in coordinate cartesiane

$x = r\cos\vartheta$ XY Graph

$y = r\sin\vartheta$ (satellite 2 : esempio)

Si suppone che il satellite sia stato portato ad una certa distanza dal pianeta, quindi $r = 2$, i motori u_1 e u_2 spenti, un equilibrio iniziale, tutto il resto è zero $K = 1$

Condizione di equilibrio → traiettoria di equilibrio

$$r(t) = R$$

$$R\dot{\vartheta}^2(t) = \frac{K}{R^2} \qquad \dot{\vartheta}^2(t) = \frac{K}{R^3}$$

$$\dot{\vartheta}(t) = \pm\sqrt{\frac{K}{R^3}} \approx \frac{1}{\sqrt{8}}$$

Traiettoria circolare, iperbolica, parabolica

Si prova ad accendere uno dei motori.
- se si accende quello radiale u_2, con un valore positivo, vuol dire che si sta cercando di allontanare il satellite
In questo modo si cambia orbita
Con una spinta negativa si ottengono traiettorie concentriche, si ha

difficoltà a farlo avvicinare al pianeta.
Quando r diminuisce, $\ddot{r}$ aumenta, si perde
di velocità angolare