

Teoria kategorii, wyk. ed 7

25.11.2020

def Niedr.] i C sąsied. kategorii.

Degener. typ.] ~ C uogólny

funktor

$D : J \rightarrow C$.

Notacjia J = kategoria indeksowa, gdzie

obiekty określone są i j, t, e mafiny

$\alpha, \beta, \gamma, \text{ Dodatki, wafici}$

funktore D określone są przez

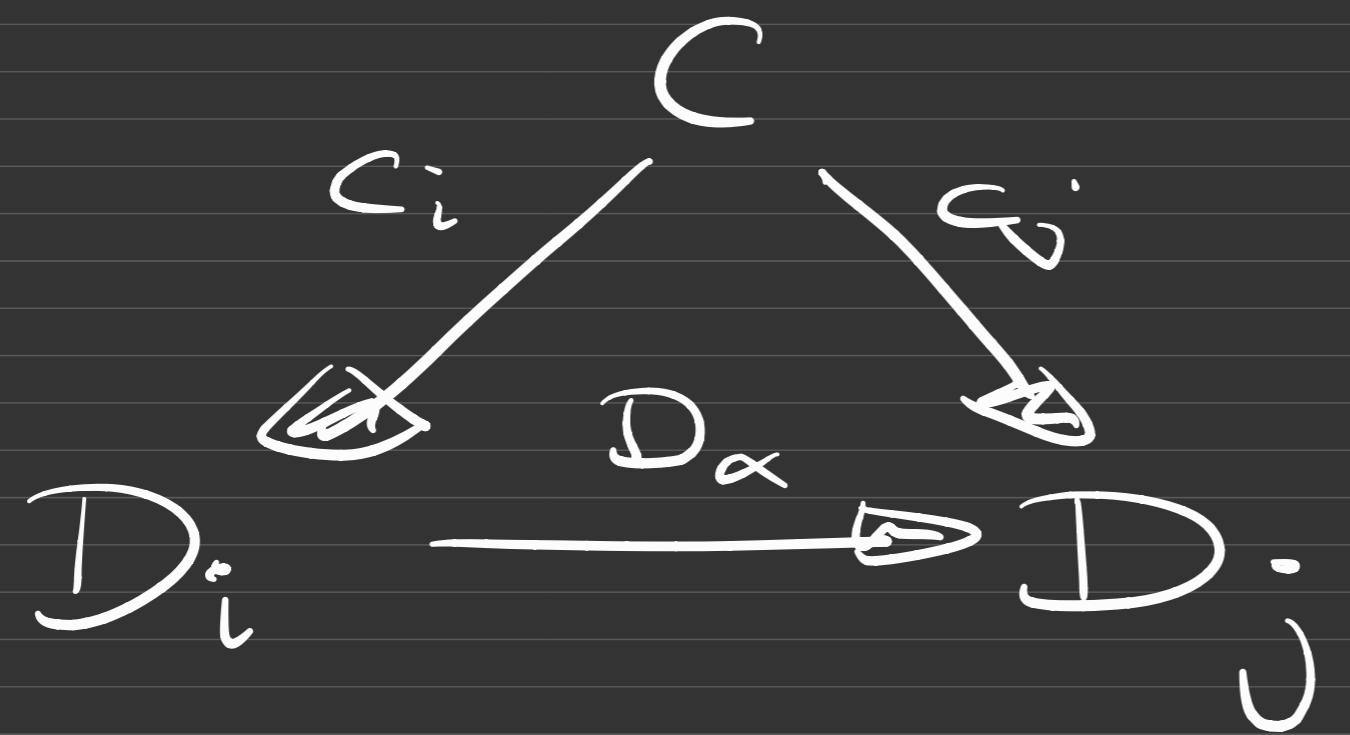
$D_i, D_j, D_\alpha, D_\beta \dots$

der Stetzkörper und diagrammen $D : J \rightarrow C$

nachgängig obekt $C \in I$ war ze struktur

$$\{ c_i : C \rightarrow D_i \}_{i \in Ob}$$

f. ze



jetzt verwenden
die Beziehung
 $\alpha : i \rightarrow j \in$.

def $Nred(C, \{c_i\})$ over
 $(C', \{c'_i\})$ bspw station und
degruen
station $(C, \{c_i\})$; $(C', \{c'_i\})$

very wrong structure

$\varphi : C \rightarrow C' \in \mathcal{L}$

fix

$C \xrightarrow{\varphi} C'$ just preserving
 $c_i \searrow c'_i$ like knowledge
 D_i

def Nied Cone (D) oznacza
kategorie, w których obiekty w sę
stoski, nad diagramem $D: J \rightarrow C$
a morfizmy morfizm stosunków.

def Granicę diagramu $D: J \rightarrow C$
uzgadany obiekt końcowy w kategorii
Cone (D) i oznaczony przez

$\left(\lim_{\leftarrow} D_j, \{ \text{Pielim}_j \rightarrow D_j \} \right)$

Polytopology

$$\textcircled{1} \quad J = \emptyset$$

$$\text{Cone}(D) = Q$$

\hookleftarrow

$\lim D \cong$ obrekt konceny
w C.

$$\textcircled{2} \quad J = \overset{\circ}{\underset{1}{\circ}} \quad \overset{\circ}{\underset{2}{\circ}}$$

$$\overset{\circ}{\underset{D_1}{\circ}} \quad \overset{\circ}{\underset{D_2}{\circ}}$$

$$\lim D = D_1 \times D_2$$

\hookleftarrow_i

$$\textcircled{3} \quad J = \overset{\circ}{\underset{1}{\circ}} \xrightarrow{\alpha} \overset{\circ}{\underset{2}{\circ}}$$

$$\overset{\circ}{\underset{D_\alpha}{\circ}} \xrightarrow{D_\alpha} \overset{\circ}{\underset{D_\beta}{\circ}}$$

$$\lim D = \text{ekpliz. } D_\alpha : D_\beta.$$

\hookleftarrow

$$\textcircled{4} \quad J = \overset{\circ}{\underset{1}{\circ}} \xrightarrow{\alpha} \overset{\circ}{\underset{2}{\circ}} \xrightarrow{\beta} \overset{\circ}{\underset{3}{\circ}}$$

$$\overset{\circ}{\underset{D_1}{\circ}} \xrightarrow{D_\alpha} \overset{\circ}{\underset{D_\alpha}{\circ}} \xrightarrow{D_\beta} \overset{\circ}{\underset{D_2}{\circ}}$$

$$\lim D = \int_D^{\circ} \quad \text{pullback } D_\alpha, D_\beta.$$

\hookleftarrow

def Skończone gromady nazywają się
granicą i diagramem $D: J \rightarrow C$,
że kategoria jest skończona.

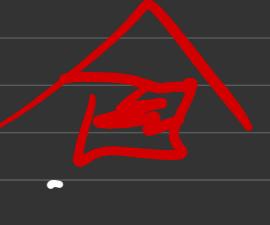
tw Kategoria C ma wszystkie skończone
granicę wtedy i tylko wtedy, gdy i
skończona produkty; eklektyczne
(lub równoważne, gdy we pullbacki
i obiekty konkretnie).

dowód (z s�rc) Podajemy, że
z faktu istnienia skończonych gromad prod: ok.)
wynika struktura fizyczna skończonej.

Weining d. agam $D: J \rightarrow C$, gdz e

J jest skończony kategorty indeksow.

Podany konstrukcja obiektu E wraz
ze strukturami $e_i : E \rightarrow D_i$, dla

którego (E, e_i) będzie obiektem
konw. \square $Cone(D)$ 

① $\text{Zarządzaj na stopniach obiektu } C:$

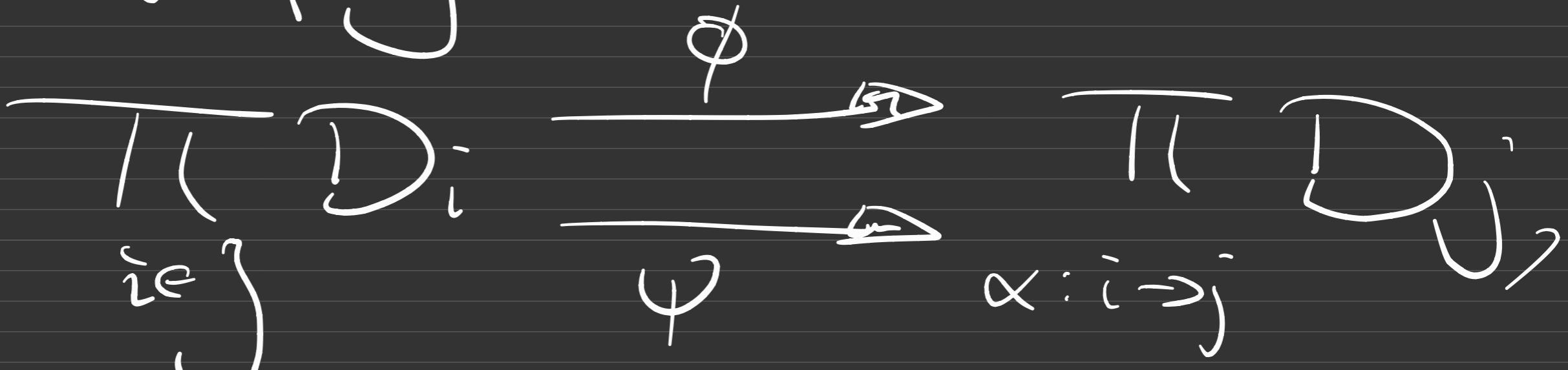
$\prod D_i$

$i \in ob(J)$

$\prod D_i$

$(\alpha: i \rightarrow j) \in mor(J)$

② Zdefiniujmy dwa struktury:



które wykorzystać w rozważaniu ujemnych elementów

drużnego produktu

$$\pi_j = \prod_{i \in j} \pi_{\text{dom}(\alpha)} D_i$$

specjalne:

$$\pi_i = \prod_{j \in i} \pi_{\text{dom}(\alpha)} D_i$$

$$D_j \xrightarrow{\alpha: i \rightarrow j} \prod D_j$$

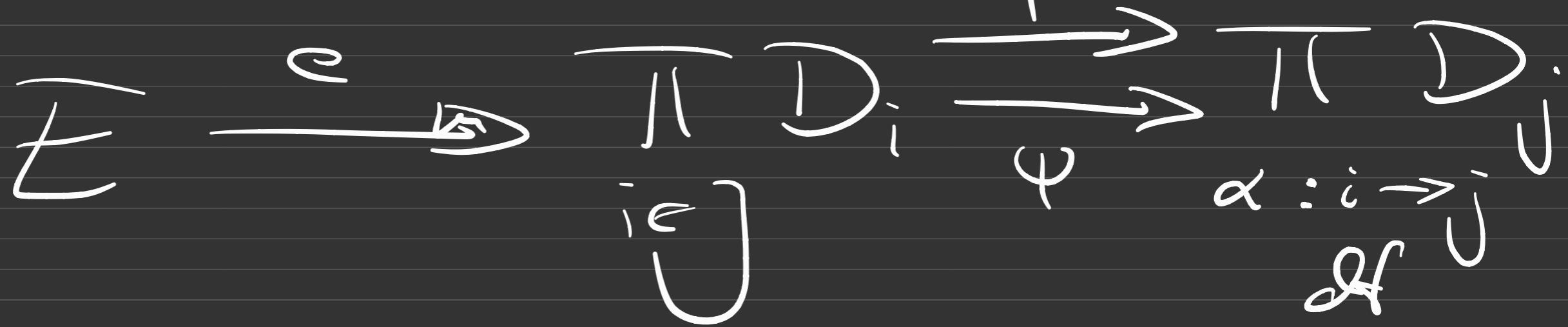
$$D_i \xleftarrow{\alpha: i \rightarrow j} \prod D_j$$

3

Wesiny ekwaliżator twarz

z e: E → T Di strategie

đ ì ç



Лоза посадка з е_i = $\bar{t}_i \cdot e$

Spelunca agmina Jaskinia

Polytopal

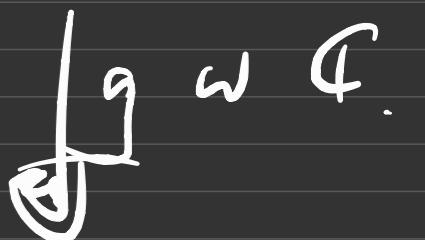


Weizing diagram z osoba nauczyciel

Diagram

z osoba nauczyciel

B



Potrzebny jest, uzgwiejs konstrukcji z dowód

poproponowanego tworzenia

pullback f: g z d panes

knak:

skonstruować

1

produktyw

2

ekwivaliz.

$A \times B \times C$

$C \times C$

Konstruierung:

2

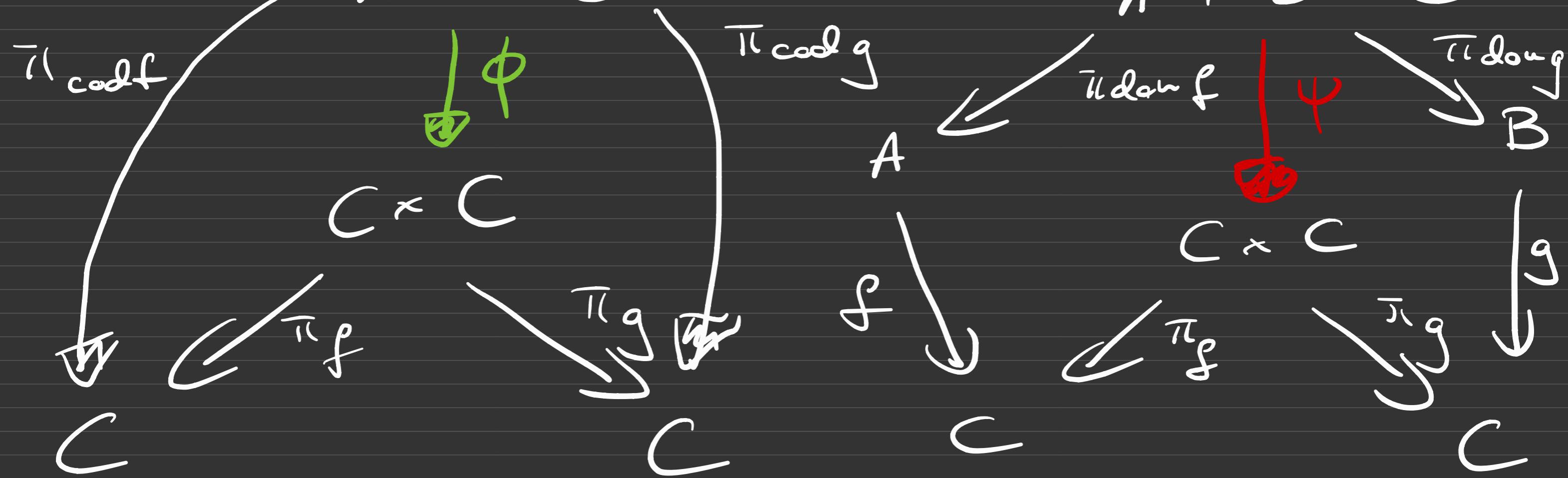
$$A \times B \times C$$

$$\xrightarrow{\phi} C \times C$$

ψ

$$A \times B \times C$$

$$A \times B \times C$$



etwählerbar ϕ i ψ ist Pullback

f; g.

Zachowajace grafic

def

Funktor $F: \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D}$ zachowuje

grafice uod diagramem typu \mathcal{J} , jeśli

$$F(\lim_{\leftarrow} D_i) \cong \lim_{\leftarrow} F(D_i)$$

dla

diagramu $D: \mathcal{J} \rightarrow \mathcal{C}$.

↑ jest równefazy.

Funktor $F: \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D}$ zachowuje

cząstkę, jeśli zachowuje wojstke grafic.

Projekt und Wechs \mathcal{C} bilden kategorien \mathcal{C}

zuverlässig faktor

$C(X, -) : \mathcal{C} \rightarrow \text{Set}$

d.h. ostelange obere $X \in \mathcal{C}$. Propriam ij

$A \xrightarrow{\quad} C(X, A) = \text{zulässige} \begin{cases} \text{strukturen} \\ X \rightarrow A \end{cases} \cup \mathcal{C}$.

oder

$f : A \rightarrow B \xrightarrow{\quad} C(X, A) \xrightarrow{C(X, f)} C(X, B)$

z.B.

$C(X, f)(g : X \rightarrow A) = f \circ g$

skt. Quelle
z \mathcal{C} .

Ponisci re¹ określac¹ będnąc
 $C(X, f)$ parz f^* Cyl.

$f^*: C(X, A) \rightarrow C(X, B)$

dla $f: A \rightarrow B \in \mathcal{C}$.

Z in wey, ze $C(X, -)$ jest funkcja

Funkcja tena, ze funkcja zawsze skonczona grec.

- ① Zawierać wey, że $C(X, -)$ zawsze produkty directe (zad 2.2).
- ② Gdż zawsze obiekt topology?

Tak, gdyż jeśli 1 jest określony

konczenie w C to obrazem 1 wąg.

agregat funkcyjny $C(x, 1) = \begin{cases} 1 & x \\ 0 & \text{innych}\end{cases}$

widzimy zatem, że $C(x, 1)$ jest jednoelement.

czyli jest obrazem konczenia w set.

Pośrodku:

$C(x, -)$ zawsze istotne produkty

③ Tak, że $C(x, -)$ zawsze elasti.

Weźmy teraz f, g

strukturę

etwolizator



Gg diagram

Gg

$C(X, E)$

e^*

$C(X_A)$

f_*

$((X_B))$

post diagramem

w投降

$C(X_E)$

wr2 2 c_*

jest etc?

zauważ, że przy tym diagramie jest w kategorii

Self,

Należy zauważyć, że opis

skew relation). Par jawniny, ze w Set

$$\{x \in A : f(x) = g(x)\} \hookrightarrow A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g}$$

Teraz wróćmy do naszej diagnozy.

Z
a

$$C(X, A)$$

$$\xrightarrow{f_X}$$

$$C(X, B)$$

Ważny $x \in C(X, A)$, \exists_X kiedy $x \in C(X, B)$.

$f_X \circ g_X$?

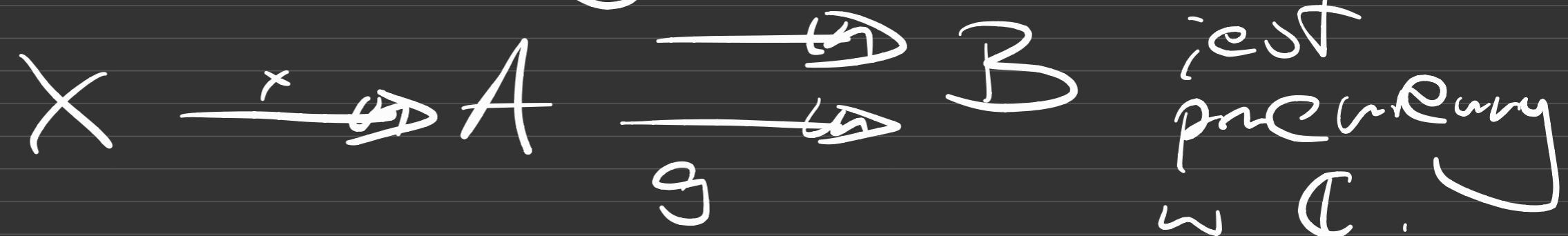
wtedy, gdy $(f_X \circ g_X)(x) = x$

$$\begin{aligned} f_X(x) &= g_X(x) \\ f \circ x &= g \circ x \end{aligned}$$

Oznacza to że $x \in C(X, A)$ należy

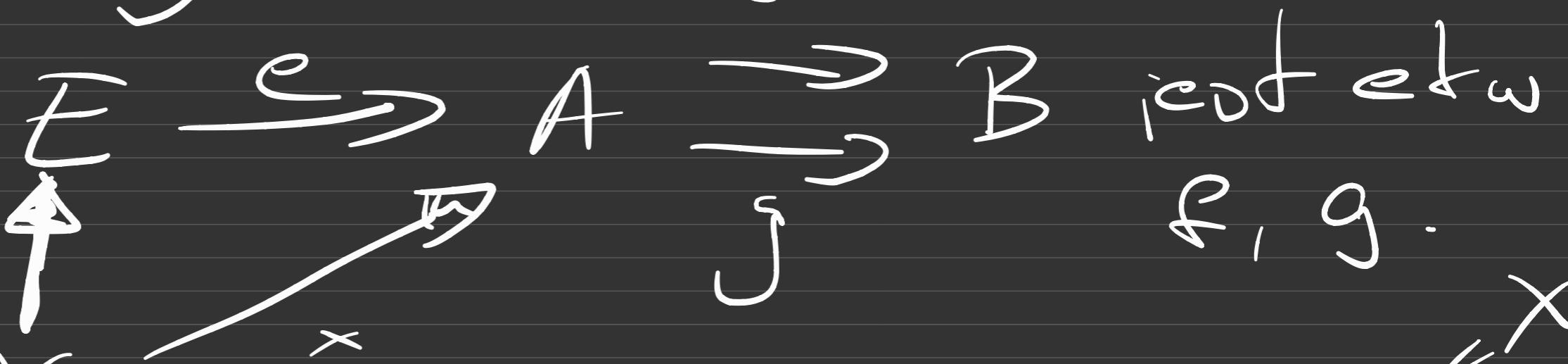
do kategorii f^* i g^* utożs.

I $f \circ g$ ko utożs., qdż. φ



Ale my mamy, że

φ



Trzecie $J.$ u_x

dokładnie

iendo u_x t.ż. $c \circ u_x$

$= x$

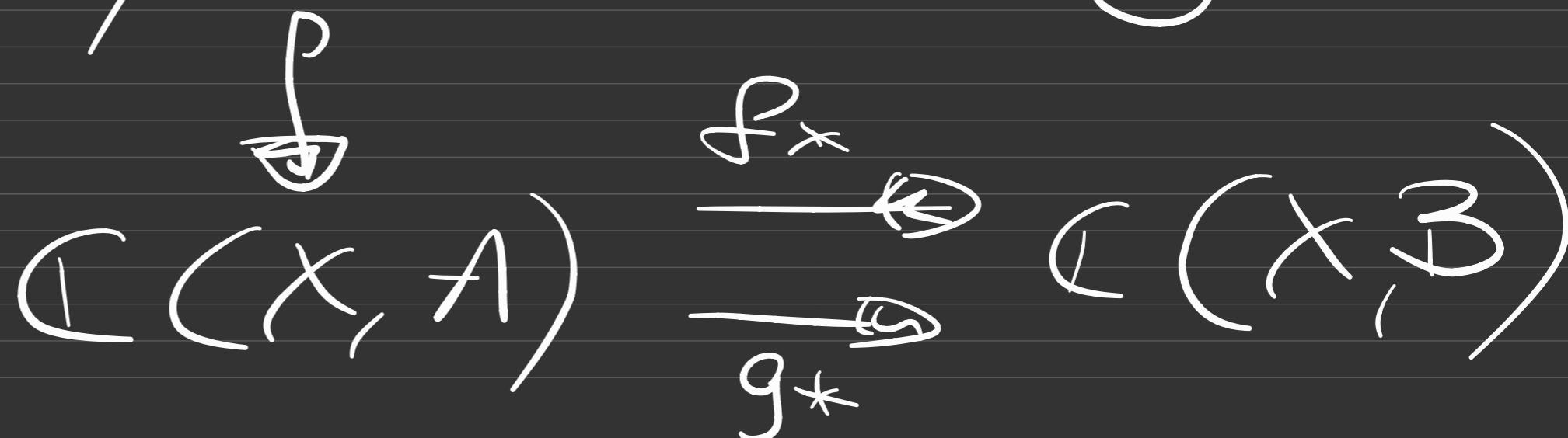
Gigli

$$e_* : \mathcal{C}(X, E) \xrightarrow{\cong} \mathcal{C}(X, A)$$

$$e_*(u_x) = e \circ u_x = x.$$

Kann zählen: alle Kodägo
 $x \in \mathcal{C}(X, A)$ die ja nur Elementen
 entsprechen

$$\{x \in \mathcal{C}(X, A) : f_*(x) = g_*(x)\}$$



ist eine Lokalstruktur jedes Unterraumes

$\alpha_x \in C(X, \mathbb{C})$ ist die

$e^*_x(\alpha_x) = x$.
Parameterisierung

gegenüber einer eindimensionalen Untermannigf.

merken

$\{x \in C(X, A) : f_x(x) = g_x(x)\}$

$C(X, E)$

ist ein Unterraum von $C(X, \mathbb{C})$. Zudem

$C(X, E)$ ist abelsch

Połsou-wyc:

$G(x, -)$ zaloże

1 stick productivity

2 capitalizing

Według teorii skarżonej gryce
organiczne

1. 2

wyszukiw

R $G(x, -)$ zaloże skarżonej gryce

Netto dochody jednostki rezywenskie
mają pokożec, że
wszystkie gryce (należy tylko skarżować)