Capacitación actuarial

Ivo Giulietti

7/1/2019

Sesión 1 - Matemática financiera y anualidades

Instalación de los paquetes

Se debe instalar el paquete "lifecontingencies"

```
install.packages("lifecontingencies")
library(lifecontingencies)
```

En el caso que una persona no se acuerde como usar una formula o la estructura del paquete correr cualquiera de los siguientes códigos:

```
?lifecontingencies
help("lifecontingencies-package")
#para conocer solo sobre una formula en específico correr el siguiente comando
?annuity
annuity(i, n,m=0, k=1,type = "immediate")
#imediate significa que es una anualidad VENCIDA
```

Ejemplos de anualidades

Anualidades al vencimiento

A continuación se hará un ejemplo con una tasa de interés de **8%** a **5** años. Sin periodo de diferimiento ($m = 0$)

```
100*annuity(0.08,5,m=0,k=1,type="immediate")
```

```
## [1] 399.271
```

Para obtener el valor acumulado entonces se puede usar la formula anterior y multiplicar el valor presente por el interés compuesto en el período de años definido. Sino se puede ocupar la función *Accumulatedvalue* :

primera opción con función de VP llevada a valor futuro:

```
(100*annuity(0.08,5,m=0,k=1,type="immediate"))*(1+0.08)^5
```

```
## [1] 586.6601
```

segunda opción con función de VF

```
100*accumulatedValue(0.08,5,0,1,type = "immediate")
```

```
## [1] 586.6601
```

Anualidades anticipadas

A continuación se evaluará una anualidad con pagos al inicio del año en lugar de al vencimiento. El único cambio debe de ser **type = "advance"**

```r
(100*annuity(0.08,5,m=0,k=1,type="advance"))
```

```
## [1] 431.2127
```

Ahora el valor futuro

```r
(100*accumulatedValue(0.08,5,m=0,k=1,type = "advance"))
```

```
## [1] 633.5929
```

Anualidades con diferimiento

Opción de pago anticipado

```r
#cuando se ocupa "advance" or "due" se pone m= 6 porque es un pago por anticipado.
#el n= 15 se pone, ya que se refiere al periodo de pagos y no al periodo de total. R suma 15 + 6 (21 añ
(100*annuity(0.05,15,m=6,k=1,type="due"))
```

```
## [1] 813.2734
```

Opción de pago al vencimiento

```r
#cuando se ocupa "immediate" or "arrears" se pone m= 6 porque es un pago por anticipado.
#el n= 15 se pone, ya que se refiere al periodo de pagos y no al periodo de total. R suma 15 + 5 (20 añ
(100*annuity(0.05,15,m=5,k=1,type="immediate"))
```

```
## [1] 813.2734
```

Ahora el valor futuro en ambos casos

```r
(100*accumulatedValue(0.08,15,m=6,k=1,type = "due"))
```

```
## [1] 1847.927
```

```r
(100*accumulatedValue(0.08,15,m=5,k=1,type = "immediate"))
```

```
## [1] 1847.927
```

Ejercicio de los hermanos

```r
#es una anualidad traida a valor presente
primero<-7000*annuity(0.07,10)

#es una anualidad traida a valor presente con un periodo de diferimiento
segundo<-7000*annuity(0.07,10,m=10)

#Es una perpetuidad traida a valor presente
tercero<-(7000/0.07)/(1.07^20)

primero
```

```
## [1] 49165.07
```

```r
segundo
```

```
## [1] 24993.03
```

```
tercero
```

```
## [1] 25841.9
```

```
#El primer hermano es el que más gana
```

Anualidad con crecimiento aritmético

Se hace mediante 2 anualidades y con la función *Increasing annuity* . En el ejemplo de la clase existe un flujo que que crece de 5 en 5 por 10 periodos iniciando en **15**.

```
sin_crecimiento<-10*annuity(0.05,10,type = "due")
con_crecimiento<-5*increasingAnnuity(0.05,10,type = "due")

sin_crecimiento
```

```
## [1] 81.07822
```

```
con_crecimiento
```

```
## [1] 206.7124
```

```
sin_crecimiento+con_crecimiento
```

```
## [1] 287.7906
```

Anualidad con pagos decrecientes aritméticos

Al igual que el ejercicio anterior se debe de hacer mediante dos anualidades. En este ejercicio en la diapositiva 34.

```
decreciendo<-2*decreasingAnnuity(0.05,4)
constante<-12*annuity(0.05,4)

decreciendo
```

```
## [1] 18.16198
```

```
constante
```

```
## [1] 42.55141
```

```
decreciendo+constante
```

```
## [1] 60.71339
```

#Ejercicios

Primer Ejercicio

```
#es una anualidad traida a valor presente
H1<-10000*annuity(0.05,15,m=5,type = "due")

#es una anualidad traida a valor presente con un periodo de diferimiento
H2<-7000*annuity(0.05,7,m=20,type="due")

#Es una perpetuidad traida a valor presente
```

```r
H3<-annuity(0.05,11,m=2,type = "due")

#Esta es la respuesta
(150000-H1-H2)/H3
```

```
## [1] 6140.569
```

Segundo Ejercicio

```r
#Cálculo de raul
#1231306
tasa<-((1+0.035)^(1/12)-1)
(5000/tasa)-1231306
```

```
## [1] 510308.9
```

Tercer Ejercicio

```r
vp<-10000*annuity(0.06,20,m=25,type = "due")
vp1<-annuity(0.06,25,m=0,k=1,type = "due")
vp/vp1
```

```
## [1] 2090.59
```

```r
#esta sería la demostración utilizando el valor futuro del ahorro del empleador y el vp de los pagos qu

vp2<-10000*annuity(0.06,20,type = "due")
prueba2<-vp2/accumulatedValue(0.06,25,type="due")
prueba2
```

```
## [1] 2090.59
```

Cuarto ejercicio

Hecho en R. Se podría hacer con loops

```r
t<-(1.06)^(1/12)-1
nper=(12*10)-1
i=0
y=0
contar = 0

flujo<-as.numeric()
for (i in 0:9) {
        ahorro<-750*(1+0.03)^i
                for (y in 1:12){
                        vf<-ahorro*((1+t)^(nper-contar))
                        contar<-contar+1
                        flujo<-rbind(flujo,cbind(ahorro,vf))
                }

}
```

```r
saldo_vf<-500000*(1+t)^nper
saldo_vf+sum(flujo[,2])
```

```
## [1] 1028814
```

Sesión 2 - tarde

Ahora se creará la tabla de mortalidad con el objeto *lifetable*. Este es un objeto creado en el paquete *lifetable*

```r
tablamortalidad<-new("lifetable",x=tabla$Edad,lx=tabla$lx)
class(tablamortalidad)
```

```
## [1] "lifetable"
## attr(,"package")
## [1] "lifecontingencies"
```

```r
head(tablamortalidad)
```

```
##   x        lx
## 1 0 10000.000
## 2 1  9960.135
## 3 2  9949.776
## 4 3  9940.195
## 5 4  9930.737
## 6 5  9921.571
```

```r
edades<-c(21:30)
#para calcular pxt o qxt
qxt(tablamortalidad,x=5,t = 10)
```

```
## [1] 0.00832223
```

```r
prob_muerte<-qxt(tablamortalidad,edades,t=20)
tabla2<-cbind(edades,prob_muerte)
tabla2
```

```
##       edades prob_muerte
##  [1,]     21  0.03817789
##  [2,]     22  0.03953504
##  [3,]     23  0.04115773
##  [4,]     24  0.04308406
##  [5,]     25  0.04532853
##  [6,]     26  0.04793247
##  [7,]     27  0.05089162
##  [8,]     28  0.05421229
##  [9,]     29  0.05790169
## [10,]     30  0.06198252
```

Sesión 2 - Martes 2 de julio - Mañana

Si yo quiero calcular la probabilidad de que alguien de 22 sobreviva 1 año la notación sería la siguiente: ${}_1P_{22}$: $\frac{L_{23}}{L_{22}}$

```
## [1] 0.9982237
```

Si yo quiero calcular la probabilidad de que alguien de 24 muera dentro de un año sería lo siguiente: ${}_1P_{24}$ y sepodría leer de la siguiente manera: $\frac{L_{24}-L_{25}}{L_{24}}$

```
## [1] 0.001712087
```

Es equivalente a esto: $\frac{L_{24}}{L_{24}}$ - $\frac{L_{25}}{L_{24}}$

```
## [1] 0.001712087
```

o a esto: $ 1 - P_{24} $

```
## [1] 0.001712087
```

Luego la probabilidad de $ *3P*{21} $ se puede expresar como: $\frac{L_{24}}{L_{21}}$ y esto es igual a tener la probabilidad multiplicada de cada uno de los años de la siguiente forma:

$\frac{L_{22}}{L_{21}} \cdot \frac{L_{23}}{L_{22}} \cdot \frac{L_{24}}{L_{23}}$

En esta fórmula se puede hacer eliminación y por ende terminamos con la fórmula inicial.

Cuando quisieramos ver la probabilidad de que alguien fallezca a los 20 **o** a los 21 **o** a los 22 **o** a los 23 y llegue a los 24. Se vería como la probabilidad de muerte a los 20 más la probabilidad de sobrevivir a los 20 multiplicada por la probabilidad de morir a los 21 más la probabilidad de sobrevivir a los 20 y los 21 por la probabilidad de morir a los 22 más la probabilidad de sobrevivir a los 20,21 y 22 por la probabilida de morir a los 23. Esto se mirara así: $Q_{20} + P_{20}Q_{21} + P_{20}P_{21}Q_{22} + P_{20}P_{21}P_{22}Q_{23}$

Si se quiere resumir esto se mirara así: $Q_{20} + P_{20}Q_{21} + {}_2P_{20}Q_{22} + {}_3P_{20}Q_{23}$

Ejemplo de probabilidad condicionada

${}_{2|3}Q_{21} = P_{21} \cdot P_{22} \cdot {}_3Q_{23}$

Realizandolo con lx:

$(\frac{L_{22}}{L_{21}}) \cdot (\frac{L_{23}}{L_{22}}) \cdot (\frac{L_{23}-L_{26}}{L_{23}})$

Se puede simplificar a la siguiente expresión:

$(\frac{L_{23}-L_{26}}{L_{21}})$

Ejercicio con tablas de mortabilidad

Lo primero será subir el archivo de excel con las tablas de mortalidad (edad y lx o lm en el caso de que sea anual o mensual)

```r
tabla_anual<-tablas_de_mortalidad[,1:2]
tabla_anual<-tabla_anual[complete.cases(tabla_anual),]
tabla_mensual<-tablas_de_mortalidad[,6:7]

t_mort_an<-new("lifetable",x=tabla_anual$Edad...1,lx=tabla_anual$lx...2)
t_mort_men<-new("lifetable",x=tabla_mensual$Edad...6,lx=tabla_mensual$lm)
head(t_mort_an)
```

```
##   x        lx
## 1 0 10000.000
## 2 1  9960.135
## 3 2  9949.776
## 4 3  9940.195
## 5 4  9930.737
## 6 5  9921.571
```

```r
head(t_mort_men)
```

```
##   x        lx
## 1 0 10000.000
## 2 1  9996.678
## 3 2  9993.356
## 4 3  9990.034
## 5 4  9986.712
## 6 5  9983.390
```

Ejercicios prácticos en R

- Ejercicio 1 : ${}_{20}P_{30}$
- Ejercicio 2 : ${}_{30+\frac{5}{12}}P_{20}$
- Ejercicio 3 : ${}_{25+\frac{8}{12}}Q_{30+\frac{5}{12}}$
- Ejercicio 4 : ${}_{(30+\frac{1}{12})|(20+\frac{5}{12})}Q_{15}$

Una forma de validad que nuestros cálculos esten correctos es revisar que utilizando la tablas de mortalidad anual y mensual deberían de dar la mismas probabilidades

```r
#Ejercicio 1
pxt(t_mort_an,x = 30,t=20,fractional = "linear")
```

```
## [1] 0.9380175
```

```r
pxt(t_mort_men,x = 30*12,t=20*12,fractional = "linear")
```

```
## [1] 0.9380175
```

```r
#Ejercicio 2
pxt(t_mort_men,x = 20*12,t=(30*12)+5,fractional = "linear")
```

```
## [1] 0.9196797
```

```r
pxt(t_mort_an,x = 20,t=30+(5/12),fractional = "linear")
```

```
## [1] 0.9196797
```

```r
#Ejercicio 3
qxt(t_mort_men,x = (30*12)+5,t=(25*12)+8,fractional = "linear")
```

```
## [1] 0.1067368
```

```r
qxt(t_mort_an,x = 30+(5/12),t=25+(8/12),fractional = "linear")
```

```
## [1] 0.1067368
```

```r
#Ejercicio 4
pxt(t_mort_men,x = 15*12,t=(30*12)+1,fractional = "linear") * qxt(t_mort_men,x = (45*12)+1,t=(20*12)+5,
```

```
## [1] 0.1910467
```

```r
pxt(t_mort_an,x = 15,t=(30)+1/12,fractional = "linear") * qxt(t_mort_an,x = (45)+1/12,t=(20)+5/12,fract
```

```
## [1] 0.1910467
```

Sesión 3 - Matemática actuarial

Dotal puro

El dotal puro es una apuesta a que yo seguiré viviendo prácticamente. Entonces necesito saber la probabilidad de que yo viva por un periodo definido de tiempo. Y luego ese pago que haré en el futuro por la probabilidad de que yo viva y luego lo traigo a valor presente recordando de que para nosotros en este curso $\frac{1}{(1+i)} = v$ y por lo tanto para traerlo a valor presente necesito elevar mi v por el periodo de tiempo v^n.

La fórmula sería así:

$${}_nP_x \cdot \ v^n = \ {}_nE_x$$

Haciendolo con la fórmula sería así:

```
pxt(t_mort_an,x=30,t=35)*(1/(1.035)^35)
```

```
## [1] 0.2326728
```

Con la formula que ya trae el paquete se utiliza la fórmula Exn. Para eso se necesita transformar la tabla de mortalidad a una tabla actuarial con el siguiente código:

```
t_act_an<-new("actuarialtable",x=tabla_anual$Edad...1,lx=tabla_anual$lx...2,interest=0.035)
Exn(t_act_an,30,35)
```

```
## [1] 0.2326728
```

Vida Entera (Whole Life Insurance)

La fórmula es la siguiente:

$$\sum_{t=0}^{\infty} {}_tP_x \cdot \ Q_{x+t} \cdot \ v^{t+1}$$

y se puede leer de la siguiente manera:

$$A_x$$

Con diferimiento

Puede darse el caso que una persona difiera el seguro la notación puede escribirse así:

$${}_{2|}A_x = \ ({}_2P_x)(Q_{x+2})v^3 + ({}_3P_x)(Q_{x+3})v^4 + ({}_4P_x)(Q_{x+4})v^5 \ldots$$

Esto lo puedo simplificar de la siguiente manera. Tomo como factor común el $({}_2P_x)v^2$ y me queda de la siguiente manera:

$$= \ {}_2P_xv^2 \ [(Q_{x+2})v + (P_{x+2})(Q_{x+3})v^2 + ({}_2P_{x+2})(Q_{x+4})v^3 \ldots]$$

Luego voy a sustituir con la siguiente ecuación: $y = x + 2$ y sustituto de nuevo en la fórmula:

$$= \ {}_2P_xv^2 \ [(Q_y)v + (P_y)(Q_{y+1})v^2 + ({}_2P_y)(Q_{y+2})v^3 \ldots]$$

Como se puede ver la primera parte es igual a nuestro modelo de Dotal puro, ya que es una apuesta que una persona hace a que sobrevivirá en ese periodo de diferimiento.

$${}_2P_xv^2 = \ {}_2E_X$$

y la segunda parte es un tipo de seguro de vida entera por lo que se podría resumir de la siguiente manera:

$${}_2E_X \cdot \ A_{x+2}$$