

# TEORIA KATEGORII

## SERIA 1: KATEGORIE I FUNKTORY

**Problem 1.** Pokazać, że  $\mathbf{Rel} \cong \mathbf{Rel}^{op}$ .

**Problem 2.** Niech  $A$  będzie zbiorem. Pokazać, że przyporządkowania  $\mathbf{Set} \rightarrow \mathbf{Set}$  zdefiniowane na obiektach i morfizmach jak poniżej są funktorami:

- $X \mapsto A \times X$  oraz  $(f : X \rightarrow Y) \mapsto ((id \times f) : A \times X \rightarrow A \times Y; (a, x) \mapsto (a, f(x)))$ ,
- $X \mapsto A + X$  oraz

$$(f : X \rightarrow Y) \mapsto (id + f) : A + X \rightarrow A + Y; x \mapsto \begin{cases} f(x) & \text{jeśli } x \in X, \\ x & \text{jeśli } x \in A \end{cases}$$

- $X \mapsto X^A$  oraz

$$f : X \rightarrow Y \mapsto f^A : X^A \rightarrow Y^A; \phi \mapsto f \circ \phi.$$

- $X \mapsto \mathcal{P}X \stackrel{def}{=} \{A \subseteq X\}$  oraz

$$(f : X \rightarrow Y) \mapsto \mathcal{P}(f) : \mathcal{P}(X) \rightarrow \mathcal{P}(Y); A \mapsto f(A).$$

**Problem 3.** Pokazać, że kategoria  $\mathbf{Set}$  nie jest izomorficzna z kategorią  $\mathbf{Set}^{op}$ .