

Dydaktyczny symulator wybranych rozwiązań warstwy fizycznej sieci Ethernet

Michał Iwanicki, Mateusz Bauer, Marcin Garnowski

Politechnika Gdańska

5 grudnia 2023

Uruchamianie



phyether

```
PS C:\Users\gtraw> phyether|
```

Poruszanie się po symulatorze

Reed-Solomon

Reed-Solomon Shift Register

PAM16

PAM

Twisted-pair simulation

Reed-Solomon

EthernetSimulator

Reed-Solomon Reed-Solomon Shift Register PAM16 PAM Twisted-pair simulation

Settings

Format

☒ UTF-8 text
☐ Hexadecimal
☐ Decimal
☐ Binary

RS(n,k,GF(2^m))

RS(192,186,256) - 25/49GBASE-T

n: 192

k: 186

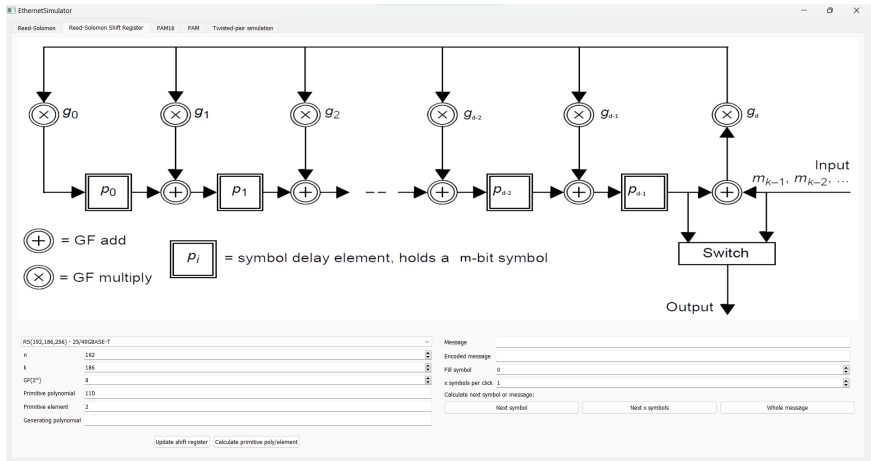
GF(2^m): 8

☒ Systematic
☒ BCH
☐ Force Decoding

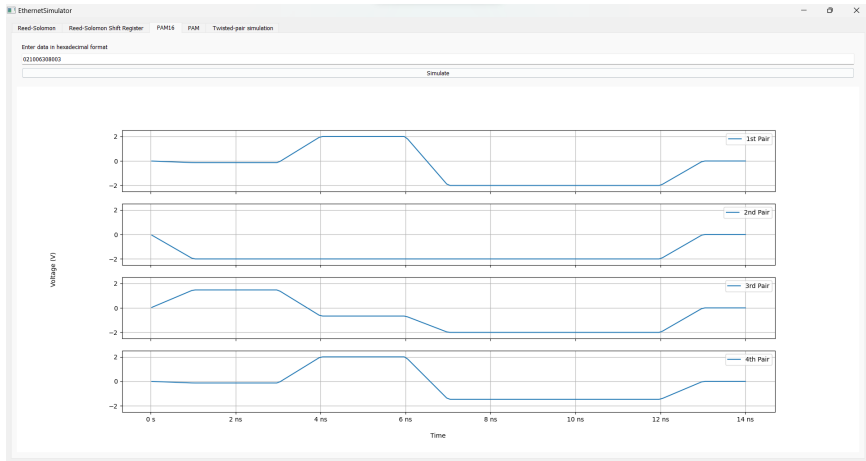
input
encoded
errors
encoded + errors
decoded

Encode/Decode Status Errors found

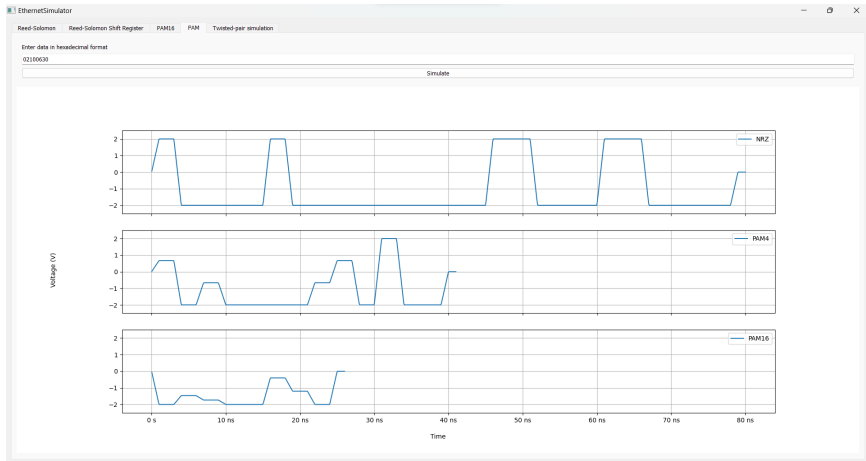
Reed-Solomon Shift Register



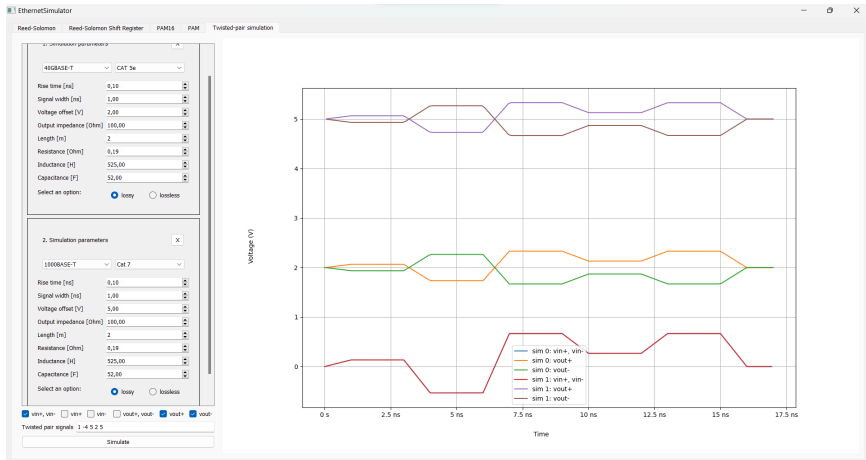
PAM16



PAM



Twisted-pair simulation

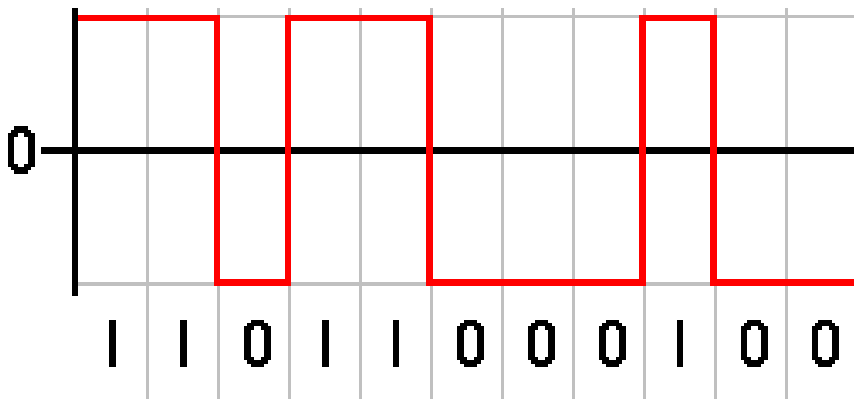


Modulacja cyfrowa — technika zamiany bitów na sygnał oraz sygnału na bity

- 1 Pulse-Amplitude Modulation — jedna z najpopularniejszych technik modulacji (Ethernet, USB4, PCI Express 6.0)
- 2 Dane przesyłane jako zmiany amplitudy sygnału
- 3 PAM-N — N oznacza liczbę wykorzystywanych poziomów

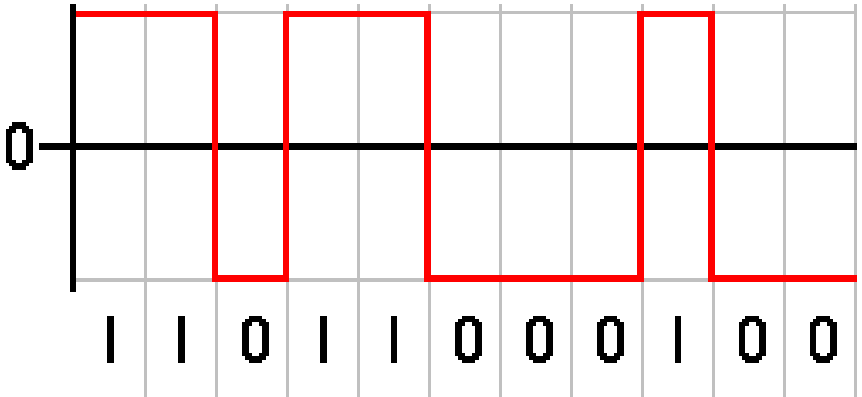
NRZ (PAM2)

- 1 symbol koduje 1 bit



NRZ (PAM2)

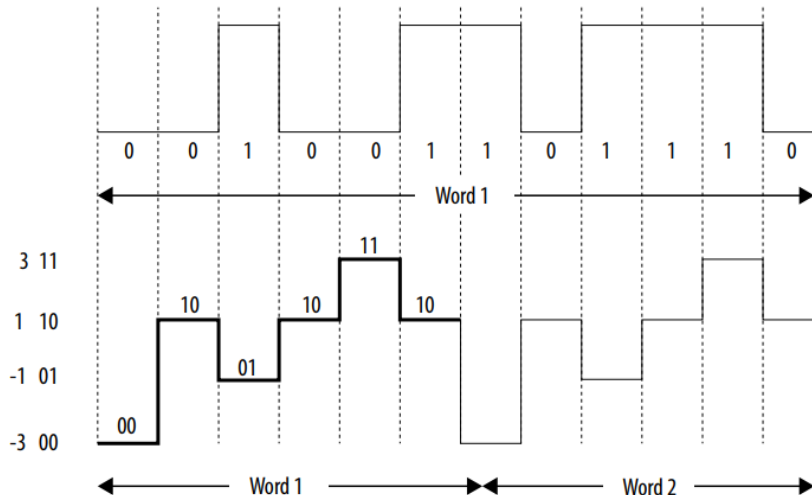
Chcemy mieć większą przepustowość — czy inny sposób modulacji może nam w tym pomóc?



PAM4

- 1 symbol koduje 2 bity

00 10 01 10 11 10



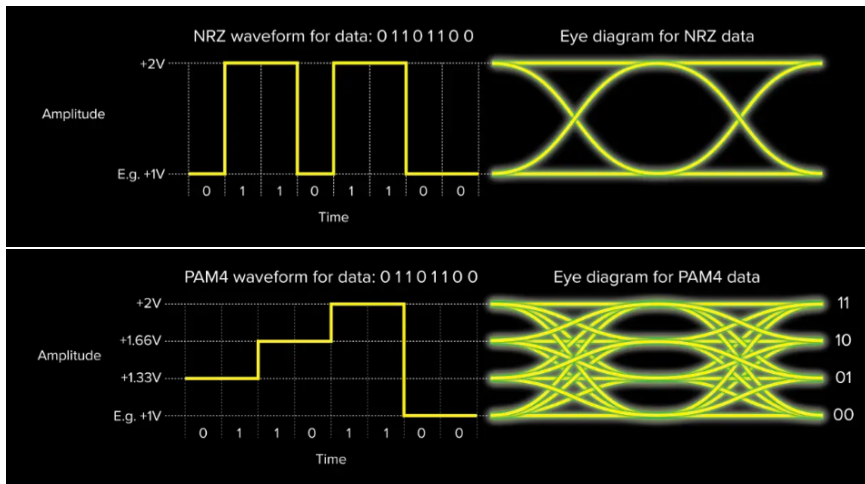
Plusy:

- 1 2x większa przepustowość bez zwiększania szerokości pasma (++)

Minusy:

- 1 6 narastających zbocz, 6 opadających zbocz — w sumie 12 zmian napięcia — spada stosunek sygnału do szumu (SNR)
- 2 Różnica pomiędzy przesyłanymi symbolami maleje — potrzebujemy lepszego sprzętu do odczytu i interpretacji sygnału

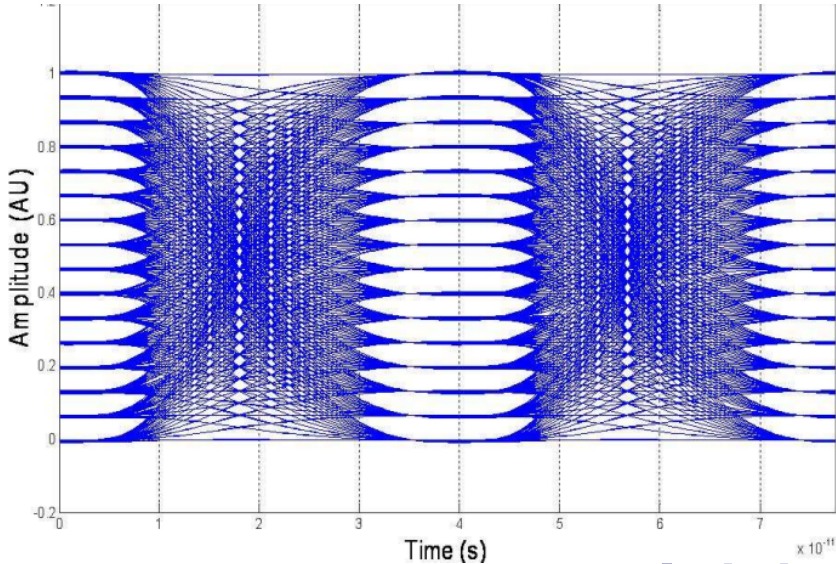
PAM4



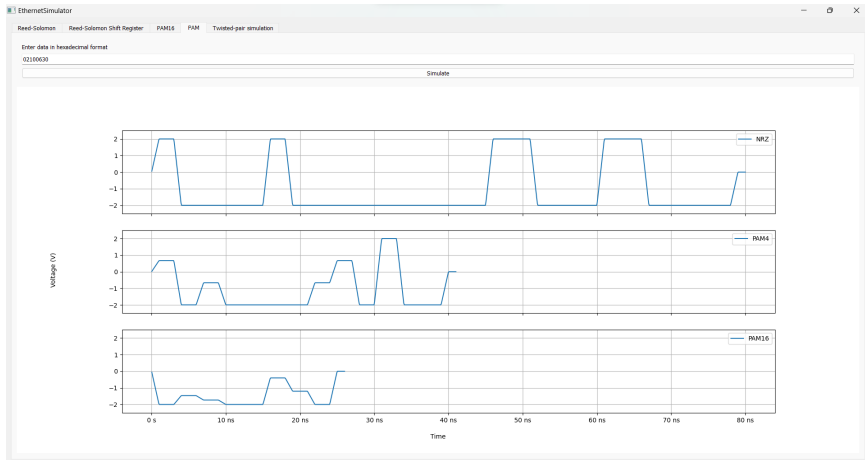
100GbE, 200GbE, 400GbE

PAM16

- 1 symbol koduje 4 bity



PAM - porównanie



PAM - porównanie

Standard	Medium	Modulacja
10GBASE-T	skrętka	PAM16
10GBASE-SR	światłowód	NRZ
25GBASE-T	skrętka	PAM16
25GBASE-SR	światłowód	NRZ
40GBASE-T	skrętka	PAM16
50GBASE-SR	światłowód	PAM4
100GBASE-ZR	światłowód	PAM4
200GBASE-SR2	światłowód	PAM4
400GBASE-SR4	światłowód	PAM4

Kod Reeda-Solomona

Kodowanie korekcyjne Reeda-Solomona zostało stworzone przez Irvina S. Reeda oraz Gustava Solomona w 1960 roku.

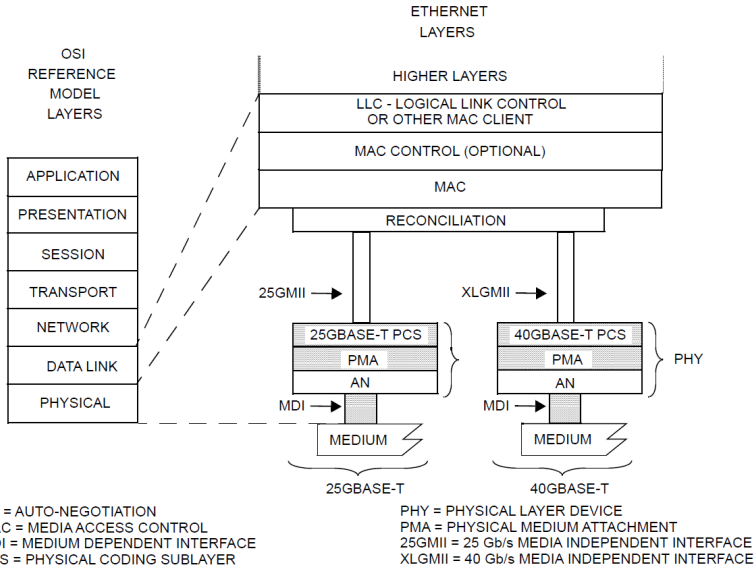
Kody Reeda-Solomona charakteryzują się kilkoma parametrami:

- Ciałem skończonym \mathbb{F}_q , $q = 2^m$, $m \in \{2, 3, \dots\}$ w którym wykonywane są działania.
- długością wiadomości do zakodowania k
- długością słowa kodowego n gdzie $k < n \leq q$

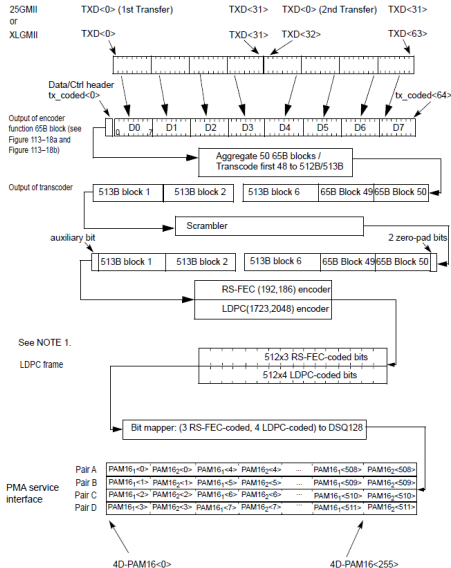
Przykładowe kodowania RS(n, k, \mathbb{F}_{2^m}) w różnych standardach

Kodowanie RS	Standardy
RS(544, 514, $\mathbb{F}_{2^{10}}$)	50GBASE-R, 100GBASE-KP4, 200GBASE-R, 400GBASE-R
RS(528, 514, $\mathbb{F}_{2^{10}}$)	10GBASE-R, 25GBASE-R, 100GBASE-CR4
RS(450, 406, \mathbb{F}_{2^9})	1000BASE-T1
RS(360, 326, $\mathbb{F}_{2^{10}}$)	2.5GBASE-T1, 5GBASE-T1, 10GBASE-T1
RS(192, 186, \mathbb{F}_{2^8})	25GBASE-T, 40GBASE-T

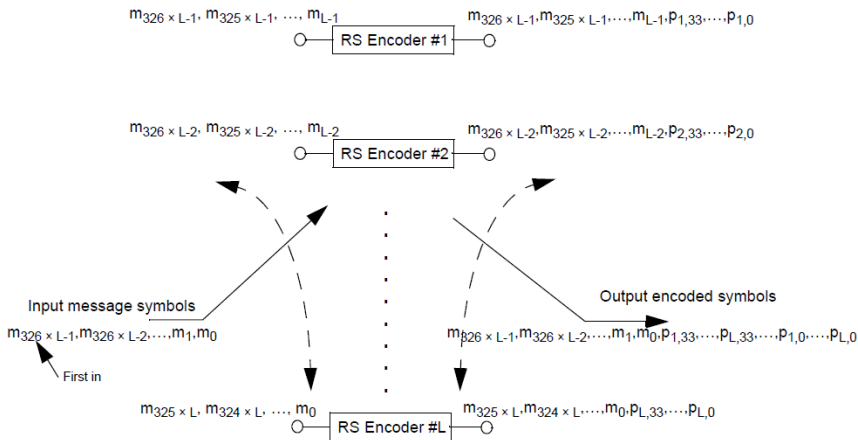
Warstwy Ethernet



25/40GBASE-T PCS



2.5/5/10GBASE-T1 RS Encoder



Czym jest ciało

Ciało K jest to struktura algebraiczna $(K, +, \cdot, 0, 1)$ definiująca działania $+$ i \cdot nazywane dodawaniem i mnożeniem. Działania te muszą spełniać kilka warunków:

- dodawanie i mnożenie jest łączne, przemienne oraz zawiera elementy neutralne
- każdy element musi posiadać element odwrotny względem dodawania
- każdy element oprócz 0 musi posiadać element odwrotny względem mnożenia
- mnożenie jest rozdzielne względem dodawania

Definicja ciała

Formalnie ciało $(K, +, \cdot, 0, 1)$ definiuje się za pomocą kilku aksjomatów.

Aksjomaty ciała

$$a + (b + c) = (a + b) + c \quad \forall a, b, c \in K \quad (1)$$

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c \quad \forall a, b, c \in K \quad (2)$$

$$a + b = b + a \quad \forall a, b \in K \quad (3)$$

$$a \cdot b = b \cdot a \quad \forall a, b \in K \quad (4)$$

$$a + 0 = a \quad \forall a \in K \quad (5)$$

$$a \cdot 1 = a \quad \forall a \in K \quad (6)$$

$$a + (-a) = 0 \quad \forall a \in K \exists -a \in K \quad (7)$$

$$a \cdot a^{-1} = 1 \quad \forall a \in K \setminus \{0\} \exists a^{-1} \in K \quad (8)$$

$$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c) \quad \forall a, b, c \in K \quad (9)$$

Czym jest ciało skończone

Ciało skończone to po prostu ciało o skończonej liczbie elementów. Oznaczane jest zwykle jako \mathbb{F}_q gdzie q to liczba elementów. Aby ciało skończone istniało q musi być liczbą pierwszą p bądź potęgą takiej liczby $q = p^m$, $m \in \{2, 3, \dots\}$

Definicja ciała skończonego

Najprościej ciało skończone \mathbb{F}_p gdzie p to liczba pierwsza można zdefiniować jako pierścień klas reszt \mathbb{Z}_p .

Definicja tego pierścienia

$$\mathbb{Z}_p = \{[0]_p, [1]_p, [2]_p, \dots, [p-1]_p\}$$
$$[a]_p = \{a + k \cdot p \mid k \in \mathbb{Z}\}$$

$$[a]_p + [b]_p = [a + b]_p$$

$$[a]_p \cdot [b]_p = [a \cdot b]_p$$

Ciało skończone \mathbb{F}_2

Jednym z najczęściej używanych ciał skończonych w informatyce jest ciało \mathbb{F}_2 zawierające 2 elementy $\{0, 1\}$ w którym działania $+$ i \cdot są równoważne operacjom logicznym XOR oraz AND

Dodawanie i mnożenie w \mathbb{F}_2

a	b	+	·
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Ciało skończone \mathbb{F}_{2^m}

Elementami ciała skończonego \mathbb{F}_{2^m} , $m \in \{2, 3, \dots\}$ są wielomiany o postaci

$$\sum_{n=0}^{m-1} c_n \alpha^n = c_0 + c_1 \alpha + c_2 \alpha^2 + \dots + c_{m-1} \alpha^{m-1}, c_n \in \{0, 1\}$$

Przykładowe elementy \mathbb{F}_{2^3}

$$\mathbb{F}_{2^3} = \{0, 1, \alpha, \alpha + 1, \alpha^2, \alpha^2 + 1, \alpha^2 + \alpha, \alpha^2 + \alpha + 1\}$$

$$\mathbb{F}_{2^3} = \{000_2, 001_2, 010_2, 011_2, 100_2, 101_2, 110_2, 111_2\}$$

$$\mathbb{F}_{2^3} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

Dodawanie dwóch elementów ciała \mathbb{F}_{2^m} jest po prostu obliczeniem XOR z ich reprezentacji binarnej

Przykład dodawania w \mathbb{F}_{2^3}

$$\begin{array}{rcl} a = \alpha^2 + \alpha = 110_2 & & 110_2 \\ b = \alpha + 1 = 011_2 & & \oplus 011_2 \\ \hline a + b = 110_2 \oplus 011_2 & & 101_2 \end{array}$$

Mnożenie w \mathbb{F}_{2^m}

Aby zdefiniować mnożenie w \mathbb{F}_{2^m} potrzebujemy najpierw znaleźć nierozkładalny wielomian $p(x)$ stopnia m o współczynnikach w \mathbb{F}_p . Wynikiem mnożenia elementów ciała \mathbb{F}_{2^m} będzie reszta z dzielenia iloczynu tych elementów przez wielomian $p(x)$

Przykład mnożenia w \mathbb{F}_{2^3}

$$p(x) = x^3 + x + 1$$

$$a = \alpha^2 + 1$$

$$b = \alpha + 1$$

$$a \cdot b = (\alpha^2 + 1) \cdot (\alpha + 1) \quad \text{mod } x^3 + x + 1$$

$$a \cdot b = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1 \quad \text{mod } x^3 + x + 1$$

$$a \cdot b = \alpha^2$$

Reszta z dzielenia przez $p(x)$

$$a \cdot b = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1 = 1111_2$$

$$p(x) = x^3 + x + 1 = 1011_2$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 1111 : 1011 \\ \oplus 1011 \\ \hline 100 = \alpha^2 \end{array}$$

Właściwości

Kody Reeda-Solomona cechują się możliwością korekty $\lfloor \frac{n-k}{2} \rfloor$ lub wykrycia $n - k$ błędnych symboli. Symbol w ciele \mathbb{F}_{2^m} składa się z m bitów co w przypadku błędów grupowych daje możliwość korekty maksymalnie $m \cdot \lfloor \frac{n-k}{2} \rfloor$ bitów bądź detekcji $m(n - k)$ przekłamanych bitów

Oryginalny sposób kodowania

Sposób kodowania przedstawiony w pracy Reeda i Solomona polega na stworzeniu wielomianu $p_m(x) = \sum_{i=0}^{k-1} m_i x^i$, gdzie $m_i \in \mathbb{F}_q$ to i -ty element wiadomości, po czym za pomocą tego wielomianu obliczane jest słowo kodowe $C(m) = (p_m(a_0), p_m(a_1), \dots, p_m(a_{n-1}))$ gdzie a_i to różne elementy ciała \mathbb{F}_q .

Kod systematyczny

Za pomocą niewielkiej modyfikacji można stworzyć kod systematyczny czyli taki w którym słowo kodowe zawiera w sobie kodowaną wiadomość. Żeby stworzyć kod systematyczny musimy zmodyfikować sposób tworzenia wielomianu w taki sposób by $p_m(x_i) = m_i$ dla $i \in \{0, 1, \dots, k-1\}$.

Jednym ze sposobów stworzenia takiego wielomianu jest użycie metody interpolacji wielomianów. Słowo kodowe wygenerowane z tego wielomianu będzie zawierało wiadomość w pierwszych k elementach.

$$\begin{aligned} C(m) &= (p_m(a_0), p_m(a_1), \dots, p_m(a_{n-1})) \\ &= (m_0, m_1, \dots, m_{k-1}, p_m(a_k), p_m(a_{k+1}), \dots, p_m(a_{n-1})) \end{aligned}$$

Kod BCH

Kody BCH (Bose-Chaudhuri-Hocquenghem) są kodami cyklicznymi co oznacza że każde przesunięcie słowa kodowego jest także słowem kodowym.

Aby zbudować kod BCH Reeda-Solomona potrzebujemy najpierw funkcji minimalnej pierwiastka α , czyli takiego minimalnego wielomianu nierozkładalnego $p(x)$ stopnia m dla którego istnieje element prymitywny α który pozwala wygenerować całe ciało skończone

$$\mathbb{F}_{2^m} = \{0, 1, \alpha, \alpha^2, \dots, \alpha^{p^m-1}\}$$

Obliczanie kodu BCH

Mając taki element prymitywny jesteśmy w stanie stworzyć wielomian generujący $g(x)$ używając wzoru

$$t = n - k$$

$$g(x) = \prod_{i=0}^{t-1} (x - \alpha^i) = g_t x^t + g_{t-1} x^{t-1} + \dots + g_1 x + g_0$$

Aby utworzyć słowo kodowe wystarczy pomnożyć wielomian $p_m(x)$ przez wielomian generujący $g(x)$

Aby uzyskać systematyczne słowo kodowe $s(x)$ musimy obliczyć:

$$s_r(x) = p_m(x) \cdot x^t \mod g(x)$$

$$s(x) = p_m(x) \cdot x^t - s_r(x)$$