

Capacitación actuarial

Ivo Giulietti

7/1/2019

Sesión 1 - Matemática financiera y anualidades

Instalación de los paquetes

Se debe instalar el paquete “lifecontingencies”

```
install.packages("lifecontingencies")  
library(lifecontingencies)
```

En el caso que una persona no se acuerde como usar una formula o la estructura del paquete correr cualquiera de los siguientes códigos:

```
?lifecontingencies  
help("lifecontingencies-package")  
#para conocer solo sobre una formula en específico correr el siguiente comando  
?annuity  
annuity(i, n,m=0, k=1,type = "immediate")  
#immediate significa que es una anualidad VENCIDA
```

Ejemplos de anualidades

Anualidades al vencimiento

A continuación se hará un ejemplo con una tasa de interés de 8% a 5 años. Sin periodo de diferimiento ($m = 0$)

```
100*annuity(0.08,5,m=0,k=1,type="immediate")
```

```
## [1] 399.271
```

Para obtener el valor acumulado entonces se puede usar la formula anterior y multiplicar el valor presente por el interés compuesto en el período de años definido. Sino se puede ocupar la función *Accumulatedvalue* :

primera opción con función de VP llevada a valor futuro:

```
(100*annuity(0.08,5,m=0,k=1,type="immediate"))*(1+0.08)^5
```

```
## [1] 586.6601
```

segunda opción con función de VF

```
100*accumulatedValue(0.08,5,0,1,type = "immediate")
```

```
## [1] 586.6601
```

Anualidades anticipadas

A continuación se evaluará una anualidad con pagos al inicio del año en lugar de al vencimiento. El único cambio debe de ser **type = “advance”**

```
(100*annuity(0.08,5,m=0,k=1,type="advance"))
```

```
## [1] 431.2127
```

Ahora el valor futuro

```
(100*accumulatedValue(0.08,5,m=0,k=1,type = "advance"))
```

```
## [1] 633.5929
```

Anualidades con diferimiento

Opción de pago anticipado

#cuando se ocupa "advance" or "due" se pone m= 6 porque es un pago por anticipado.

#el n= 15 se pone, ya que se refiere al periodo de pagos y no al periodo de total. R suma 15 + 6 (21 años)

```
(100*annuity(0.05,15,m=6,k=1,type="due"))
```

```
## [1] 813.2734
```

Opción de pago al vencimiento

#cuando se ocupa "immediate" or "arrears" se pone m= 6 porque es un pago por anticipado.

#el n= 15 se pone, ya que se refiere al periodo de pagos y no al periodo de total. R suma 15 + 5 (20 años)

```
(100*annuity(0.05,15,m=5,k=1,type="immediate"))
```

```
## [1] 813.2734
```

Ahora el valor futuro en ambos casos

```
(100*accumulatedValue(0.08,15,m=6,k=1,type = "due"))
```

```
## [1] 1847.927
```

```
(100*accumulatedValue(0.08,15,m=5,k=1,type = "immediate"))
```

```
## [1] 1847.927
```

Ejercicio de los hermanos

#es una anualidad traída a valor presente

```
primero<-7000*annuity(0.07,10)
```

#es una anualidad traída a valor presente con un periodo de diferimiento

```
segundo<-7000*annuity(0.07,10,m=10)
```

#Es una perpetuidad traída a valor presente

```
tercero<-(7000/0.07)/(1.07^20)
```

```
primero
```

```
## [1] 49165.07
```

```
segundo
```

```
## [1] 24993.03
```

```
tercero
```

```
## [1] 25841.9
```

```
#El primer hermano es el que más gana
```

Anualidad con crecimiento aritmético

Se hace mediante 2 anualidades y con la función *Increasing annuity* . En el ejemplo de la clase existe un flujo que que crece de 5 en 5 por 10 periodos iniciando en 15.

```
sin_crecimiento<-10*annuity(0.05,10,type = "due")  
con_crecimiento<-5*increasingAnnuity(0.05,10,type = "due")
```

```
sin_crecimiento
```

```
## [1] 81.07822
```

```
con_crecimiento
```

```
## [1] 206.7124
```

```
sin_crecimiento+con_crecimiento
```

```
## [1] 287.7906
```

Anualidad con pagos decrecientes aritméticos

Al igual que el ejercicio anterior se debe de hacer mediante dos anualidades. En este ejercicio en la diapositiva 34.

```
decreciendo<-2*decreasingAnnuity(0.05,4)  
constante<-12*annuity(0.05,4)
```

```
decreciendo
```

```
## [1] 18.16198
```

```
constante
```

```
## [1] 42.55141
```

```
decreciendo+constante
```

```
## [1] 60.71339
```

```
#Ejercicios
```

Primer Ejercicio

```
#es una anualidad traída a valor presente  
H1<-10000*annuity(0.05,15,m=5,type = "due")
```

```
#es una anualidad traída a valor presente con un periodo de diferimiento  
H2<-7000*annuity(0.05,7,m=20,type="due")
```

```
#Es una perpetuidad traída a valor presente
```

```
H3<-annuity(0.05,11,m=2,type = "due")
```

```
#Esta es la respuesta  
(150000-H1-H2)/H3
```

```
## [1] 6140.569
```

Segundo Ejercicio

```
#Cálculo de raul  
#1231306  
tasa<-((1+0.035)^(1/12)-1)  
(5000/tasa)-1231306
```

```
## [1] 510308.9
```

Tercer Ejercicio

```
vp<-10000*annuity(0.06,20,m=25,type = "due")  
vp1<-annuity(0.06,25,m=0,k=1,type = "due")  
vp/vp1
```

```
## [1] 2090.59
```

#esta sería la demostración utilizando el valor futuro del ahorro del empleador y el vp de los pagos qu

```
vp2<-10000*annuity(0.06,20,type = "due")  
prueba2<-vp2/accumulatedValue(0.06,25,type="due")  
prueba2
```

```
## [1] 2090.59
```

Cuarto ejercicio

Hecho en R. Se podría hacer con loops

```
t<-((1.06)^(1/12)-1)  
nper=(12*10)-1  
i=0  
y=0  
contar = 0  
  
flujo<-as.numeric()  
for (i in 0:9) {  
  ahorro<-750*(1+0.03)^i  
  for (y in 1:12){  
    vf<-ahorro*((1+t)^(nper-contar))  
    contar<-contar+1  
    flujo<-rbind(flujo,cbind(ahorro,vf))  
  }  
}
```

```
saldo_vf<-500000*(1+t)^nper
saldo_vf+sum(flujo[,2])
```

```
## [1] 1028814
```

Sesión 2 - tarde

Ahora se creará la tabla de mortalidad con el objeto *lifetable*. Este es un objeto creado en el paquete *lifetable*

```
tablamortalidad<-new("lifetable",x=tabla$Edad,lx=tabla$lx)
class(tablamortalidad)
```

```
## [1] "lifetable"
## attr("package")
## [1] "lifecontingencies"
```

```
head(tablamortalidad)
```

```
##      x      lx
## 1 0 10000.000
## 2 1  9960.135
## 3 2  9949.776
## 4 3  9940.195
## 5 4  9930.737
## 6 5  9921.571
```

```
edades<-c(21:30)
#para calcular pxt o qxt
qxt(tablamortalidad,x=5,t = 10)
```

```
## [1] 0.00832223
```

```
prob_muerte<-qxt(tablamortalidad,edades,t=20)
tabla2<-cbind(edades,prob_muerte)
tabla2
```

```
##      edades prob_muerte
## [1,]      21  0.03817789
## [2,]      22  0.03953504
## [3,]      23  0.04115773
## [4,]      24  0.04308406
## [5,]      25  0.04532853
## [6,]      26  0.04793247
## [7,]      27  0.05089162
## [8,]      28  0.05421229
## [9,]      29  0.05790169
## [10,]     30  0.06198252
```

Sesión 2 - Martes 2 de julio - Mañana

Si yo quiero calcular la probabilidad de que alguien de 22 sobreviva 1 año la notación sería la siguiente: ${}_1P_{22}$:

$$\frac{L_{23}}{L_{22}}$$

```
## [1] 0.9982237
```

Si yo quiero calcular la probabilidad de que alguien de 24 muera dentro de un año sería lo siguiente: ${}_1P_{24}$ y se podría leer de la siguiente manera: $\frac{L_{24}-L_{25}}{L_{24}}$

```
## [1] 0.001712087
```

Es equivalente a esto: $\frac{L_{24}}{L_{24}} - \frac{L_{25}}{L_{24}}$

```
## [1] 0.001712087
```

o a esto: $1 - P_{24}$

```
## [1] 0.001712087
```

Luego la probabilidad de ${}_3P_{21}$ se puede expresar como: $\frac{L_{24}}{L_{21}}$ y esto es igual a tener la probabilidad multiplicada de cada uno de los años de la siguiente forma:

$$\frac{L_{22}}{L_{21}} \cdot \frac{L_{23}}{L_{22}} \cdot \frac{L_{24}}{L_{23}}$$

En esta fórmula se puede hacer eliminación y por ende terminamos con la fórmula inicial.

Cuando quisieramos ver la probabilidad de que alguien fallezca a los 20 o a los 21 o a los 22 o a los 23 y llegue a los 24. Se vería como la probabilidad de muerte a los 20 más la probabilidad de sobrevivir a los 20 multiplicada por la probabilidad de morir a los 21 más la probabilidad de sobrevivir a los 20 y los 21 por la probabilidad de morir a los 22 más la probabilidad de sobrevivir a los 20,21 y 22 por la probabilidad de morir a los 23. Esto se mirara así: $Q_{20} + P_{20}Q_{21} + P_{20}P_{21}Q_{22} + P_{20}P_{21}P_{22}Q_{23}$

Si se quiere resumir esto se mirara así: $Q_{20} + P_{20}Q_{21} + {}_2P_{20}Q_{22} + {}_3P_{20}Q_{23}$

Ejemplo de probabilidad condicionada

$${}_3Q_{21} = P_{21} \cdot P_{22} \cdot {}_3Q_{23}$$

Realizandolo con *lx*:

$$\left(\frac{L_{22}}{L_{21}}\right) \cdot \left(\frac{L_{23}}{L_{22}}\right) \cdot \left(\frac{L_{23}-L_{26}}{L_{23}}\right)$$

Se puede simplificar a la siguiente expresión:

$$\left(\frac{L_{23}-L_{26}}{L_{21}}\right)$$

Ejercicio con tablas de mortabilidad

Lo primero será subir el archivo de excel con las tablas de mortalidad (edad y lx o lm en el caso de que sea anual o mensual)

```
tabla_anual<-tablas_de_mortalidad[,1:2]
tabla_anual<-tabla_anual[complete.cases(tabla_anual),]
tabla_mensual<-tablas_de_mortalidad[,6:7]

t_mort_an<-new("lifetable",x=tabla_anual$Edad...1,lx=tabla_anual$lx...2)
t_mort_men<-new("lifetable",x=tabla_mensual$Edad...6,lx=tabla_mensual$lm)
head(t_mort_an)
```

```
##      x      lx
## 1 0 10000.000
## 2 1  9960.135
## 3 2  9949.776
## 4 3  9940.195
## 5 4  9930.737
## 6 5  9921.571
```

```
head(t_mort_men)
```

```
##      x      lx
## 1 0 10000.000
## 2 1  9996.678
## 3 2  9993.356
## 4 3  9990.034
## 5 4  9986.712
## 6 5  9983.390
```

- Ejercicio 1 : ${}_{20}P_{30}$
- Ejercicio 2 : ${}_{30+\frac{5}{12}}P_{20}$
- Ejercicio 3 : ${}_{25+\frac{8}{12}}Q_{30+\frac{5}{12}}$
- Ejercicio 4 : $({}_{30+\frac{1}{12}}|({}_{20+\frac{5}{12}})Q_{15}$

```
#Ejercicio 1
```

```
pxt(t_mort_an,x = 30,t=20,fractional = "linear")
```

```
## [1] 0.9380175
```

```
pxt(t_mort_men,x = 30*12,t=20*12,fractional = "linear")
```

```
## [1] 0.9380175
```

```
#Ejercicio 2
```

```
pxt(t_mort_men,x = 20*12,t=(30*12)+5,fractional = "linear")
```

```
## [1] 0.9196797
```

```
pxt(t_mort_an,x = 20,t=30+(5/12),fractional = "linear")
```

```
## [1] 0.9196797
```

```
#Ejercicio 3
```

```
qxt(t_mort_men,x = (30*12)+5,t=(25*12)+8,fractional = "linear")
```

```
## [1] 0.1067368
```

```
qxt(t_mort_an,x = 30+(5/12),t=25+(8/12),fractional = "linear")
```

```
## [1] 0.1067368
```

```
#Ejercicio 4
```

```
pxt(t_mort_men,x = 15*12,t=(30*12)+1,fractional = "linear") * qxt(t_mort_men,x = (45*12)+1,t=(20*12)+5,
```

```
## [1] 0.1910467
```

```
pxt(t_mort_an,x = 15,t=(30)+1/12,fractional = "linear") * qxt(t_mort_an,x = (45)+1/12,t=(20)+5/12,fract.
```

```
## [1] 0.1910467
```