

SVEUČILIŠTE U SPLITU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET

ZAVRŠNI RAD

**MIKROUČENJE U UČENJU I POUČAVANJU  
PUTEM INTERNETA**

Ivona Mustapić-Jogun

Split, rujan 2019.

SVEUČILIŠTE U SPLITU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET

ZAVRŠNI RAD

**MIKROUČENJE U UČENJU I POUČAVANJU  
PUTEM INTERNETA**

Ivona Mustapić-Jogun

**Mentor:** Doc. dr. sc. Nikola Marangunić

**Neposredni voditelj:** Dr. sc. Jelena Nakić

Split, rujan 2019.



# Temeljna dokumentacijska kartica

Završni rad

Sveučilište u Splitu

Prirodoslovno-matematički fakultet

Odjel za informatiku

Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Hrvatska

## MIKROUČENJE U UČENJU I POUČAVANJU PUTEM INTERNETA

Ivona Mustapić-Jogun

### SAŽETAK

Cilj ovog rada je prikazati i opisati metodu mikroučenja koja bi pomogla učenicima u učenju velike količine informacija u kratkom vremenu i zadržavanju njihove motivacije prilikom učenja.

Praktični dio rada je web aplikacija koja daje primjer mikroučenja kroz definicije mnogih predmeta matematike na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu u Splitu. Uz to, pomoću ove aplikacije dana je usporedba standardnog načina učenja s mikroučenjem u kojoj je vidljivo koje su prednosti mikroučenja.

**Ključne riječi:** mikroučenje, učenje putem interneta, mikrosadržaj

Rad je pohranjen u knjižnici Prirodoslovno-matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu.

**Rad sadrži:** 23 stranice, 20 grafičkih prikaza i 4 tablice.

Izvornik je na hrvatskom jeziku.

**Mentor:** **Doc. dr. sc. Nikola Marangunić**, docent Prirodoslovno-matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu

**Neposredni voditelj:** **Dr. sc. Jelena Nakić**, poslijedoktorand Prirodoslovno-matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu

**Ocjenjivači:** **Doc. dr. sc. Nikola Marangunić**, docent Prirodoslovno-matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu

**Dr. sc. Jelena Nakić**, poslijedoktorand Prirodoslovno-matematičkog fakulteta,  
Sveučilišta u Splitu

**Divna Krpan**, viši predavač Prirodoslovno-matematičkog fakulteta,  
Sveučilišta u Splitu

Rad prihvaćen: Rujan, 2019.

## Basic documentation card

Thesis

University of Split

Faculty of Science

Department of computer science

Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Hrvatska

### MICROLEARNING IN ON-LINE LEARNING AND TEACHING

Ivona Mustapić-Jogun

#### ABSTRACT

The aim of this paper is to present and describe a microlearning method that would help students in learning large amounts of information in a short time and keeping their motivation when learning. The practical part of the paper is a web application that gives an example of microlearning through the definitions of many mathematics subjects at the Faculty of Science in Split. In addition, using this app a comparison of the standard way of learning with microlearning is given, which shows the benefits of microlearning.

**Key words:** microlearning, elearning, microcontent

Thesis deposited in library of Faculty of Science, University of Split.

**Thesis consists of:** 23 pages, 20 figures and 4 tables.

Original language is Croatian.

**Mentor:** **Nikola Marangunić, Ph.D.** Assistant Professor of Faculty of Science, University of Split

**Supervisor:** **Jelena Nakić, Ph.D.** Postdoctoral Researcher of Faculty of Science, University of Split

**Reviewers:** **Nikola Marangunić, Ph.D.** Assistant Professor of Faculty of Science, University of Split

**Jelena Nakić, Ph.D.** Postdoctoral Researcher of Faculty of Science, University of Split

**Divna Krpan,** Senior Lecturer of Faculty of Science, University of Split

Thesis accepted: September, 2019.

## Sadržaj

1.	Uvod .....	1
2.	Mikroučenje.....	2
2.1.	Verzije mikroučenja .....	3
2.2.	Razvoj sadržaja mikroučenja.....	5
2.3.	Dizajn sadržaja mikroučenja .....	6
2.4.	Mikrolekcija kao mikrosadržaj .....	6
3.	Mikroučenje u web okruženju .....	8
3.1.	Korisničko sučelje za vrijeme prijave .....	9
3.2.	Korisničko sučelje nakon prijave .....	12
3.2.1.	Definicije .....	13
3.2.2.	Kvizovi .....	15
3.2.3.	Prezentacije.....	16
4.	Usporedba mikroučenja sa standardnim učenjem .....	18
5.	Zaključak .....	22
	Literatura .....	23



# 1. Uvod

U današnjem digitalnom vremenu koje se nestvarno brzo mijenja, postoji mnogo vrsta problema u sustavu obrazovanja. Učenici dobivaju veliku količinu informacija koje ne uspijevaju razumjeti i zapamtiti u svakodnevnom užurbanom životu. Osim toga, velika većina nije u mogućnosti odraditi sve to na vrijeme. Zbog toga oni često odustaju od učenja bez obzira što su imali visoku razinu volje i strasti za učenjem. Rješenje ovog problema krije se pod pojmom mikroučenje. Ova metoda omogućava razvoj sadržaja mikroučenja, ali i promjenu postojećih sadržaja u stil mikroučenja.

U prvom poglavlju ovog rada opisano je što je to zapravo mikroučenje, njegove verzije, razvoj i dizajn. U drugom poglavlju predstavljena je web aplikacija u stilu mikroučenja razvijena u okviru završnog rada, a u zadnjem trećem poglavlju dana je usporedba mikroučenja sa standardnim učenjem.

## 2. Mikroučenje

U učenju i razvijanju okruženja koriste se makro, mezo i mikro dijelovi (Zhamanov et al., 2013). Makro dijelovi sadrže mezo dijelove, mezo dijelovi sadrže mikro dijelove, a svi zajedno izgrađuju produkt (Zhamanov et al., 2013). Bez obzira odnosi li se učenje na proces izgradnje i organiziranja znanja ili na promjenu ponašanja, stavova, vrijednosti, mentalnih sposobnosti, kognitivnih struktura, emocionalnih reakcija, radnih uzoraka ili društvenih dimenzija, u svim slučajevima imamo mogućnost razmatranja makro, mezo i mikro dijelova (Hug, 2005). Kako bi konstruirali makro dijelove, važno je započeti od mikro dijelova (Zhamanov et al., 2013). Upravo na taj način funkcionira mikroučenje. Pruža razumijevanje sadržaja dijeljenjem makro dijelova na mikro dijelove (Zhamanov et al., 2013).

Mikroučenje je zapravo prilično nov izraz (Hug, 2005). To je nova metoda podučavanja koja postaje iz dana u dan sve popularnija (Zhamanov et al., 2013). Sada svaka osoba nesvjesno koristi pristup mikroučenja čitajući udžbenike, forume, wikijs, blogove i druge resurse (Zhamanov et al., 2013). Zbog raznih područja mikroučenja, postoji mnogo načina njegovog definiranja. Jedna od definicija je sljedeća. Mikroučenje su neovisni sadržaji koji imaju konkretne pojedinačne teme sastavljene od malih jedinica koje se mogu naučiti odjednom jednostavnim interakcijama i aktivnostima učenja kroz te sadržaje (Park et al., 2018). S druge strane, mikroučenje može biti hipoteza o vremenu potrebnom za rješavanje zadatka, na primjer, odgovaranju na određeno pitanje, memoriranju informacijske jedinice ili pronalaženju potrebnog resursa pri čemu vremensko razdoblje za rješavanje zadatka može obuhvatiti raspon od nekoliko sekundi do 15 minuta ili više (Aitchanov et al., 2013). Također, mikroučenje je predstavljeno kao alternativa koja može riješiti probleme u postojećim sadržajima e-učenja na redovnim tečajevima (Park et al., 2018). Prijelaz iz uobičajene perspektive podučavanja i učenja na mikro perspektivu i značajke mikro dimenzija u procesu učenja promovira učenje i stvara održivo i produktivno okruženje za učenje (Hug, 2005). Jedno istraživanje je pokazalo da učenici podučeni metodom mikroučenja pružaju više interesa za predmet i nauče više materijala nego prethodnih godina (Zhamanov et al., 2013). Mikroučenje služi i personaliziranom i selektivnom učenju pomažući učenicima u stjecanju novih znanja i ispravljanju propusta u njihovom

postojećem znanju (Park et al., 2018). Koncepti mikroučenja nude fleksibilne i dinamične alternative koje su potrebne s obzirom na medijske, društvene i ekološke promjene (Hug, 2005).

Mikroučenje je predviđeno za web okruženje kao i za mobilno okruženje (Park et al., 2018). Mobilno učenje i mikroučenje mogu se zajedno koristiti za razvoj kratkih online aktivnosti u e-učenju (Park et al., 2018). Također, mikroučenje u mobilnom okruženju omogućava pronalaženje povezanih podataka, fotografija i videozapisa u realnom vremenu, tako da se vrijeme potrebno za pronalaženje određenih tema i sadržaja može skratiti (Park et al., 2018).

Prema (Hug, 2005), postoji 7 dimenzija prikladnih za opisivanje, analiziranje ili generiranje verzija mikroučenja:

- **Vrijeme:** relativno kratak napor, radni trošak i stupanj potrošnje vremena, mjerljivo vrijeme, subjektivno vrijeme itd.
- **Sadržaj:** male ili vrlo male jedinice, „uske“ teme, jednostavni problemi itd.
- **Nastavni plan i program:** dio postavljanja nastavnog plana i programa, dijelovi modula, elementi neformalnog učenja itd.
- **Oblik:** fragmenti, aspekti, epizode, „grumeni znanja“ (engl. „*knowledge nuggets*“), umijeće elemenata itd.
- **Proces:** odvojene, istodobne ili aktualne, postavljene ili integrirane aktivnosti, iterativna metoda, upravljanje pažnjom, svjesnost (ulazak u ili prisustvo u procesu) itd.
- **Medijalnost:** licem u lice, mono-medij naspram multi-medija, posredovana, informacijski objekti ili objekti učenja, simbolična vrijednost, kulturni kapital itd.
- **Vrste učenja:** ponavljajuće, aktivističko, reflektivno, pragmatično, konceptijsko, konstruktivno, povezano, biheviorističko, učenje primjerom, zadatkom ili vježbom, ciljem ili problemski orijentirano, „usputno“ (engl. „*along the way*“), radno učenje, učenje u učionici, korporativno učenje, svjesno naspram nesvjesnom itd.

## 2.1. Verzije mikroučenja

Danas možemo pronaći mnogo različitih koncepata i praksi mikroučenja (Hug, 2005). Nesustavni nacrt 7 dimenzija mikroučenja jasno pokazuje da se opći pojam mikroučenja

koristi kao metafora koja se odnosi na skup modela učenja (Hug, 2005). Različite verzije mikroučenja mogu se analizirati sagledavanjem eksplicitnog ili implicitnog razumijevanja gore navedenih dimenzija i njihovih interakcija (Hug, 2005).

Verzije mikroučenja (Hug, 2005):

- email distribucija kratkih nastavaka učenja
- „učenje veličine bajta“ – nizovi videozapisa
- mobilno učenje temeljeno na igrama pomoću vježbi s više izbora
- mikroučenje osnovnih vještina i izrada složenih projekata putem makroučenja
- „mikroučenje“ kao „postavljeno učenje“
- „čitanje i sricanje - što misliti u stotinki sekunde...“
- mikroučenje generirano temom - fleksibilna, interaktivna i kolaborativna obuka putem interneta
- kratke vježbe kao duplikat ili ekvivalent mikropoučavanju
- obuka učitelja pomoću videozapisa
- integrirano mikroučenje
- mikro samouprava u mikro okruženju
- centri za mikroučenje

Odgovarajuće razine mezo i makro učenja mogu se također odnositi na različita područja kao što je prikazano u Tablici 2.1 (Hug, 2005).

	Primjer 1	Primjer 2	Primjer 3	Primjer 4	Primjer 5
mikro razina	pojedinačna slova	riječi, fraze, rečenice	objekti učenja	sposobnosti učenika ili učitelja	učenje pojedinaca
mezo razina	riječi, rečenice	situacije, epizode	teme, lekcije	dizajniranje lekcije	učenje grupe ili učenje organizacija
makro razina	razgovor, lingvistička komunikacija	društveno-kulturne specifičnosti, složena semantika	tečajevi, strukture nastavnog plana i programa	dizajniranje nastavnog plana i programa	učenje generacija ili učenje društva

Tablica 2.1 Mikro učenje - mezo učenje - makro učenje

Razlike primjera prikazanih u Tablici 2.1 daju smisla za raznolikost razumijevanja (Hug, 2005). Zapravo, mnogi primjeri su u upotrebi (Hug, 2005).

## 2.2. Razvoj sadržaja mikroučenja

Pri razvoju sadržaja mikroučenja razinu poteškoća u proizvodnji treba smanjiti, a distribuciju i korištenje izlaza treba poboljšati (Park et al., 2018). Ove uobičajene karakteristike su prikazane u Tablici 2.2 (Park et al., 2018).

Stavka	Karakteristike
Adekvatnost	Stupanj teškoće koji omogućava generiranje i ažuriranje sadržaja bez informatičkih stručnjaka
Pogodnost	Web sadržaji povezani s autorskim alatom mogu se izraditi i revidirati
Efikasnost	Kratko vrijeme potrebno za proizvodnju
Upotrebljivost	Otvorenost i jednostavnost oblika distribucije i izlaza putem weba
Ažurnost	Mogu se primijeniti najnovije tehnologije poput podrške za mobilne uređaje

Tablica 2.2 Zajedničke karakteristike potrebne za razvoj sadržaja mikroučenja

Kako bismo primijenili neke od sadržaja mikroučenja na postojeći redovni nastavni plan i program kao objekte učenja i zamijenili redovni nastavni plan i program s mikroučenjem, postoje četiri razmatranja prema razvojnim strategijama učenja kao što je prikazano u Tablici 2.3 (Park et al., 2018). Na temelju njih nastavni plan i program može biti sastavljen (Park et al., 2018).

Elementi	Sadržaji
Procjena	Definiranje objekta promjene pomoću zahtjeva organizacije i mikroučenja
Evaluacija	Istraživanje o slaboju participaciji i njenom uzroku u redovnom nastavnom planu i programu
Mapiranje	Sastavljanje odgovarajućih instruktivskih dizajna među raznim predmetima i metodologijama
Definicija	Točno definiranje proračuna, trajanja i

Tablica 2.3 Razmatranja u razvijanju sadržaja mikroučenja

## 2.3. Dizajn sadržaja mikroučenja

Zbog implikacija prethodnih studija, dizajn se morao provesti kroz sljedeće razvojne postupke drukčije od postojećih (Park et al., 2018). Prvo, treba analizirati učenike i prethodne operativne procese, a rezultati bi se trebali odraziti u odabiru procesa i postavljanju ciljeva (Park et al., 2018). Drugo, faze koje nisu potrebne učenicima ne bi smjele biti uključene u dizajn (Park et al., 2018). Treće, tehničke metode razvoja sadržaja trebaju biti pojednostavljene i univerzalne kako bi mogli osigurati njihovu upotrebu (Park et al., 2018).

## 2.4. Mikrolekcija kao mikrosadržaj

Metoda razvoja mikrosadržaja uglavnom je razvijala komponente u skladu s jasnim namjenama za pojedinačnu temu objekta učenja i mogla je konkretizirati strategije učenja koje odgovaraju protoku učenja (Park et al., 2018). Da bi postigli učinkovit proces učenja, sadržaji mikroučenja su također trebali biti predstavljeni u skladu s kontekstom učenika (Park et al., 2018). U dijelu koji slijedi prikazat ćemo jednu lekciju kao mikrosadržaj. Prikaz je preuzet iz (Zhamanov et al., 2013).

### Lekcija 1– Karakteristike IPv4 adrese

Prvi korak je objašnjenje dane teme.

- Sastoji se od 32 bita.
- Podijeljena je na 4 okteta.
- Svaki oktet se sastoji od 8 bita (1 bajt).
- Prikazana je u decimalnom obliku.

Primjer IPv4 adrese: 192.168.1.21

Kako računalo radi samo s binarnim brojevnim sustavom, gore navedenu IPv4 adresu pretvara iz decimalnog brojevnog sustava u binarni brojevni sustav. U Tablici 2.4 prikazana su oba brojevnja sustava.

	Prvi oktet	Drugi oktet	Treći oktet	Četvrti oktet
Decimalni prikaz	192	168	1	21
Binarni prikaz	11000000	10101000	00000001	00010101

Tablica 2.4 Decimalni i binarni prikaz IPv4 adrese

Drugi korak je jednostavan test za provjeru.

1. Koliko okteta ima IPv4 adresa?
  - a. 3
  - b. 4
  - c. 5
  - d. 1
2. U kojem brojevnom ustavu računalo razumije IPv4 adresu?
  - a. Decimalnom
  - b. Binarnom
  - c. Heksadecimalnom
  - d. Oktalnom
3. Koliko bitova zauzimaju 3 okteta?
  - a. 1
  - b. 8
  - c. 18
  - d. 24
4. U kojem brojevnom sustavu je prikazana IPv4 adresa?
  - a. Decimalnom
  - b. Binarnom
  - c. Heksadecimalnom
  - d. Oktalnom

Na ovaj način je naša lekcija završena.

### 3. Mikroučenje u web okruženju

Kao primjer mikroučenja prikazat ćemo jednu web aplikaciju za učenje definicija iz matematike koja je razvijena u okviru završnog rada. Osnovna namjena aplikacije je pomoći studentima pri učenju velike količine definicija iz mnogih predmeta matematike na način da makrosadržaj (predmet) podijelimo na mikrosadržaje (područja tog predmeta). U tom slučaju studenti će brže i lakše naučiti sadržaj, a samim time i pružiti više interesa za predmete. Na taj način se stvara održivo i produktivno okruženje za učenje.


Prema Hugovim verzijama mikroučenja, ova web aplikacija pripada skupini „mikroučenje generirano temom – fleksibilna, interaktivna i kolaborativna obuka putem interneta“. Također, zadovoljava i njegovih 7 dimenzija mikroučenja kao što je prikazano u nastavku.

- **Vrijeme:** 5-10 minuta
- **Sadržaj:** veličine A4 papira
- **Nastavni plan i program:** predmeti podijeljeni u više područja
- **Oblik:** pet definicija i kviz od pet pitanja
- **Proces:** učenje definicija zatim rješavanje kviza
- **Medijalnost:** web aplikacija
- **Vrsta učenja:** samostalno učenje

Aplikacija je napravljena u „Visual Studio 2015“ kao ASP.NET web aplikacija u programskom jeziku C#. Osim C#-a, jezici koji su korišteni su HTML, CSS, JavaScript i SQL. HTML je korišten za oblikovanje sadržaja i hiperveza, CSS za stil sadržaja, JavaScript za padajući izbornik (područja nekog predmeta) i aktivaciju boje označenog botuna (predmeta), a SQL za dohvaćanje i pohranu podataka u tablicu `Table` baze podataka `Database`. Unutar tablice baze podataka nalaze se profesori i studenti na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu u Splitu, iako je prvenstveno namijenjena profesorima matematike i studentima na studiju Matematika i Matematika i informatika. Naime, definicije na danoj aplikaciji su podijeljene po predmetima matematike koji se održavaju upravo na tim studijima. Dizajn tablice `Table` prikazan je na Slici 3.1. Svaki



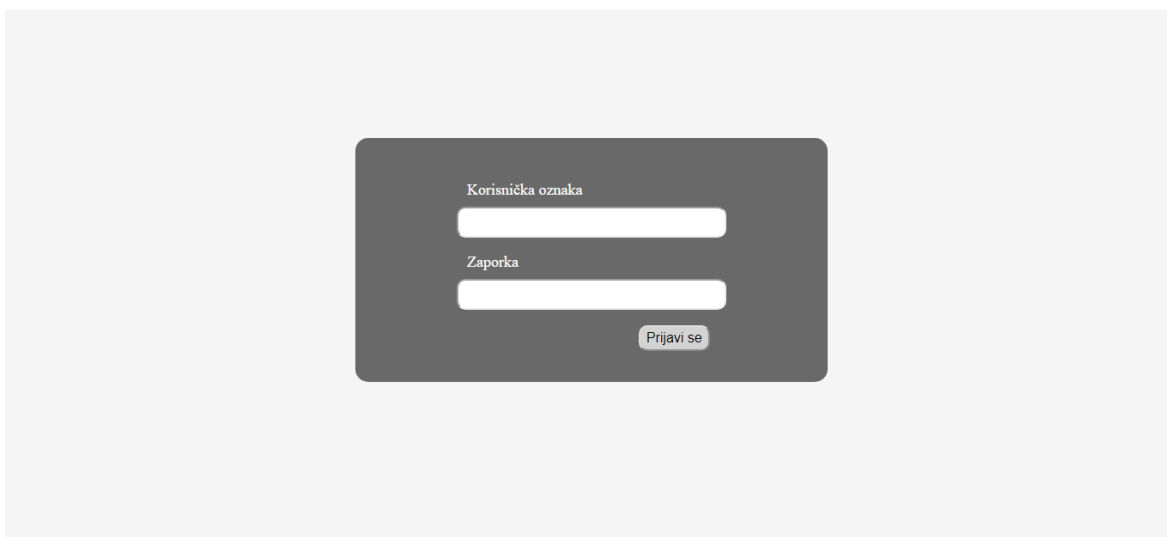
korisnik koji je u tablici ima polja Id, Korisničko ime, Lozinka, Student/profesor, Rezultat1, Rezultat2, Rezultat3, Rezultat4, Rezultat5 i Komentar. Vrijednost polja Korisničko ime odgovara korisničkoj zaporki službenog maila fakulteta, polja Lozinka osobnom imenu korisnika, a polja Student/profesor „student“ ukoliko je korisnik student, a „profesor“ ukoliko je korisnik profesor. Polja Rezultat1, Rezultat2, Rezultat3, Rezultat4 i Rezultat5 imaju vrijednost 0, a polje Komentar nema vrijednost. Što su to polja Rezultat1, Rezultat2, Rezultat3, Rezultat4, Rezultat5 i Komentar objasniti ćemo u narednim poglavljima.

	Name	Data Type	Allow Nulls	Default	
	Id	int	<input type="checkbox"/>		
	Korisničko ime	varchar(50)	<input checked="" type="checkbox"/>		
	Lozinka	varchar(50)	<input checked="" type="checkbox"/>		
	Student/profesor	varchar(50)	<input checked="" type="checkbox"/>		
	Rezultat1	int	<input checked="" type="checkbox"/>	((0))	
	Rezultat2	int	<input checked="" type="checkbox"/>	((0))	
	Rezultat3	int	<input checked="" type="checkbox"/>	((0))	
	Rezultat4	int	<input checked="" type="checkbox"/>	((0))	
	Rezultat5	int	<input checked="" type="checkbox"/>	((0))	
	Komentar	text	<input checked="" type="checkbox"/>		

Slika 3.1 Dizajn tablice baze podataka

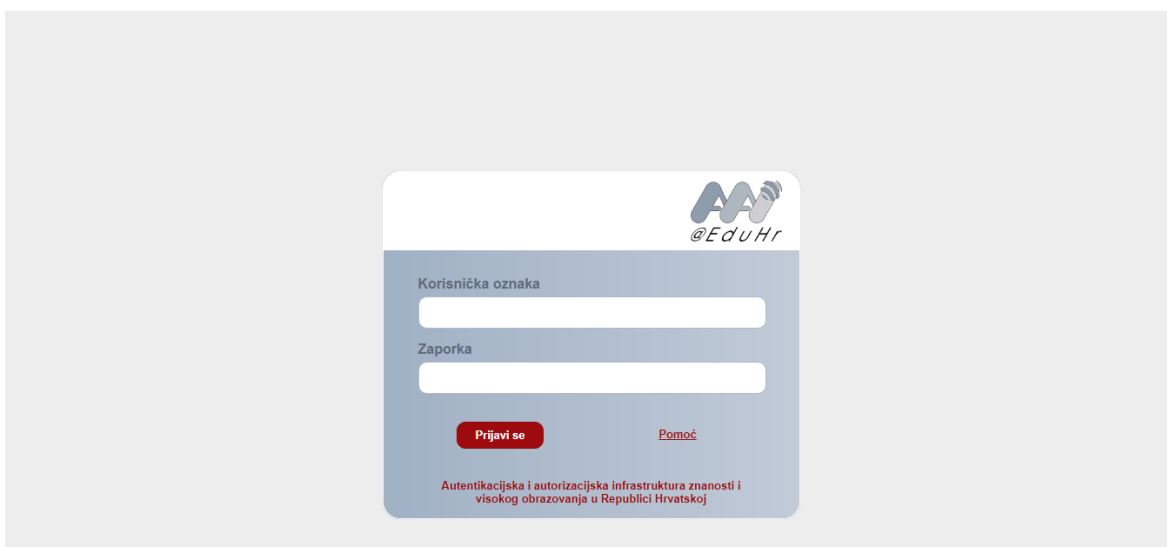
### 3.1. Korisničko sučelje za vrijeme prijave

Početna stranica ove web aplikacije prikazana je na Slici 3.2.



Slika 3.2 Početna stranica

Kako bi smanjili razinu poteškoća prilikom njenog korištenja, korisničko sučelje za vrijeme prijave na ovu aplikaciju napravljeno je slično korisničkom sučelju za vrijeme prijave na službeni mail Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Splitu (Slika 3.3).



Slika 3.3 Početna stranica službenog maila Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Splitu

Za korištenje aplikacije potrebno se prijaviti. Korisnici se prijavljuju preko korisničke oznake i zaporkke. Korisnička oznaka odgovara polju `Korisničko ime` u tablici baze podataka, a zaporka odgovara polju `Lozinka`. Klikom na botun „Prijavi se“ provjerava se točnost podataka unesenih u polje „Korisnička oznaka“ i „Zaporka“. Ukoliko je unesena netočna korisnička oznaka, to jest korisnička oznaka koja nije u tablici baze podataka ove web aplikacije, na korisničkom sučelju će se pojaviti poruka „Niste registrirani!“ istaknutom crvenom bojom kao na Slici 3.4.



Slika 3.4 Korisničko sučelje prilikom netočne korisničke oznake

Ukoliko je unesena točna korisnička oznaka, a netočna zaporka za danu korisničku oznaku, na korisničkom sučelju će se pojaviti poruka „Netočna zaporka!“ također istaknutom crvenom bojom kao na Slici 3.5.



Slika 3.5 Korisničko sučelje prilikom netočne zaporke

A ukoliko su svi uneseni podaci točni, korisniku će biti omogućen pristup aplikaciji, to jest pristup definicijama (stranica `UMd.aspx`). Ovaj dio prijave odgovora kodu na Slici 3.6.

```

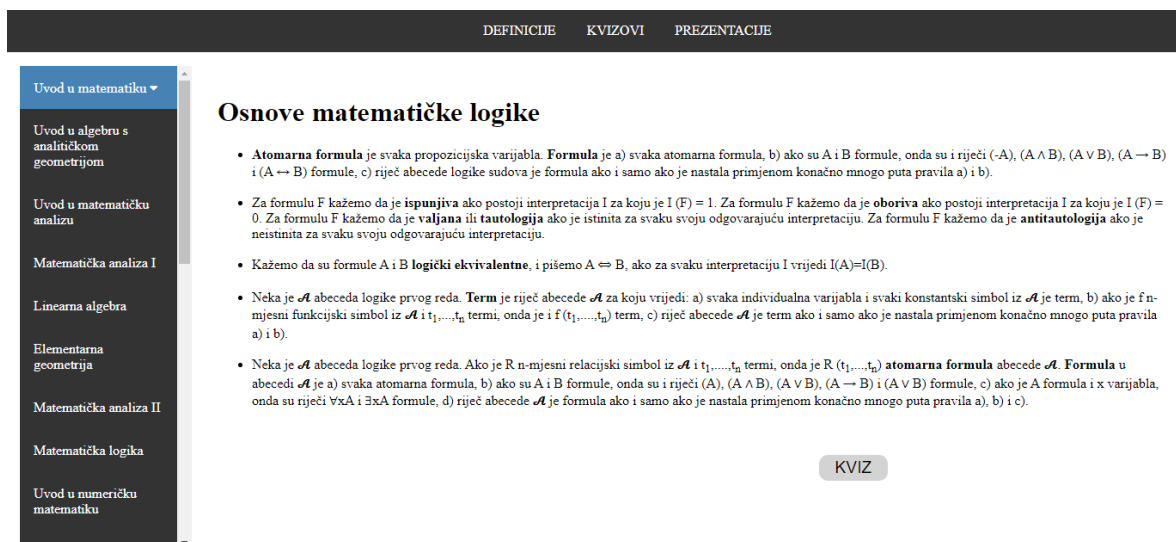
GridView1.DataBind();
if (GridView1.Rows.Count == 1)
    Label_greska.Text = "Niste registrirani!";
else
    if (GridView1.Rows[0].Cells[2].Text == TextBox_lozinka.Text)
    {
        Response.Redirect("UMd.aspx?ime=" + TextBox_ime.Text + "&lozinka=" + TextBox_lozinka.Text + "&sp=" +
            GridView1.Rows[0].Cells[3].Text + "&rez1=" + GridView1.Rows[0].Cells[4].Text +
            "&rez2=" + GridView1.Rows[0].Cells[5].Text + "&rez3=" + GridView1.Rows[0].Cells[6].Text +
            "&rez4=" + GridView1.Rows[0].Cells[7].Text);
    }
    else
        Label_greska.Text = "Netočna zaporka!";

```

Slika 3.6 Kod za prijavu

## 3.2. Korisničko sučelje nakon prijave

Nakon klika „Prijavi se“ sa svim točnim podacima, otvorit će se sučelje kao na Slici 3.7.

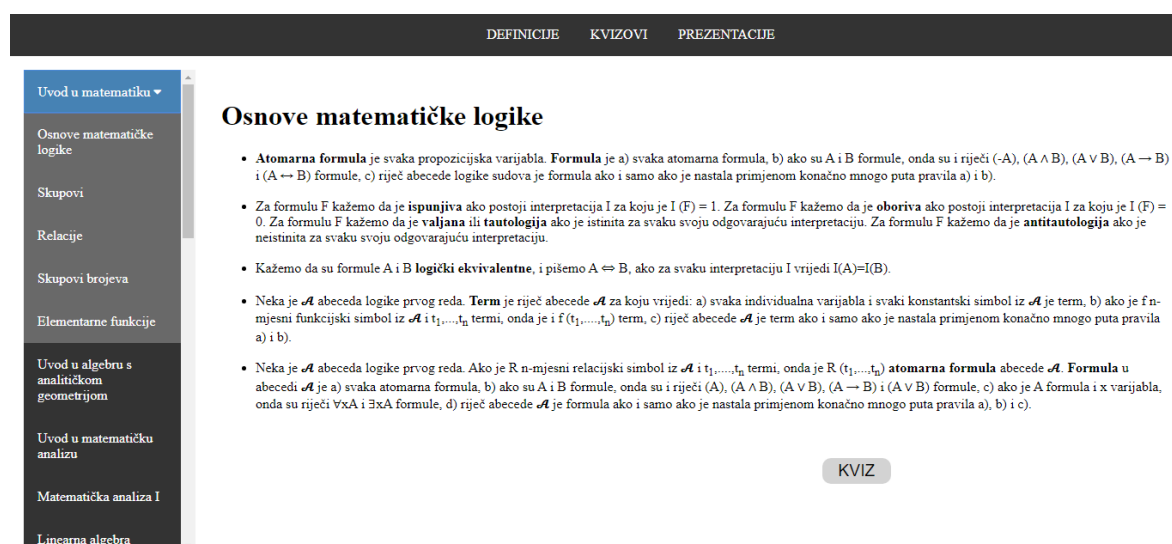


Slika 3.7 Korisničko sučelje nakon prijave

Sučelje ima jednu horizontalnu i jednu vertikalnu traku. Na horizontalnoj traci nalaze se linkovi za „DEFINICIJE“, „KVIZOVI“ i „PREZENTACIJE“, a na vertikalnoj traci nalaze se linkovi za sve matematike na studiju Matematika i Matematika i informatika i to redom „Uvod u matematiku“, „Uvod u algebru s analitičkom geometrijom“, „Uvod u matematičku analizu“, „Matematička analiza I“, „Linearna algebra“, „Elementarna geometrija“, „Matematička analiza II“, „Matematička logika“, „Uvod u numeričku matematiku“, „Euklidski prostori“, „Kombinatorika“, „Uvod u teoriju brojeva“, „Algebarske strukture“, „Financijska matematika“, „Teorija skupova“, „Matematička analiza III“, „Obične diferencijalne jednačbe“, „Teorija igara“, „Vektorski prostori I“, „Elementarna matematika u kurikulumu“, „Uvod u vjerojatnost i statistiku“, „Kompleksna

analiza“, „Teorija grafova“ i „Uvod u topologiju“. Klikom na „Uvod u matematiku“ otvara se padajući izbornik (Slika 3.8) koji prikazuje njegovih pet različitih područja. To su „Osnove matematičke logike“, „Skupovi“, „Relacije“, „Skupovi brojeva“ i „Elementarne funkcije“. Na ovaj način postignuto je mikroučenje umjesto standardnog učenja. Sadržaj aplikacije je predstavljen u skladu s potrebama njegovih korisnika, to jest definicije su raspoređene s obzirom na studentove potrebe.

Klikom na bilo koji od ovih linkova horizontalna i vertikalna traka će ostati prilično iste. Jedino što će se mijenjati je boja označenog predmeta i to u uočljivu plavu boju. Pojednostavljujući upotrebu web aplikacije, smanjili smo razinu poteškoća u snalaženju i osigurali njenu primjenu.



Slika 3.8 Područja predmeta „Uvod u matematiku“

### 3.2.1. Definicije

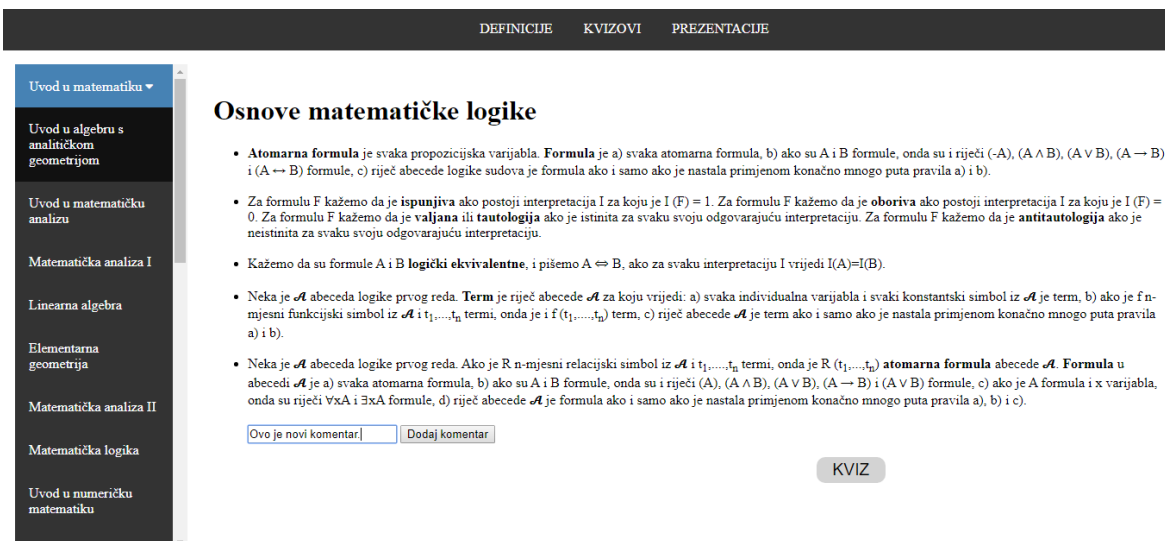
Klikom na link „DEFINICIJE“ otvorit će se sučelje kao na Slici 3.7. Slika 3.7 prikazuje link „DEFINICIJE“ na horizontalnoj traci i link „Uvod u matematiku“ područje „Osnove matematičke logike“ na vertikalnoj traci. Kako bi zadržali dosljednost, svako područje sadrži 5 definicija.

Izgled korisničkog sučelja na linku „DEFINICIJE“ dijelimo ovisno o tome je li korisnik:

1. student
2. profesor

Na taj način, faze koje nisu potrebne studentima nisu uključene u dizajn. Ukoliko je korisnik student, sučelje će izgledati kao na Slici 3.7, a ukoliko je korisnik profesor, sučelje

će izgledati kao na slici 3.9. Profesor ima mogućnost ostaviti svoj komentar na svako područje svakog predmeta dok student tu mogućnost nema.



Slika 3.9 Korisničko sučelje na linku „DEFINICIJE“ ukoliko je korisnik profesor

Klikom na botun „Dodaj komentar“ njegov komentar sprema se u polje Komentar u tablicu baze podataka pod njegovim imenom za područje predmeta gdje ga je ostavio. Taj dio koda prikazan je na Slici 3.10. Trenutno u tablici baze podataka postoji samo jedno polje za komentare, ali inače bi ih trebalo biti onoliko koliko ima područja svih predmeta. Moguće je ostaviti samo jedan komentar za svako područje, ali postoji mogućnost promjene. Dodavanje komentara daje priliku voditelju web aplikacije za njeno poboljšanje, ali i ispravljanje njenih grešaka ukoliko postoje. Ova interakcija razvija aplikaciju prema budućim potrebama korisnika.

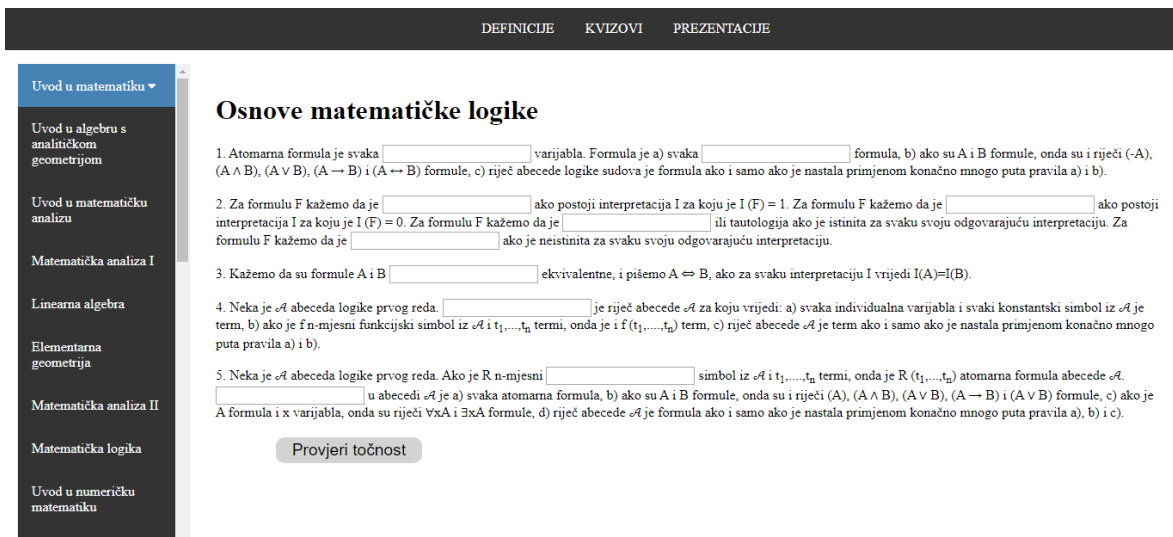
```
string dat = "Update [Table] set Komentar='" + TextBox1.Text + "' where [Korisničko ime]='" + imee + "'";
SqlCommand com = new SqlCommand(dat, con);
con.Open();
com.ExecuteNonQuery();
con.Close();
```

Slika 3.10 Kod za spremanje komentara u tablice baze podataka

Bez obzira na to je li korisnik student ili profesor, na sučelju će se nalaziti botun „KVIZ“ koji će korisnika odvesti na kviz o tom području tog predmeta na kojem se trenutno nalazi (Slika 3.11). To je omogućeno pomoću sljedeće linije koda:

```
Response.Redirect("UMkle.aspx");
```

gdje je UMkle.aspx stranica na kojoj je navedeni kviz. Ova povezanost omogućuje jednostavno učenje definicija i provjeru znanja unutar tog područja u što kraćem vremenu.

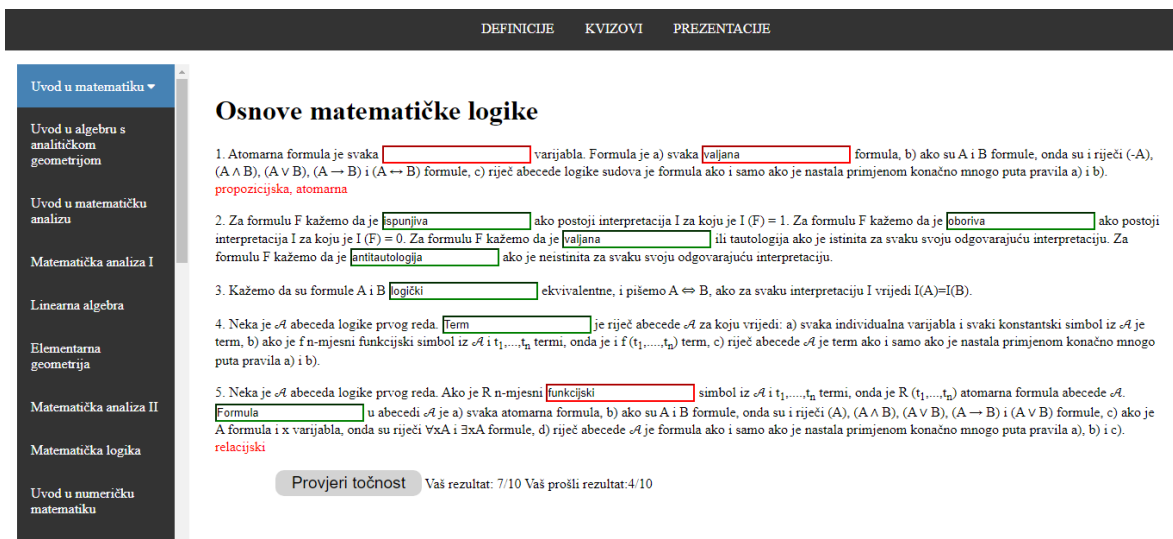


Slika 3.11 Korisničko sučelje na linku „KVIZOVI“

### 3.2.2. Kvizovi

Klikom na link „KVIZOVI“ otvorit će se sučelje kao na Slici 3.11. Korisniku je ponuđen kviz o području „Osnovne matematičke logike“ predmeta „Uvod u matematiku“. Svaki kviz ima pet pitanja s deset odgovora koji se kriju u definicijama navedenog predmeta i područja.

Nakon što smo unijeli svoje odgovore na to predviđena mjesta i kliknuli na botun „Provjeri točnost“ sučelje će izgledati kao na Slici 3.12. Može se razlikovati s obzirom na točnost odgovorenih pitanja.



Slika 3.12 Korisničko sučelje na linku „KVIZOVI“

Okvir mjesta predviđenog za odgovor će pozeleniti ukoliko je odgovor točan. Primjer za to je prvo mjesto za odgovor u drugom pitanju gdje piše „ispunjiva“. Okvir je pozelenio jer je odgovor predviđen za to mjesto i trebao biti „ispunjiva“. Ukoliko odgovori nisu točni, pocrveniti će i na kraju svakog pitanja će pisati točan odgovor redom kako ih je i trebalo unijeti. Najbolji primjer za to je prvo pitanje u kojem su oba odgovora netočna. Na prvo mjesto za odgovor je trebalo unijeti „propozicijska“, a na drugo „atomarna“.

Pokraj botuna „Provjeri točnost“ ispisat će se trenutni i prošli rezultat kviza. Trenutni rezultat kviza sprema se u polje `Rezultat1` tablice baze podataka pod korisnikovim imenom za područje predmeta „Osnove matematičke logike“. Polja `Rezultat2`, `Rezultat3`, `Rezultat4` i `Rezultat5` služe za ostala područja predmeta „Uvod u matematiku“. Trenutno u tablici baze podataka ne postoje polja za rezultate područja ostalih predmeta, ali inače bi trebalo biti onoliko polja rezultata koliko ima područja svih predmeta. Prošli rezultat kviza služi kako bi se vidjelo poboljšanje korisnikovog znanja od znanja prilikom rješavanja kviza prošlog puta, uz što je naravno moguće i njegovo pogoršanje. Rezultati se boduju od 0 do 10. Svaki točan odgovor donosi jedan bod. Ovaj dio odgovara kodu na Slici 3.13.

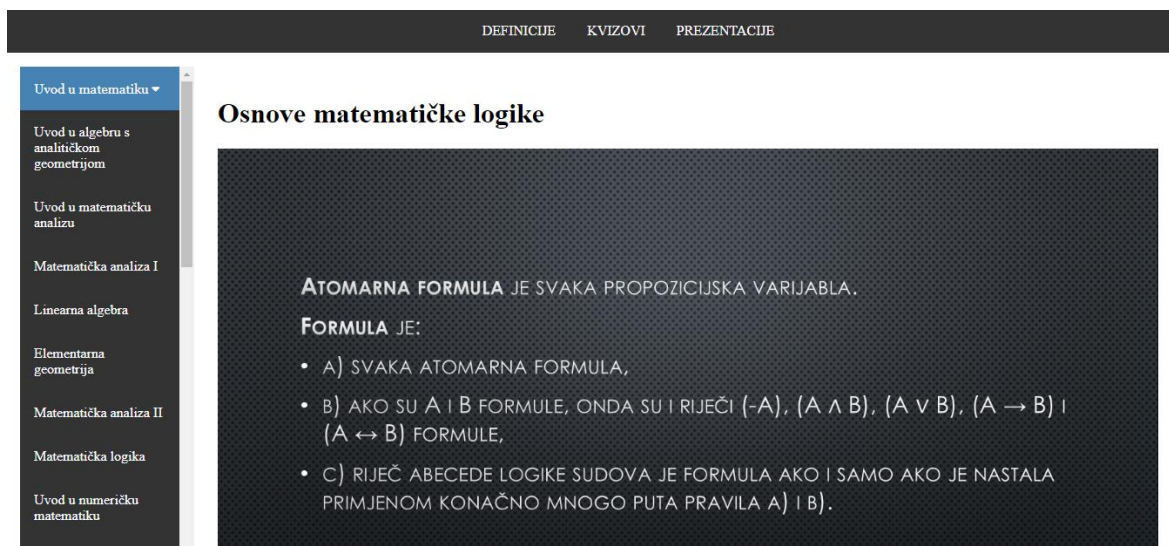
```
Label24.Text = "Vaš rezultat: " + rezultat.ToString() + "/10";
Label30.Text = "Vaš prošli rezultat:" + DetailsView1.Rows[4].Cells[1].Text + "/10";
string dat = "Update [Table] set Rezultat1='" + rezultat + "' where [Korisničko ime]='" + DetailsView1.Rows[1].Cells[1].Text + "'";
SqlCommand com = new SqlCommand(dat, con);
con.Open();
com.ExecuteNonQuery();
con.Close();
```

Slika 3.13 Kod za ispis trenutnog i prošlog rezultata i spremanje trenutnog rezultata u tablicu baze podataka

### 3.2.3. Prezentacije

Klikom na link „PREZENTACIJE“ otvorit će se sučelje kao na Slici 3.14. Na ovom linku ponuđene su definicije u obliku prezentacija kao druga mogućnost učenja definicija. Definicije su iste kao na linku „DEFINICIJE“. Na svakom slajdu nalazi se po jedna definicija uređena na što pristupačniji način. Broj slajdova po jednoj prezentaciji je pet kao što je i broj definicija. Ovaj način omogućuje bolju preglednost definicija.





Slika 3.14 Korisničko sučelje na linku „PREZENTACIJE“

## 4. Usporedba mikroučenja sa standardnim učenjem

U ovom dijelu prikazat ćemo usporedbu mikroučenja sa standardnim učenjem pomoću definicija predmeta „Uvod u matematiku“. Slika 4.1 prikazuje definicije prilikom učenja na standardni način. Sve definicije nalaze se na jednom mjestu. Slike Slika 4.2, Slika 4.3, Slika 4.4, Slika 4.5 i Slika 4.6 prikazuju učenje istih tih definicija pomoću mikroučenja. Ovdje su definicije podijeljene na pet područja:

1. Osnove matematičke logike (Slika 4.2)
2. Skupovi (Slika 4.3)
3. Relacije (Slika 4.4)
4. Skupovi brojeva (Slika 4.5)
5. Elementarne funkcije (Slika 4.6)

Na ovaj je način makrosadržaj, sadržaj na Slici 4.1, podijeljen na mikrosadržaje s konkretnim pojedinačnim temama, sadržaje na slikama Slika 4.2, Slika 4.3, Slika 4.4, Slika 4.5 i Slika 4.6. Mikrosadržaji se mogu naučiti odjednom za razliku od makrosadržaja. Također, pregledniji su i samim time se čine i jednostavniji, iako su to zapravo iste definicije.

Osim navedenog, mogućnost rješavanja kviza kod mikroučenja omogućava duže i bolje pamćenje definicija jer ukoliko nešto i nismo dobro zapamtili naučit ćemo to kroz kviz. Kad bi napravili kviz kod standardnog učenja i obuhvatili sve definicije, kviz bi bio predug za rješavanje i rijetko tko bi ga završio.

U svakom slučaju, mikroučenje se pokazalo kao bolji oblik učenja od standardnog. Pomoću njega se može riješiti problem u većini postojećih sadržaja u učenju putem interneta, ali i drugdje.

- **Atomarna formula** je svaka proposicijska varijabla. **Formula** je a) svaka atomarna formula, b) ako su  $A$  i  $B$  formule, onda su i riječi  $(\neg A)$ ,  $(A \wedge B)$ ,  $(A \vee B)$ ,  $(A \rightarrow B)$  i  $(A \leftrightarrow B)$  formule, c) riječ abecede logike sudova je formula ako i samo ako je nastala primjenom konačno mnogo puta pravila a) i b).
- Za formulu  $F$  kažemo da je **ispunjiva** ako postoji interpretacija  $I$  za koju je  $I(F) = 1$ . Za formulu  $F$  kažemo da je **oboriva** ako postoji interpretacija  $I$  za koju je  $I(F) = 0$ . Za formulu  $F$  kažemo da je **valjana** ili **tautologija** ako je istinita za svaku svoju odgovarajuću interpretaciju. Za formulu  $F$  kažemo da je **antitautologija** ako je neistinita za svaku svoju odgovarajuću interpretaciju.
- Kažemo da su formule  $A$  i  $B$  **logički ekvivalentne**, i pišemo  $A \Leftrightarrow B$ , ako za svaku interpretaciju  $I$  vrijedi  $I(A) = I(B)$ .
- Neka je  $\mathcal{A}$  abeceda logike prvog reda. **Term** je riječ abecede  $\mathcal{A}$  za koju vrijedi: a) svaka individualna varijabla i svaki konstantni simbol iz  $\mathcal{A}$  je term, b) ako je  $f$   $n$ -mjesni funkcijski simbol iz  $\mathcal{A}$  i  $t_1, \dots, t_n$  termi, onda je  $f(t_1, \dots, t_n)$  term, c) riječ abecede  $\mathcal{A}$  je term ako i samo ako je nastala primjenom konačno mnogo puta pravila a) i b).
- Neka je  $\mathcal{A}$  abeceda logike prvog reda. Ako je  $R$   $n$ -mjesni relacijski simbol iz  $\mathcal{A}$  i  $t_1, \dots, t_n$  termi, onda je  $R(t_1, \dots, t_n)$  **atomarna formula** abecede  $\mathcal{A}$ . **Formula** u abecedi  $\mathcal{A}$  je a) svaka atomarna formula, b) ako su  $A$  i  $B$  formule, onda su i riječi  $(A)$ ,  $(A \wedge B)$ ,  $(A \vee B)$ ,  $(A \rightarrow B)$  i  $(A \leftrightarrow B)$  formule, c) ako je  $A$  formula i  $x$  varijabla, onda su riječi  $\forall x A$  i  $\exists x A$  formule, d) riječ abecede  $\mathcal{A}$  je formula ako i samo ako je nastala primjenom konačno mnogo puta pravila a), b) i c).
- Neka su  $A$  i  $B$  skupovi. Kažemo da je skup  $A$  **podskup** skupa  $B$  ili da je skup  $A$  **sadržan** u skupu  $B$ , i pišemo  $A \subseteq B$ , ako je svaki element skupa  $A$  ujedno i element skupa  $B$ . Oznaku  $\subset$  čitamo "inkluzija". Kažemo još i da je skup  $B$  **nadskup** skupa  $A$  ili da skup  $B$  **sadrži** skup  $A$ , i pišemo  $B \supseteq A$ .
- Kažemo da je skup  $A$  **jednak** skupu  $B$ , i pišemo  $A = B$ , ako je svaki element skupa  $A$  ujedno i element skupa  $B$ , te ako je svaki element skupa  $B$  ujedno i element skupa  $A$ .
- Kažemo da je skup  $A$  **pravi podskup** skupa  $B$ , i pišemo  $A \subset B$  ili  $A \subsetneq B$ , ako je  $A \subseteq B$  i ako postoji neki  $b \in B$  takav da  $b \notin A$ .
- Neka je  $A$  proizvoljan skup. **Partitivni skup** od  $A$ , u oznaci  $\mathcal{P}(A)$ , je skup svih podskupova skupa  $A$ . Često ga pišemo i kao  $2^A$ .
- Neka je  $U$  dani univerzalni skup i  $A, B$  njegovi podskupovi. a) **Unija** skupova  $A$  i  $B$ , u oznaci  $A \cup B$ , je skup  $A \cup B = \{x \in U : x \in A \vee x \in B\}$ . b) **Presjek** skupova  $A$  i  $B$ , u oznaci  $A \cap B$ , je skup  $A \cap B = \{x \in U : x \in A \wedge x \in B\}$ . c) **Razlika** skupova  $A$  i  $B$ , u oznaci  $A \setminus B$ , je skup  $A \setminus B = \{x \in U : x \in A \wedge x \notin B\}$ .
- Neka su  $A$  i  $B$  neprazni skupovi. Svaki podskup  $R \subseteq A \times B$  Kartezijeva umnožka  $A \times B$  nazivamo **binarnom relacijom** na skupovima  $A$  i  $B$ . Za element  $a \in A$  kažemo da je **u relaciji**  $R$  s elementom  $b \in B$  ako je  $(a, b) \in R$ . Ako je  $A = B$  kažemo da je  $R \subseteq A \times B$  **heterogena** binarna relacija na skupovima  $A$  i  $B$ . Ako je  $A = B$  kažemo da je  $R \subseteq A \times A = A^2$  **homogena** binarna relacija na skupu  $A$ .
- Neka je  $A$  neprazan skup. Homogenu binarnu relaciju  $I_A = \{(a, a) \in A^2 : a \in A\} \subseteq A^2$  nazivamo **dijagonalom** ili **identičnom relacijom** na skupu  $A$ . Označavamo je još  $\Delta_A$  ili  $\text{id}_A$ .
- Neka su  $A$  i  $B$  neprazni skupovi i  $R \subseteq A \times B$  neka relacija na skupovima  $A$  i  $B$ . **Domena relacije**  $R$  je skup  $D(R) = \{a \in A : (\exists b \in B) (a, b) \in R\} \subseteq A$ .
- Neka je  $R \subseteq A \times B$  neprazna relacija. **Suprotna** ili **inverzna relacija** relaciji  $R$  je relacija  $R^{-1} \subseteq B \times A$  definirana sa  $R^{-1} = \{(b, a) \in B \times A : (a, b) \in R\}$ .
- Neka je  $R \subseteq A \times B$  neka relacija na skupovima  $A$  i  $B$ . **Komplement** relaciji  $R$  je relacija  $R^c \subseteq A \times B$  definirana sa  $R^c = \{(a, b) \in A \times B : (a, b) \notin R\}$ .
- Neprazan skup  $N$  za kojeg vrijede sljedeći aksiomi: A1) Postoji funkcija  $s : N \rightarrow N$ , A2) Postoji barem jedan element  $u \in N$ , označimo ga s  $1$ , takav da je  $s(n) \neq 1$  za svaki  $n \in N$ . A3) Ako je  $s(m) = s(n)$  za  $m, n \in N$ , onda je  $m = n$ . A4) Ako je  $M$  podskup skupa  $N$  i ako vrijedi:  $1 \in M$ ,  $(\forall x \in N) (x \in M \rightarrow s(x) \in M)$ , onda je  $M = N$ , nazivamo **skupom prirodnih brojeva**, a njegove elemente **prirodnim brojevima**.
- Neka je  $S$  neprazan skup. Bilo koju funkciju  $f : N \rightarrow S$  nazivamo **nizom** u  $S$ .
- Funkciju  $f : N \times N \rightarrow N$  za koju vrijedi 1)  $(\forall m \in N) f(m, 1) = s(m)$ , 2)  $(\forall m \in N) (\forall n \in N) f(m, s(n)) = s(f(m, n))$ , nazivamo **zbrajanjem** na skupu  $N$  i umjesto  $f(m, n)$  pišemo  $m + n$ . Brojeve  $m$  i  $n$  nazivamo **prirodnjicima**, a broj  $m + n$  **zbrojem**.
- Funkciju  $h : N \times N \rightarrow N$  za koju vrijedi 1)  $(\forall m \in N) h(m, 1) = m$ , 2)  $(\forall m \in N) (\forall n \in N) h(m, s(n)) = h(m, n) + m$ , nazivamo **množenjem** na skupu  $N$  i umjesto  $h(m, n)$  pišemo  $mn$ .
- Kažemo da su skupovi  $S$  i  $S'$  **ekvipotentni**, u oznaci  $S \cong S'$ , ako postoji barem jedna bijekcija sa  $S$  na  $S'$ .
- Neka je  $S$  neprazan skup. Bilo koju funkciju  $f : S \rightarrow \mathbb{R}$  nazivamo **realnom funkcijom**. Ako je još i  $S \subseteq \mathbb{R}$ , onda kažemo da je  $f$  **realna funkcija realne varijable**.
- Neka je  $D = \mathbb{R}$  ili  $D = \langle a, a \rangle \subseteq \mathbb{R}$ . Kažemo da je funkcija  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  **parna** ako je  $f(-x) = f(x)$ . Funkcija  $f$  je **neparna** ako je  $f(-x) = -f(x)$ .
- **Elementarnom funkcijom** smatramo svaku funkciju koja se može konstruirati od osnovnih elementarnih funkcija i njihovih restrikcija primjenjujući (konačno puta) zbrajanje, oduzimanje, množenje, dijeljenje i komponiranje funkcija.
- Neka je  $n \in \mathbb{N}_0$  i  $a_0, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ . Funkciju  $p_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definiranu s  $p_n(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  za sve  $x \in \mathbb{R}$  nazivamo **polinomom**. Brojevi  $a_0, \dots, a_n$  zovu se **koefficienti** polinoma  $p_n$ . Ako je  $a_n \neq 0$ , onda kažemo da je polinom  $p_n$  stupnja  $n$  i pišemo  $\text{cp}_n = n$ , a broj  $a_n$  nazivamo **vodećim koefficientom** polinoma  $p_n$ . Posebno, ako je  $a_n = 1$  kažemo da je polinom  $p_n$  **normiran**.
- Normirani polinom  $m(p, q)$  nazivamo **najvećom zajedničkom** mjerom ne nul-polinoma  $p$  i  $q$  ako ima sljedeća dva svojstva: a)  $m(p, q)$  je mjera polinoma  $p$  i  $q$ ; b) ako  $r$  dijeli  $p$  i  $q$ , onda  $r$  dijeli i  $m(p, q)$ .

Slika 4.1 Učenje definicija standardnim načinom

DEFINICIJE

KVIZOVI

PREZENTACIJE

Uvod u matematiku ▾

Uvod u algebru s analitičkom geometrijom

Uvod u matematičku analizu

Matematička analiza I

Linearna algebra

Elementarna geometrija

Matematička analiza II

Matematička logika

Uvod u numeričku matematiku

## Osnove matematičke logike

- **Atomarna formula** je svaka proposicijska varijabla. **Formula** je a) svaka atomarna formula, b) ako su  $A$  i  $B$  formule, onda su i riječi  $(\neg A)$ ,  $(A \wedge B)$ ,  $(A \vee B)$ ,  $(A \rightarrow B)$  i  $(A \leftrightarrow B)$  formule, c) riječ abecede logike sudova je formula ako i samo ako je nastala primjenom konačno mnogo puta pravila a) i b).
- Za formulu  $F$  kažemo da je **ispunjiva** ako postoji interpretacija  $I$  za koju je  $I(F) = 1$ . Za formulu  $F$  kažemo da je **oboriva** ako postoji interpretacija  $I$  za koju je  $I(F) = 0$ . Za formulu  $F$  kažemo da je **valjana** ili **tautologija** ako je istinita za svaku svoju odgovarajuću interpretaciju. Za formulu  $F$  kažemo da je **antitautologija** ako je neistinita za svaku svoju odgovarajuću interpretaciju.
- Kažemo da su formule  $A$  i  $B$  **logički ekvivalentne**, i pišemo  $A \Leftrightarrow B$ , ako za svaku interpretaciju  $I$  vrijedi  $I(A) = I(B)$ .
- Neka je  $\mathcal{A}$  abeceda logike prvog reda. **Term** je riječ abecede  $\mathcal{A}$  za koju vrijedi: a) svaka individualna varijabla i svaki konstantni simbol iz  $\mathcal{A}$  je term, b) ako je  $f$   $n$ -mjesni funkcijski simbol iz  $\mathcal{A}$  i  $t_1, \dots, t_n$  termi, onda je i  $f(t_1, \dots, t_n)$  term, c) riječ abecede  $\mathcal{A}$  je term ako i samo ako je nastala primjenom konačno mnogo puta pravila a) i b).
- Neka je  $\mathcal{A}$  abeceda logike prvog reda. Ako je  $R$   $n$ -mjesni relacijski simbol iz  $\mathcal{A}$  i  $t_1, \dots, t_n$  termi, onda je  $R(t_1, \dots, t_n)$  **atomarna formula** abecede  $\mathcal{A}$ . **Formula** u abecedi  $\mathcal{A}$  je a) svaka atomarna formula, b) ako su  $A$  i  $B$  formule, onda su i riječi  $(A)$ ,  $(A \wedge B)$ ,  $(A \vee B)$ ,  $(A \rightarrow B)$  i  $(A \leftrightarrow B)$  formule, c) ako je  $A$  formula i  $x$  varijabla, onda su riječi  $\forall x A$  i  $\exists x A$  formule, d) riječ abecede  $\mathcal{A}$  je formula ako i samo ako je nastala primjenom konačno mnogo puta pravila a), b) i c).

KVIZ

Slika 4.2 Osnove matematičke logike

DEFINICIJE

KVIZOVI

PREZENTACIJE

Uvod u matematiku ▾

Uvod u algebru s analitičkom geometrijom

Uvod u matematičku analizu

Matematička analiza I

Linearna algebra

Elementarna geometrija

Matematička analiza II

Matematička logika

Uvod u numeričku matematiku

## Skupovi

- Neka su  $A$  i  $B$  skupovi. Kažemo da je skup  $A$  **podskup** skupa  $B$  ili da je skup  $A$  **sadržan** u skupu  $B$ , i pišemo  $A \subseteq B$ , ako je svaki element skupa  $A$  ujedno i element skupa  $B$ . Oznaku  $\subseteq$  čitamo "inkluzija". Kažemo još i da je skup  $B$  **nadskup** skupa  $A$  ili da skup  $B$  **sadrži** skup  $A$ , i pišemo  $B \supseteq A$ .
- Kažemo da je skup  $A$  **jednak** skupu  $B$ , i pišemo  $A = B$ , ako je svaki element skupa  $A$  ujedno i element skupa  $B$ , te ako je svaki element skupa  $B$  ujedno i element skupa  $A$ .
- Kažemo da je skup  $A$  **pravi podskup** skupa  $B$ , i pišemo  $A \subset B$  ili  $A \subsetneq B$ , ako je  $A \subseteq B$  i ako postoji neki  $b \in B$  takav da  $b \notin A$ .
- Neka je  $A$  proizvoljan skup. **Partitivni skup** od  $A$ , u oznaci  $\mathcal{P}(A)$ , je skup svih podskupova skupa  $A$ . Često ga pišemo i kao  $2^A$ .
- Neka je  $U$  dani univerzalni skup i  $A, B$  njegovi podskupovi. a) **Unija** skupova  $A$  i  $B$ , u oznaci  $A \cup B$ , je skup  $A \cup B = \{x \in U : x \in A \vee x \in B\}$ . b) **Presjek** skupova  $A$  i  $B$ , u oznaci  $A \cap B$ , je skup  $A \cap B = \{x \in U : x \in A \wedge x \in B\}$ . c) **Razlika** skupova  $A$  i  $B$ , u oznaci  $A \setminus B$ , je skup  $A \setminus B = \{x \in U : x \in A \wedge x \notin B\}$ .

KVIZ

Slika 4.3 Skupovi

DEFINICIJE

KVIZOVI

PREZENTACIJE

Uvod u matematiku ▾

Uvod u algebru s analitičkom geometrijom

Uvod u matematičku analizu

Matematička analiza I

Linearna algebra

Elementarna geometrija

Matematička analiza II

Matematička logika

Uvod u numeričku matematiku

## Relacije

- Neka su  $A$  i  $B$  neprazni skupovi. Svaki podskup  $R \subseteq A \times B$  Kartezijeva umnoška  $A \times B$  nazivamo **binarnom relacijom** na skupovima  $A$  i  $B$ . Za element  $a \in A$  kažemo da je **u relaciji**  $R$  s elementom  $b \in B$  ako je  $(a, b) \in R$ . Ako je  $A \neq B$  kažemo da je  $R \subseteq A \times B$  **heterogena** binarna relacija na skupovima  $A$  i  $B$ . Ako je  $A = B$  kažemo da je  $R \subseteq A \times A = A^2$  **homogena** binarna relacija na skupu  $A$ .
- Neka je  $A$  neprazan skup. Homogenu binarnu relaciju  $I_A = \{(a, a) \in A^2 : a \in A\} \subseteq A^2$  nazivamo **dijagonalom** ili **identičnom relacijom** na skupu  $A$ . Označavamo je još  $\Delta_A$  ili  $\text{id}_A$ .
- Neka su  $A$  i  $B$  neprazni skupovi i  $R \subseteq A \times B$  neka relacija na skupovima  $A$  i  $B$ . **Domena** relacije  $R$  je skup  $D(R) = \{a \in A : (\exists b \in B) (a, b) \in R\} \subseteq A$ .
- Neka je  $R \subseteq A \times B$  neprazna relacija. **Suprotna** ili **inverzna relacija** relaciji  $R$  je relacija  $R^{-1} \subseteq B \times A$  definirana sa  $R^{-1} = \{(b, a) \in B \times A : (a, b) \in R\}$ .
- Neka je  $R \subseteq A \times B$  neka relacija na skupovima  $A$  i  $B$ . **Komplement** relaciji  $R$  je relacija  $R^c \subseteq A \times B$  definirana sa  $R^c = \{(a, b) \in A \times B : (a, b) \notin R\}$ .

KVIZ

Slika 4.4 Relacije

DEFINICIJE

KVIZOVI

PREZENTACIJE

Uvod u matematiku ▾

Uvod u algebru s analitičkom geometrijom

Uvod u matematičku analizu

Matematička analiza I

Linearna algebra

Elementarna geometrija

Matematička analiza II

Matematička logika

Uvod u numeričku matematiku

## Skupovi brojeva

- Neprazan skup  $N$  za kojeg vrijede sljedeći aksiomi: A1) Postoji funkcija  $s : N \rightarrow N$ . A2) Postoji barem jedan element u  $N$ , označimo ga s  $1$ , takav da je  $s(n) \neq 1$  za svaki  $n \in N$ . A3) Ako je  $s(m) = s(n)$  za  $m, n \in N$ , onda je  $m = n$ . A4) Ako je  $M$  podskup skupa  $N$  i ako vrijedi:  $1 \in M, (\forall x \in N) (x \in M \rightarrow s(x) \in M)$ , onda je  $M = N$ , nazivamo **skupom prirodnih brojeva**, a njegove elemente **prirodnim brojevima**.
- Neka je  $S$  neprazan skup. Bilo koju funkciju  $f : N \rightarrow S$  nazivamo **nizom** u  $S$ .
- Funkciju  $f : N \times N \rightarrow N$  za koju vrijedi 1)  $(\forall m \in N) f(m, 1) = s(m)$ , 2)  $(\forall m \in N) (\forall n \in N) f(m, s(n)) = s(f(m, n))$ , nazivamo zbrajanjem na skupu  $N$  i umjesto  $f(m, n)$  pišemo  $m + n$ . Brojeve  $m$  i  $n$  nazivamo **pribrojnicima**, a broj  $m + n$  **zbrojem**.
- Funkciju  $h : N \times N \rightarrow N$  za koju vrijedi 1)  $(\forall m \in N) h(m, 1) = m$ , 2)  $(\forall m \in N) (\forall n \in N) h(m, s(n)) = h(m, n) + m$ , nazivamo **množenjem** na skupu  $N$  i umjesto  $h(m, n)$  pišemo  $mn$ .
- Kažemo da su skupovi  $S$  i  $S'$  **ekvipotentni**, u oznaci  $S \approx S'$ , ako postoji barem jedna bijekcija sa  $S$  na  $S'$ .

KVIZ

Slika 4.5 Skupovi brojeva

DEFINICIJE

KVIZOVI

PREZENTACIJE

Uvod u matematiku ▾

Uvod u algebru s analitičkom geometrijom

Uvod u matematičku analizu

Matematička analiza I

Linearna algebra

Elementarna geometrija

Matematička analiza II

Matematička logika

Uvod u numeričku matematiku

## Elementarne funkcije

- Neka je  $S$  neprazan skup. Bilo koju funkciju  $f : S \rightarrow \mathbb{R}$  nazivamo **realnom funkcijom**. Ako je još i  $S \subseteq \mathbb{R}$ , onda kažemo da je  $f$  **realna funkcija realne varijable**.
- Neka je  $D = \mathbb{R}$  ili  $D = ]-a, a[ \subseteq \mathbb{R}$ . Kažemo da je funkcija  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  **parna** ako je  $f(-x) = f(x)$ . Funkcija  $f$  je **neparna** ako je  $f(-x) = -f(x)$ .
- Elementarnom funkcijom** smatramo svaku funkciju koja se može konstruirati od osnovnih elementarnih funkcija i njihovih restrikcija primjenjujući (konačno puta) zbrajanje, oduzimanje, množenje, dijeljenje i komponiranje funkcija.
- Neka je  $n \in \mathbb{N}_0$  i  $a_0, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ . Funkciju  $p_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definiranu s  $p_n(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  za sve  $x \in \mathbb{R}$  nazivamo **polinomom**. Brojevi  $a_0, \dots, a_n$  zovu se **koefficienti** polinoma  $p_n$ . Ako je  $a_n \neq 0$ , onda kažemo da je polinom  $p_n$  stupnja  $n$  i pišemo  $\text{stupnja } p_n = n$ , a broj  $a_n$  nazivamo **vodećim koefficientom** polinoma  $p_n$ . Posebno, ako je  $a_n = 1$  kažemo da je polinom  $p_n$  **normiran**.
- Normirani polinom  $m(p, q)$  nazivamo **najvećom zajedničkom** mjerom ne nul-polinoma  $p$  i  $q$  ako ima sljedeća dva svojstva: a)  $m(p, q)$  je mjera polinoma  $p$  i  $q$ ; b) ako  $r$  dijeli  $p$  i  $q$ , onda  $r$  dijeli i  $m(p, q)$ .

KVIZ

Slika 4.6 Elementarne funkcije

## 5. Zaključak

Mikroučenje pruža sjajnu priliku svakom čovjeku da bude obrazovaniji. Ovaj rad nam je približio taj način učenja i pokazao da je ovu metodu moguće primijeniti kroz sve postojeće sadržaje, ali i one koji će se tek razvijati. Osim toga, pomoću usporedbe mikroučenja sa standardnim učenjem, uvidjeli smo prednosti mikroučenja koje će u budućnosti biti zasigurno zastupljenije nego sada.

Web aplikaciju napravljenu u stilu mikroučenja moguće je primijeniti kako za ostale predmete tako i za bilo koje druge teme. Aplikacija u ovom trenutnom obliku ne treba služiti samo za samostalno učenje nego i za podučavanje veće grupe ljudi. Također, uz malo preinaka to može biti aplikacija u mobilnom okruženju koja će omogućiti učenje na bilo kojem mjestu. Kako god, vidljiva je njena široka primjena među učenicima.

## Literatura

- [1] Zhamanov, A., (2013), Computer Networks teaching by microlearning principles, ScieTech, *2013 International Conference on Science and Engineering in Mathematics, Chemistry and Physics*, Jakarta – Indonesia, January 24-25, 2013., Institute of Physics Publishing, pp. 1-6.
- [2] Aitchanov, B.H., Satabaldiyev, A.B., Latuta, K.N., (2013), Application of microlearning technique and Twitter for educational purposes, ScieTech, *2013 International Conference on Science and Engineering in Mathematics, Chemistry and Physics*, Jakarta – Indonesia, January 24-25, 2013., Institute of Physics Publishing, pp. 1-4.
- [3] Park, Y. & Kim, Y., (2018), A Design and Development of micro-Learning Content in e-Learning System, *International Journal on Advanced Science, Engineering and Information Technology*, 8(1), pp. 56-61.
- [4] Hug, T., (2005), Micro Learning and Narration, MiT4, *Media in Transition conference*, Cambridge (MA)-USA, May 6-8, 2005., MIT, pp. 1-14.