

# Teoria Kategorii, Wykład 6

18.11.2020

Stw (j) kategorii z produktami; etykiety  
 ↓  
 reszta dla darszaei parz struktury  
 spoleczna



obiekt  $\bar{E}$  wraz z  $p_1: \bar{E} \rightarrow A$ ,  $p_2: \bar{E} \rightarrow B$ ,

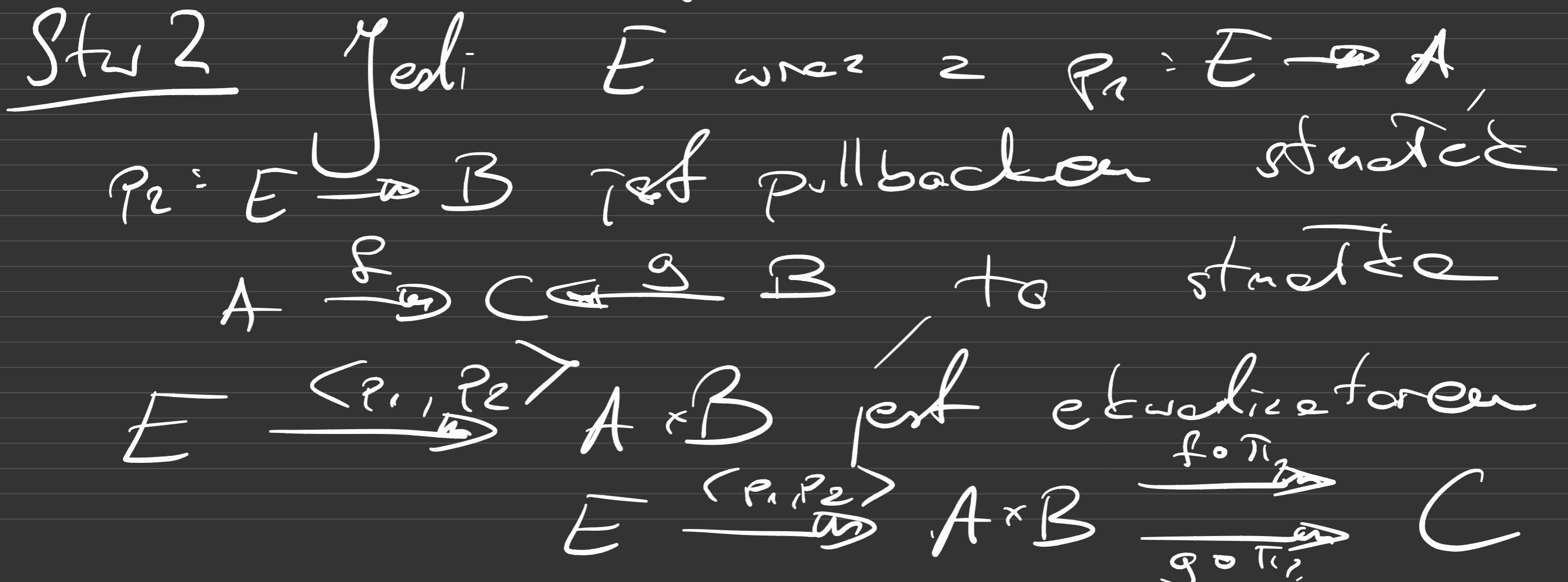
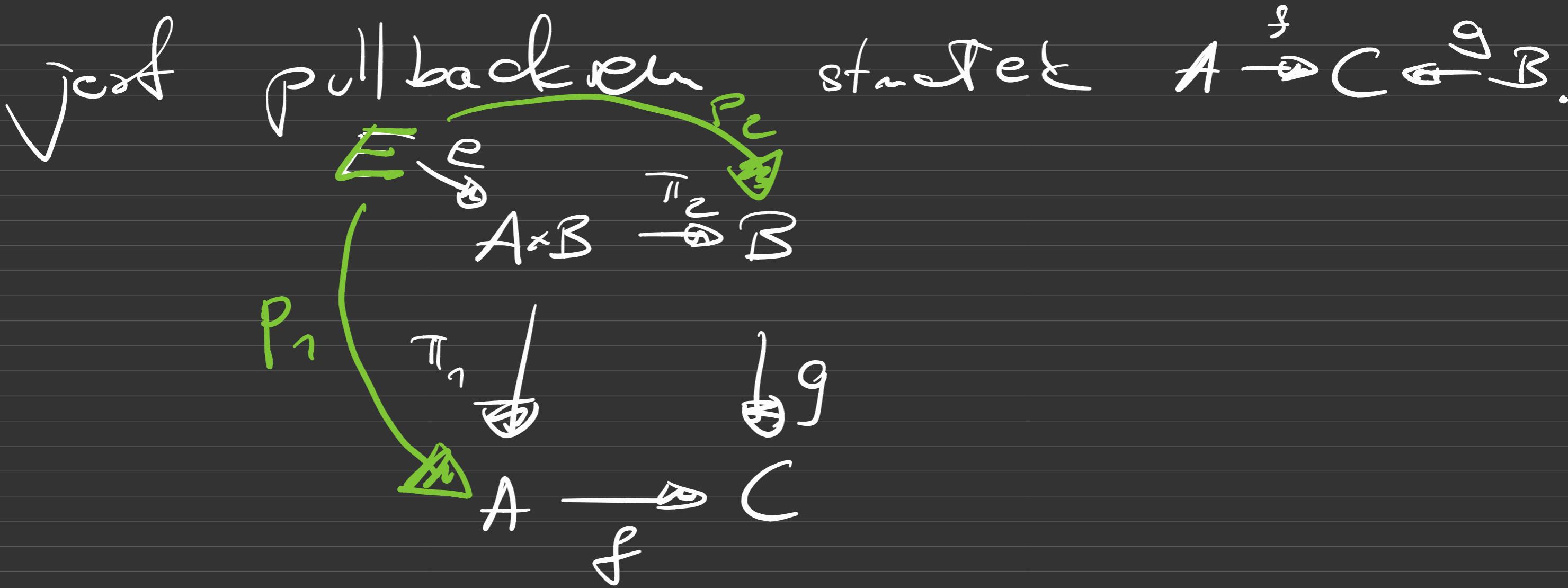
gdzie  $\bar{E}$  jest etykieta

$$\bar{E} \xrightarrow{e} A \times B \xrightarrow{g \circ \pi_2} C, \quad \text{gdzie } g \circ \pi_2 = f \circ \pi_1$$

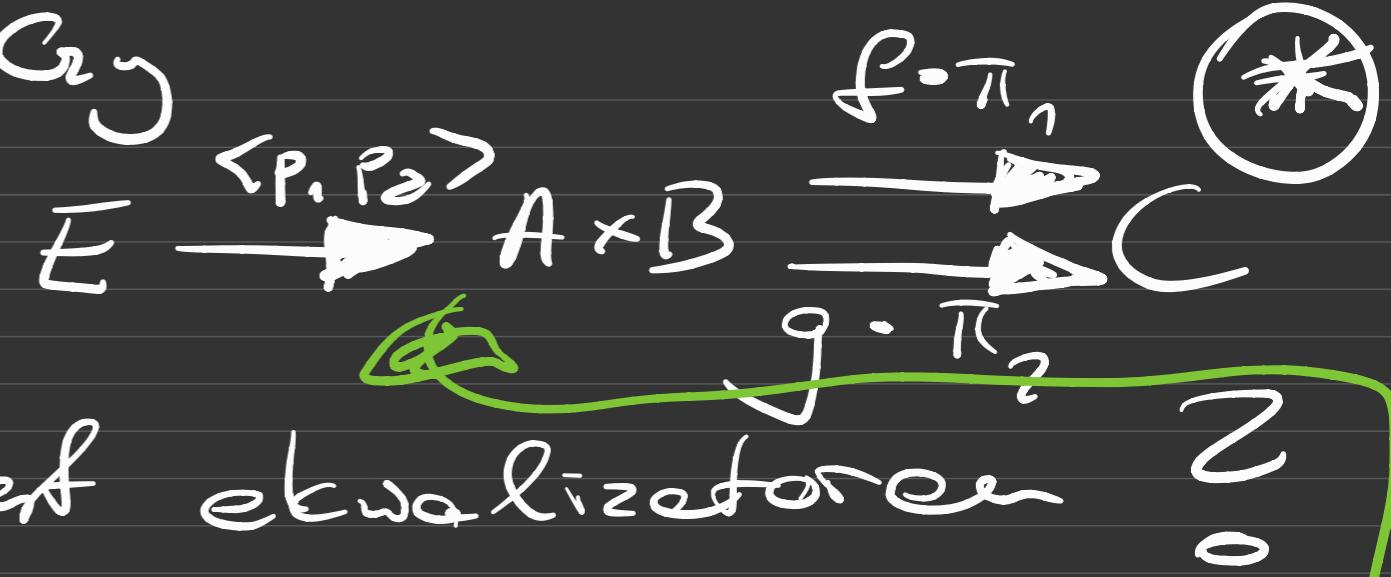
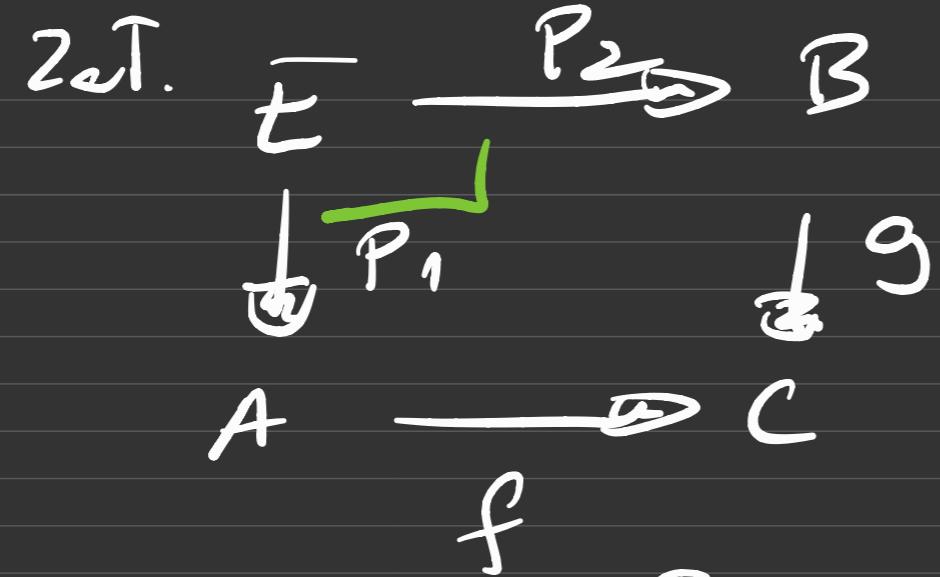
(5)  $A \times B$  wraz z  $\pi_1: A \times B \rightarrow A$ ,  $\pi_2: A \times B \rightarrow B$  jest

produktem wraz

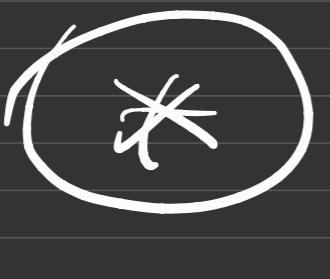
$$c \quad p_1 \stackrel{\text{df}}{=} \pi_1 \circ e, \quad p_2 = \pi_2 \circ e$$



dowod



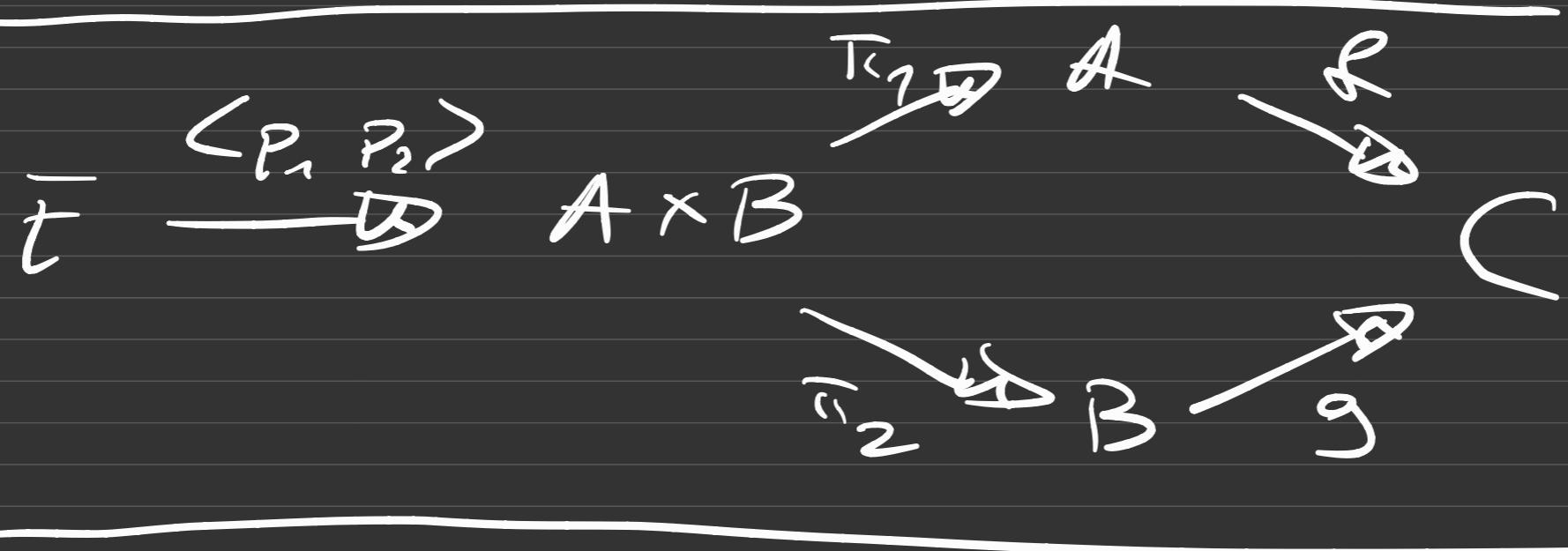
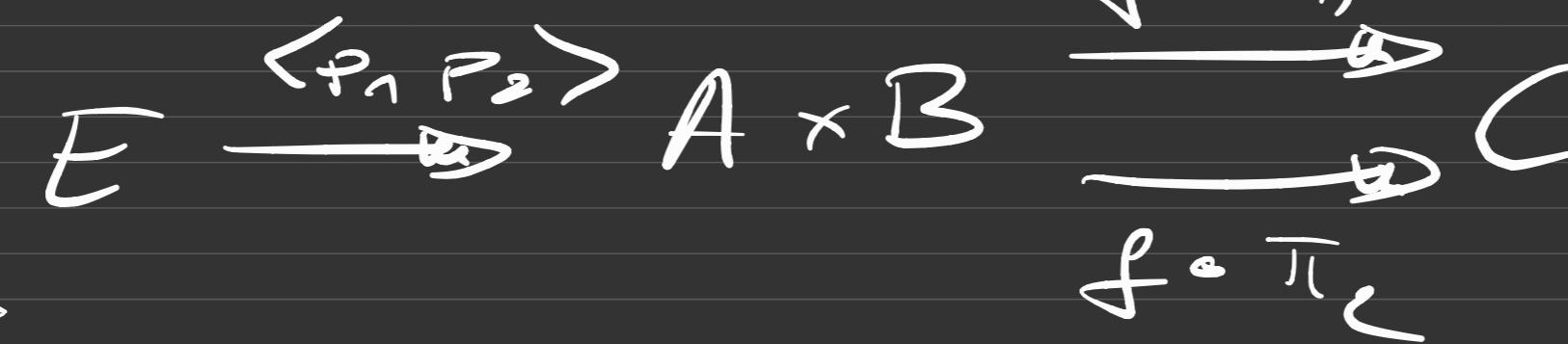
jetst ekwazilizatorer?



jeot paenurze?

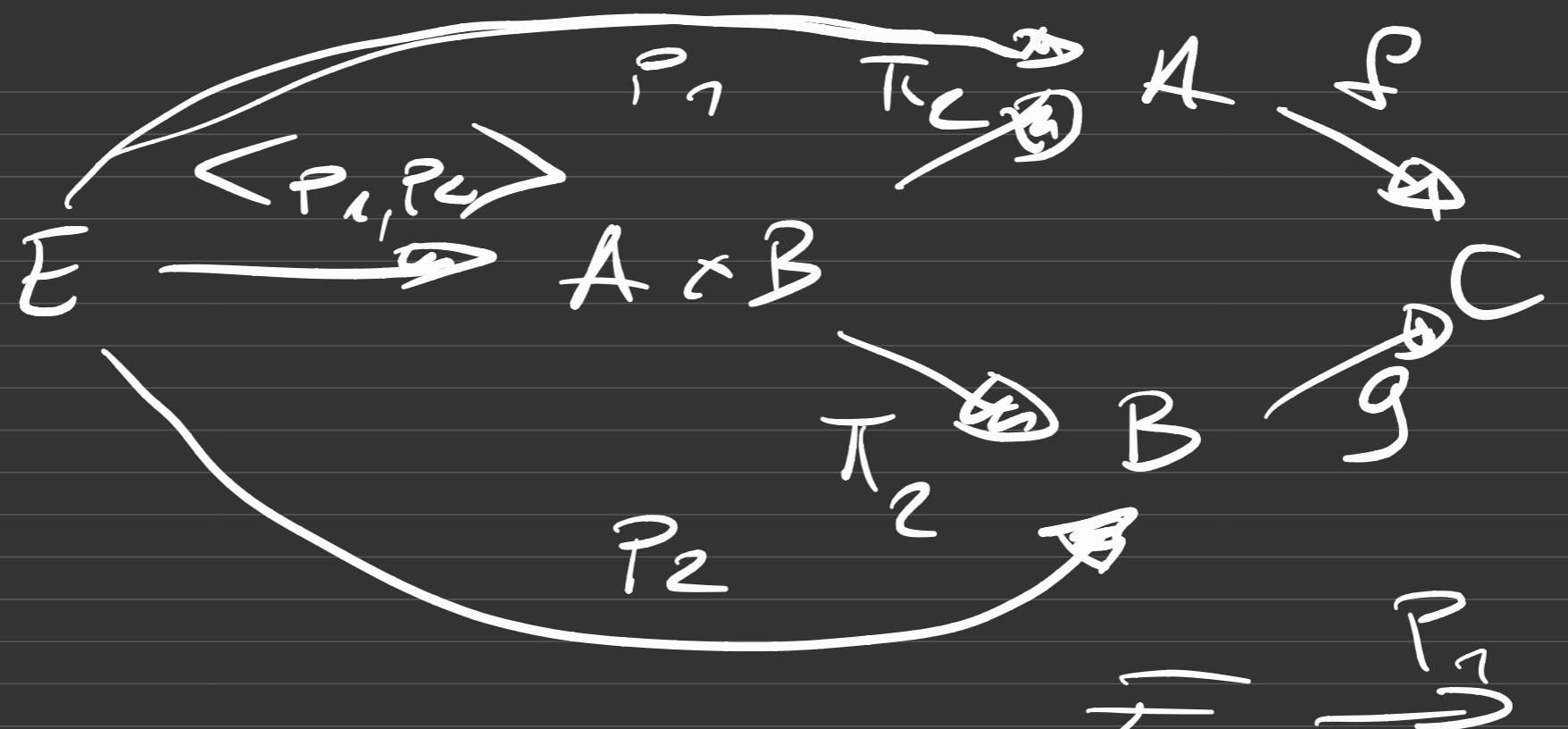


spelne Joskević universalniči



$\langle P_1, P_2 \rangle$





Zestaw narzędzi, z których:

pozwalają, aby w przekształcejemy

przekształcenia

$\text{Ad}_2$

pozwalają, aby

$E \xrightarrow{\epsilon} A \times B$

$f \circ \pi_1$

$\langle P_1, P_2 \rangle$

$E \xrightarrow{\epsilon} A \times B$

$g \circ \pi_2$

spectre technic

Z

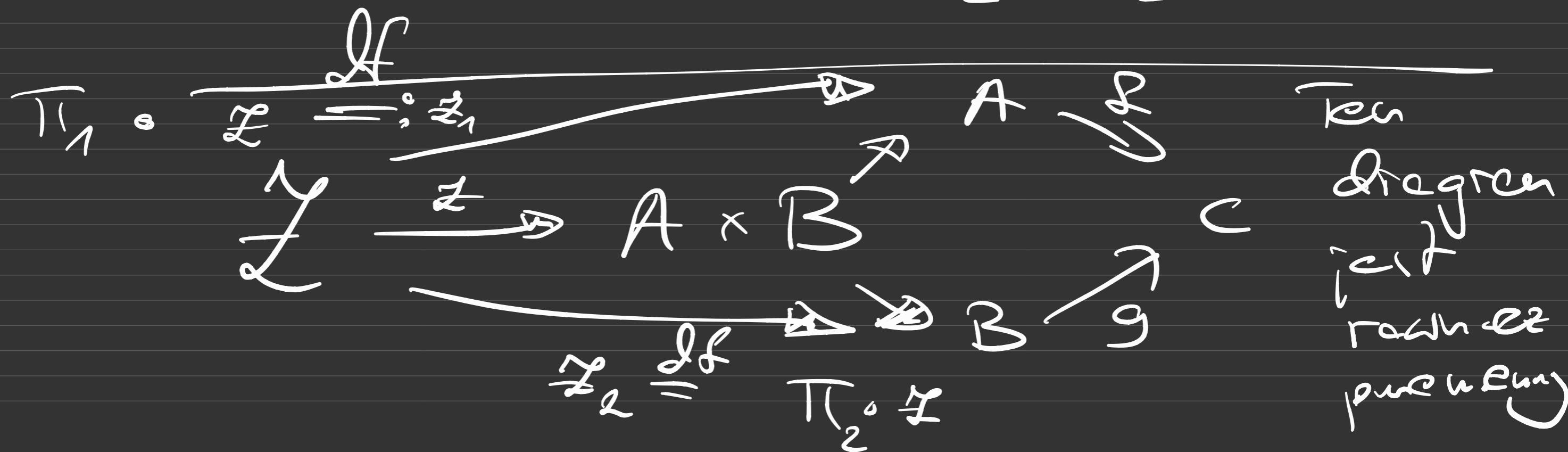
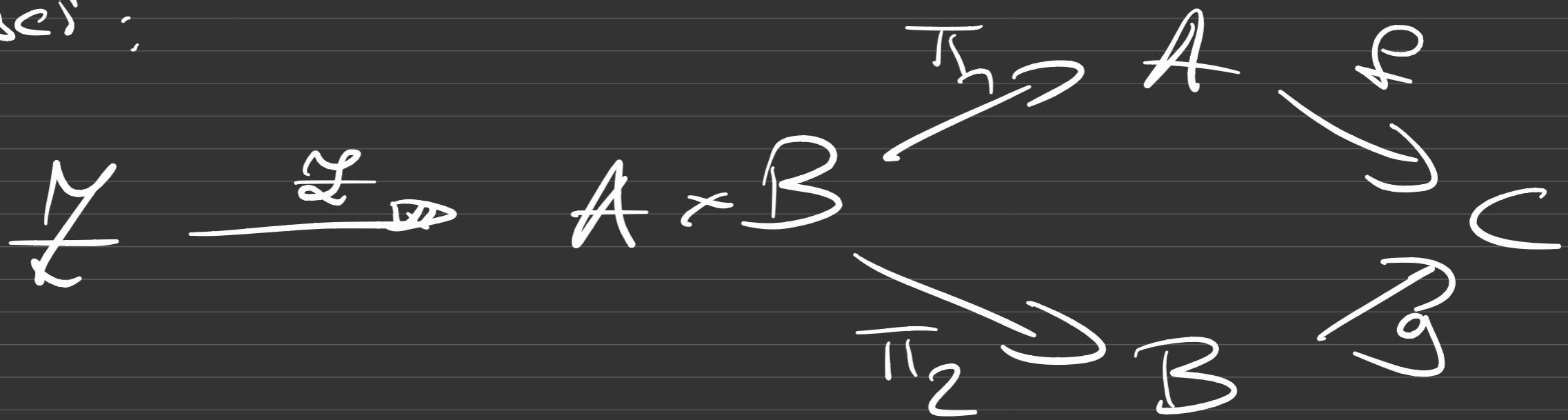
$\mathcal{L} : \mathcal{L} \rightarrow A \times B$

ważny

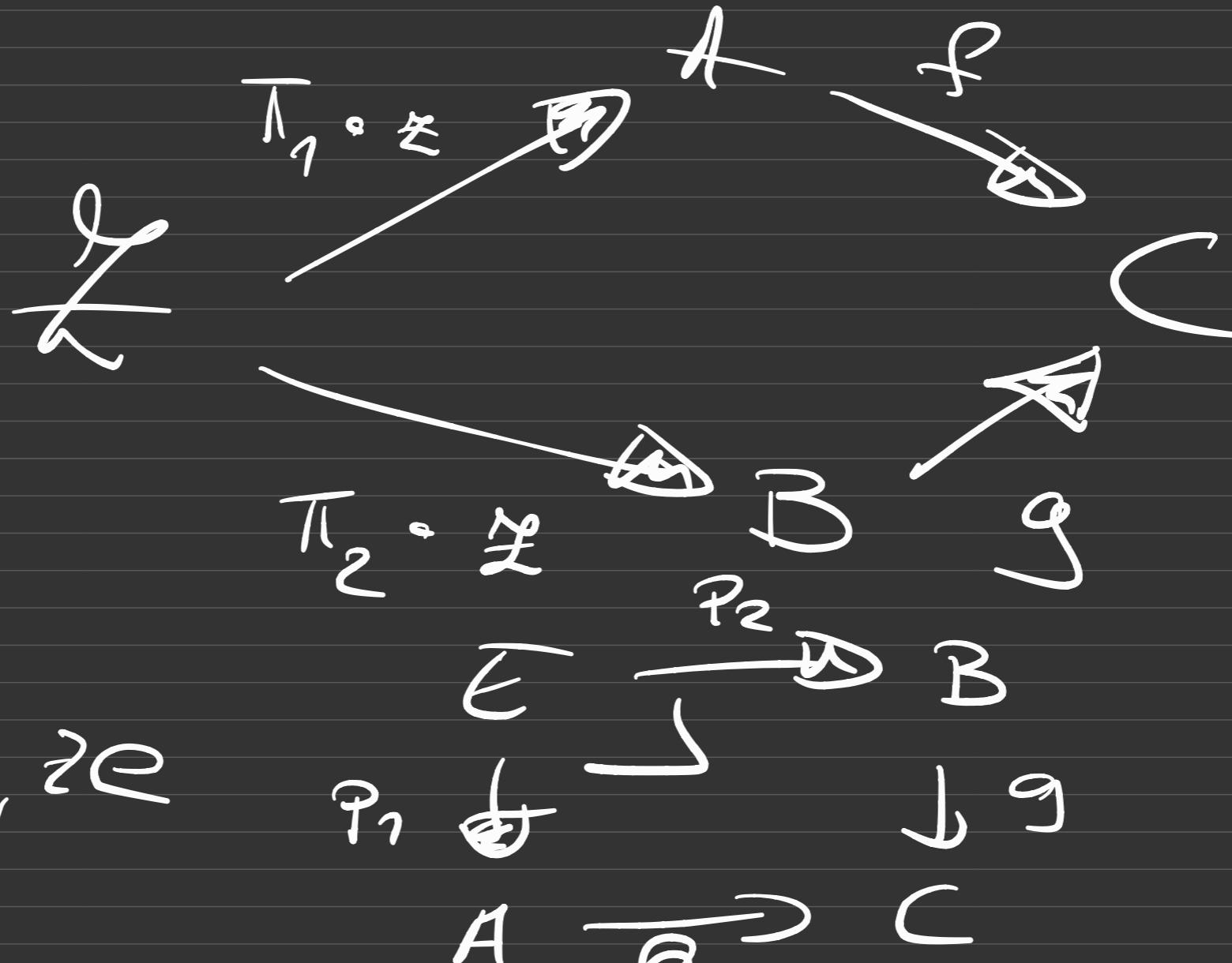
na st. dwojgru test pneumatyczny:



Pneumatyczny powtórzony dwojgru test dodawania  
pneumatyczny:

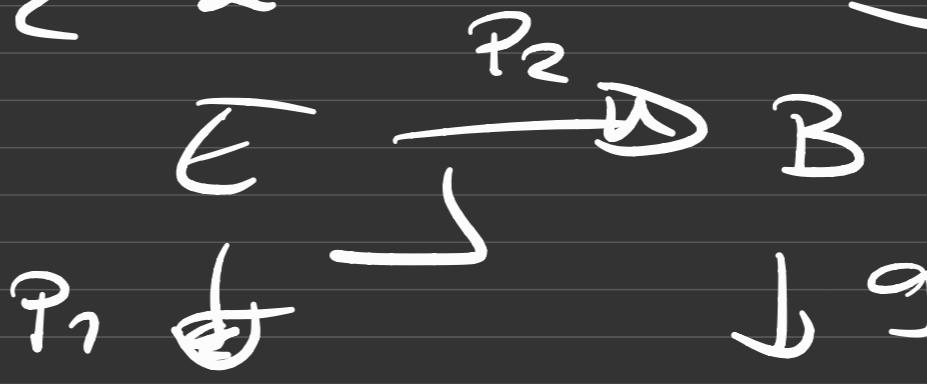


Stg 0



jest  
przewijaj.

Z faktu, że

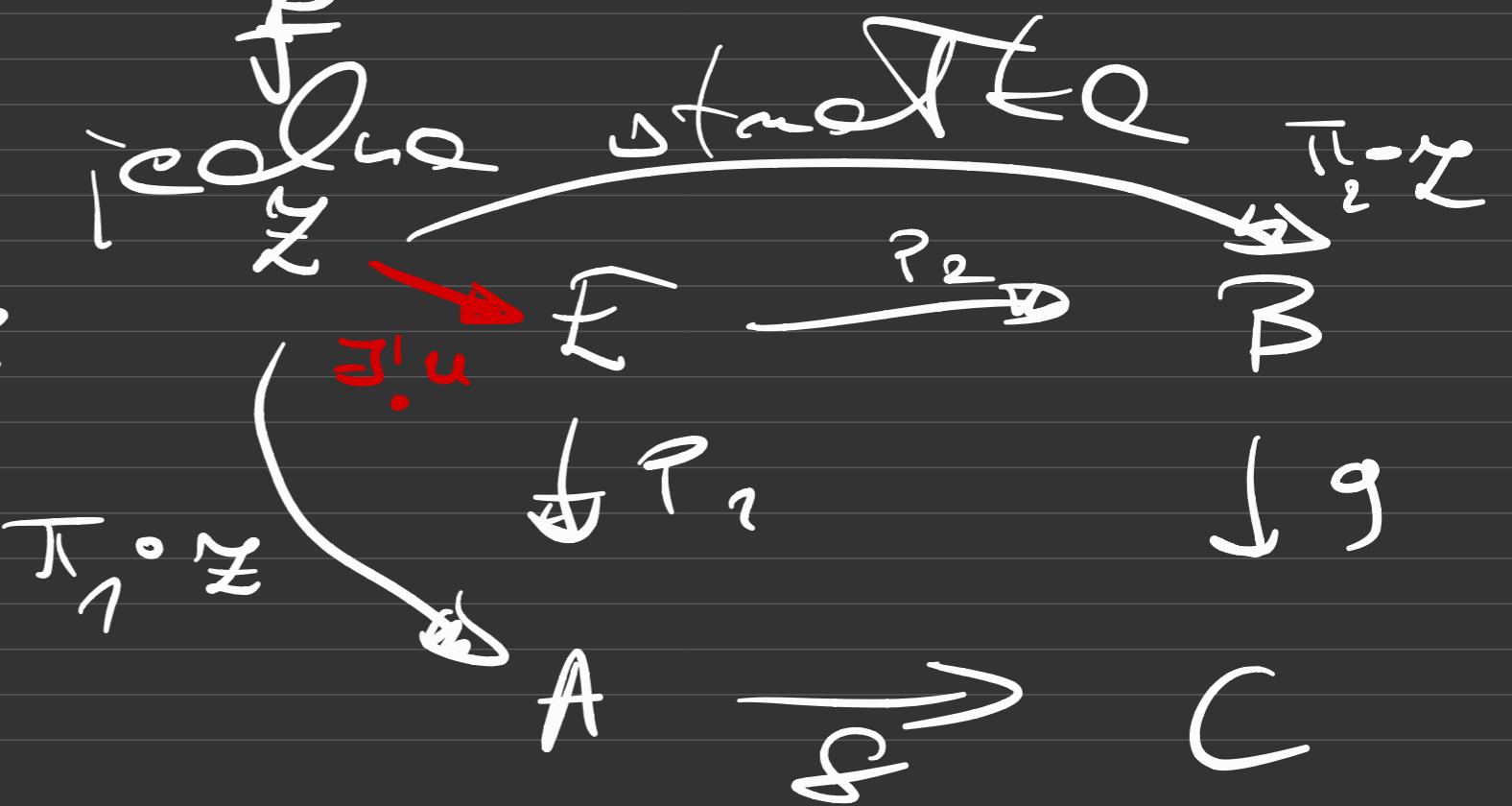


wynika z

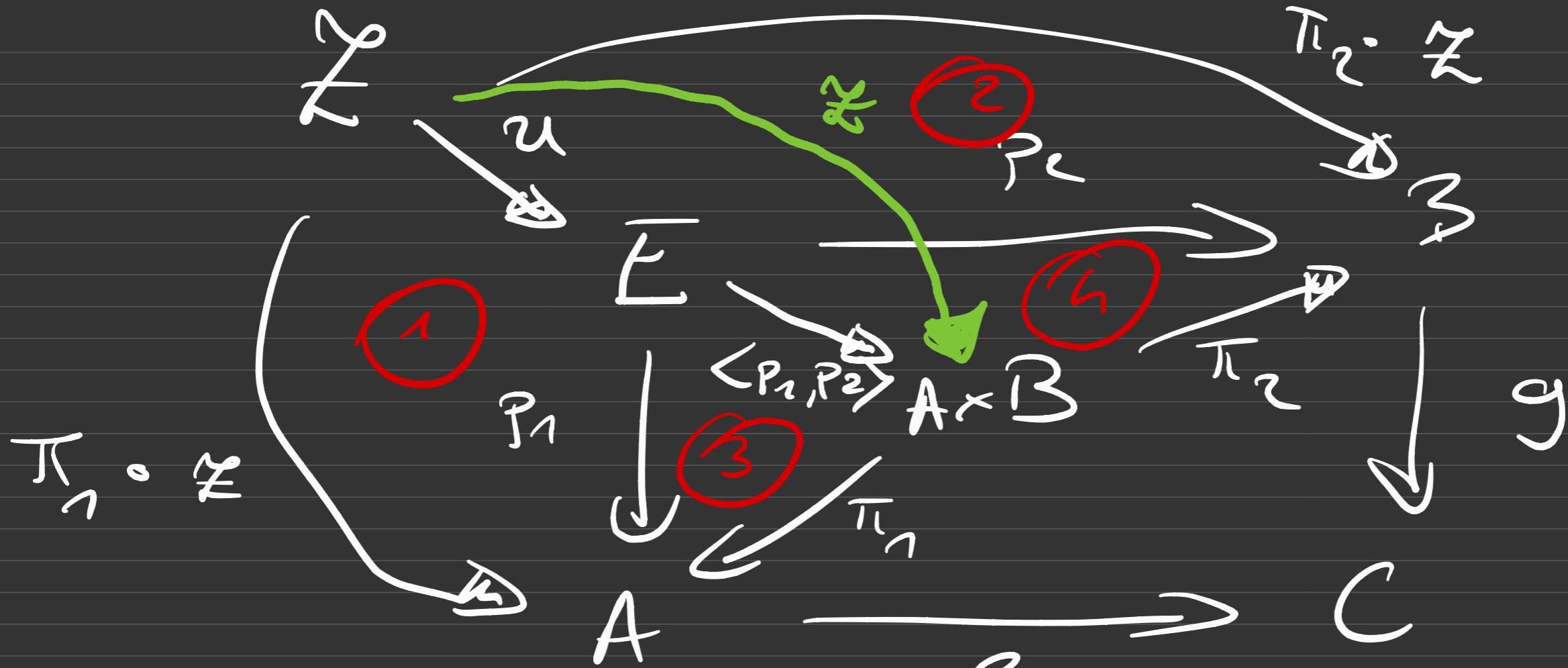


istnieje dodać kolejne żądania stanów

w:  $\mathcal{L} \xrightarrow{\varphi} E$ , t.ż



jest przewijaj.



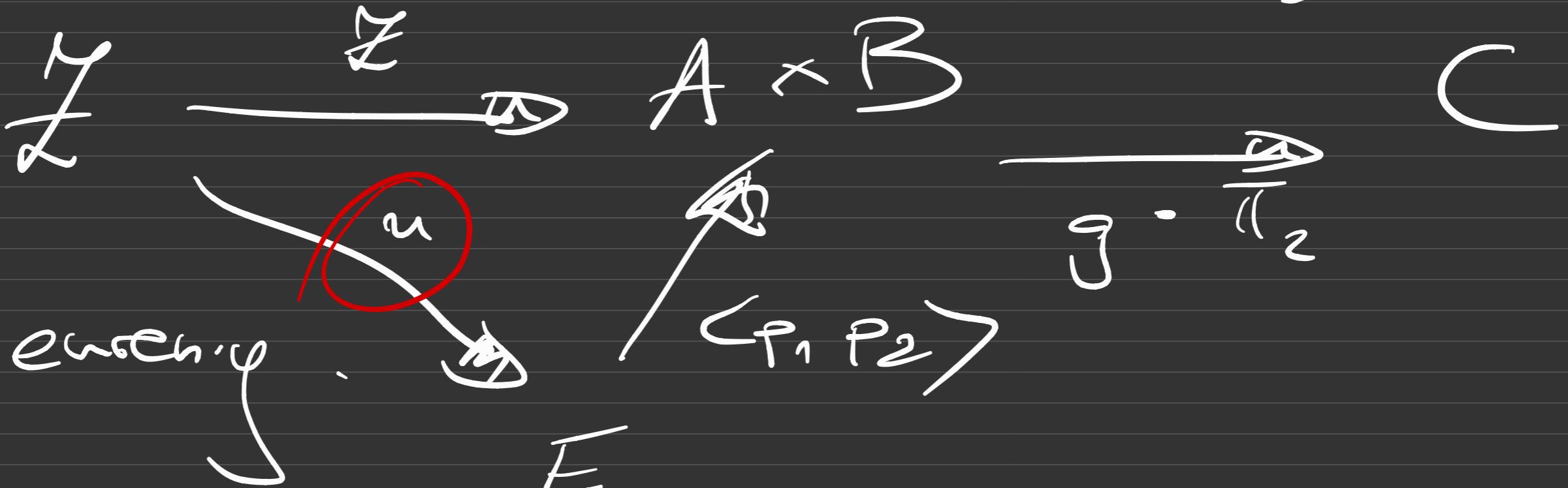
Prezowane są: ①, ②, ③, ④

Z faktur, t.c.



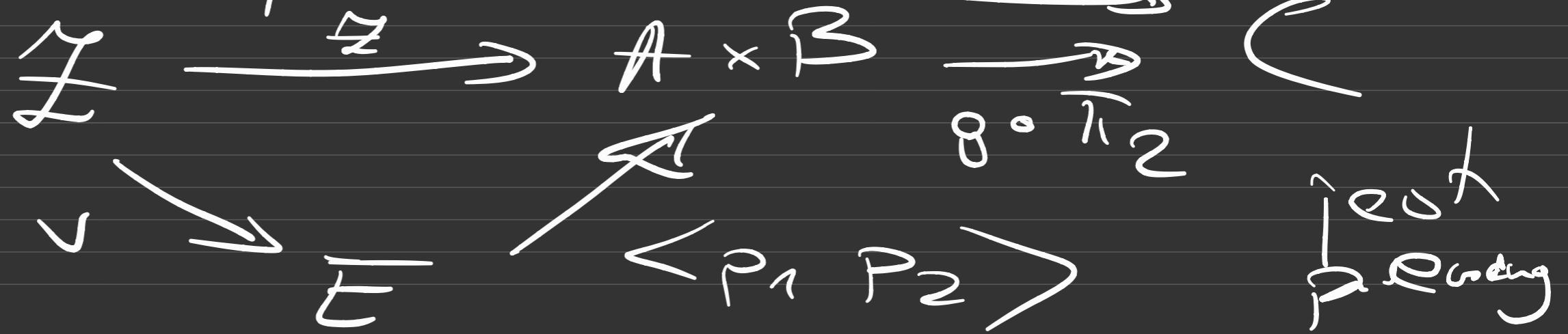
jeśli prezowane są dwa wiersze uniwersalne dla produktu \$A \times B\$ wynika, że \$\varphi = \langle \varphi\_1, \varphi\_2 \rangle \circ \varphi\$

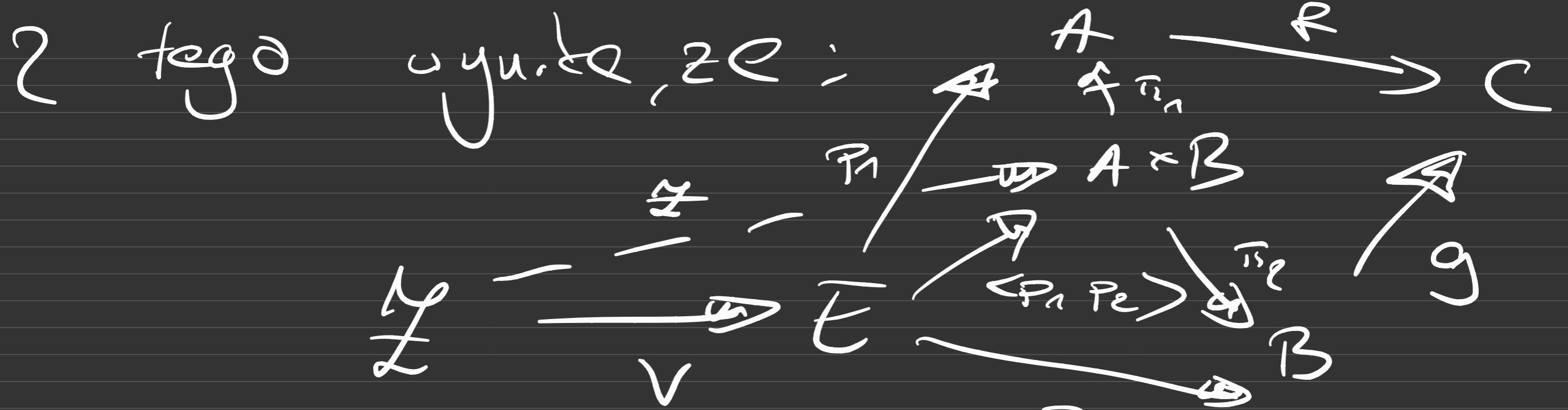
$$T_2 \cup \emptyset \xrightarrow{<P_1 P_2> \cup} f \circ \pi_1$$



cyjert jedog wylas utnale? cegwiscz  
diagonal wykres preencl.?

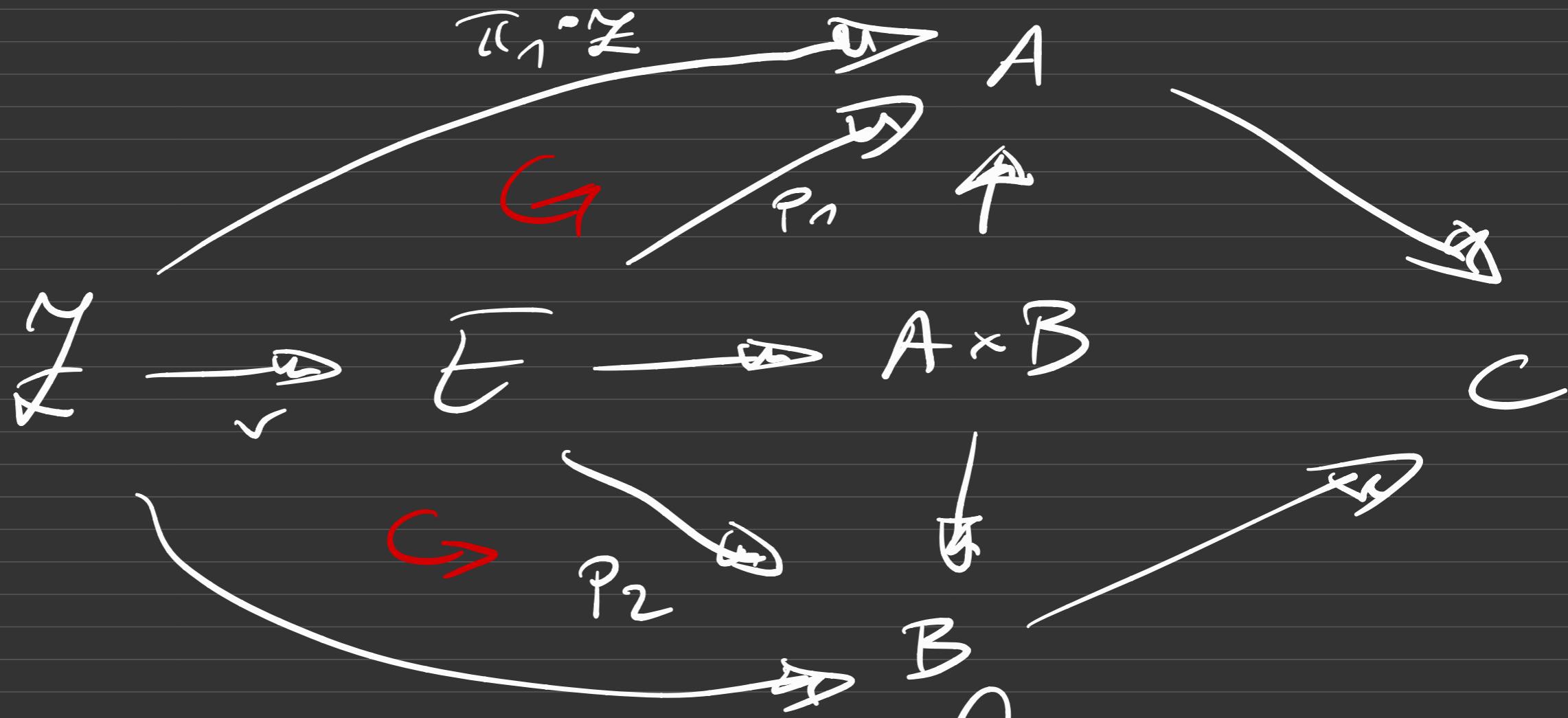
$$Z \xrightarrow{\text{branje}} \check{E} \xrightarrow{\text{ep}} f \circ \pi_1$$





icut generene.

Dalej,

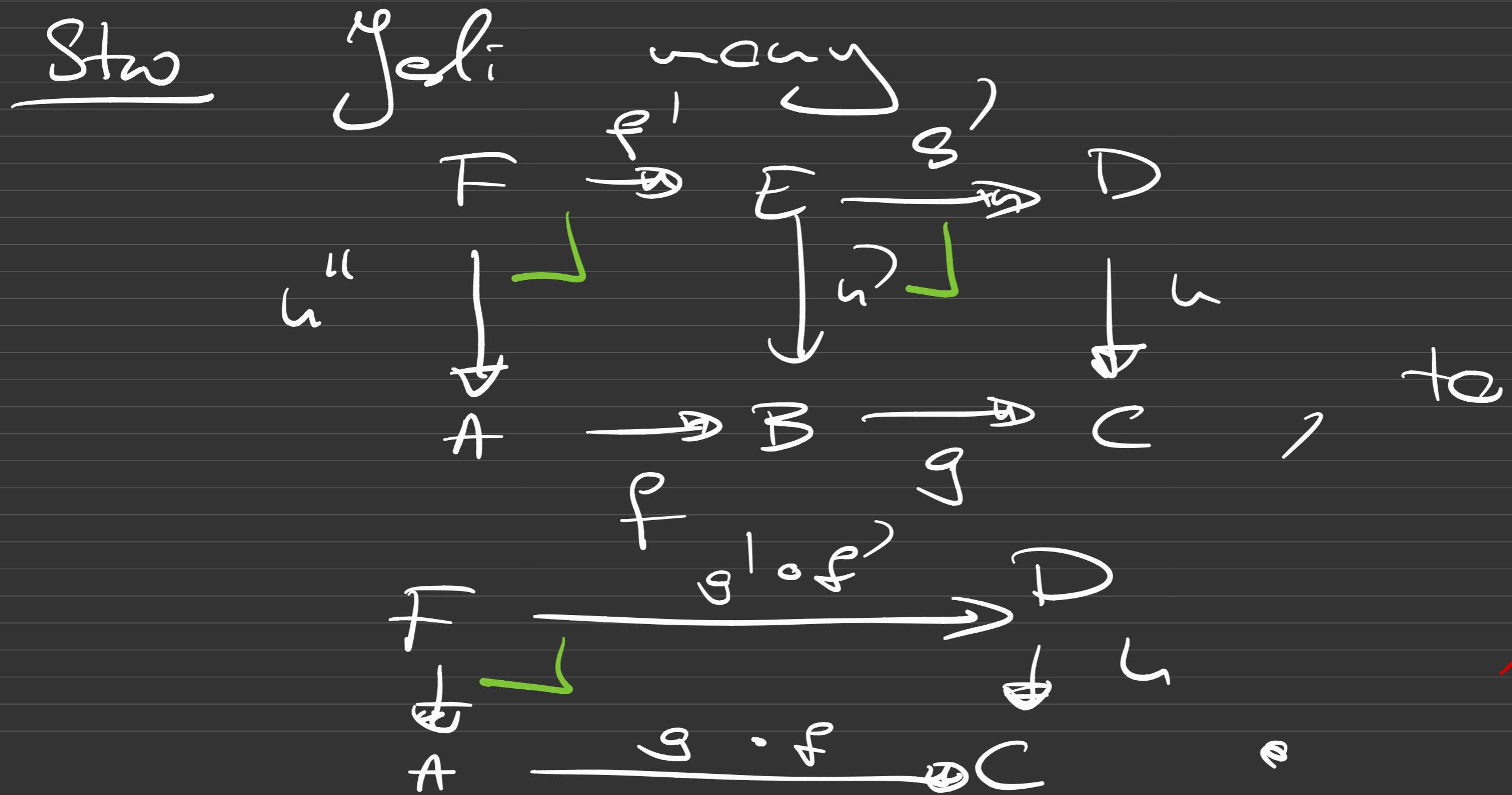


icut genereny.

$\pi_2 \circ \varphi$ . Stąd

$$u = v \quad \boxed{2}$$

Ausoset  
 bilden  
 to und pullback.



Tw

Kategorie na skrańcze

produkty; klasifikator; jedynki;  
tytuły; gdy niepullbacki  
obiekty koncowe.

dowód (szkic)

" $\Rightarrow$ " wykaz ze stw z reguł  
wykazów.

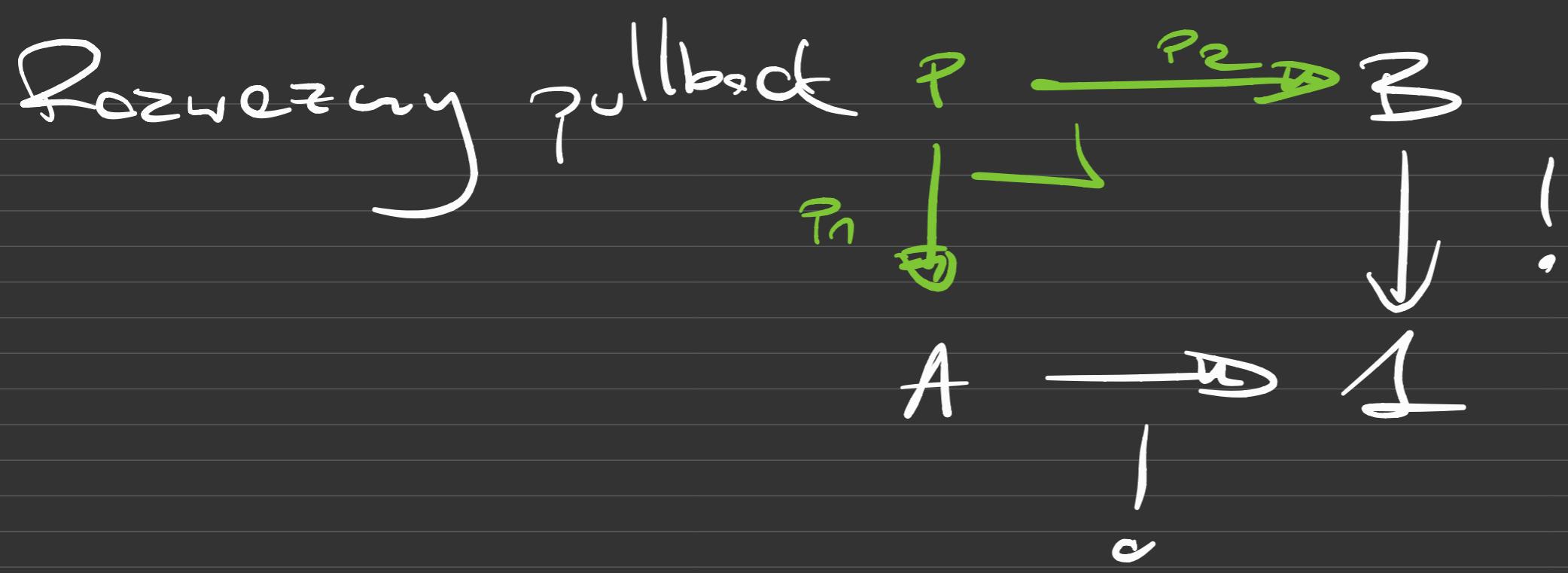
" $\Leftarrow$ " ① wykazże faktorem, że  
biwarc produkty. Wskaż dwa obiekty  
 $A, B$ ; rozważmy struktury  $B$  i  $1 = \text{obiekt koncowy}$

$$A \xrightarrow{\quad} 1$$

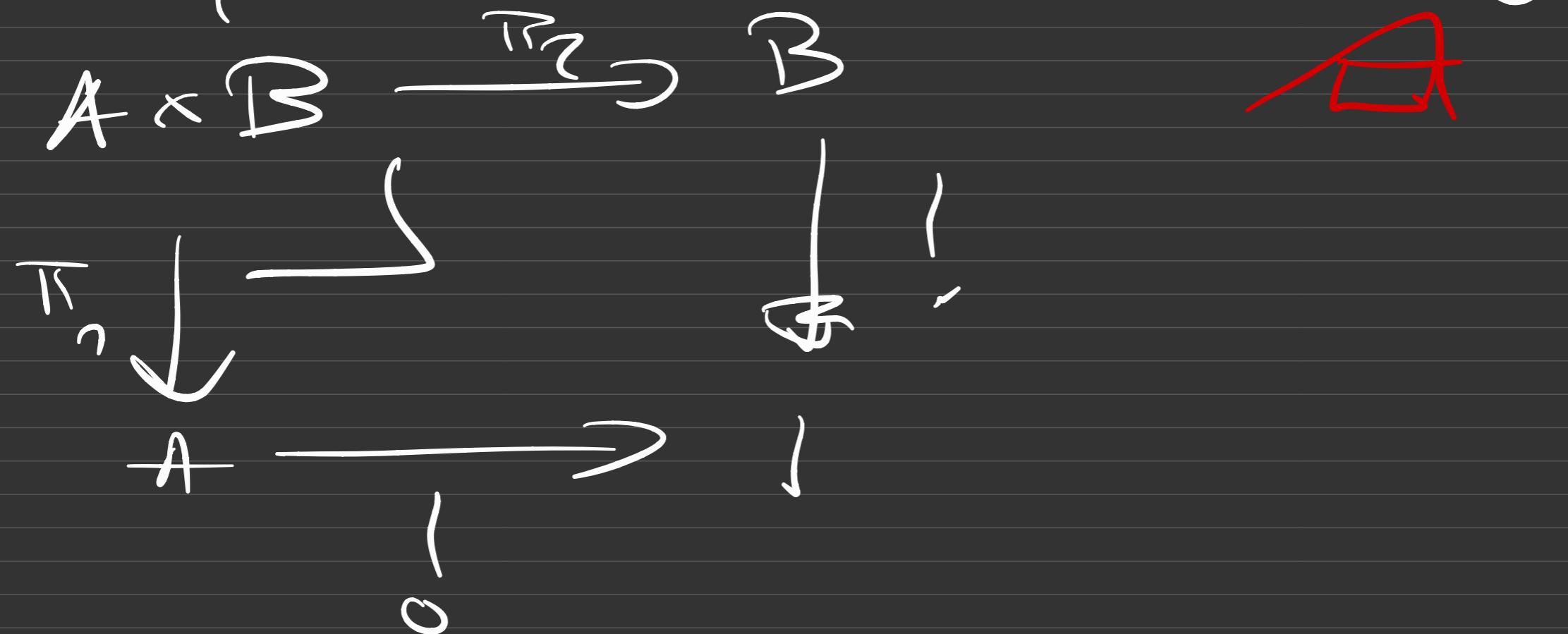
$\downarrow \text{id}_A$

$$\downarrow \text{id}_B$$

$$\text{id}_A : A \rightarrow 1$$



Okejże są te  
też produktyem  $A : B$  Czyli skub



~~A~~

2

teraz mówiąc polecam, że z

funkcji, iż kategorie ma pullback.

i obecnie kategorywniko fakt, że

możemy określić A → B

rezywertyczny  $\langle f, g \rangle$  oraz  $\langle \text{id}_B, \text{id}_B \rangle$

4. ŁC:



Policzmy pullback



Okazuje się, że obiekt  $E \rightarrow A$   
 występujący w powyższym p. II backu jest  
 ekwivalentem  $E \rightarrow A \xrightarrow{g} B$ . A

Def Niedługo oczekujemy typu  $J$  wypis kategorii.  
 Diagramem typu  $J$  nazywamy

Notacja funkcji  $D : J \rightarrow C$ .  
 W tym przypadku nazywamy kategorią  
 indeksową, i jej elementy oznaczamy  $i, j, k, \dots$   
 a jej warstwy  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$

Zurast piseć  $\{D_i, D_\alpha\}$  bpdseug  
 piselis  $\{D_i, D_\alpha\}$

def

Starken und digraphen  $D_{ij} \rightarrow C$   
 uzywany obiekty  $C \in \mathcal{C}$  wraz z  
 rodziną obiektów

$$\{ c_j : C \rightarrow D_j \}_{j \in Ob}$$

Spektralne uogólnienie  
 $H_{ij} \in J$  oraz  $\forall \alpha : i \rightarrow j \in J$  uogólnienie  
 digraph jest pueunary w  $C$ :  $D_i \xrightarrow{\alpha} D_j$

Projekt

generierung

Weizing sole kategoris J

pmez

. 2



1

.



$\alpha$

$\sigma_3$

Test:

reziprozumy dregeny

D: J-set,

to

dregeny

88

pmez

tak 2 bery A, B, C

B

$D_1 = A$

ora > 2 preksetatonic

9

$D_2 = B$

A —————> C  
f

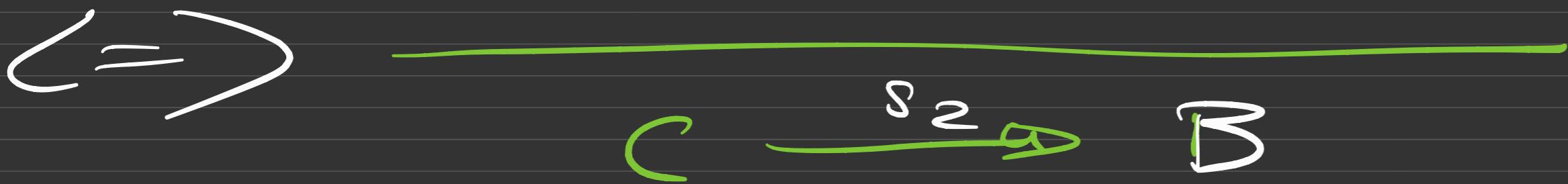
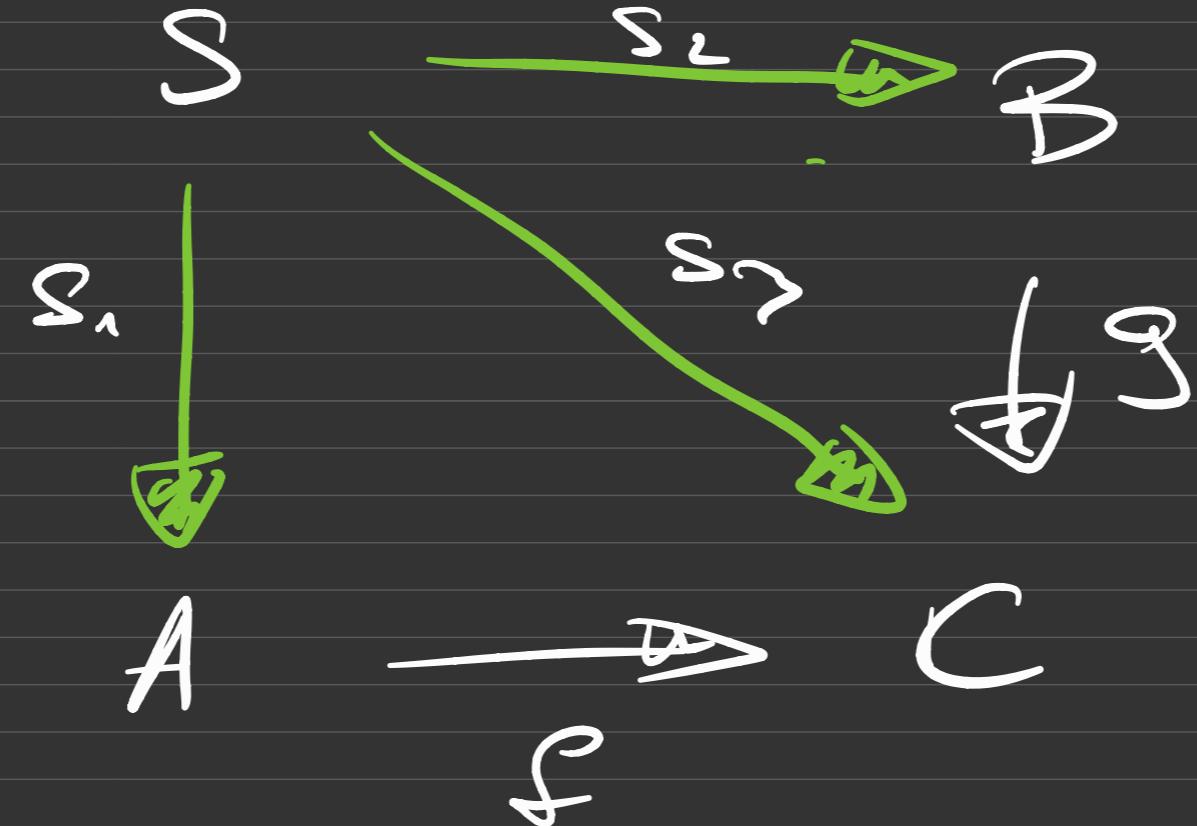
$D_3 = C$

$D_\alpha = f, D_\beta = g.$

Gyan jest stazet ned tyu logreni?

$s_1, s_2, s_3$  jest

stazeken ned  
 $D \Leftrightarrow$



test prewency  
over if  
 $s_3 = f \circ s_1$   
 $= g \circ s_2$

Projekt 2

Weinig

J generativ praz i

Eigen So diagramm

D: J → C?

Degener test jedorueck  
repräsentationspraz  
per abholen A

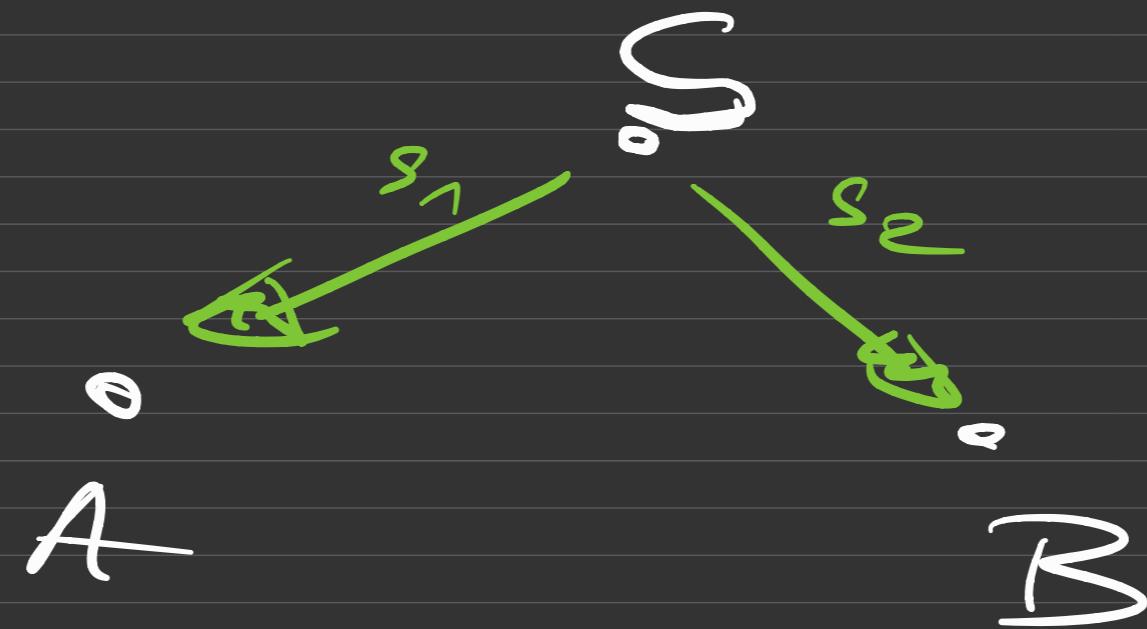
gde  
 $D_1 = A$

$D_2 = B$

Eigen test stazet und D?

stazet und

typ diagramm  
zu trölk

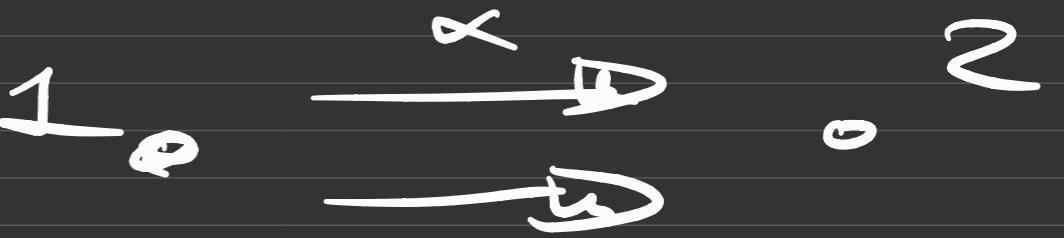


$$s_1: S \rightarrow A$$

$$s_2: S \rightarrow B$$

Paginaal 3

$J = \text{Lafegende geen per}$

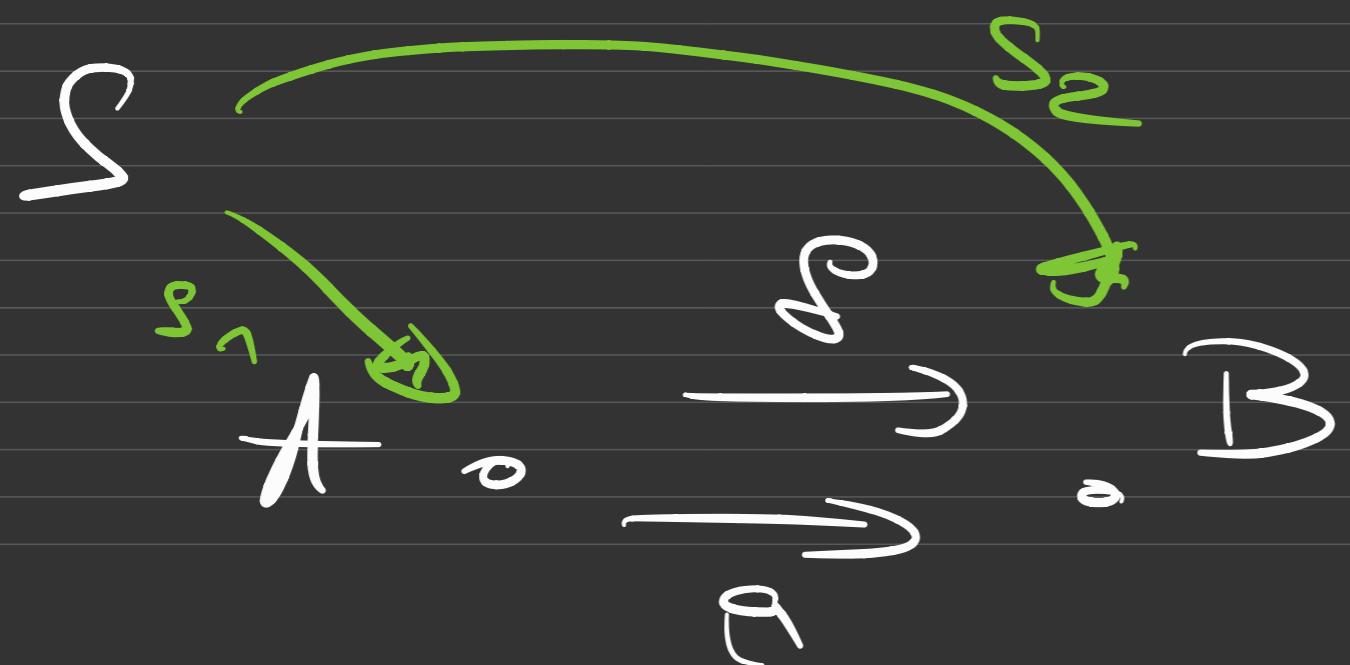


Geen ss degring D:  $J \rightarrow C$ ?

Degring ss  
jednoz.  $A \rightarrow D \cdot B$  / qd  $\in C$   
zadne perz

Geen ss steekl.  $s_1$  en  $D$ ?  $D_\alpha = f$

$$D_\beta = g.$$



Steekl. en rest  $S$  war

$\approx S_1: S \rightarrow A$   
 $S_2: S \rightarrow B$  +  $\approx$

$$f \circ s_1 = s_2, g \circ s_1 = s_2$$

Ramawez ->  $\omega, \Omega_2 \sim g_{\text{RC}}$  stet & reell  
und  $tg$  in diagonalen gest. abelt  
 $S$  war z  $s_1: S \rightarrow A$  f.ze

$$f \circ s_1 = g \circ s_1.$$

Weg

$$s_2 = f \circ s_1$$

$$= g \circ s_1.$$

