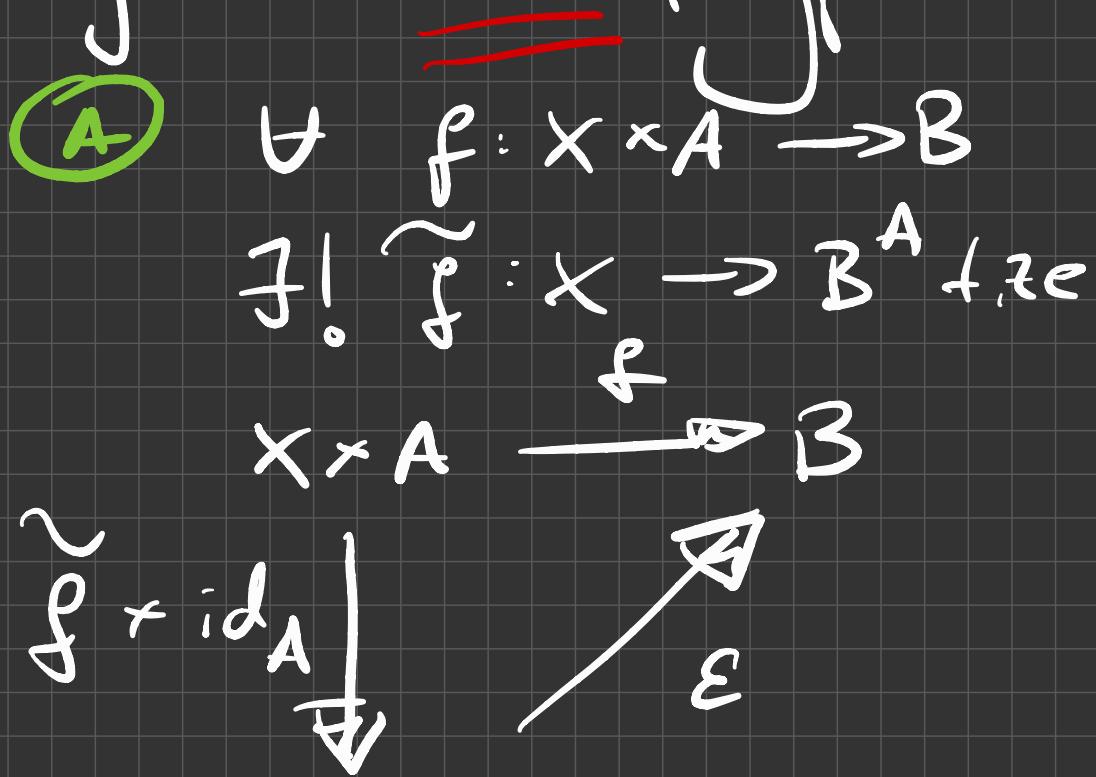


Teoria Kategorii 11, 23.12.2020

Jeszcze raz poznajemy kategorii CCC:



**B**

$\forall g: X \rightarrow B^A$

definiujemy:

$$\overline{g} = \frac{df}{g}$$

$$X \times A \xrightarrow{g} B^A \xrightarrow{id_A} B$$

wtedy  $\overline{g} = g$ .  
oraz dla każdego

$$f: X \times A \rightarrow B$$

$$\overline{\overline{f}} = f$$

**C**

$\forall f: X \rightarrow Y$

$\tilde{f}^A = \begin{bmatrix} X^A \times A & \xrightarrow{\varepsilon_X} & X \\ f^A \times id_A & \downarrow f & \downarrow \varepsilon \\ Y^A \times A & \xrightarrow{\varepsilon_Y} & Y \end{bmatrix}$

Rozwinięcie 4.6 i 4.7.

4.6

stw

Dla każdego  $\begin{cases} f: X \times A \rightarrow Y \times A \\ g: Y \times A \rightarrow Z \times A \end{cases}$

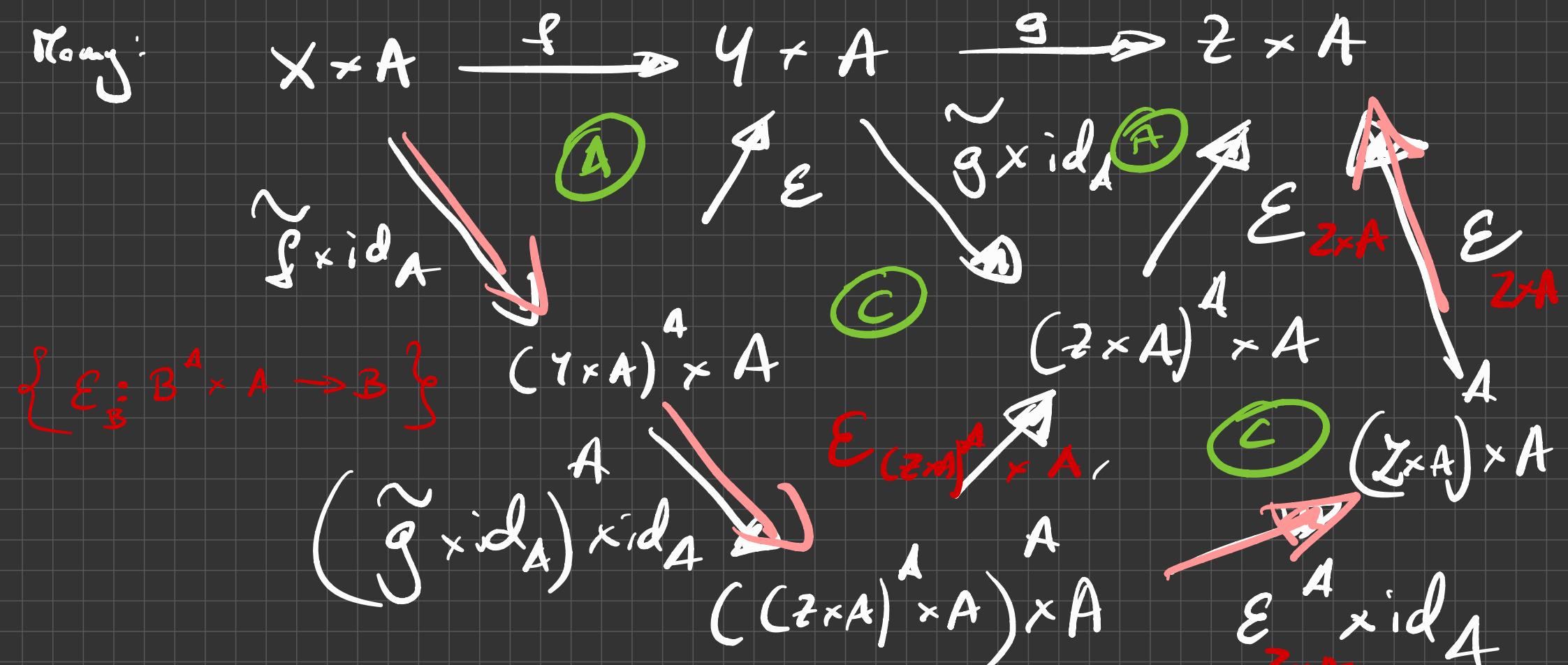
zad满zi:

$$g \circ f = (\varepsilon_{Z \times A}) \circ (g \times \text{id}_A) \circ f.$$

dowód: (dł: potwierdzić, że wyrażenie po  
prawej stronie jest równałością m. równor.

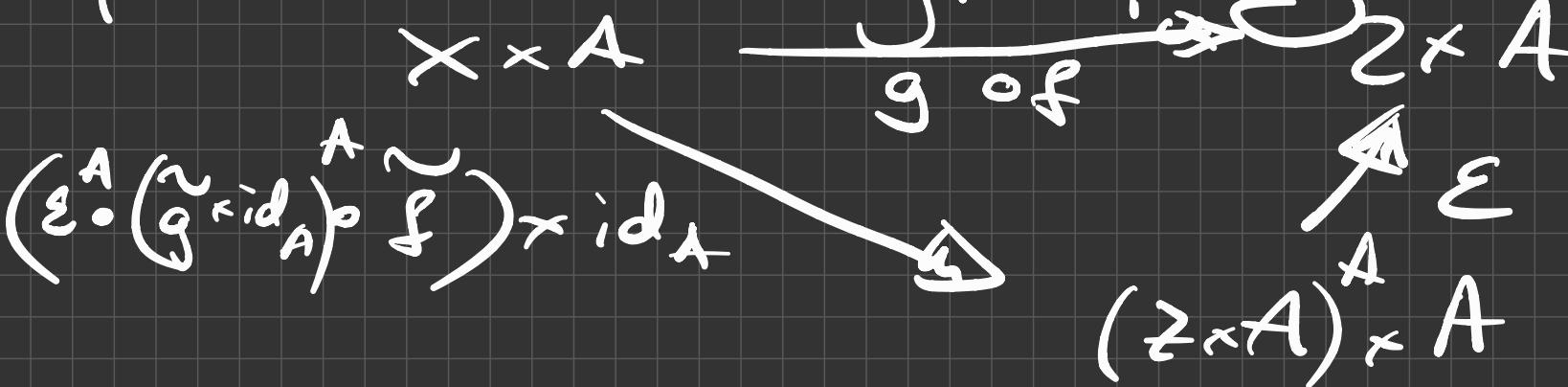
$$\begin{array}{ccc} X \times A & \xrightarrow{f} & Y \times A \xrightarrow{g} Z \times A \\ \downarrow \underline{\text{id}_A \times \text{id}_A} & & \nearrow \varepsilon_{Z \times A} \\ & & (Z \times A)^A \times A \end{array}$$

Rough:



Widening, re  
pres

strategic stacks or no order  
of any meaning



lubniejsi stowy, wy rozwinie

$\mathcal{E}^A \circ (\tilde{j} \times \text{id}_A)^A$  jest rozwijaniem  
nasiego równania zatem równanie (\*)  
zachodzi.

4.7

w kategorii CCC mamy  $(-) \times A$ :

$(-)^A$  definiujący funktor

$$\text{State}_A = (-)^A \circ (-) \times A$$

zaznaczone

dwa funktory

czyli:

$$\text{State}_A X = (X \times A)^A$$

$$\text{State}_A (f: X \rightarrow Y) = (f \times \text{id}_A)^A \circ \mathcal{E}_{X \times A}$$

Die dwoch streikt  $f: X \rightarrow \text{State}_A Y$   
 $g: Y \rightarrow \text{State}_A Z$

definiuje my:

$$g \circ f \stackrel{df}{=} (\varepsilon_{Z \times A})^A \circ \text{State}_A g \circ f$$

Pokazac, ze jest teoremy oza特別

$$\gamma \circ f = f$$

$$\text{gdzie } \gamma_x: X \rightarrow \text{State}_A X$$

$$f \circ \gamma_x = f$$

$$\gamma_x = \text{id}_{X \times A}$$

$$f: X \times A \rightarrow Y \times A$$

$$\tilde{f}: X \rightarrow \text{State}_A Y$$

$$\begin{array}{ccc} X \times A & \xrightarrow{f} & Y \times A \\ g \circ f \downarrow & & \downarrow g \\ Z \times A & & \end{array}$$

$$f: X \times A \rightarrow Y \times A$$

$$g: Y \times A \rightarrow Z \times A$$

$$g \circ f: X \times A \rightarrow Z \times A$$

Kontraktor

$$f: X \rightarrow \text{State } Y$$

$$g: Y \rightarrow \text{State } Z$$

$$g \circ f: X \rightarrow \text{State } Z$$

Weżmy

$$f: X \rightarrow \text{State}_A Y$$

$$g: Y \rightarrow \text{State}_A Z$$

$$h: Z \rightarrow \text{State}_A T$$

Czy:

$$h \square (g \square f) = (h \square g) \square f$$

Zauważmy, że

$$f = \overline{f} \quad g = \overline{g}$$

$$g \square f = \overline{g} \square \overline{f} = \overline{f \square g}$$

$$(e_{Z \times A})^A \circ \text{State}_A(\overline{g}) \circ f =$$

Wtedy, że

$$\text{State}_A(g) = (g \times \text{id}_A) \circ e = (g \times \text{id}_A)^A$$

Otwieranie:

$$= (\varepsilon_{z \times A})^A \circ (\overline{g}^{-1} \circ id_A) \circ f.$$

Z zadanego 4.6 widać, że przed  
ctwórką tej rownacji to  
 $\overline{g} \circ f$ .

Podsumowanie:

$$g \circ f = \overline{g} \circ \overline{f}.$$

To wskazuje  
że skrócić  
wyjście do położenia  
i poziomej el. neutr.

Wracajęc do

$$h \square (g \circ f) =$$

$$h \square (\overline{g} \circ \overline{f}) =$$

$$\overline{h} \square (\overline{g} \circ \overline{f}) =$$

$$(e_{\overline{g} \circ f})^A \circ \text{State}(\overline{h}) \circ (\overline{g} \circ \overline{f}) =$$

$$\overline{h} \circ (\overline{g} \circ \overline{f}) = (\overline{h} \circ \overline{g}) \circ \overline{f}$$

$$= \dots = (h \square g) \square f.$$

Teraz sprawdzamy czy  $\gamma$  jest rozwijająca  
strukturek next.

$$\gamma \circ f = \overline{\gamma} \circ \overline{f}$$

Co to jest  $\overline{\gamma}$ ?

2 wątpliwości (B) meny

$\gamma : Y \rightarrow S\text{-t.c.}$

$\gamma = id_{Y \times A}$

$$\gamma = id_{T \times A}$$

$$\text{stąd } \gamma \circ f = id_{Y \times A} \circ f = \overline{f}$$

(B)  
 $\gamma = f$ .

Analog. potwierdza się

$$f \circ \gamma_x = f.$$