

# **EIN EXPERIMENT ZUM TEST DER BELLSCHEN UNGLEICHUNG UNTER EINSTEINSCHER LOKALITÄT**

Dissertation zur Erlangung des Grades eines  
Doktors der Naturwissenschaften

eingereicht von  
**Mag. Gregor Weihs**  
Institut für Experimentalphysik  
der Universität Wien

durchgeführt bei  
**o. Univ. Prof. Dr. Anton Zeilinger**

Gefördert vom **Fonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung**, Projekt Nr. S6502, und  
durch das DOC-Programm der **Österreichischen Akademie der Wissenschaften**.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>5</b>
<b>Abstract</b>	<b>7</b>
<b>Einleitung</b>	<b>9</b>
<b>I. Theoretisches</b>	<b>11</b>
1.1. Quantentheorie und verschränkte Zustände . . . . .	11
1.2. Das EPR-Paradoxon . . . . .	13
1.3. Lokalität . . . . .	16
1.4. Lokaler Realismus und Theoreme gegen verborgene Variable in der Quantentheorie .	17
1.5. Die Bellsche Ungleichung . . . . .	18
1.5.1. Das Original . . . . .	18
1.5.2. Die Wignersche Herleitung . . . . .	20
1.5.3. Die CHSH-Ungleichung . . . . .	23
1.5.4. Die CH-Ungleichung . . . . .	24
1.5.5. Andere Formen . . . . .	28
1.6. Zusatzannahmen und Schlupflöcher – <i>Loopholes</i> . . . . .	29
1.7. Andere Modelle . . . . .	31
<b>2. Frühere Experimente</b>	<b>33</b>
2.1. Statische Experimente zur Bellschen Ungleichung . . . . .	33
2.2. Dynamisch geschaltete Experimente oder Experimente über große Entfernung . . . .	41
<b>3. Experimentelle Anforderungen</b>	<b>45</b>
3.1. Detektionseffizienz . . . . .	45
3.2. Raumzeitliche Trennung . . . . .	46
3.2.1. Geometrie . . . . .	48
3.2.2. Schnelles und zufälliges Variieren der Analysatoren . . . . .	50
3.2.3. Unabhängige Datenerfassung . . . . .	53
<b>4. Realisierung</b>	<b>55</b>
4.1. Ideen und Abschätzungen . . . . .	55
4.2. Konzept und Komponenten . . . . .	61
4.2.1. Quelle . . . . .	61

4.2.2.	Faserstrecken . . . . .	72
4.2.3.	Geometrie . . . . .	73
4.2.4.	Polarisation . . . . .	74
4.2.5.	Beobachter . . . . .	78
4.2.6.	Synchronisation . . . . .	99
4.2.7.	Kommunikation und Steuerung . . . . .	100
4.2.8.	Korrelationsauswertung . . . . .	102
<b>5.</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>105</b>
5.1.	Die CHSH-Ungleichung im Experiment . . . . .	105
5.2.	Verletzung der Bell-Ungleichung in einzelnen Messungen . . . . .	111
5.3.	Messungen mit kontinuierlich variiertem Analysatorwinkel . . . . .	115
5.4.	Interpretation und Diskussion . . . . .	122
5.5.	Abdruck Phys. Rev. Lett. <b>81</b> , 5039–5043 (1998) . . . . .	126
<b>A.</b>	<b>Geräte</b>	<b>133</b>
A.1.	Schaltplan Zufallsgenerator . . . . .	133
A.2.	Treiberschaltungen und Abtast- und Verzögerungslogik . . . . .	134
A.2.1.	Modulator-Treiberschaltung . . . . .	134
A.2.2.	Abtast- und Verzögerungslogik . . . . .	135
<b>B.</b>	<b>Programme</b>	<b>139</b>
B.1.	Typ-II parametrische Fluoreszenz . . . . .	139
B.2.	Steuerungssoftware für das Experiment . . . . .	146
B.2.1.	Steuerung der Zeitintervallanalysatoren . . . . .	146
B.2.2.	Zeitintervall- als Vielkanalanalysator . . . . .	147
B.2.3.	Koinzidenzauswertung . . . . .	148
	<b>Danksagung</b>	<b>161</b>
	<b>Lebenslauf</b>	<b>163</b>

# Vorwort

In dieser Dissertation sind die Ergebnisse von mehr als drei Jahren Arbeit zusammengefaßt. Unüblicherweise war ich die ganze Zeit über nur mit einem einzigen Experiment beschäftigt. Jene, die mich kennen, werden sofort einwerfen, daß ich meist mit vielen anderen Dingen beschäftigt war, vor allem mit dem Bändigen von ungehörigen Computern und Betriebssystemen.

Für einen durchschnittlichen Physiker lernte ich die Problematik um Bell-Ungleichung und Nicht-lokalität relativ früh kennen. Ich war gerade 16 Jahre alt, als ein faszinierender Artikel in der Zeitschrift *Spektrum der Wissenschaft* über *Die Realität der Quantenwelt* für Aufregung unter den Interessierten bei der Österreichischen Physik-Olympiade in Hartberg für Aufregung sorgte [111]. Das Dumme war, daß nicht einmal die Lehrer dort wußten oder erklären konnten, was da vor sich geht, wenn weit voneinander entfernte Photonen sich wie Zwillinge verhalten. Im späteren Physikstudium wurde auch in den Theorievorlesungen nicht darüber gesprochen, sodaß ich eigentlich nicht mehr darüber nachdachte.

Gerade als ich mit einer Diplomarbeit anfangen sollte, hatte sich die Gruppe von Prof. Zeilinger in Innsbruck gebildet, und plötzlich hörte ich in einer seiner Vorlesungen wieder etwas über die Bellsche Ungleichung. Damit wußte ich, daß ich in dieser Gruppe mitarbeiten wollte. Nachdem ich einen Seminarvortrag über die Fragestellung gehalten hatte, war mir erst wirklich klar geworden, wie einschneidend die Schlußfolgerungen aus der Bellschen Ungleichung sind. Viele quantentheoretische Konzepte wurden im Nachhinein durch diesen Satz und die dazugehörigen Experimente erst gerechtfertigt.

Schockiert mußte ich aber feststellen, daß viele Physiker offensichtlich nicht begriffen haben, worum es hier wirklich geht, auch wenn sie die Quantentheorie täglich für Berechnungen verwenden. Ich selbst hatte das Glück meine Begriffe nicht ändern zu müssen, aber nun hatte ich eine Begründung für die Konzepte der Quantentheorie.

Die Dissertation über ein Problem machen zu können, das wohl eines der zentralsten der Physik ist - auch wenn viele die Diskussion darüber schon längst für überflüssig halten - erscheint mir dennoch als Privileg. Im Laufe der Zeit hatte ich auch die Gelegenheit die bekanntesten Forscher auf diesem Gebiet persönlich kennenzulernen. Darunter Abner Shimony, den Autor jenes Artikels, der mich vor mehr als 10 Jahren erstmals auf diesen Problemkreis aufmerksam gemacht hatte. Einer seiner Kommentare anläßlich eines Spazierganges durch die Labors ist mir in Erinnerung geblieben: „Ich hätte nicht gedacht, daß zu meinen Lebzeiten noch ein Experiment wie dieses [das unsere] durchgeführt werden könnte.“

Daß das Experiment tatsächlich in der jetzigen Form zustande kommen würde, hatte ich zeitweise sogar selbst bezweifelt, vor allem weil sich das Beschaffen geeigneter schneller optischer Schalter als sehr schwierig herausgestellt hatte. Als diese nach mehreren Fehllieferungen vom weltweit einzigen entsprechenden Hersteller und ebensovielen Rücksendungen schließlich funktionierten, war ich dennoch überrascht, als ich am Ostersonntag, den 12. April 1998, anläßlich eines Tests des gesamten neuen Aufbaus eine Messung machte, die die Bellsche Ungleichung um 30 Standardabweichungen verletzte.

Eigentlich hatte ich die Tragweite noch nicht ganz verstanden. Vor allem weil ich ganz alleine im Labor gewesen war, und nur das System überprüfen wollte, hatte ich ein komisches Gefühl — das war zu einfach gewesen! Spätere Beobachtungen bestätigten allerdings das Gemessene, damit gab es keine Zweifel mehr. Mein Kollege Christoph Simon hat es einmal treffend formuliert: „Es ist wirklich schwierig, mit Eurem [er war damals noch recht neu in unserem Team] Aufbau die Bellsche Ungleichung **nicht** zu verletzen!“

Obwohl mein Zivildienst beim Roten Kreuz in Seefeld mich in menschlichen Dingen ziemlich auf den Boden der Realität geholt hat — sofern ich dort nicht schon war — denke ich, daß auch philosophische Fragestellungen, wie sie unser Experiment aufwirft, ihren Platz in der Welt haben müssen. Das beste Beispiel gibt hier Seine Heiligkeit der 14. Dalai Lama, der sich mit so vielen schmerzlichen weltlichen Dingen beschäftigen mußte und muß, und trotzdem so klar über äußerst schwer zu fassende Fragestellungen nachdenken kann. Für seine Heiligkeit scheint es da auch gar keinen Konflikt zu geben, denn im tibetischen Buddhismus wird jeder Grundsatz, wie z. B. die Ethik, logisch begründet. Die unglaublich scharfe Logik im Denken war für mich neben der Warmherzigkeit der bleibendste Eindruck vom Besuch Seiner Heiligkeit in unseren Labors in Innsbruck.

A handwritten signature in dark ink, appearing to read 'Simon', with a long, sweeping horizontal stroke extending to the right.

# Abstract

The present thesis comprises three years' work on the conception, construction, and results of an experiment to test the very foundations of quantum physics. In 1935 Albert Einstein, Boris Podolsky, and Nathan Rosen [43] (EPR) claimed to have shown that quantum mechanics was an incomplete theory. This reasoning relied on three assumptions about completeness, reality, and locality. EPR felt, that a completion of quantum mechanics was possible. The introduction of hidden parameters would be such a realistic completion. In a response to EPR's work Niels Bohr's criticized the criterion of reality introduced by EPR. Bohr's view was that the experimental apparatus has to be included into the reality of a quantum phenomenon.

After Bell in 1965 [7] showed that such a completion by local hidden parameters would contradict the predictions of quantum physics for systems of entangled particle pairs, a number of experimental tests have been performed [47, 4, 73]. All recent experiments confirm the predictions of quantum theory with increasing experimental accuracy. Yet, from a strictly logical point of view, they don't succeed in ruling out a local realistic explanation completely because there are two essential loopholes. The first [93] builds on the fact that real experiments so far do not detect all particle pairs created, and that in principle the whole set of all pairs could still behave according to local realistic theories contrary to the experimental result. Bell early expressed his view that the more important loophole was the static character of all existing experiments. [10] The only experiment up to now, in which the directions of polarization analysis were switched while the particles were in flight, was performed by Aspect et al. [4] However, they used periodic switching, which was perfectly predictable. Thus communication between analyzers and particles slower than the speed of light [126] could in principle have explained their results.

The requirement of locality in the derivation of Bell's theorem can be satisfied by separating the measurement processes of the two observers by a space-like interval. Relativity then forbids any subluminal communication between the two observers during their respective measurements. This means that it is necessary to randomly choose a direction for analysis, to set the analyzer and finally to register the photon such that it is impossible for any information about these processes to travel via any (possibly unknown) channel to the other observer before he, in turn, finishes his measurement.

To achieve the timing conditions it was necessary to spatially separate the observers, in our case by 360 m across the Innsbruck university science campus (Fig. 0.1 and 4.10), which gave us  $1.2 \mu\text{s}$  to have each observer complete his individual measurement. Near the geometric center between the two observers we placed our type-II parametric down-conversion source, which emits polarization entangled photon pairs.

Each of the observers switched the direction of local polarization analysis using a transverse electro-optic modulator with DC to 30 MHz bandwidth. Its optic axes was set at  $45^\circ$  with respect to the subsequent polarizer. Applying a voltage causes a rotation of the polarization of light passing through

the modulator by a certain angle proportional to the voltage, which is equivalent to a rotation of the whole apparatus by the negative angle.



**Abbildung 0.1.:** Long-distance test of Bell’s inequalities at the Innsbruck university science campus. The source was located at the center, whereas the observers Alice and Bob had their stations at the western and eastern rims of the site respectively.

The actual orientation for local polarization analysis was determined independently by binary physical random number generators with a maximum toggle speed of 500 MHz (Fig. 4.22). All constant delays that occurred in our electronics including the time it took to detect an optical response to the random signal were determined experimentally to amount together to 75 ns. It was thus safe to assume that the specific choice of an analyzer setting would not be influenced by any event 100 ns earlier, if we allowed for another 25 ns, to be sure that the autocorrelation of the random number generator output signal was sufficiently low. The estimated 100 ns are much shorter than the  $1.2\mu\text{s}$  that any information about the other observer’s measurement is retarded.

For each photon that was detected by one of the silicon avalanche photodiodes behind the two polarizer outputs we stored the time of the photodetection pulse with high accuracy referenced to an atomic clock that had been synchronized to the other observers clock (Fig. 4.13). This resulted in a large table of time tags for each observer that were analyzed for coincidences after the measurements were finished. As there were four configurations on each side — two detectors with two switch positions — this procedure yielded 16 coincidence rates, appropriate for the analysis of Bell’s inequality [33]

$$S(\alpha, \alpha', \beta, \beta') = |E(\alpha, \beta) - E(\alpha', \beta)| + |E(\alpha, \beta') + E(\alpha', \beta')| \leq 2,$$

where  $E(\alpha, \beta) = [C_{++}(\alpha, \beta) + C_{-+}(\alpha, \beta) - C_{+-}(\alpha, \beta) - C_{--}(\alpha, \beta)]/N$  is the correlation of the two observers’ results for certain angles  $\alpha$  and  $\beta$  of their polarizers.  $N$  is the sum of the corresponding coincidence rates  $C$  and “+” means in this context that we detected a photon in transmission-mode of the polarizer and “−” that we detected it in the reflection-mode. In violation of this inequality quantum theory predicts that the rates  $C$  vary as  $\propto \sin^2(\beta - \alpha)$  and that the quantity  $S$  can be as big as  $S_{\text{max}}^{qm} = S^{qm}(0^\circ, 45^\circ, 22.5^\circ, 67.5^\circ) = 2\sqrt{2} = 2.82 > 2$

In our experiment a typically observed maximum value of the function was  $S = 2.73 \pm 0.02$  corresponding to a violation of the CHSH inequality of 30 standard deviations assuming only statistical errors (Table 5.3). Such a measurement took 10 s and is in good agreement with the quantum theoretical prediction. Measurements of the coincidence rates over the whole range of possible angles showed perfect sinusoidal variation with up to 97% visibility (Fig. 5.1 and 5.4).



# Einleitung

Als Max Planck um die Jahrhundertwende sein Gesetz zur Beschreibung der Hohlraumstrahlung mithilfe der seltsam anmutenden Quantenhypothese formulierte, konnte er noch nicht wissen, welche Revolution dadurch ausgelöst werden würde. Einstein war es, der die Idee weiterdachte und Photonen — Lichtteilchen — postulierte. Dennoch wurde gerade er einer der schärfsten Kritiker der daraus hervorgehenden Quantentheorie. Diese Kritik geht auf Einsteins tiefe Abneigung gegen den Indeterminismus, also die Rolle des objektiven Zufalls in der Quantentheorie zurück.

Am Anfang der Problematik stehen die quantentheoretische Meßvorschrift und das Komplementaritätsprinzip. Die Meßvorschrift besagt, daß die Zustandsfunktion eines quantentheoretischen Systems bei einer Messung auf einen Eigenvektor des gemessenen Operators reduziert wird. Nach der Kopenhagener Deutung ist die Zustandsfunktion unser Wissen über das System, das sich bei einer Messung ändert. Das Komplementaritätsprinzip besagt nach Bohr, daß man bestimmte Größen nicht gleichzeitig scharf messen kann, oder noch prägnanter ausgedrückt, über solche Größen nicht einmal gleichzeitig sprechen kann.

Experimentell stellt man weiters fest, daß es Systeme (Zustände) gibt, die bei der Messung einer bestimmten Größe kein eindeutiges Ergebnis liefern — das Meßergebnis ist im Einzelfall zufällig. Dies veranlaßte Einstein zu dem berühmten Ausspruch: „Gott würfelt nicht!“ In der klassischen Physik tritt der Zufall im allgemeinen nur als subjektiver Zufall, also aus Nichtwissen des Beobachters über innere Eigenschaften des Systems, auf. In der Quantentheorie hingegen gibt es auch den objektiven Zufall bei der Messung einer Überlagerung (Superposition) verschiedener Eigenzustände der gemessenen Größe. Genau über diesen Punkt wurde seit der Formulierung der Quantentheorie am meisten diskutiert. Daneben tritt auch in der Quantentheorie der subjektive Zufall in sogenannten Gemischen bzw. gemischten Zuständen auf.

Diese quantentheoretischen Konzepte verursachen kombiniert mit klassischen Ideen über Subjekt – Objekt Beziehung und Realismus Konflikte mit Konzepten der Relativitätstheorie. Diese Konflikte sind allerdings nur konzeptioneller Natur und nicht als Verletzung von Prinzipien der Relativität oder Kausalität zu verstehen.

Der oben angedeutete Konflikt wurde erstmals 1935 von Albert Einstein, Boris Podolsky und Nathan Rosen (EPR) schriftlich festgehalten [43] (im Weiteren werde ich immer den gängigen Namen EPR-Paradoxon für die beschriebene Problematik verwenden). In jener Arbeit formulierten die Autoren sehr genau, welche Elemente ihrer Meinung nach eine vernünftige physikalische Theorie enthalten müßte. Davon ausgehend zeigten sie, daß die Quantentheorie nach diesen Kriterien unvollständig ist.

Weiters nahmen die Autoren an, daß es eine Vervollständigung geben könnte. Leider hat Einstein nie schriftlich festgehalten, wie er sich eine solche Vervollständigung vorgestellt hätte. Gemeinhin werden solche Vervollständigungen als verborgene Parameter oder verborgene Variablen bezeichnet. Man versteht darunter hypothetische Eigenschaften eines Quantenobjekts, die uns aufgrund unserer unvoll-

kommenen Meßmethoden nicht zugänglich sind. Trotz ihrer Verborgenheit sollen sie jedoch gerade jene Meßergebnisse genau bestimmen, die wir in der Quantentheorie als objektiv zufällig beschreiben.

Bohrs Antwort auf EPR [17] war leider wesentlich weniger klar als die kritisierte Arbeit selbst. Die Essenz ist, daß Bohr eine gemeinsame Realität jener Messungen ablehnt, welche bei EPR zum Paradoxon führen. Dies ist auch ein wesentlicher Punkt in der Kopenhagener Deutung der Quantentheorie. Der interessanteste Punkt ist, daß es damals weder ein theoretisches Kriterium noch geeignete Experimente gab, um den Zwist entscheiden zu können.

Erst 1965 fand John S. Bell eine mathematische Beziehung — die Bellsche Ungleichung [7] — mit der wir überprüfen können, ob Ergebnisse bestimmter Zweiteilchenexperimente mit hypothetischen verborgenen Parametern verträglich sind. Überraschenderweise wird mit der Bellschen Ungleichung gleich eine sehr große Klasse von Modellen auf Ihre Tauglichkeit überprüft. Diese Klasse wird durch einige wenige Annahmen gebildet. Eine zentrale ist die sogenannte Lokalitätsannahme, die auch bei EPR als Prämisse eingeht. Die Annahme besagt im wesentlichen, daß ein konkretes Einzelmeßergebnis nur durch Größen beeinflusst wird, die lokal, also am Ort der Einzelmessung, vorliegen. Dies sind z. B. ein hypothetischer verborgener Parameter oder die konkrete Anordnung des jeweiligen Meßapparates, nicht jedoch ein weit entfernter Teil des experimentellen Aufbaus oder ein weit entferntes anderes Quantenteilchen.

Die Quantentheorie sagt nun voraus, daß die Größen, die in die Bellsche Ungleichung eingehen, immer vom Gesamtzustand des Systems und vom gesamten Meßapparat abhängen. Damit gibt es Zweiteilchensysteme, bei denen nicht über die Eigenschaften eines einzelnen Teilchens gesprochen werden kann, obgleich es wohldefinierte gemeinsame Eigenschaften der Teilchenpaare geben mag. Dies führt zu sehr starken Korrelationen zwischen (auch weit entfernten) Messungen, die mit den hypothetischen verborgenen Parametern nicht erklärt werden können.

Nach der Entdeckung der Bellschen Ungleichung stellte man fest, daß es noch keine Experimente gab, deren Ergebnisse man in die mathematischen Ausdrücke einsetzen hätte können. Bald jedoch wurden verschiedene Tests durchgeführt, welche im Großen und Ganzen die quantentheoretischen Aussagen bestätigten und damit lokale verborgene Parameter ausschlossen [47, 4]. Alle diese Experimente litten jedoch an zwei wesentlichen Unzulänglichkeiten. Zum einen waren die verwendeten Detektoren zuwenig effizient, zum anderen gelang es niemandem, die zwei Einzelmessungen, deren Korrelation man ermitteln will, raumartig zu trennen. Die raumartige Trennung ist nötig, um der Lokalitätsannahme in der Herleitung der Bellschen Ungleichung zu genügen.

In dieser Arbeit möchte ich nun die Idee, den Aufbau und die Durchführung eines Experiments beschreiben, das eben diese raumartige Trennung der Beobachtungen erzielt hat. Wir sprechen hier auch oft von einem Experiment mit — im Einsteinschen Sinn — unabhängigen Beobachtern.

# I. Theoretisches

## I.1. Quantentheorie und verschränkte Zustände

In der Quantentheorie wird ein System durch seine Wellenfunktion bzw. durch seinen Zustand beschrieben. Dieser Zustand ist ein normierter Vektor in einem entsprechenden Hilbertraum. Der Raum kann endlich dimensional sein (z. B. für Spins) oder unendlich dimensional (z. B. für den Konfigurationsraum). Nach der Kopenhagener Deutung beschreibt der Zustand das Wissen des Beobachters über das System. In einem Hilbertraum der Dimension  $N$  gibt es eine Basis, die wir hier mit  $|\varphi_i\rangle$  bezeichnen, mit  $i = 1..N$ . In dieser Basis lautet der Zustand  $|\psi\rangle$ :

$$|\psi\rangle = \sum_{i=1}^N c_i |\varphi_i\rangle \quad (1.1)$$

Eine Messung ist die Wechselwirkung eines Quantensystems mit einem (klassischen) Apparat. Jede meßbare Größe wird durch einen Operator im Hilbertraum beschrieben. Die einzig möglichen Meßwerte sind die Eigenwerte  $a_i$  des Operators. Die Wahrscheinlichkeit  $P(a_i)$  einen bestimmten Eigenwert  $a_i$  zu messen, ist durch das Absolutquadrat der Projektion des Zustandes auf den zugehörigen normierten Eigenvektor  $|u_i\rangle$  gegeben.

$$P(a_i) = |\langle u_i | \psi \rangle|^2 \quad (1.2)$$

Das gilt für einen nicht entarteten Eigenwert eines Operators mit diskretem Spektrum. Selbst in diesem Postulat der Quantentheorie wird nicht erklärt, welcher der Eigenwerte bei einer konkreten einzelnen Messung an einem bestimmten System realisiert wird. Dies ist in der strengen Auffassung der Quantentheorie objektiv zufällig, man darf also strikt gesehen nicht einmal über dieses Einzelereignis sprechen. Die Theorie liefert in den meisten Fällen also nur statistische Vorhersagen, obwohl die zeitliche Evolution nach der Schrödingergleichung deterministisch erfolgt.

Um mit ein und demselben Formalismus auch Konzepte aus einem statistischen Überbau über die Quantentheorie ausdrücken zu können, erweitert man den Begriff der Zustandsvektoren auf eine verallgemeinerte Menge von sogenannten Dichteoperatoren im Hilbertraum. Zu einem Zustandsvektor  $|\psi\rangle$  im Hilbertraum gehört in eindeutiger Weise ein Dichteoperator oder Projektor  $|\psi\rangle\langle\psi|$ . Umgekehrt gibt es aber Dichteoperatoren, die nicht in eindeutiger Weise auf einen Zustandsvektor zurückgeführt werden können. Solche Dichteoperatoren beschreiben gemischte Zustände. Sie können als Linearkombinationen von Projektoren ausgedrückt werden.

$$\rho = \sum_{k=1}^M p_k |\psi_k\rangle\langle\psi_k| \quad (1.3)$$

$\rho$  ist der Dichteoperator eines gemischten Zustandes, bei dem die Wahrscheinlichkeit, daß sich das System (oder ein Vertreter eines Ensembles) im Zustand  $|\psi_k\rangle$  (von  $M$  möglichen) befindet, gerade  $p_k$  ist. Die Summe der  $p_k$  muß dabei natürlich eins ergeben, um einen physikalischen Zustand zu beschreiben.

Die Wahrscheinlichkeiten können beispielsweise Besetzungszahlen der atomaren Niveaus in einem Gas beschreiben. Man benötigt die Besetzungszahlen um thermodynamische Größen daraus ableiten zu können. Wie aus dem Beispiel deutlich wird gibt uns der Dichteoperator die Möglichkeit ein inkohärentes Ensemble zu beschreiben.

Mithilfe des Dichteoperators  $\rho$  kann, ähnlich wie oben, die Wahrscheinlichkeit  $P(a_i)$  errechnet werden, einen bestimmten Eigenwert  $a_i$  eines Operators zum Eigenvektor  $|u_i\rangle$  als Resultat einer Messung der entsprechenden Größe zu erhalten.

$$P(a_i) = \text{Tr}\{|u_i\rangle\langle u_i|\rho\} \quad (1.4)$$

Allgemeiner findet man den Erwartungswert jeder Größe, die durch einen Operator  $A$  gegeben ist, durch Spurbildung über dessen Produkt mit dem Dichteoperator.

$$\langle A \rangle_\rho = \text{Tr}\{A\rho\} \quad (1.5)$$

Zusammengesetzte Systeme mit mehreren Quanten oder Freiheitsgraden werden durch das Tensorprodukt der Teilhilberträume beschrieben und nicht wie in der klassischen Mechanik durch ein kartesisches Produkt der Phasenräume. Der entscheidende Unterschied ist, daß im Tensorproduktraum Elemente (Zustandsvektoren) existieren, die nicht Tensorprodukte von Elementen der Teilräume (Vektoren) sind.<sup>1</sup> Solche Zustände bezeichnet man als **verschränkt**<sup>2</sup> (engl. entangled). Im weiteren meine ich mit Verschränkung immer einen Zustand zweier Quanten, der in keiner Basis ein Tensorprodukt ist. Wenn wir mit  $|u_{1,2}\rangle_a$  und  $|v_{1,2}\rangle_b$  die Basiszustände zweier Quanten  $a$  und  $b$  bezeichnen, dann ist der Zustand

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}[|u_1\rangle|v_1\rangle - |u_2\rangle|v_2\rangle] \\ \rho &= \frac{1}{2}[|u_1\rangle|v_1\rangle\langle u_1|\langle v_1| - |u_1\rangle|v_1\rangle\langle u_2|\langle v_2| - |u_2\rangle|v_2\rangle\langle u_1|\langle v_1| + |u_2\rangle|v_2\rangle\langle u_2|\langle v_2|] \end{aligned} \quad (1.6)$$

ein verschränkter Zustand, der nicht faktorisiert. Bei diesem Zustand kann man nicht mehr von den Eigenschaften eines einzelnen Quants sprechen, sondern nur mehr von gemeinsamen Eigenschaften der beiden Quanten. Dies wird deutlich, wenn man Messungen durchführt, die nur auf ein Teilchen wirken. Mathematisch kann man dies durch partielle Spurbildung über den Teilraum des nicht gemessenen Partners ausdrücken.

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \text{Tr}_2\{\rho\} \\ &= \sum_{i=1}^2 \langle v_i|\rho|v_i\rangle \end{aligned} \quad (1.7)$$

---

<sup>1</sup>Pauli schreibt: „Die Art, wie zusammengesetzte Systeme in der Quantentheorie beschrieben werden, ist von grundlegender Wichtigkeit für die Theorie und charakteristisch für sie.“ [92]

<sup>2</sup>Der Begriff „Verschränkung“ wurde von Schrödinger in [109] geprägt.

$$= \frac{1}{2} [|u_1\rangle\langle u_1| + |u_2\rangle\langle u_2|] \quad (1.8)$$

Der Dichteoperator  $\rho_1$  ist ein gemischter Zustand, in dem es keine Kohärenz zwischen den beiden Komponenten gibt. Das einzelne Quant hat also wirklich weder die Eigenschaft  $|u_1\rangle$ , noch die Eigenschaft  $|u_2\rangle$ , noch eine Superposition der beiden. Die Wahrscheinlichkeit, bei einer Messung eines der beiden Ergebnisse zu finden, ist gerade  $1/2$ . Diese Wahrscheinlichkeiten können aber im Gegensatz zu einer kohärenten Superposition der beiden Möglichkeiten auf unser Unwissen über das System oder die Umgebung zurückzuführen sein, nicht notwendigerweise aber auf objektiven Zufall.

Wenn wir hingegen gemeinsame Messungen beider Quanten des Zustands (1.6) betrachten, erhalten wir ein vollkommen anderes Bild. Betrachten wir beispielsweise den Projektor  $\langle u_1|\langle v_1|$ , mit dem wir die Wahrscheinlichkeit  $P(a = 1, b = 1)$  ausdrücken können Quant  $a$  im Zustand  $|u_1\rangle$  und Quant  $b$  im Zustand  $|v_1\rangle$  zu messen.

$$P(a = 1, b = 1) = |\langle u_1|\langle v_1|\psi\rangle|^2 = \frac{1}{2} \quad (1.9)$$

Weiters ist die Wahrscheinlichkeit  $P(a = 1, -)$  Quant  $a$  ohne Berücksichtigung von  $b$  im Zustand  $|u_1\rangle$  zu finden auch gerade  $1/2$ . Daher ist die bedingte Wahrscheinlichkeit

$$P(b = 1|a = 1) = \frac{P(a = 1, b = 1)}{P(a = 1, -)} = 1. \quad (1.10)$$

Das heißt in Worten, daß wir mit Sicherheit Quant  $b$  im Zustand  $|v_1\rangle$  messen, sofern wir  $a$  im Zustand  $|u_1\rangle$  vorgefunden haben.

Wie oben schon gesagt, gibt es also in der Quantenphysik Systeme, bei denen einzelne Teilchen keine definierten Eigenschaften haben, aber dennoch zu einem oder mehreren Partnern überaus stark korreliertes Verhalten zeigen. Die Frage, ob solche Systeme auch in der Natur realisiert sind, ob man dieses Verhalten mit Zusatzannahmen zur Quantentheorie „erklären“ könnte, und die Frage, ob es hier geisterhafte Fernwirkungen gibt, wird uns im weiteren beschäftigen.

## I.2. Das EPR-Paradoxon

In einer bahnbrechenden Arbeit formulierten Albert Einstein, Boris Podolsky und Nathan Rosen 1935 sehr präzise einen gewichtigen Kritikpunkt an der Quantentheorie [43]. Auch wenn man nicht unbedingt ihre philosophische Schlußfolgerung teilen muß, und durchaus auch andere Standpunkte offen bleiben, ist das, was oft als EPR-Paradoxon bezeichnet wird, etwas, das jedem zu denken geben sollte. Es formuliert die Inkompatibilität zwischen einigen ganz allgemeinen Annahmen über physikalische Theorien und der Quantentheorie. Den Schluß der obengenannten Autoren, daß daher die letztere vervollständigt werden müsse, teilen aber wohl nur mehr wenige.

In die Argumentation des Aufsatzes gehen im Wesentlichen drei zentrale Annahmen über eine physikalische Theorie ein:

- **Vollständigkeit** Eine vollständige physikalische Theorie muß für jedes Element der physikalischen Realität ein entsprechendes theoretisches Gegenstück (Konzept, Begriff, etc.) haben.

- **Realität** Wenn wir, ohne ein physikalisches System zu stören, mit Sicherheit (d.h. mit Wahrscheinlichkeit 1) den Wert einer physikalische Größe vorhersagen können, dann gibt es ein dieser Größe entsprechendes Element der physikalischen Realität.
- **Lokalität** Wenn zwei Systeme nicht mehr miteinander wechselwirken (z.B. weil sie weit voneinander entfernt sind), dann kann keine wirkliche Veränderung am zweiten System als Folge eines Eingriffs in das erste System auftreten.

Die Annahme über die Vollständigkeit ist wohl eine sehr allgemeine. Sie drückt nichts anderes aus, als daß zumindest die gesamte physikalische Realität eines bestimmten Problemkreises in einer Theorie enthalten sein muß, damit man diese als vollständig bezeichnen kann. Unter dem Begriff Realität verstehen EPR nun etwas spezieller diejenigen Phänomene, die wir mit Sicherheit vorhersagen können, ohne daß wir das jeweilige System stören. Diese Definition gibt allerdings nur ein notwendiges nicht jedoch ein hinreichendes Kriterium.

Auf das „Stören“ bezieht sich nun die Lokalitätsannahme. Wenn wir (instantane) Fernwirkungen ausschließen — also Signale mit Überlichtgeschwindigkeit — dann können wir erreichen, daß zwei Systeme bei genügender Entfernung nicht mehr wechselwirken können.

Ich möchte nun einen Teil der (mathematischen) Argumentation von EPR hier zur Klarheit wiederholen. Gegeben seien zwei Teilchen, die eine bis zu einem Zeitpunkt wechselwirken, und danach getrennt werden. Dann können wir, wenn wir die Zustände der Teilchen vorher gekannt haben, mithilfe der Quantentheorie den gemeinsamen Zustand der beiden nach der Wechselwirkung berechnen. Dieser Zustand sei

$$\Psi(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{(2\pi i/h)(x_1 - x_2 + x_0)p} dp. \quad (1.11)$$

Er kann in Eigenfunktionen  $u_p = e^{(2\pi i/h)px_1}$  von  $P_1 = (h/2\pi i)\partial/\partial x_1$  ausgedrückt werden als

$$\Psi(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_p(x_2) u_p(x_1) dp, \quad (1.12)$$

wobei die  $\psi_p(x_2)$  gleichzeitig Eigenfunktionen von  $P_2$  zum Eigenwert  $-p$  sind.

Andererseits kann man den Zustand (1.11) auch in Eigenfunktionen  $v_x(x_1) = \delta(x_1 - x)$  von  $Q_1 = x_1$  entwickeln

$$\Psi(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_x(x_2) v_x(x_1) dx \quad (1.13)$$

mit  $\varphi_x(x_2) = h \delta(x - x_2 + x_0)$  als Koeffizienten. Diese Koeffizienten sind aber wiederum Eigenfunktionen von  $Q_2 = x_2$  zum Eigenwert  $x + x_0$ .

Durch eine Messung von Teilchen 1 legen wir nach den Regeln der Quantentheorie aber fest, welche Eigenzustände nach der Messung vorliegen. Wir könnten also, ohne das Teilchen 2 zu beeinflussen, Eigenzustände zweier nicht kommutierender Operatoren messen und jeweils die Meßergebnisse mit Sicherheit voraussagen. Damit hätten wir zwei simultane Elemente der Realität, was in der Quantentheorie für Messungen nicht kommutierender Operatoren nicht erlaubt ist. Daraus schließen die Autoren, daß die Wellenfunktion keine vollständige Beschreibung der Realität ist.

Ein möglicher Einwand ist, daß das benutzte Realitätskriterium nicht restriktiv genug sei, weil es simultane Elemente der Realität zuläßt, die praktisch nicht simultan gemessen oder vorhergesagt werden können. Dieser Einwand wird von EPR sogleich ausgeschlossen, weil sie nicht akzeptieren,

daß die Realität der physikalischen Größen des einen Teilchens von der Art der Messung abhängt, die am anderen durchgeführt wird (und daher das erstere nicht beeinflussen kann). Nach EPR kann keine vernünftige Definition der Realität so etwas zulassen.

Die Antwort von N. Bohr [17] auf den Aufsatz von EPR fiel leider weit weniger klar aus und stützt sich auf das Konzept der Komplementarität. Insbesondere heißt Komplementarität hier für Bohr, daß der jeweilige Meßapparat in die Definition des „Elements der Realität“ einbezogen werden muß. Dies hält Bohr für notwendig, denn bei der Definition der Realität geht es um die Frage nach „*einem Einfluß auf die Bedingungen, welche die möglichen Arten von Voraussagen über das zukünftige Verhalten des Systems bestimmen*“. Damit gibt es aber keine zwei simultanen Elemente der Realität mehr wie in EPRs Aufsatz dargelegt. Es scheint, als sei dies gerade der Kritikpunkt, den EPR schon vorweg ausschließen wollten.

Punkte, die bei keinem der Artikel klar ausformuliert sind, sind die Fragen, ob die „Realität“ lokal ist und ob und wie sich Wissen und Information ausbreiten. Bohr hat vielleicht nicht bedacht, daß man heute zwischen komplementären Messungen so schnell umschalten kann, daß der Meßapparat des ersten Teilchens nicht in die Realität des zweiten Teilchens eingehen kann. Andererseits existiert die Information über den Meßapparat auch nur in der Gegend der Messung des ersten Systems, und daher haben wir nicht die Möglichkeit, ein entsprechendes Element der Realität in der Gegend der Messung des zweiten Teilchens zu definieren. Damit ergibt sich auch mit der übrigen Argumentation von EPR kein Widerspruch.

Die Frage, ob EPR recht haben oder nicht, ist physikalisch nicht besonders relevant, weil die Schlußfolgerung nicht direkt experimentell getestet werden kann. EPRs Vermutung, daß es eine Vervollständigung der Quantentheorie (durch verborgene Parameter) geben könnte, ist allerdings unabhängig von der Richtigkeit des Aufsatzes interessant. Weiters muß man sich konsequenterweise mit der Frage beschäftigen, ob die Quantentheorie nichtlokal ist, d.h. ob es dort Wirkungen oder Effekte gibt, die sich schneller als das Licht durch den Raum fortbewegen.

Zur Vervollständigung dieses Abschnitts möchte ich hier noch kurz ein Gedankenexperiment von David Bohm beschreiben, das unmittelbar an das EPR Gedankenexperiment anschließt, aber durch den endlich dimensional Hilbertraum, in dem es formuliert ist, viel leichter überschaubar ist [16]. Wir betrachten dazu ein Molekül mit Gesamtspin null, das aus zwei Atomen mit Spin 1/2 besteht. Der Spin eines solchen Moleküls können wir mit der Wellenfunktion

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_+(1)\psi_-(2) - \psi_-(1)\psi_+(2)] \quad (1.14)$$

beschreiben, wobei  $\psi_+(1)$  sich auf die Spinwellenfunktion von Atom 1 bezieht, wenn es Spin  $+\hbar/2$  bezüglich einer frei gewählten Quantisierungsachse hat. Wenn dieses Molekül nun aufbricht, und die beiden Atome in verschiedene Richtungen fliegen, dann muß nach der Drehimpulserhaltung der Gesamtspin immer noch null sein. Damit können wir aber aus der Spin-Messung von Atom 1 direkt auf den Spin von Atom 2 schließen: wir haben dieselben Voraussetzungen wie in dem System, das EPR für ihr Argument benutzen. Interessanterweise ist dieser Zustand auch rotationssymmetrisch, d.h. unabhängig davon welche Achse wir für die Messung an Atom 1 wählen, wird Atom 2 nach der Messung von Atom 1 immer eine Spinwellenfunktion haben, die orthogonal zu der an Atom 1 gemessenen ist.

Statt einer Spinwellenfunktion kann man auch Polarisation (von Photonen) als verschränkten Freiheitsgrad wählen. Wie ebenfalls schon von Bohm beschrieben, lautet der Polarisationsanteil des Zustan-



des dann

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_x(1)\psi_y(2) - \psi_y(1)\psi_x(2)] \quad (1.15)$$

wobei  $x$  und  $y$  sich auf zwei beliebige orthogonale Polarisationsmoden beziehen. Dieser Zustand hat dieselben Eigenschaften bezüglich Verschränkung, Korrelation der Teilchen und Rotationsinvarianz. Allerdings sind die in den Transformationen der Zustände auftretenden räumlichen Winkel immer nur halb so groß wie bei Fermionen.

Bohm betrachtete nun Experimente, bei denen die beiden Photonen eines Paares im Zustand (1.15) an Elektronen in Festkörpern gestreut worden waren [124]. Die Korrelationen der Streuamplituden zu verschiedenen Streuwinkeln zweier orthogonaler Streuebenen untersuchte Bohm auf Übereinstimmung mit verschiedenen Hypothesen über die Entwicklung der Zweiteilchenwellenfunktion. Berechnungen mithilfe der quantentheoretischen Standardannahme, daß sich die Wellenfunktion nicht ändern würde, wenn die Teilchen voneinander entfernt sind, lieferten die beste Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen. Als Gegenhypothese benutzte Bohm verschiedene Modelle zur Dekohärenz mit zunehmender Entfernung der Teilchen, also die Entwicklung von einem verschränkten Zustand in einen Produktzustand bestimmter Polarisierungen. Eine solche Hypothese über die spontane Dekohärenz bei räumlicher Trennung der beiden Teilchen wurde erstmals von Furry [50] formuliert. Dieser Vergleich mit experimentellen Daten war eine der ersten Bestätigungen, daß das EPR-Paradoxon wirklich existierte.

### 1.3. Lokalität

Sehr zentral in der ganzen Problematik ist die Frage nach der Lokalität oder Nichtlokalität in Theorie und Realität. Lokalität einer Theorie kann man auf verschiedenste Arten definieren. M. Redhead [105] betrachtet verschiedene Lokalitätsannahmen angepaßt an verschiedene Interpretationen der Quantentheorie:

- **(L)** Elemente der Realität, die zu einem System gehören, können nicht durch entfernte Messungen an einem anderen System beeinflusst werden.
- **(LOC1)** Ein unscharfer Wert einer Observablen kann nicht durch entfernte Messungen zu einem scharfen Wert verändert werden.
- **(LOC2)** Ein vorher undefinierter Wert einer Observablen kann nicht durch entfernte Messungen definiert werden.

Mit **(L)** wird das Lokalisierungsprinzip bezeichnet, das implizit in der Arbeit von EPR vorkommt. **(LOC1)** ist angepaßt an eine vollkommen realistische Interpretation der Quantentheorie mit unscharfen, aber definierten Werten aller Observablen zu allen Zeiten. Aus dem EPR Argument geht hervor, daß diese Interpretation nicht mit der Quantentheorie verträglich ist. Auf die Kopenhagener Interpretation müßte man **(LOC2)** anwenden. Bohrs Antwort auf EPR besteht gerade in der Ablehnung dieser Lokalisierungsannahme, ohne daß aber echte physikalischen Effekte auftreten müßten, welche die spezielle Relativität verletzen würden.

Später werden wir bei der Diskussion der Bellschen Ungleichungen sehen, daß auch der Weg einer realistischen Vervollständigung der Quantentheorie unweigerlich auf Modelle führt, die **(LOC1)** verletzen, unter der Annahme, daß die quantentheoretischen Vorhersagen reproduziert werden müssen.



## I.4. Lokaler Realismus und Theoreme gegen verborgene Variable in der Quantentheorie

In einer realistischen Interpretation der Quantentheorie — wie von EPR am Schluß ihrer berühmten Arbeit in Aussicht gestellt — sollte im Gegensatz zur Kopenhagener Deutung kein objektiver Zufall mehr auftreten. Eine Observable sollte für ein einzelnes System immer einen scharfen, eventuell unbekannten Wert haben, der bei einer Messung „entdeckt“ wird. Keine physikalische Größe wäre jemals undefiniert oder bedeutungslos.<sup>3</sup>

Um ein wirkliches physikalisches Modell zu erhalten, müßten wir natürlich wesentlich mehr erklären. Wir müßten eine Dynamik dieser scharfen Werte der Observablen spezifizieren, einschließlich einer Begründung, warum keine gemeinsamen scharfen Zustände inkompatibler Observabler präpariert werden können. Solche Zustände mit verborgenen Variablen werden oft auch als *dispersionsfreie* oder *super-reine* Zustände bezeichnet.

Mathematisch können wir die verborgenen Parameter durch ein Symbol  $\lambda$  beschreiben. Für ein bestimmtes  $\lambda$  sind die Werte aller Observablen reellwertige Funktionen über dem Bereich  $\Lambda$  der möglichen Werte der verborgenen Variablen. Nehmen wir an,  $Q$  sei eine Observable für einen Quantenzustand  $|\psi\rangle$ . Den Wert von  $Q$  schreiben wir dann als  $Q_\psi(\lambda)$ . Für unseren Quantenzustand muß auch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung  $\rho_\psi(\lambda)$  der verborgenen Variablen existieren. Mithilfe dieser Verteilung können wir den Erwartungswert einer Observablen für einen Quantenzustand berechnen.

$$\langle Q \rangle_\psi = \int_\Lambda Q_\psi(\lambda) \rho_\psi(\lambda) d\lambda \quad (1.16)$$

Als zusätzliche Annahme geht hier ein, daß für die verborgenen Variablen ein Wahrscheinlichkeitsraum existieren muß. Noch einschränkender ist, daß alle Observablen Zufallsvariablen über demselben Wahrscheinlichkeitsraum sind. Es muß also auch für inkompatible Observable simultane, gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilungen geben. Dies wird von einigen Autoren als unzulässige Beschränkung abgelehnt, weil es die Unverträglichkeit mit quantentheoretischen Voraussagen nahelegt [45].

Es stellt sich also heraus, daß allein die mathematische Struktur der Quantentheorie möglichen Modellen mit verborgenen Variablen schon starke Beschränkungen auferlegt. Es gab daher einige Versuche rein algebraisch die Möglichkeit einer Erweiterung der Quantentheorie durch verborgene Variable zu widerlegen.

Allerdings herrschte unter den Autoren Uneinigkeit, welche Bedingungen den verborgenen Variablen auferlegt werden müßten und welche nicht. Bell faßte die verschiedenen Argumente zusammen und fand eine Gemeinsamkeit in allen Artikeln [8]. Alle „Theoreme“ gegen verborgene Variable konnten nur bewiesen werden, weil die jeweiligen Autoren explizit oder implizit annahmen, daß die Erwartungswerte inkompatibler Observabler für dispersionsfreie Zustände linear sein sollten [86] oder in anderer Weise verknüpft [61]. Auch die Arbeit Gleasons fällt in diese Kategorie, obwohl sie sich von vornherein nicht mit verborgenen Variablen beschäftigt. Diese Annahme muß nach Bell zurückgewiesen werden, weil sie in nicht-trivialer Weise die Ergebnisse von Messungen verknüpft, welche nicht gleich-

<sup>3</sup>Daneben gibt es auch sogenannte stochastische verborgene Variable, die das Meßergebnis für eine beliebige Observable nicht exakt bestimmen, sondern nur eine (klassisch zu verstehende) Wahrscheinlichkeitsverteilung dafür vorgeben. Die stochastischen verborgenen Variablen werden nur selten als mögliche Alternative gehandelt, weil wiederum auf der mikroskopischen Ebene nicht deterministisches Verhalten vorherrscht.

zeitig durchgeführt werden können. Bell meint, daß die quantentheoretischen Voraussagen nur erfüllt werden müssen, nachdem über die super-reinen Zustände gemittelt wurde.

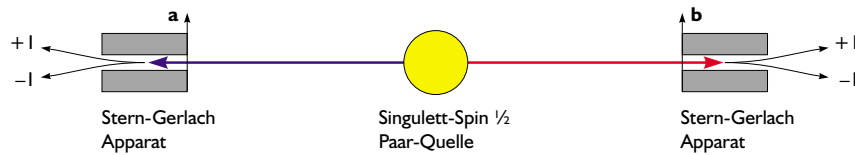
Wenn wir nun diese algebraischen Forderungen an Theorien mit verborgenen Variablen lockern, gibt es dennoch vernünftige Bedingungen, die man stellen kann. Die verborgenen Variablen sollten räumlich begrenzt wirken und sich zeitlich deterministisch entwickeln. Diese Eigenschaften würde man wünschen, um im Einsteinschen Sinn eine wohldefinierte Theorie zu erhalten.

Eines der wenigen durchformulierten Modelle mit verborgenen Variablen ist die Bohmsche Quantentheorie [14, 15]. Diese Theorie hat jedoch offenkundig eine der oben genannten Eigenschaften nicht: Es gibt (verborgene) Potentiale, die sich ohne kausale Ausbreitung durch den gesamten Raum erstrecken und instantan ändern. Es erschien Bell daher sinnvoll zu fragen, was man über Theorien mit den oben genannten Eigenschaften aussagen kann.

## I.5. Die Bellsche Ungleichung

### I.5.1. Das Original

In der historischen Arbeit *On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox* fand Bell einen Beweis, daß Theorien mit lokalen verborgenen Variablen nicht in jeder Hinsicht die quantentheoretischen Vorhersagen für gewisse Systeme reproduzieren können [7]. Ich möchte hier die ursprüngliche Ableitung wiederholen, auch wenn es nicht die einfachste Form ist.<sup>4</sup>



**Abbildung 1.1.:** Schematische Darstellung eines Bell-Gedankenexperiments mit verschränkten Spin-1/2 Teilchen. Die Quelle emittiert Paare, die an zwei entfernten Orten mit Stern-Gerlach Apparaten analysiert werden, deren Feldgradienten die Richtungen **a** und **b** haben. Die möglichen Meßergebnisse sind  $\pm 1$ , je nachdem, ob das zugehörige Teilchen nach oben oder unten abgelenkt wurde. Die Korrelation  $E(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  ist das gemittelte Produkt der beiden Meßergebnisse.

Betrachten wir dazu ein System (siehe Abbildung 1.1) bestehend aus zwei Spin-1/2 Teilchen, die im Singulett-Zustand

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}[|+\rangle_1|-\rangle_2 - |-\rangle_1|+\rangle_2] \quad (1.17)$$

„geboren“ wurden, wobei  $|\pm\rangle$  einen Zustand mit Spinkomponente  $\pm\hbar/2$  in  $z$ -Richtung bezeichnet. Dann können wir am Teilchen 1 den Spin<sup>5</sup>  $\vec{\sigma}_1 \cdot \mathbf{a}$ , z. B. mit einem Stern-Gerlach Apparat in Richtung **a** messen und ebenso  $\vec{\sigma}_2 \cdot \mathbf{b}$  an Teilchen 2. Diese Operatoren haben die Eigenwerte  $\pm 1$ . Die

<sup>4</sup>Es gibt unzählige Variationen der Bellschen Ungleichung, teilweise besser angepaßt an experimentelle Gegebenheiten. Immer noch die beste Übersicht darüber verschafft eine Zusammenfassung von Clauser und Shimony [34].

<sup>5</sup>Ich bezeichne Vektoren immer mit fettgedruckten Symbolen, nicht jedoch den Pseudovektor der Pauli-Matrizen, welcher mit einem übergestellten Pfeil bezeichnet wird.

Matrizelemente von  $\vec{\sigma}_1 \cdot \mathbf{a}$  in der Basis  $|\pm\rangle$  sind

$$\begin{pmatrix} a_3 & a_1 - ia_2 \\ a_1 + ia_2 & -a_3 \end{pmatrix}.$$

Damit berechnen wir den Erwartungswert  $E^{\text{qt}}$  für das Produkt der beiden Spinmessungen.

$$\begin{aligned} \langle \Psi | \vec{\sigma}_1 \cdot \mathbf{a} \otimes \vec{\sigma}_2 \cdot \mathbf{b} | \Psi \rangle &= \frac{1}{2} [\langle + | \vec{\sigma}_1 \cdot \mathbf{a} | + \rangle \langle - | \vec{\sigma}_2 \cdot \mathbf{b} | - \rangle - \\ &\quad - \langle + | \vec{\sigma}_1 \cdot \mathbf{a} | - \rangle \langle - | \vec{\sigma}_2 \cdot \mathbf{b} | + \rangle - \\ &\quad - \langle - | \vec{\sigma}_1 \cdot \mathbf{a} | + \rangle \langle + | \vec{\sigma}_2 \cdot \mathbf{b} | - \rangle + \\ &\quad + \langle - | \vec{\sigma}_1 \cdot \mathbf{a} | - \rangle \langle + | \vec{\sigma}_2 \cdot \mathbf{b} | + \rangle] \\ &= \frac{1}{2} [-a_3 b_3 - (a_1 - ia_2)(b_1 + ib_2) - (a_1 + ia_2)(b_1 - ib_2) - a_3 b_3] \\ &= -[a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3] = -\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = E^{\text{qt}}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \end{aligned} \quad (1.18)$$

Dieses Ergebnis sollte auch von einer erweiterten Quantentheorie reproduziert werden und wir führen durch einen Parameter  $\lambda$  eine solche „Vervollständigung“ der Quantentheorie ein.  $\lambda$  ist dabei ein beliebiges mathematisches Objekt sein, solange auf der Definitionsmenge ein Maß gegeben ist. Wir betrachten hier einen einzelnen reellen Parameter. Das Ergebnis  $A$  einer Messung der quantenmechanischen Observablen  $\vec{\sigma}_1 \cdot \mathbf{a}$  am Teilchen 1 wird nun durch  $\mathbf{a}$  und  $\lambda$  bestimmt. Ebenso ist  $B$  eine Funktion von  $\mathbf{b}$  und  $\lambda$ . Weiters gilt

$$A(\mathbf{a}, \lambda) = \pm 1, \quad B(\mathbf{b}, \lambda) = \pm 1. \quad (1.19)$$

Die entscheidende Annahme ist, wie schon oben angedeutet, daß das Ergebnis  $B$  für Teilchen 2 nicht von  $\mathbf{a}$ , der Analyserichtung für Teilchen 1, abhängt, und auch nicht umgekehrt das Ergebnis  $A$  für Teilchen 1 von  $\mathbf{b}$ . Wir nehmen nun weiters für  $\lambda$  eine normierte Wahrscheinlichkeitsverteilung  $\rho(\lambda)$  an. Damit erhalten wir für den Erwartungswert  $E(\mathbf{a}, \mathbf{b})$

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) A(\mathbf{a}, \lambda) B(\mathbf{b}, \lambda) \quad (1.20)$$

Wenn  $E$  den quantentheoretischen Erwartungswert  $E^{\text{qt}}$  reproduzieren soll, dann müssen einige offensichtliche Bedingungen erfüllt sein:

$$\begin{aligned} E(\mathbf{a}, \mathbf{a}) &= -E(\mathbf{a}, -\mathbf{a}) = -1 \\ E(\mathbf{a}, \mathbf{a}^\perp) &= 0 \end{aligned} \quad (1.21)$$

Aus den obigen Annahmen kann man nun einen Widerspruch zum quantentheoretischen Erwartungswert ableiten. Der Ausdruck (1.20) kann nicht kleiner als  $-1$  werden. Er kann nur dann  $-1$  sein, wenn  $\mathbf{a} = \mathbf{b}$  und

$$A(\mathbf{a}, \lambda) = -B(\mathbf{a}, \lambda). \quad (1.22)$$

Wenn wir das annehmen, können wir den Ausdruck (1.20) zu

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = - \int d\lambda \rho(\lambda) A(\mathbf{a}, \lambda) A(\mathbf{b}, \lambda) \quad (1.23)$$

vereinfachen. Wenn  $\mathbf{c}$  ein weiterer Einheitsvektor ist, dann gilt

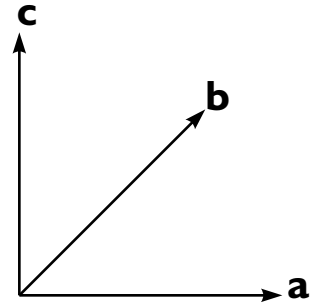
$$\begin{aligned} E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - E(\mathbf{a}, \mathbf{c}) &= - \int d\lambda \rho(\lambda) [A(\mathbf{a}, \lambda)A(\mathbf{b}, \lambda) - A(\mathbf{a}, \lambda)A(\mathbf{c}, \lambda)] \\ &= \int d\lambda \rho(\lambda) A(\mathbf{a}, \lambda)A(\mathbf{b}, \lambda)[A(\mathbf{b}, \lambda)A(\mathbf{c}, \lambda) - 1] \end{aligned} \quad (1.24)$$

Daraus ergibt sich

$$\begin{aligned} |E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - E(\mathbf{a}, \mathbf{c})| &= \left| \int d\lambda \rho(\lambda) A(\mathbf{a}, \lambda)A(\mathbf{b}, \lambda)[A(\mathbf{b}, \lambda)A(\mathbf{c}, \lambda) - 1] \right| \\ &\leq \int d\lambda |\rho(\lambda) A(\mathbf{a}, \lambda)A(\mathbf{b}, \lambda)[A(\mathbf{b}, \lambda)A(\mathbf{c}, \lambda) - 1]| \\ &= \int d\lambda \rho(\lambda) |[A(\mathbf{b}, \lambda)A(\mathbf{c}, \lambda) - 1]| \\ &= \int d\lambda \rho(\lambda) [1 - A(\mathbf{b}, \lambda)A(\mathbf{c}, \lambda)] \\ |E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - E(\mathbf{a}, \mathbf{c})| &\leq 1 + E(\mathbf{b}, \mathbf{c}) \end{aligned} \quad (1.25)$$

Dies ist die erste Form einer mathematischen Bedingung an jene lokal realistischen Theorien, welche den obengenannten Bedingungen genügen. Es ist nun nicht schwer zu zeigen, daß die Quantentheorie diese Bellsche Ungleichung nicht erfüllt sondern verletzt. Nehmen wir an es seien  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  drei Einheitsvektoren, sodaß  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = 1/\sqrt{2}$  und  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} = 0$  wie in Abbildung 1.2. Dann ergibt sich zum Zustand (1.17) für die Ungleichung (1.25)

$$1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \geq \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (1.26)$$



**Abbildung 1.2.:** Drei koplanare Analyserichtungen, bei denen die Quantentheorie die originale Bellsche Ungleichung verletzt.

also ein Widerspruch. Bell selbst schließt daraus direkt, daß jede Theorie, die eine Erweiterung der Quantentheorie durch verborgene Parameter ist, nichtlokale Eigenschaften haben muß. Es müßte also der entfernte Meßapparat einen instantanen Einfluß auf das jeweilige Meßergebnis haben. Eine explizite, instantane Wechselwirkung wäre natürlich nicht Lorentz-invariant. Bell meint im folgenden in seiner Arbeit, daß es denkbar wäre, daß die quantentheoretischen Vorhersagen falsch sind, wenn die Apparate schnell genug umgeschaltet werden, sodaß es keinen endlich schnellen Informationsaustausch geben kann. Man sieht daraus, daß Bell die Lokalitätsannahme als zentrale Ursache für die Inkompatibilität zwischen Quantentheorie und realistischen Vervollständigungen gesehen hat.

## I.5.2. Die Wignersche Herleitung

Einen wesentlich abstrakteren Zugang fand Wigner zu der Problematik Bellscher Ungleichungen. Es handelt sich hier um einen rein mengentheoretischen Zugang, um eine Abzählung der super-reinen Zustände bzw. der möglichen Meßergebnisse solcher Zustände.

Wir betrachten wiederum ein Zweiteilchensystem und drei mögliche Messungen an jedem einzelnen Teilchen. Wir wollen für eine realistische Vervollständigung der Quantentheorie die möglichen

Meßergebnisse durch verborgene Parameter erklären. Da wir aber die quantentheoretischen Vorhersagen einhalten sollten, ergeben sich einige Bedingungen. Die quantentheoretischen Vorhersagen beziehen sich wie vorher auf ein Zweiteilchensystem in einem Singulett-artigen Zustand. An jedem der beiden Teilchen wollen wir drei zweiwertige Eigenschaften messen, nennen wir sie  $A, B$  und  $C$ . Die Meßergebnisse nennen wir  $\pm$ . Es gäbe jetzt prinzipiell 9 Kombinationen von Messungen, nämlich  $AA, AB, AC, BA, \dots$ . Jede dieser Kombinationen hat 4 mögliche Meßergebnisse und zwar  $++, +-, -+, --$ . Ohne weitere Voraussetzungen müßten wir also zumindest einen 9-dimensionalen Raum der verborgenen Variablen einführen, welcher in  $4^9$  Intervalle zerfällt, die uns die Wahrscheinlichkeit für je ein spezielles Meßergebnis angeben. Zweifellos kann mit diesem Vorrat an Möglichkeiten jede Wahrscheinlichkeitsverteilung nachgebildet werden.

Nun führen wir Bell's Bedingung ein, daß die Art der Messung am ersten Teilchen nicht das Meßergebnis am zweiten Teilchen beeinflussen kann. Die Messungen oder Eigenschaften sollen also lokal bzw. unabhängig voneinander sein. Das bedeutet für uns mathematisch, daß nur  $2^6 = 64$  wesentlich verschiedene Bereiche im Raum der verborgenen Parameter existieren können. Diese Bereiche können wir mit den folgenden Klammersymbolen abzählen

$$(A_1, B_1, C_1; A_2, B_2, C_2) \quad (1.27)$$

Zum Beispiel bedeutet

$$(+ - -; - + -), \quad (1.28)$$

daß die verborgenen Parameter bei Messung von  $A_1$  das Ergebnis  $+$  liefern, unabhängig davon welche Eigenschaft am anderen Teilchen abgefragt wird. Bei  $B_1$  wäre das Resultat  $-$ , usw.

Wir müssen nun versuchen, die quantentheoretischen Vorhersagen für den Singulett-Zustand (1.17) mit diesen Symbolen nachzubilden. Zuerst berücksichtigen wir die Korrelation bei Messung der gleichen Eigenschaften, d. h. wenn wir das erste Teilchen in bezug auf  $A$  testen und das zweite Teilchen ebenfalls, dann soll das eine  $+$  liefern und das andere  $-$ , oder umgekehrt, aber niemals beide die gleichen Ergebnisse (vgl. Gl. (1.18)). Dies schränkt unseren Raum der verborgenen Parameter auf nur mehr acht nichtleere Bereiche ein:

$$\begin{aligned} & (+ + +; - - -), \\ & (+ + -; - - +), \\ & (+ - +; - + -), \\ & (- + +; + - -), \\ & (+ - -; - + +), \\ & (- + -; + - +), \\ & (- - +; + + -), \\ & (- - -; + + +) \end{aligned} \quad (1.29)$$

Allen diesen Bereichen entsprechen positive Wahrscheinlichkeiten. Mit  $P(A_1^+, C_2^+)$  bezeichne ich im weiteren die Wahrscheinlichkeit an Teilchen 1 die Eigenschaft  $A$  mit dem Ergebnis  $+$  zu messen **und** an Teilchen 2 die Eigenschaft  $C$  mit  $+$ . Diese Wahrscheinlichkeit und beliebige andere Kombinationen können wir nun als Maße in unserem Raum der super-reinen Zustände berechnen. Dazu werden einfach die Maße  $|(\cdot)|$  der Bereiche addiert, die zu einem entsprechenden Ergebnis des Zweiteilchenexperiments beitragen. Eigenschaften, die nicht berücksichtigt werden, bezeichne ich durch einen Auslassungspunkt im Klammersymbol.

$$\begin{aligned} P(A_1^+, C_2^+) &\equiv |(+ \bullet \bullet; \bullet \bullet +)| = \\ &= |(+ + -; - - +)| + |(+ - -; - + +)| \end{aligned}$$

Durch geschicktes Addieren zweier weiterer Terme (unterstrichen) auf der rechten Seite dieser Gleichung gelingt es nun, eine Ungleichung zu finden, die beobachtbare Wahrscheinlichkeiten verknüpft.

$$\begin{aligned} P(A_1^+, C_2^+) &\leq |(+ + -; - - +)| + \underline{|(- + -; + - +)|} + \\ &+ |(+ - -; - + +)| + \underline{|(+ - +; - + -)|} = \\ &= |(\bullet + \bullet; \bullet \bullet +)| + |(+ \bullet \bullet; \bullet + \bullet)|, \end{aligned}$$

oder

$$P(A_1^+, C_2^+) \leq P(B_1^+, C_2^+) + P(A_1^+, B_2^+). \quad (1.30)$$

Dies ist die Bellsche Ungleichung, wie sie erstmals von Wigner formuliert wurde. Die zwei entscheidenden Annahmen zur Herleitung waren die Lokalität oder besser gesagt Nichtkontextualität<sup>6</sup> der Messungen an den beiden Teilen des Systems, und die perfekte Antikorrelation bei gleichartigen Messungen.

Da die Eigenschaften  $A$ ,  $B$  und  $C$  vollkommen allgemein waren, können wir nun im quantentheoretischen Fall beliebige Operatoren dafür auswählen. Wir wählen die Eigenschaften  $A =$  „Spin in Richtung  $\sigma_z$ “,  $B =$  „Spin in Richtung  $60^\circ$ “ und  $C =$  „Spin in Richtung  $120^\circ$ “, wie in Abbildung 1.3. Die quantentheoretischen Wahrscheinlichkeiten  $P^{\text{qt}}$  für diese Eigenschaften ergeben sich durch das Quadrat der Projektion des Quantenzustands auf den jeweiligen Eigenvektor. Für den Singulett-Zustand (1.17) ist die Wahrscheinlichkeit, das eine Teilchen in Richtung  $\alpha$  zu messen **und** das andere in Richtung  $\beta$

$$\begin{aligned} P^{\text{qt}}(\alpha, \beta) &= \\ &= \left| \left[ \left( {}_1\langle + | \cos \frac{\alpha}{2} + {}_1\langle - | \sin \frac{\alpha}{2} \right) \otimes \left( {}_2\langle + | \cos \frac{\beta}{2} + {}_2\langle - | \sin \frac{\beta}{2} \right) \right] \cdot \right. \\ &\quad \cdot \left. \frac{1}{\sqrt{2}} [|+\rangle_1 |-\rangle_2 - |-\rangle_1 |+\rangle_2] \right|^2 \\ &= \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \right) \right|^2 \\ &= \frac{1}{2} \sin^2 \left( \frac{1}{2}(\beta - \alpha) \right). \end{aligned} \quad (1.31)$$

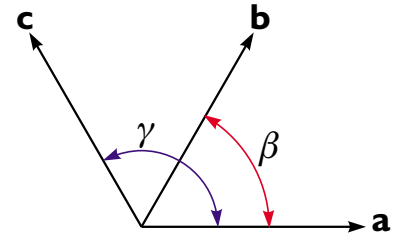
Mit unseren Winkeln  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$  und  $\gamma = 120^\circ$  ergibt sich

$$\begin{aligned} P(A_1^+, C_2^+) &= P^{\text{qt}}(\alpha, \gamma) = \frac{1}{2} \sin^2(60^\circ) = \frac{3}{8} \\ P(B_1^+, C_2^+) &= P^{\text{qt}}(\beta, \gamma) = \frac{1}{2} \sin^2(30^\circ) = \frac{1}{8} \\ P(A_1^+, B_2^+) &= P^{\text{qt}}(\alpha, \beta) = \frac{1}{2} \sin^2(30^\circ) = \frac{1}{8} \\ \frac{3}{8} &\not\leq \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \end{aligned}$$

<sup>6</sup>Nichtkontextualität bedeutet, daß das einzelne Meßergebnis — das von dem verborgenen Parameter bestimmt wird — nicht vom experimentellen Kontext abhängt. Den experimentellen Kontext bestimmen hier jene Arten von Messungen, die am anderen Teil des Gesamtsystems durchgeführt werden könnten.

Diese Wahrscheinlichkeiten verletzen ganz offensichtlich die Wignersche Ungleichung (1.30). Wieder zeigt sich, daß die quantentheoretischen Vorhersagen nicht vollständig von einer realistischen Theorie reproduziert werden können.

Ich möchte zu diesem Ansatz bemerken, daß die Argumentation sehr ähnlich verläuft, wie man sie bei der Widerlegung von realistischen Theorien für verschränkte Mehrteilchenzustände häufig antrifft. Diese sogenannten GHZ-Zustände (nach den Autoren Greenberger, Horne und Zeilinger) zeigen noch stärker die Unvereinbarkeit lokal realistischer Theorien mit der Quantentheorie [56]. Dazu ist es nötig, verschränkte Quantenzustände mit mehr als zwei Teilchen zu betrachten. Bei dem Versuch, die von der Quantentheorie vorhergesagten Korrelationen für solche Systeme durch lokale, verborgene Parameter zu beschreiben, stößt man sofort auf formale Widersprüche. In unserer obigen Ableitung haben wir einen Widerspruch der Annahme perfekter Korrelationen mit quantentheoretischen Korrelationen zu anderen Winkeln erhalten. Für mehr als zwei Teilchen scheint es jedoch so zu sein, daß die Bildung eines lokal realistischen Modells schon wesentlich früher scheitert. Der Nachweis der Existenz verschränkter Drei-Teilchen-Zustände ist erst vor kurzem meinen Kollegen in Innsbruck gelungen [18].

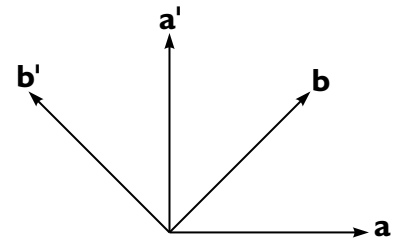


**Abbildung 1.3.:** Die drei abstrakten Eigenschaften in der Wigner-Ungleichung werden durch Spinanalyse in den Richtungen  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  und  $\mathbf{c}$  realisiert.

### I.5.3. Die CHSH-Ungleichung

Eine viel besser an die Realität angepasste Formulierung der Ungleichung gaben Clauser, Horne, Shimony und Holt (CHSH) 1969 [33]. Ich halte mich hier an eine noch allgemeinere Herleitung dieser Ungleichung von Bell selbst in einer sehr symmetrischen Form [9]. Es gibt zwei wichtige Unterschiede zum ursprünglichen Ansatz. Zum ersten wird nicht mehr gefordert, daß  $P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = -1$  ist, eine Bedingung, die wesentlichen Anteil am ursprünglichen Beweis hat. Allerdings muß man bedenken, daß gerade die Beobachtung, daß solche *perfekten Korrelationen* existieren, die Motivation für Modelle mit verborgenen Variablen gibt.

Der zweite Unterschied zu Bells ursprünglicher Herleitung ist, daß die Meßvorrichtungen für die zwei Teilchen nicht mehr perfekt sein müssen, sondern auch Teilchen „auslassen“ dürfen. Diese ausgelassenen Messungen werden als „0“-Ergebnisse interpretiert. Daraus ergeben sich gemittelte Meßergebnisse  $\overline{A}$  und  $\overline{B}$  für die gilt  $|\overline{A}|, |\overline{B}| \leq 1$ . Bei CHSH wird diese Tatsache insofern berücksichtigt, als daß die Korrelationen  $E(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  zu parallelen oder orthogonalen Analysatoren für die beiden Teilchen nicht ideal ( $\pm 1$ ) sein müssen, sondern auch Fehler zugelassen werden. Wenn  $\mathbf{a}'$  und  $\mathbf{b}'$  alternative Einstellungen der beiden Apparate sind, dann gilt



**Abbildung 1.4.:** Die maximale Verletzung der CHSH-Ungleichung durch die Quantentheorie wird bei den hier abgebildeten Winkeln erzielt.

$$\begin{aligned} E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - E(\mathbf{a}, \mathbf{b}') &= \int d\lambda \rho(\lambda) [\overline{A}(\mathbf{a}, \lambda) \overline{B}(\mathbf{b}, \lambda) - \overline{A}(\mathbf{a}, \lambda) \overline{B}(\mathbf{b}', \lambda)] \\ &= \int d\lambda \rho(\lambda) [\overline{A}(\mathbf{a}, \lambda) \overline{B}(\mathbf{b}, \lambda) (1 \pm \overline{A}(\mathbf{a}', \lambda) \overline{B}(\mathbf{b}', \lambda))] - \end{aligned}$$



$$- \int d\lambda \rho(\lambda) [\overline{A}(\mathbf{a}, \lambda) \overline{B}(\mathbf{b}', \lambda) (1 \pm \overline{A}(\mathbf{a}', \lambda) \overline{B}(\mathbf{b}, \lambda))]$$

Daraus ergibt sich mit den obigen Beschränkungen für  $\overline{A}$  und  $\overline{B}$

$$|E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - E(\mathbf{a}, \mathbf{b}')| \leq \int d\lambda \rho(\lambda) [1 \pm \overline{A}(\mathbf{a}', \lambda) \overline{B}(\mathbf{b}', \lambda)] + \int d\lambda \rho(\lambda) [1 \pm \overline{A}(\mathbf{a}', \lambda) \overline{B}(\mathbf{b}, \lambda)],$$

oder

$$|E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - E(\mathbf{a}, \mathbf{b}')| \leq 2 \pm [E(\mathbf{a}', \mathbf{b}') + E(\mathbf{a}', \mathbf{b})]. \quad (1.32)$$

Die Zeichen für den Absolutbetrag auf der rechten Seite konnten weggelassen werden, weil es sich immer um positive Größen handelt. Eine der bekanntesten Formen der Bellschen Ungleichung ergibt sich aus dem obigen Ausdruck. Diese werde ich auch später zur Auswertung unseres Experiments verwenden.

$$S(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{a}', \mathbf{b}') := |E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - E(\mathbf{a}, \mathbf{b}')| + |E(\mathbf{a}', \mathbf{b}') + E(\mathbf{a}', \mathbf{b})| \leq 2 \quad (1.33)$$

Wie nicht anders zu erwarten verletzt der quantentheoretische Erwartungswert der Korrelation  $E^{\text{qt}}$  auch diesen Ausdruck, der sich durch Setzen von  $\mathbf{a}' = \mathbf{b}'$  und die Annahme idealer Antikorrelation  $E(\mathbf{a}, \mathbf{a}) = -1$  sofort auf den Originalausdruck (1.25) zurückführen läßt. Wenn wir die auftretenden Einheitsvektoren auf eine räumliche Ebene beschränken, so können wir sie durch die entsprechenden Winkel  $\alpha, \beta, \alpha', \beta'$  ersetzen. Damit ist  $E^{\text{qt}}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = -\cos(\beta - \alpha)$ . Die numerisch stärkste Verletzung tritt bei den Winkeln  $\alpha = 0^\circ, \beta = 45^\circ, \alpha' = 90^\circ, \beta' = 135^\circ$  auf.

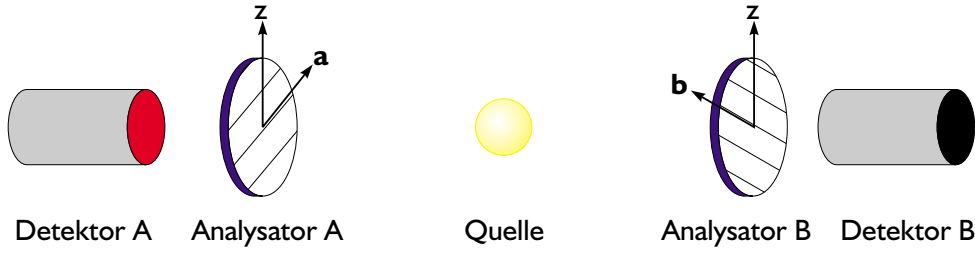
$$\begin{aligned} S(0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ) &= |-\cos(45^\circ) + \cos(135^\circ)| + |-\cos(45^\circ) - \cos(-45^\circ)| \\ &= \left| -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right| + \left| -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right| = 2\sqrt{2} \geq 2. \end{aligned} \quad (1.34)$$

Dieses Ergebnis gilt nur für eine ideale Situation. Reale Experimente haben jedoch meist Detektoren mit viel zu niedriger Effizienz, um Daten liefern zu können, welche direkt Ungleichung (1.33) verletzen. Wie Pearle [93] als Erster feststellte, ist es nicht unbedingt zulässig anzunehmen, daß die detektierten Ensembles unabhängig von der Einstellung des jeweils vorhergehenden Analysators sind. Ohne diese Zusatzannahme — meist als *fair sampling* - Annahme bezeichnet — wird es schwierig sein, experimentell die Bellsche Ungleichung zu verletzen. Diese Zusatzannahme ist gleichbedeutend mit der Nichtberücksichtigung von einzelnen, einseitigen Detektionsereignissen ohne koinzidentes Partnerereignis. Clauser und Horne fanden später eine andere Form der Ungleichung, die mithilfe zusätzlicher Eichmessungen nur eine wesentlich schwächere Zusatzannahme zur Herleitung benötigt.

#### I.5.4. Die CH-Ungleichung

Clauser und Horne fanden 1974 eine andere Ungleichung, welche sich mit einer wesentlich schwächeren Zusatzannahme für reale Experimente sehr gut eignet [32]. Ein weiterer Unterschied ist, daß die Ungleichung nicht auf Erwartungswerten sondern rein auf Wahrscheinlichkeiten, bzw. relativen Häufigkeiten aufgebaut ist, und sich dadurch besser für Experimente eignet, die mit absorptiven Analysatoren aufgebaut werden. Das Schema eines solchen Experiments ist in Abbildung 1.5 zu sehen.





**Abbildung 1.5.:** Schematische Darstellung eines Bell-Experiments mit absorptiven (Einkanal-) Analysatoren. Die Quelle emittiert Teilchenpaare, deren Konstituenten die Analysatoren entweder passieren können oder absorbiert werden. Teilchen, die den jeweiligen Analysator passiert haben, werden mit einer gewissen Effizienz im entsprechenden Detektor registriert. Die Winkel, mit der die (Polarisations-) Analysatoren eingestellt werden, sind mit  $\mathbf{a}$  und  $\mathbf{b}$  bezeichnet.

Die Zweiteilchenquelle emittiert  $N$  Teilchenpaare während einer gewissen Zeit mit einer fixen Einstellung der Parameter  $\mathbf{a}$  und  $\mathbf{b}$ .  $N_A(\mathbf{a})$  ist die Zahl der Teilchen, die in derselben Zeit in Detektor A registriert werden, analog  $N_B(\mathbf{b})$ . Mit  $N_{AB}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  bezeichne ich die Anzahl der simultanen Ereignisse in beiden Detektoren (Koinzidenzen). Die relativen Häufigkeiten (Ensemble-Wahrscheinlichkeiten) sind dann

$$\begin{aligned} p_A(\mathbf{a}) &= N_A(\mathbf{a})/N \\ p_B(\mathbf{b}) &= N_B(\mathbf{b})/N \\ p_{AB}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= N_{AB}(\mathbf{a}, \mathbf{b})/N. \end{aligned} \quad (1.35)$$

Wie in Bell's ursprünglicher Herleitung nehmen wir nun an, daß diese Wahrscheinlichkeiten durch einen verborgenen Parameter  $\lambda$  bestimmt werden, für den eine Verteilung  $\rho(\lambda)$  existiert, so daß gilt  $\int d\lambda \rho(\lambda) = 1$ . Die oben beschriebenen Wahrscheinlichkeiten sind dann

$$\begin{aligned} p_A(\mathbf{a}) &= \int d\lambda \rho(\lambda) p_A(\lambda, \mathbf{a}) \\ p_B(\mathbf{b}) &= \int d\lambda \rho(\lambda) p_B(\lambda, \mathbf{b}) \\ p_{AB}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= \int d\lambda \rho(\lambda) p_{AB}(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{b}). \end{aligned} \quad (1.36)$$

Bis jetzt wurde noch nichts Spezielles über das Modell angenommen. Nun wollen wir uns aber auf den Fall konzentrieren, in welchem die Koinzidenzwahrscheinlichkeit faktorisiert, also  $p_{AB}(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{b}) = p_A(\lambda, \mathbf{a}) p_B(\lambda, \mathbf{b})$ . Diese Bedingung ist eine Form der Lokalitätsannahme, welche die Unabhängigkeit der beiden Messungen fordert.

Wir betrachten nun zusätzliche Orientierungen  $\mathbf{a}'$  und  $\mathbf{b}'$  der Analysatoren A und B. Damit alle Wahrscheinlichkeiten wohldefiniert sind, müssen wir noch fordern, daß

$$0 \leq p_A(\lambda, \bullet) \leq 1, \quad 0 \leq p_B(\lambda, \bullet) \leq 1. \quad (1.37)$$

Aus diesen elementaren Eigenschaften können wir nun rein algebraisch eine Ungleichung herleiten. Für beliebige Zahlen  $0 \leq x_1, x_2 \leq X, 0 \leq y_1, y_2 \leq Y$  gilt die Ungleichung

$$-XY \leq x_1 y_1 - x_1 y_2 + x_2 y_1 + x_2 y_2 - Y x_2 - X y_1 = S \leq 0. \quad (1.38)$$

- Die obere Grenze beweisen wir in zwei Fällen:

$$x_1 \geq x_2 \implies S = (x_1 - X)y_1 + (y_1 - Y)x_2 + (x_2 - x_1) \leq 0.$$

$$\begin{aligned} x_1 \geq x_2 \implies S &= x_1(y_1 - y_2) + (x_2 - X)y_1 + x_2(y_2 - Y) \leq \\ &\leq x_1(y_1 - y_2) + (x_2 - X)y_1 + x_1(y_2 - Y) = \\ &= (x_2 - X)y_1 + x_1(y_1 - Y) \leq 0. \end{aligned}$$

- Die untere Grenze wird ähnlich, aber in drei Fällen bewiesen:

$$x_2 \geq x_1 \implies S + XY = (X - x_2)(Y - y_1) + x_1y_1 + (x_2 - x_1)y_2 \geq 0$$

$$y_1 \geq y_2 \implies S + XY = (X - x_2)(Y - y_1) + x_2y_2 + x_1(y_1 - y_2) \geq 0$$

$$\begin{aligned} x_2 < x_1 \text{ und } y_1 < y_2 \implies S + XY &= (X - x_2)(Y - y_1) - \\ &\quad - (x_1 - x_2)(y_2 - y_1) + x_2y_1 \geq 0, \text{ weil } (X - x_2) \geq \\ &\quad (x_1 - x_2) \geq 0 \text{ und } (Y - y_1) \geq (y_2 - y_1) \geq 0. \end{aligned}$$

Weil die Beschränkungen (1.37) für unsere Wahrscheinlichkeiten gelten, können wir die allgemeine Ungleichung auch auf diese anwenden.

$$\begin{aligned} -1 &\leq p_A(\lambda, \mathbf{a})p_B(\lambda, \mathbf{b}) - p_A(\lambda, \mathbf{a})p_B(\lambda, \mathbf{b}') + \\ &\quad + p_A(\lambda, \mathbf{a}')p_B(\lambda, \mathbf{b}) + p_A(\lambda, \mathbf{a}')p_B(\lambda, \mathbf{b}') - p_A(\lambda, \mathbf{a}') - p_B(\lambda, \mathbf{b}) \leq 0. \end{aligned}$$

Die gesamte Ungleichung integrieren wir nun über  $\rho(\lambda) d\lambda$  und erhalten die Clauser-Horne **(CH)** Ungleichung

$$-1 \leq p_{AB}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - p_{AB}(\mathbf{a}, \mathbf{b}') + p_{AB}(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + p_{AB}(\mathbf{a}', \mathbf{b}') - p_A(\mathbf{a}') - p_B(\mathbf{b}) \leq 0. \quad (1.39)$$

Wir werden nun sehen, daß die Quantentheorie, wie nicht anders zu erwarten, auch diese Ungleichung verletzt. Ich möchte hier als Beispiel ein Experiment mit Photonen beschreiben, deren Polarisation wir auf beiden Seiten messen. Der Quantenzustand, den die Quelle liefert, sei

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} [|H\rangle_1 |H\rangle_2 + |V\rangle_1 |V\rangle_2] \quad (1.40)$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß Photon 1 hinter einem linearen Polarisator detektiert wird, dessen optische Achse unter dem Winkel  $\alpha$  eingestellt ist, und Photon 2 hinter einem Polarisator mit Richtung  $\beta$ , ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} p_{AB}^{\text{qt}}(\alpha, \beta) &= \left| [(1\langle H| \cos \alpha + 1\langle V| \sin \alpha) \otimes (2\langle H| \cos \beta + 2\langle V| \sin \beta)] \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} [|H\rangle_1 |H\rangle_2 + |V\rangle_1 |V\rangle_2] \right|^2 \\ &= \left| \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta) \right|^2 \\ &= \frac{1}{2} \cos^2(\beta - \alpha) = \frac{1}{4} [1 + \cos 2(\beta - \alpha)]. \end{aligned} \quad (1.41)$$

Man beachte, daß bei (den bosonischen) Photonen natürlich nicht mehr die halben Winkel auftreten wie vorher bei Spin- $\frac{1}{2}$  Teilchen. Um die Verletzung der CH-Ungleichung zu demonstrieren, wählen wir die Winkel  $\alpha, \beta, \alpha', \beta' = 0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ$  wie in Abbildung 1.6 gezeigt. Die Wahrscheinlichkeit des Einzelereignisses  $p_A^{\text{qt}}(\alpha)$ , die Polarisation eines Photons auf Seite A in Richtung  $\alpha$  zu messen — bzw. ein Photon hinter einem absorptiven Polarisator der Richtung  $\alpha$  zu detektieren —, ist für den Zustand  $\Psi$  unabhängig vom Winkel  $\alpha$  gerade  $1/2$  (ebenso für Seite B). Diese Ausdrücke setzen wir in Ungleichung (1.39) ein

$$\begin{aligned} & p_{AB}^{\text{qt}}(\alpha, \beta) - p_{AB}^{\text{qt}}(\alpha, \beta') + p_{AB}^{\text{qt}}(\alpha', \beta) + p_{AB}^{\text{qt}}(\alpha', \beta') - p_A^{\text{qt}}(\alpha') - p_B^{\text{qt}}(\beta) = \\ &= \frac{1}{2} [\cos^2 22.5^\circ - \cos^2 67.5^\circ + \cos^2 22.5^\circ + \cos^2 22.5^\circ - 1 - 1] \\ &= \frac{1}{2} [1 + \sqrt{2} - 1 - 1] \\ &= \frac{\sqrt{2}-1}{2} \not\leq 0. \end{aligned}$$

Eine experimentell besser zugängliche Form ergibt sich durch Umschreiben in der Weise, daß nur mehr Verhältnisse von Koinzidenzwahrscheinlichkeiten vorkommen.

$$\frac{p_A(\lambda, \mathbf{a})p_B(\lambda, \mathbf{b}) - p_A(\lambda, \mathbf{a})p_B(\lambda, \mathbf{b}') + p_A(\lambda, \mathbf{a}')p_B(\lambda, \mathbf{b}) + p_A(\lambda, \mathbf{a}')p_B(\lambda, \mathbf{b}')}{p_A(\lambda, \mathbf{a}') + p_B(\lambda, \mathbf{b})} \leq 1. \quad (1.42)$$

In dieser Ungleichung können die Wahrscheinlichkeiten durch Zählraten ersetzt werden, weil die Normierung auf die tatsächlich emittierten Paare durch die Verhältnisbildung herausfällt.

Die wirkliche Leistung von Clauser und Horne bestand aber nun im Ersetzen der Einzelzählraten (Wahrscheinlichkeiten)  $p_A^{\text{qt}}(\mathbf{a}')$  und  $p_B^{\text{qt}}(\mathbf{b})$  durch Koinzidenzzählraten für Experimente, bei denen die Analysatoren entfernt werden. Um für solche Experimente wieder eine Ungleichung zu finden, benötigen wir die *no enhancement* Zusatzannahme:

Für jedes emittierte Teilchen und jeden Wert des verborgenen Parameters  $\lambda$  ist die Detektionswahrscheinlichkeit mit aktivem Analysator kleiner oder gleich der Detektionswahrscheinlichkeit ohne Analysator.

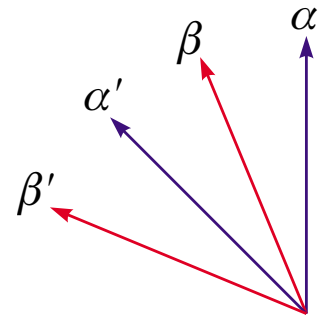
Formal können wir diese Annahme durch

$$\begin{aligned} 0 &\leq p_A(\lambda, \mathbf{a}) \leq p_A(\lambda, \infty) \leq 1 \\ 0 &\leq p_B(\lambda, \mathbf{b}) \leq p_B(\lambda, \infty) \leq 1 \end{aligned} \quad (1.43)$$

beschreiben, wobei  $\infty$  bedeutet, daß der entsprechende Analysator entfernt wurde. Mit diesen zwei zusätzlichen Bedingungen läßt sich aus der allgemein gültigen Ungleichung (1.38) ohne weiteres die CH-Ungleichung in einer Form ableiten, die nur Koinzidenzzählraten enthält, und ohne die „fair sampling“-Annahme auskommt.

$$\begin{aligned} -p_{AB}(\infty, \infty) &\leq p_{AB}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - p_{AB}(\mathbf{a}, \mathbf{b}') + p_{AB}(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + \\ &+ p_{AB}(\mathbf{a}', \mathbf{b}') - p_{AB}(\mathbf{a}', \infty) - p_{AB}(\infty, \mathbf{b}) \leq 0. \end{aligned} \quad (1.44)$$

Es wurde aber bemerkt, daß die „no enhancement“ Hypothese ebenso angreifbar sei wie die „fair sampling“ Hypothese, weil man Situationen kennt, in denen das Einfügen eines Polarisators sehr wohl die Intensität (Zählrate) an einem nachfolgenden Detektor erhöhen kann [90]. Dies geschieht zum Beispiel, wenn ein Polarisator unter  $45^\circ$  zwischen zwei gekreuzten Polarisatoren eingefügt wird.



**Abbildung 1.6.:** Bei den hier gezeigten Winkeln der Polarisationsmessung auf den Seiten A und B wird die CH-Ungleichung am stärksten verletzt.

### I.5.5. Andere Formen

Es gibt noch unzählige weitere Formen und Herleitungen der Bellschen Ungleichung. Ich möchte der Vollständigkeit halber einige hier anführen.

#### Symmetrisierte CH-Ungleichung

Durch Symmetrieüberlegungen, die aus den quantentheoretischen Vorhersagen gewonnen werden, aber natürlich im Experiment überprüft werden müßten, kann man eine häufig zitierte Form der CH-Ungleichung ableiten. Wenn die Bedingungen

$$\begin{aligned} p_A(\alpha) &= \text{const.} \\ p_B(\beta) &= \text{const.} \\ p_{AB}(\alpha, \beta) &= f(|\beta - \alpha|) \end{aligned}$$

gelten (wobei die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  den Vektoren  $\mathbf{a}$  und  $\mathbf{b}$  entsprechen), und wir

$$|\beta - \alpha| = |\beta - \alpha'| = |\beta' - \alpha'| = \frac{1}{3}|\beta' - \alpha| = \phi$$

wählen, dann vereinfacht sich Gleichung (1.44) zu

$$S(\phi) := \frac{3p_{AB}(\phi) - p_{AB}(3\phi)}{p_A + p_B} \leq 1, \quad (1.45)$$

wobei  $p_{AB}(\phi)$  die Koinzidenzwahrscheinlichkeit ist, wenn zwischen den Analysatoren A und B gerade der Winkel  $\phi$  eingestellt ist. Diese Ungleichung scheint zwar weniger Messungen zu erfordern, genauer betrachtet sind aber sogar mehr nötig als ursprünglich, denn um die oben angenommenen Symmetrien zu bestätigen, müssen wohl Messungen zu vielen verschiedenen Winkelstellungen der Analysatoren vorgenommen werden.

#### Die Freedman-Clauser Ungleichung

Das erste Experiment [47] zu den Bellschen Ungleichungen wurde mit einer noch mehr zusammengefaßten Ungleichung bewertet. Ausgehend von der speziellen Ungleichung (1.44) faßten Freedman und Clauser die obere und die untere Grenze zusammen indem sie

$$\begin{aligned} \phi_1 &= 3\phi_2 = 22,5^\circ \\ \phi_2 &= 3\phi_1 = 67,5^\circ \end{aligned}$$

setzten und schlußendlich nur Zählraten zu zwei Winkeln und eine Zählrate mit entfernten Polarisatoren bestimmen mußten. Die zwei Teil-Ungleichungen in (1.44) lassen sich dann in

$$\frac{|p_{AB}(\phi_1) - p_{AB}(\phi_2)|}{p_{AB}(\infty, \infty)} \leq \frac{1}{4} \quad (1.46)$$

zusammenfassen.

Neben diesen gibt es noch unzählige andere Formen der Bellschen Ungleichung mit Korrelationsfunktionen zu noch mehr Winkelstellungen der Analysatoren [51]. Allerdings haben diese neuen Ungleichungen keine wesentlich anderen Konsequenzen als die originale Bellsche Ungleichung. Wesentliche Unterschiede erhält man nur, wenn man andere Systeme betrachtet, z. B. mehr als zwei Teilchen. Hier sei wiederum auf die bekannte Arbeit von Greenberger, Horne und Zeilinger verwiesen [55].

## 1.6. Zusatzannahmen und Schlupflöcher – Loopholes

Wir haben in den Abschnitten 1.5.3 und 1.5.4 schon gesehen, daß man Zusatzannahmen braucht, um Ungleichungen mit realen Experimenten testen zu können. Man könnte diese Zusatzannahmen in drei große Klassen einteilen:

1. Zusatzannahmen über das Verhalten von Teilchen mit verborgenen Variablen zur Ableitung starker Bell-Ungleichungen. Darunter fallen
  - Die „fair sampling“ Hypothese für superreine Zustände, also die Annahme, daß die Detektionswahrscheinlichkeit für ein Teilchenpaar, das die Analysatoren (Polarisatoren) passiert hat, unabhängig von der Einstellung der Analysatoren (Polarisatoren) ist [33].
  - Die „no enhancement“ Hypothese, daß die Detektionswahrscheinlichkeit für ein Teilchen im superreinen Zustand  $\lambda$  mit (Einkanal-) Analysator kleiner oder gleich der Detektionswahrscheinlichkeit ohne (Einkanal-) Analysator ist [32].
  - Die Annahme, daß für jedes Teilchen die Summe der Detektionswahrscheinlichkeiten hinter einem Zweikanalanalysator unabhängig von der Richtungseinstellung des Zweikanalanalysators ist [52].
2. Annahmen bei der Auswertung gemessener Daten zur Berechnung der benötigten Korrelationsfunktionen, z. B.:
  - Das detektierte Subensemble von Teilchen-Paaren ist eine getreue Stichprobe des gesamten emittierten Ensembles von Paaren.
3. Lokalitätsannahmen im Experiment. Also die Annahme, daß ein entfernter Apparat eine räumlich und zeitlich begrenzte Messung nicht über einen relativistisch erlaubten Effekt beeinflusst.

**Zu 1. und 2.:** Diese Zusatzannahmen wurden immer wieder scharf von Vertretern lokal realistischer Theorien kritisiert, wobei meist keine Unterscheidung zwischen den von mir hier definierten Typen 1 und 2 gemacht wird. Vor allem liegt die Kritik darin, daß fast alle lokal realistischen Modelle und Theoreme diese Annahmen verletzen. Man sagt also, daß diese Zusatzannahmen Schlupflöcher (*Loopholes*) für lokal realistische Konzepte offenlassen. Zwei bekannte experimentelle Probleme fallen in diese Kategorie: **niedrige Detektoreffizienz** und **schlechte Winkelkorrelation**. Wenn das Verhältnis von Koinzidenzen zu einzelnen ungepaarten Detektionen kleiner als 82,8% ist, dann wird die CH-Ungleichung (1.39) von den Rohdaten nicht mehr verletzt. Die genannte Zahl ergibt sich, wenn man in der quantentheoretischen Detektionswahrscheinlichkeit (Gleichung (1.41)) einen multiplikativen Parameter  $\eta$  einführt, welcher hier der Einfachheit halber die (symmetrisch angenommene) Gesamteffizienz des experimentellen Aufbaus bezeichnet. Die neue Detektionswahrscheinlichkeit ist dann

$$p_{AB}^{\text{ex}} = \frac{1}{2} \eta^2 \cos^2(\beta - \alpha) \quad (1.47)$$

Die Einzelwahrscheinlichkeiten sind analog

$$p_A^{\text{ex}} = p_B^{\text{ex}} = \frac{1}{2} \eta. \quad (1.48)$$

Wir setzen diese korrigierten Werte in die CH-Ungleichung mit den Winkeln der maximalen Verletzung ein und berechnen jene Effizienz  $\eta_{\min}$ , die mindestens nötig ist, um diese Ungleichung ohne Zusatzannahmen verletzen zu können.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4}\eta^2 [\cos^2 22.5^\circ - \cos^2 67.5^\circ + \cos^2 22.5^\circ + \cos^2 22.5^\circ] - \eta \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right] = \\ & = \frac{1}{2}\eta^2 [1 + \sqrt{2}] - \eta \leq 0 \\ & = \eta \leq \frac{2}{1+\sqrt{2}} = 0.828 = \eta_{\min} \end{aligned}$$

Dieses Limit ist offensichtlich sehr schwierig zu erreichen, weil bei einem realen Experiment viele Faktoren die Gesamteffizienz reduzieren können. Hier möchte ich einige dieser Faktoren für optische Korrelationsexperimente auflisten.

- Qualität der Richtungskorrelation (besonders bei Experimenten mit atomaren Kaskadenübergängen)
- Geometrische Sammeleffizienz des Apparates (detektierter Raumwinkel)
- Reflexionen an optischen Elementen im Strahlengang
- Absorption durch optische Übertragungssysteme
- Güte der Analysatoren
- Nachweisempfindlichkeit der Detektoren

In einer neueren Arbeit fand Eberhard [42] einen Weg, dieses Limit zu reduzieren, indem er nicht maximal verschränkte Zustände betrachtete. Nicht maximal verschränkte Zustände haben ungleiche Amplituden in ihren Komponenten. Wenn  $0 \leq f \leq 1$  ein Maß für das Ungleichgewicht ist, dann können wir einen solchen Zustand als

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+f^2}} [|H\rangle_1|V\rangle_2 + f|V\rangle_1|H\rangle_2] \quad (1.49)$$

ausdrücken. Nach Eberhards Arbeit gibt es Zustände mit  $f \neq 1$ , für welche die Quantentheorie Vorhersagen für Einzel- und Koinzidenzzählraten macht, die schon bei niedrigeren Detektoreffizienzen die CH-Ungleichung verletzen können. Der Rauschabstand (die vorhergesagte Verletzung verglichen mit der statistischen Ungenauigkeit) wird dann allerdings geringer. Im theoretischen Limit ( $f \rightarrow 0$ ) könnte man mit diesen Zuständen sogar bei nur  $2/3$  Detektoreffizienz die CH-Ungleichung verletzen, praktisch erzielbare Werte sind  $f = 0.3$ ,  $\eta_{\min} = 0.75$ .

Als Erster hat Pearle [93] darauf hingewiesen, daß Modelle mit verborgenen Variablen, welche die genannten Zusatzannahmen verletzen, nicht notwendigerweise den damit abgeleiteten Ungleichungen genügen müssen. Diese Argumentation bezeichnet man als *Schlupfloch* (engl. *Loophole*) für das Zurückweisen der experimentellen Widerlegung von verborgenen Variablen.

**Zu 3.:** Ein Experiment, das die Lokalitätsannahme einfach aus der Relativitätstheorie herleiten kann, und daher nichts über die Unabhängigkeit der Einzelmessungen annehmen muß, ist die Motivation für die vorliegende Arbeit. Die Gründe und Konsequenzen werden ausführlich in Kapitel 3 besprochen.

## I.7. Andere Modelle

Die Bellsche Ungleichung gilt für eine ganze Reihe von Modellen mit verborgenen Variablen unter idealen experimentellen Bedingungen. Alle bisherigen Experimente jedoch leiden, wie oben schon bemerkt, unter der Unperfektheit realer Komponenten. Deshalb dachten Einige über Modelle nach, bei denen weder die „fair sampling“ noch die „no enhancement“ Annahmen erfüllt wären. Damit könnten die bisherigen Experimente erklärt und dennoch ein lokal realistisches, physikalisches Weltbild aufrecht erhalten werden.

Es gibt jedoch meines Wissens kein Konzept, von dem man behaupten könnte, es sei eine physikalische Theorie. Die meisten sind ad-hoc Modelle mit einigen freien Parametern, denen es an prinzipiellen Grundlagen fehlt (z.B. [115]). Allen Modellen ist gemeinsam, daß es mit ihnen relativ schwierig ist, die quantentheoretischen Aussagen zu reproduzieren. Angesichts der Tatsache, daß die Quantentheorie (im besonderen die Quantenfeldtheorie) alle bekannten experimentellen Ergebnisse mit sehr wenigen „Naturkonstanten“ äußerst genau vorhersagen kann, muß man verlangen, daß ein neues Modell in den experimentell erforschten Bereichen (nach Energie, Länge, Zeit) die quantentheoretischen Vorhersagen reproduzieren sollte.

Aus diesem Grund muß man betonen, daß es wichtig wäre zu sehen, ob konkrete lokal realistische Modelle Vorhersagen machen, welche im Widerspruch zur Quantentheorie stehen. Theorien können bekanntlich [98] nur falsifiziert, nie jedoch verifiziert, höchstens mit einer gewissen experimentellen Genauigkeit bestätigt werden. Gibt es hingegen keine divergierenden Vorhersagen, wären lokal realistische Modelle nur überreiche Interpretationen der Quantentheorie. Es sieht jedoch so aus, als ob die besten Modelle die Quantentheorie in diesem speziellen Bereich weitgehend nachbilden können, und nur für Experimente mit sehr hoher Genauigkeit und Effizienz und niedriger Dunkelzählrate (Hintergrund) abweichende Vorhersagen liefern.

### Stochastische Modelle

Unter den ernstzunehmenderen Modellen ist vor allem die von Marshall, Santos und anderen entwickelte Theorie zu nennen [26, 27]. Die Autoren interpretieren die Wignerverteilung eines Quantenzustandes als reales Objekt.

Die Wignerverteilung oder -funktion ist eine verallgemeinerte Phasenraumdichte, deren Marginalverteilungen gerade die quantentheoretischen Wellenfunktionen sind. Je nach dem, über welche Phasenraumkoordinate integriert wird, erhält man entweder die Impuls- oder Ortswellenfunktion, bzw. verschiedene „Quadraturkomponenten“ (z. B. eines Lichtfeldes). Genauso wie die Wellenfunktion eines Quantensystems nicht notwendigerweise positiv ist, ist die Wignerverteilung nicht notwendigerweise positiv. Daher kann sie auch nicht generell als Wahrscheinlichkeitsdichte interpretiert werden.

In den zitierten Arbeiten stützen sich die Autoren jedoch auf die Tatsache, daß die betrachteten Effekte (*parametrische Fluoreszenz* = *down-conversion*) nicht negative Wignerverteilungen besitzen. Im Gegensatz zur üblichen Definition der Wignerverteilung mit den quantentheoretischen Operatoren werden klassische Amplituden eingesetzt, welche auch die Rolle der verborgenen Variablen spielen.

Die Detektionstheorie bereitet im Rahmen dieses Modells nach Aussagen der Autoren die meisten Schwierigkeiten. Die Probleme rühren daher, daß die Detektionswahrscheinlichkeit in diesem Modell proportional ist zur Intensität des Feldes minus der Intensität des Vakuums. Daher könnte auch die berechnete Detektionswahrscheinlichkeit negativ werden. Die Autoren argumentieren allerdings, daß die Wahrscheinlichkeit immer positiv ist, wenn über die endliche, vom Detektor aufgelöste Zeit gemittelt

wird. In diesem Sinne setzen die Autoren einfach eventuelle negative Wahrscheinlichkeiten gleich null.

Mit diesen Annahmen erzielen die Autoren Voraussagen für Einzel- und Koinzidenzzählraten, welche die quantentheoretischen sehr genau nachbilden. Dies gilt allerdings wieder nur für nicht zu hohe Detektoreffizienzen bzw. nicht zu niedrige Hintergrund-Zählraten. Somit könnte auch dieses Modell nur mit Hocheffizienz-Experimenten schlüssig widerlegt werden.

### **Semiklassische Strahlungstheorie.**

Die semiklassische Strahlungstheorie benutzt die klassische Elektrodynamik, um die Strahlungsfelder zu beschreiben. Die Wechselwirkung mit der Materie wird jedoch mit Modellen beschrieben, die der Quantentheorie ähnlich gemacht werden. Diese Theorie ist im Zusammenhang mit den Bellschen Ungleichungen vor allem erwähnenswert, weil sie die Zusatzannahmen, die zur Herleitung der CHSH- und der CH-Ungleichung nötig sind, nicht erfüllt. Es war mir leider nicht möglich, auch nach Befragung von Experten, eine schriftlich dokumentierte Definition der semiklassischen Strahlungstheorie ausfindig zu machen.

In einem Modell [53] wird die Detektion bzw. die absorptive Wechselwirkung des Lichts mit der Materie einfach als nichtlineare Antwort des Detektors in bezug auf die absorbierte Energie (aus dem Signal und klassischem Rauschen) charakterisiert. Dadurch ergibt sich eine Art Schwellwertverhalten des Detektors. Unter diesem Schwellwert darf man sich aber nicht Photonen wie in der Quantenelektrodynamik vorstellen, sondern einfach das Postulat, daß aus dem **kontinuierlichen** Energiestrom des Feldes erst dann etwas auf die Materie übergeht, wenn die Schwelle überschritten wurde. Die scheinbare Schwelle soll nun abhängig von der speziellen Detektor sein. Offensichtlich widerspricht diese Theorie dem in der Quantenphysik vorhergesagten Verhalten, daß auch in beliebig schwachen Feldern Photonen nachgewiesen werden können.

All dies ergibt eine Art Unterdrückung des Rauschens, durch das man die quantenphysikalischen Vorhersagen zu den Korrelationen eines verschränkten Photonenpaars nachbilden kann. Die zuvor beschriebenen stochastischen Modelle sind somit offenbar Weiterentwicklungen spezieller Modelle der semiklassischen Strahlungstheorie.



## 2. Frühere Experimente

### Wu und Shaknow

Das allererste Experiment zu den EPR Korrelationen war vermutlich das von Bohm und Aharonov [16] zitierte Experiment von Wu und Shaknow [124]. Darin wurden Korrelationen von polarisationsabhängigen Streuprozessen von  $\gamma$ -Photonenpaaren aus Positron-Elektron Annihilationsprozessen analysiert. Streuprozesse auf beiden Seiten der Quelle bildeten die Polarisationsanalyse im Experiment.

Die Polarisationskorrelation existiert in der quantentheoretischen Vorhersage nur für Streuwinkel der  $\gamma$ -Quanten um  $82^\circ$ , und ist auch dort relativ schwach. So ist das quantentheoretische Verhältnis der Koinzidenzraten bei orthogonaler Streuebene zu paralleler Streuebene im Idealfall nur 2.85. Gemittelt über die Raumwinkelauflösung in dem Experiment schrumpft die Korrelation auf 2.0, ein Wert, der auch experimentell gemessen wurde. Nichtsdestotrotz ist dieser Wert nach Bohm und Aharonov [16] ein Hinweis dafür, daß EPR-Zustände wirklich in der Natur vorkommen und mit der Entfernung (von zumindest einigen cm) keine Dekohärenz auftritt.

### Kocher und Commins

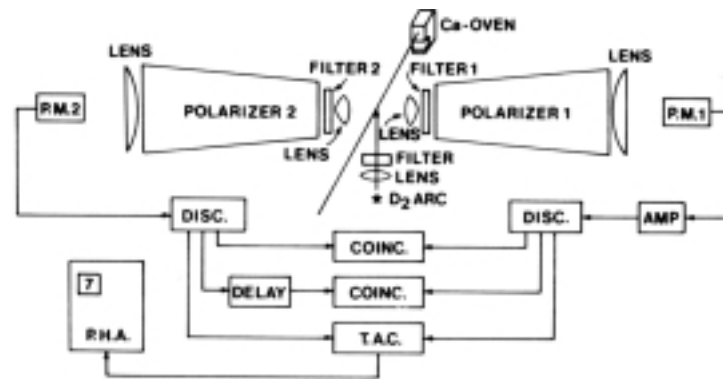
Das erste Experiment zur Polarisationskorrelation von Strahlung aus atomaren Kaskadenzerfällen war vermutlich das Experiment von Kocher und Commins [67]. Die genannten Autoren zitieren allerdings nicht Bells Arbeit von 1965 [7], die offensichtlich zu dieser Zeit noch nicht sehr bekannt war. So betonen sie, daß die Polarisationskorrelationen im Zusammenhang mit dem EPR-Argument und Bohrs Antwort darauf interessant sind. Das Verhältnis von Koinzidenzen bei parallelen Polarisatoren zu orthogonalen Polarisatoren war ungefähr 140 : 60 bei einer gesamten Meßdauer von 21 Stunden.

## 2.1. Statische Experimente zur Bellschen Ungleichung

### Das Experiment von Freedman & Clauser

1972 wurde von Freedman und Clauser [47] das erste Experiment veröffentlicht, das explizit zur Untersuchung der Bellschen Ungleichung angelegt war. Um den Aufwand für die Messung zu reduzieren, leiteten die Autoren eine noch kompaktere Ungleichung (siehe Gl. (1.46)) ab, die mit nur zwei verschiedenen Differenzwinkeln der Polarisatoren und einer Messung ohne Polarisatoren auskam. Sie benutzten einen Kaskadenübergang in Kalzium, der die Wellenlängen 551.3 nm und 422.7 nm abstrahlt. Bei diesem Übergang müssen wegen Drehimpulserhaltung die beiden emittierten Photonen gleiche Polarisation in jeder beliebigen Basis haben, wenn sie in entgegengesetzte Richtungen emittiert werden.

Die mittlere Koinzidenzzahlrate war zwischen 0.1 und 0.3 s<sup>-1</sup>, die Rate der zufälligen Koinzi-



**Abbildung 2.1.:** Schema des Meßaufbaus von Freedman und Clauser.

denzen<sup>1</sup> um einen Faktor 10–50 kleiner. Freedman und Clauser benötigten 200 h Meßzeit, um die berichtete Verletzung der Bellschen Ungleichung von  $0.300 \pm 0.008 \not\leq 0.25$  zu erzielen.

### Holt und Pipkin

Eine Ausnahmestellung nimmt das 1973 durchgeführte Experiment von Holt und Pipkin ein, das als einziges Experiment mit Atomkaskadenübergängen die Bellsche Ungleichung nicht verletzte [60, 95]. Bei diesem Experiment wurde Strahlung bei 567.6 nm und 404.7 nm aus einem Übergang in Quecksilber in Koinzidenz beobachtet. Zur Polarisationsanalyse wurden Kalzit-Polarisatoren benutzt, im Gegensatz zu den von Clauser verwendeten Glasplattenstapeln. Die Meßresultate von 155 h ergaben, in die Freedman-Ungleichung eingesetzt, einen Wert von  $0.216 \pm 0.013 \leq 0.25$ , in Übereinstimmung mit lokal realistischen Theorien. Ein solches Ergebnis konnte von keinem anderen Experiment reproduziert werden, daher gibt es verschiedene Spekulationen über die Ursachen. Hierfür sei auf frühere Diskussionen verwiesen [34, 41].

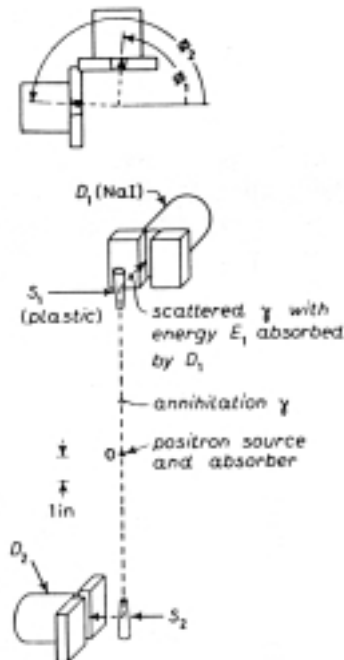
### Faraci, Gutkowski, Notarrigo und Pennisi

Eines der ersten Experimente mit hochfrequentem Licht aus Positronenvernichtung veröffentlichten Faraci et al. 1974 [44]. Wie oben schon erwähnt, gibt es im betrachteten Energiebereich der Vernichtungsstrahlung (511 keV) keine effizienten Polarisatoren. Als Analysatoren wurden daher Comptonstreuprozesse benutzt. Obwohl die Autoren behaupteten, daß das Verhältnis der Koinzidenzraten bei orthogonalen Analyse-Ebenen zu dem bei parallelen Analyse-Ebenen mit früheren Experimenten übereinstimmte — was von Kasday et al. [65] jedoch bestritten wurde — scheint der Verlauf des Verhältnisses zu anderen Winkeln immer unter dem Limit zu liegen, das die Bellsche Ungleichung vorgibt. Dieser Vergleich hängt aber leider sehr stark von Annahmen über die Geometrie des Apparats ab,

<sup>1</sup>Zufällige Koinzidenzen sind solche, die nur aus der Zufälligkeit der Detektionszeiten gemessenen Strahlungsquanten und der endlichen Breite des Koinzidenzfensters resultieren. In vielen Experimenten wird deren Rate durch Koinzidenzmessung mit einer gewissen Zeitverzögerung zwischen den beiden Seiten bestimmt. Mit einer solchen Zeitverzögerung sollten keine „echten“ Koinzidenzen mehr auftreten, daher erhält man einen Wert für die Rate der Zufälligen. Zufällige Koinzidenzen können nur durch effizientere Detektoren und engere Koinzidenzfenster wirksam vermieden werden. Ich möchte darauf hinweisen, daß das Subtrahieren von zufälligen Koinzidenzen von Vertretern lokal realistischer Theorien scharf kritisiert wird.

wodurch die Aussagekraft des Experiments stark eingeschränkt wird.

### Kasday, Ullman und Wu



**Abbildung 2.2.:** Schema des Meßaufbaus von Kasday, Ullman und Wu zur Messung der Polarisationskorrelation von Gamma-Photonen aus Positronenannihilation.

Ein sehr genaues Experiment basierend auf Positronenannihilation wurde ein Jahr später, also 1975, von Kasday et al. veröffentlicht [65]. Mit entsprechenden Abschätzungen — welche jedoch quantentheoretische Berechnungen zum Comptonpolarimeter (die Polarisationsanalyse durch Comptonstreuung) erfordern — erhielten die Autoren eine deutliche Verletzung der Bellschen Ungleichung. Sie wiesen allerdings deutlich darauf hin, daß ein solches Experiment niemals wirklich eine Bell-Ungleichung verletzen kann, weil die möglichen Aufbauten zu weit vom Ideal entfernt sind. Damit können niemals die starken Korrelationen nachgewiesen werden, welche die Quantentheorie voraussagt.

### Clauser

John Clauser wiederholte 1976 das gemeinsame Experiment mit Freedman, diesmal aber mit elektronisch angeregten Quecksilberatomen, um das Resultat von Holt und Pipkin [60] zu überprüfen [30]. Die Unterschiede zu deren Experiment bestanden in der Benutzung von Glasplatten-Polarisatoren und der Verwendung eines anderen Quecksilberisotops. Clausers Ergebnis für die Ungleichung (1.46) war  $0.2885 \pm 0.0093 \not\leq 0.25$ . Auch Clauser hatte keine gute Erklärung, warum das Experiment von Holt und Pipkin ein so stark abweichendes Resultat geliefert hatte. Er führte kurz danach ein weiteres Experiment durch, bei dem er vor die Polarisatoren noch Viertelwellenplättchen gab, und damit die Analysebasis veränderte [31]. Auch mit dieser Apparatur konnte er die Verletzung einer entsprechenden Ungleichung feststellen.

### Fry und Thompson

Kurz nach Clausers zweitem Experiment führten Fry und Thompson ein weiteres Experiment mit einem Kaskadenübergang in Quecksilber durch, wobei wiederum ein anderes Isotop als in den vorhergehenden Experimenten verwendet wurde [48]. Die Anregung war in diesem Fall zweistufig durch Elektronenstoß und Einstrahlung von Laserlicht. Durch die sehr genaue Festlegung der Wechselwirkungszone erreichten Fry und Thompson sowohl eine hohe Zählrate als auch eine gute Definition jenes Raumwinkels, der von den Detektoren beobachtet wurde. Dementsprechend erzielten die Autoren in „nur“ 80 Minuten Meßzeit ein wesentlich genaueres Ergebnis als alle ihre Vorgänger. Auch Fry und Thompson benutzten die Freedman Ungleichung (1.46) und fanden  $0.296 \pm 0.014 \not\leq 0.25$ .

### Lamehi-Rachti und Mittig

Eine dritte Quelle korrelierter Teilchen benutzten Lamehi-Rachti und Mittig in ihrer Messung der Spinkorrelationen von Protonen aus Proton-Proton Streuprozessen. Die Ergebnisse stimmen nach geometrischen Korrekturen recht gut mit den quantentheoretischen Vorhersagen überein. Dieses Experiment ist im Rahmen dieser Dissertation vor allem deshalb bemerkenswert, weil es als einziges mir bekanntes Experiment für jedes Koinzidenzereignis Zeitdifferenz, Ereignisnummer und betroffene Detektoren aufzeichnete, sodaß nachträglich die Korrelationen berechnet werden können. Bei dieser nachträglichen Berechnung können Einflüsse von Koinzidenz-Zeitfenstern und ähnliches an ein und demselben Datensatz getestet werden. Außerdem ist es eines der wenigen Experimente, die Eigenschaften von Teilchen mit einer von null verschiedenen Ruhemasse untersuchten.

### Wilson, Lowe und Butt

Faraci et al. [44] hatten in ihrem Experiment einen seltsamen Einfluß der Entfernung der Detektoren von der Quelle auf die Korrelation festgestellt. Das animierte Wilson et al. [123] zu einer neuen, genaueren Untersuchung der Polarisationskorrelationen von  $\gamma$ -Photonen aus Positronen-Vernichtungsprozessen. Die Experimentatoren fanden allerdings keine wie auch immer geartete Abhängigkeit vom Abstand. Von Paramananda und Butt wurde das Experiment sogar auf Entfernungen bis zu **24 m** zwischen den Detektoren erweitert, wieder mit dem gleichen konstanten Ergebnis für die Polarisationskorrelation.

### Bruno, D'Agostino und C. Maroni

Fast gleichzeitig mit dem Experiment von Wilson et al. [123] wurde von Bruno et al. [23] ein gleichartiges Experiment durchgeführt. Dabei wurden verschiedene Polar- und Azimutal-Streuwinkel und unterschiedliche Targetmaterialien für die Positronenannihilation untersucht und die Abstände der Streukörper von der Annihilationszone variiert. Auch diese Gruppe fand, daß die quantentheoretischen Voraussagen unter Berücksichtigung der geometrischen Korrekturen sehr gut erfüllt wurden. Das durch eine angepaßte Bell-Ungleichung vorgegebene Limit wurde weit überschritten. Ich möchte jedoch wiederholen, daß bis heute kein Experiment dieser Klasse eine echte Bell-Ungleichung verletzen kann. Dieses Faktum darf nicht mit den Schlupflöchern in echten Bell-Experimenten vermischt werden. Die Schlupflöcher sind in den Zusatzannahmen begründet, die man benötigt, um eine Bell-Ungleichung auf Experimente mit niedriger Detektionseffizienz oder ohne raumartige Separation anwenden zu können. Bei den echten Bell-Experimenten sind aber die Korrelationen an sich schon so stark, daß man nicht wie hier numerische Korrekturen benötigt, um eine entsprechende Bellsche Ungleichung verletzen zu können.

### Aspect, Grangier und Roger

Im Jahr 1981 begann eine Serie von Experimenten in Orsay, durchgeführt von Aspect et al., welche bis heute die am häufigsten zitierten sind, weil sie lange Zeit die genauesten waren. Die Quelle war in allen drei Experimenten, wie schon in früheren ein Kaskadenübergang in Kalzium. Im Unterschied zu den früheren Arbeiten von Clauser et al. wurde jedoch ein nichtresonanter Zweiphotonprozeß zur Anregung verwendet, der wesentlich frequenz-schärferes Pumpen ermöglichte und auch die räumliche Definition der Quellregion stark verbesserte. Das erste Experiment [5] benutzte Glasplattenstapel als Polarisatoren und verletzte deutlich die Freedman-Ungleichung mit  $0.307 \pm 0.004 \not\leq 0.25$ . Dieser Wert stimmte auch sehr gut mit der quantentheoretischen Vorhersage (0.308) für diesen Aufbau überein. Im Vergleich zu den vorhergehenden Experimenten war die Quelle wesentlich intensiver (ca. 100 Koinzidenzen/s), daher war es Aspect et al. möglich mehrere Winkelstellungen zu messen und mit den Ergebnissen auch die CH-Ungleichung zu überprüfen. Das Ergebnis war  $0.126 \pm 0.014 \not\leq 0$ , also ebenfalls eine deutliche Verletzung.

### Aspect, Dalibard und Roger I

Aspect et al. [4] wiesen in der Einleitung ihrer zweiten Arbeit darauf hin, daß alle bisherigen Experimente nur die vom Polarisator transmittierten Photonen gemessen hatten. In Bells ursprünglichem Vorschlag war allerdings vorgesehen, daß beide Eigenwerte einer Spinmessung registriert werden. Dies entspricht dem Nachweis von transmittierten und reflektierten Photonen (parallel und orthogonal zur optischen Achse des Polarisators). Der konzeptionelle Unterschied besteht darin, daß man im einfacheren Fall bei einem realen System nicht zwischen absorbierten und transmittierten, aber nicht detektierten Photonen unterscheiden kann. Es wurden zwar auch für diesen Fall Ungleichungen entwickelt (CH, Freedman), bei denen die Normierung durch zusätzliche Hilfsmessungen ohne Polarisatoren erfolgt, dennoch ist ein Experiment, das näher an Bells Gedankenexperiment liegt, sehr wünschenswert.

In diesem Experiment wurden Kalzit-Polarisatoren benutzt und beide Ausgänge gemessen. Die vier Detektoren wurden mit einer Vielkanal-Koinzidenzlogik verbunden, welche vier verschiedene Koinzidenzraten aufzeichnete. Aus den vier Koinzidenzraten konnte direkt der Korrelationskoeffizient berechnet werden, der in die entsprechende Ungleichung eingesetzt wurde. Die gewonnenen Daten verletzten die CHSH-Ungleichung (1.33) mit  $2.697 \pm 0.015 \not\leq 2$ .

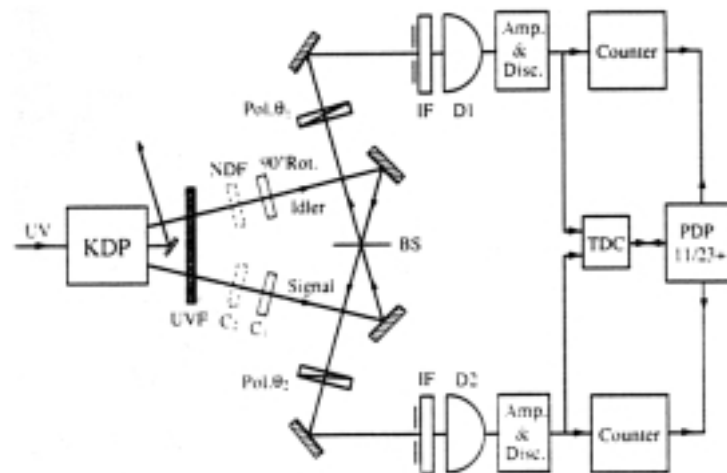
### Perrie, Duncan, Beyer und Kleinpoppen

Spontane, nicht resonante Zweiphoton-Übergänge in metastabilem, atomarem Wasserstoff konnten Perrie et al. [94] als Quelle für polarisationskorrelierte Photonenpaare einsetzen. Diese Quelle ist einer idealen Quelle für ein Bell-Experiment noch näher als die Kalzium-Kaskadenübergänge, weil die zwei Photonen wirklich gleichzeitig emittiert werden. Die nicht-resonante Natur des Prozesses führt dazu, daß die Photonen sehr breitbandig emittiert werden. Dies stellt jedoch kein prinzipielles Problem dar, es führt nur zu Schwierigkeiten mit der verwendeten Optik. Die Filterung erfolgte im gegenständlichen Experiment einfach durch den Transmissionsbereich der Optik, die konkret für Wellenlängen größer als 185 nm transparent war. Die Autoren testeten mit ihren Meßdaten eine Freedman-Ungleichung und kamen zum Ergebnis  $0.268 \pm 0.010 \not\leq 0.25$ .

### Haji-Hassan, Duncan, Perrie, Beyer und Kleinpoppen

Das oben genannte Experiment von Perrie et al. wurde später erweitert um einige Zusatzannahmen testen zu können [57]. Dabei wurde im einen Fall eine Halbwellenplatte zwischen Polarisator und zugehörigen Detektor gegeben, um eine eventuelle Abhängigkeit der Detektionswahrscheinlichkeit eines

Photons von der Einstellung des Polarisators zu überprüfen. Im anderen Experiment wurde zwischen Polarisator und Detektor noch ein zweiter Polarisator eingefügt. Dies sollte eine Kontrolle der „no enhancement“ Annahme sein, war aber wohl eher eine Überprüfung des Gesetzes von Malus<sup>2</sup> für einzelne Photonen.



**Abbildung 2.3.:** Schema des Meßaufbaus von Ou und Mandel. An einem Strahlteiler werden Photonen aus parametrischer Fluoreszenz überlagert, wobei die Polarisation eines der beiden um 90° gedreht wurde.

### Shih und Alley / Ou und Mandel

Die Ära der Experimente mit parametrischen Fluoreszenzquellen begann mit den Experimenten von Shih und Alley [110] und Ou und Mandel [89]. Ich werde die parametrische Fluoreszenz später in dieser Arbeit erläutern, genauere Informationen finden sich in Abschnitt 4.2.1. In Anlehnung an die früheren Experimente konstruierten beide Gruppen eine Quelle für polarisationsverschränkte Photonenpaare. Wichtiges Element war dabei die Überlagerung der Signal- und Hilfs- (Idler-) strahlen an einem Strahlteiler nach einer Polarisationstransformation. Dadurch war bei koinzidenten Detektionen die Polarisation jedes einzelnen Photons unbestimmt, allerdings waren beide Photonen immer unterschiedlich polarisiert.

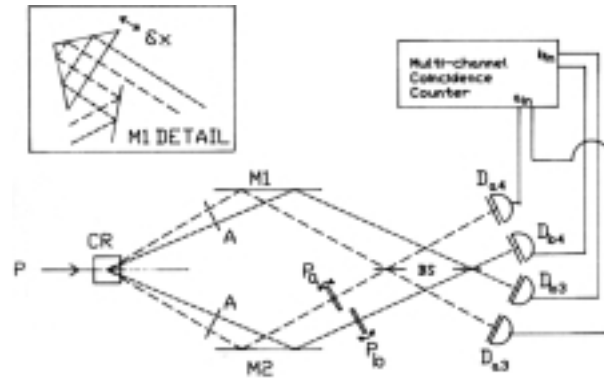
Shih und Alley analysierten ihre Daten mit der Freedman Ungleichung (1.46) und fanden  $0.34 \pm 0.030 \not\leq 0.25$ .

Das Experiment von Ou und Mandel verletzte eine CH-Ungleichung (1.39), aber eine nicht normierte Form, welche relativ wenig Aussagekraft besitzt. Der Kontrast der Koinzidenzrate als Funktion des relativen Analysatorwinkels betrug 76%.

### Rarity und Tapster

Eine Sonderstellung nimmt das Experiment von Rarity und Tapster [100] ein. Es verwirklichte erstmals einen Test der Bell-Ungleichung, der nicht auf der Polarisation (dem Spin) als Eigenschaft der

<sup>2</sup>Das Gesetz von Malus ist die Abhängigkeit der von einem Polarisator transmittierten Lichtintensität  $I$  vom Winkel  $\alpha$  zwischen der Polarisationssebene des einfallenden Lichts und der optischen Achse des Polarisators.  $I = I_0 \cos^2 \alpha$



**Abbildung 2.4.:** Das Experiment von Rarity und Tapster. Die Impulskorrelation der Konversionsphotonen wurde zum Test der Bellschen Ungleichung benutzt.

untersuchten Teilchen basierte. Mit der Untersuchung von Ort-Impuls-Verschränkung ist dieses Experiment dem Gedankenexperiment von EPR sehr nahe. Allerdings wurden nur diskrete räumliche Moden des emittierten Lichts getestet, welche durch das sogenannte „phase-matching“ in der parametrischen Fluoreszenz korreliert sind. Mit dieser Diskretisierung war es in der Folge auch möglich, eine Bellsche Ungleichung zu verletzen.

Weil die gegenseitige Kohärenz der Teilchen relativ gering war, dämpften sich die Korrelationen bei größerer Phasenverschiebung aus. Dennoch war der Kontrast bei kleineren Phasen sehr hoch und genügte, um eine CHSH-Ungleichung zu verletzen ( $2.21 \pm 0.022 \not\leq 2$ ).



**Abbildung 2.5.:** Experiment von Franson zur Messung von Energie-Zeit Korrelationen von Photonen aus parametrischer Fluoreszenz. In diesem Aufbau gibt es Interferenz zwischen den zwei ununterscheidbaren Möglichkeiten, daß beide Photonen den langen Weg oder beide den kurzen Weg gehen. Die Koinzidenzrate oszilliert mit der Summe der beiden Phasen  $\phi_1 + \phi_2$ .

### Brendel, Mohler und Martienssen / Kwiat, Steinberg und Chiao

Brendel et al. [20] und Kwiat et al. [69] konnten zum ersten Mal mit Experimenten nach dem Vorschlag von Franson [46] eine Bell-Ungleichung verletzen. Die Daten aus dem ursprünglichen Experiment von Franson hatten dafür nicht genügend Kontrast aufgrund zu schlechter Zeitauflösung.

Statt der in Abbildung 2.5 gezeigten, unbalancierten Mach-Zehnder Interferometer benutzten Brendel et al. unbalancierte Michelson Interferometer. Der erzielte Kontrast lag bei 86%, der Wert für eine modifizierte CH-Ungleichung (1.39) ergab  $0.052 \pm 0.007 \not\leq 0$ .

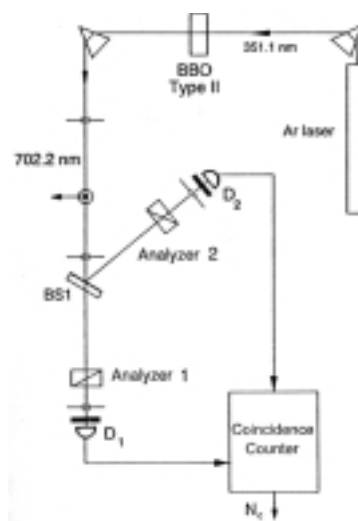


Kwiat et. al. erzielten mit einem Aufbau, der dem Fransonschen Vorschlag noch ähnlicher war, einen Kontrast der Korrelationen von 80.4% und schlossen, daraus eine entsprechende Bell-Ungleichung verletzen zu können.

### Kiess, Shih, Sergienko und Alley

1993 wurde das erste Bell-Experiment mit Typ-II parametrischer Fluoreszenz<sup>3</sup> als Quelle veröffentlicht. In diesem Experiment wurden kollinear erzeugte Photonenpaare an einem Strahlteiler aufgespaltert und an zwei verschiedenen Orten analysiert (nach Polarisation) und detektiert.

Der Versuch zeigte wohl den höchsten beobachteten Kontrast (größer als 99%) der Korrelationen überhaupt. In die Freedman-Ungleichung (1.46) eingesetzt ergab sich ein Wert von  $0.316 \pm 0.003 \leq / 0.25$ .



**Abbildung 2.6.:** Experiment von Kiess et al. zur Messung von Polarisations-Korrelationen aus kollinear parametrischer Fluoreszenz (Typ-II).

### Kwiat, Mattle, Weinfurter, Zeilinger, Sergienko und Shih

Der vorerst letzte Schritt zu immer besseren Quellen lag in der Entdeckung der nicht-kollinearen parametrischen Fluoreszenz (Typ-II), bei welcher keine zusätzlichen optischen Elemente benötigt werden, um einen polarisationsverschränkten Zustand zu erzeugen. Kwiat et al. [68] benutzten diese Quelle, um unter anderem auch eine Verletzung der Bellschen Ungleichung zu zeigen. Der Kontrast der Korrelationen betrug ca. 98% und für die CHSH-Ungleichung (1.33) erhielten die Autoren  $2.69 \pm 0.007 \not\leq 2$  bei einer gesamten Meßzeit von 5 Minuten.

### Neuere Experimente mit massiven Teilchen

Bis heute gibt es noch kein Experiment mit massiven Teilchen, das eine echte Bellsche Ungleichung verletzen konnte. Unter den ernstzunehmenden Kandidaten gibt es das geplante Experiment von Fry et

<sup>3</sup>Siehe auch Abschnitt 4.2.1. Typ-II parametrische Fluoreszenz (down-conversion) ist ein nichtlinear optischer Effekt bei welchem Photonenpaare entstehen, deren Konstituenten unterschiedliche Polarisationen aufweisen.



al. [49] mit Spinkorrelationen von Quecksilberatomen aus Quecksilberdimeren. Im Bereich der Hochenergiephysik wären das  $K^0\bar{K}^0$ -System und das  $B^0\bar{B}^0$ -System zu nennen. Im  $K^0\bar{K}^0$ -System wurden Strangeness-Korrelationen untersucht, die Resultate der CPLEAR-Kollaboration [37] sind ist mit der quantentheoretischen Vorhersage für verschränkte Systeme verträglich. Das  $B^0\bar{B}^0$ -System wurde in verschiedenen Basen untersucht und zeigte in der Basis der Massen-Eigenzustände die stärkste Korrelation, bzw. Interferenz [12, 13]. Diese Ergebnisse stammen aus Analysen neuerer Daten mehrerer Hochenergiephysik-Kollaborationen [35, 3, 2, 38, 74, 88].

## 2.2. Dynamisch geschaltete Experimente oder Experimente über große Entfernung

### Aspect, Dalibard und Roger 2

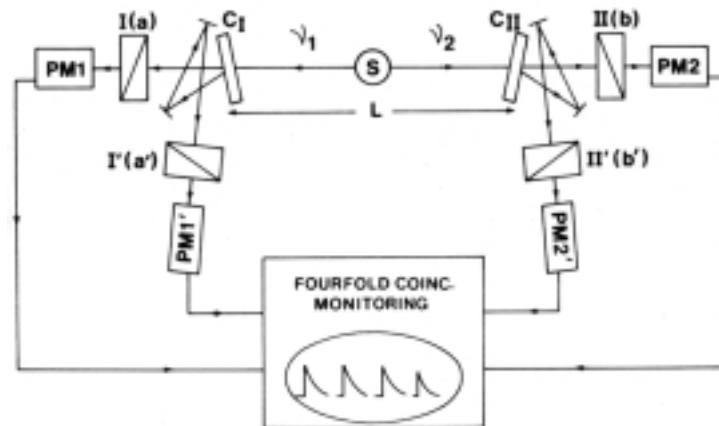
Dies ist das Vorbild, an welchem sich die vorliegende Arbeit orientieren mußte und das meistzitierte Experiment zur Bellschen Ungleichung, das dritte Experiment der Gruppe um Aspect [4]. Bis zu dieser Veröffentlichung war in keinem der Experimente der „Zeitfaktor“ vorhanden, was bei Bell auf Kritik stieß:

“Of more importance, in my opinion, is the complete absence of the vital **time factor** in existing experiments. The analyzers are not rotated during the flight of the particles. Even if one is obliged to admit some long-range influence, it need not travel faster than light – and so would be much less indigestible.” [10]

Es war also notwendig, die Analysatoren im Experiment schnell zwischen verschiedenen Ausrichtungen hin und her zu schalten. Die zentrale Idee der Autoren war, nicht die Analysatoren selbst zu schalten sondern den Weg der Photonen zu einem von zwei unterschiedlich orientierten Polarisatoren dynamisch umzustellen. Dies erreichten die Autoren durch akusto-optische Modulatoren (AOM), also Bragg-Beugung an (Ultra-) Schallwellen in Wasser. Die Schallwellen konnten durch Modulation des erzeugenden Signals ein- und ausgeschaltet werden, und somit änderte sich der Weg, den ein einzelnes Photon nach dem Schalter nehmen mußte. Die Schallwellen wurden durch piezoelektrische Transduktoren mit 25 MHz von zwei gegenüberliegenden Seiten in die Flüssigkeit eingestrahlt. Gewöhnlich baut man AOM aus doppelbrechenden Medien. Deren Funktion ist im allgemeinen polarisationsabhängig. Deshalb benutzten Aspect et al. das genannte Flüssigkeits-Schema mit einer stehenden Welle, die das im Braggwinkel einfallende Licht während einer akustischen Periode zweimal weitgehend (85%) in die erste Ordnung beugte bzw. vollständig durchließ (100%). Das heißt, daß die Schaltrate 50 MHz betrug. Die benötigte akustische Leistung war ca. 1 W bei einer Wechselwirkungslänge von ca. 4 cm.

Die Quelle war dieselbe wie in den vorhergehenden Experimenten der Gruppe [5, 6], nämlich ein Kaskadenübergang in Kalzium. Wegen der Komplexität des Aufbaus verzichteten die Autoren auf Zweiweg-Polarisatoren und benutzten absorptive Einkanal-Polarisatoren (Glasplattenstapel). Damit war es natürlich, die CH-Ungleichung (1.39) zu benutzen. Dafür mußten zusätzliche Messungen vorgenommen werden, bei denen die Polarisatoren entfernt wurden. Das Ergebnis war  $0.101 \pm 0.020 \not\leq 0$ , also trotz der experimentellen Schwierigkeiten eine deutliche Verletzung.

Ob dieses Experiment eine saubere raumartige Trennung von Detektions- und Schaltereignissen bewirkt, wurde sehr kontrovers diskutiert. Offensichtlich sind die 2 ns Schaltzeit zwischen totaler Trans-



**Abbildung 2.7.:** Experiment von Aspect et al. Photonen aus einem Kalzium-Kaskadenübergang wurden an zwei ungefähr 12 m entfernten Punkten detektiert. Vor der Detektion passierten die Photonen akusto-optische Schalter, welche sie zu einem von zwei unterschiedlich orientierten Polarisatoren leiteten.

mission und (fast) totaler Bragg-Reflexion wesentlich kürzer als der Abstand  $L = 12$  m der Detektoren dividiert durch die Vakuumlichtgeschwindigkeit  $L/c_0 = 40$  ns. Allerdings stimmen viele Kritiker überein, daß für periodisches, deterministisches Schalten — hier durch die AOM — keine definierte Schaltzeit existiert. Man müßte wohl zumindest alle Verzögerungen, welche in der Elektronik und im Modulator auftreten, zur Schaltzeit hinzuzählen. Ob dann die Bedingung für raumartige Trennung immer noch erfüllt ist, hängt sehr stark davon ab, wo man den „Start“ des Schaltsignals ansetzt. Zeilinger [126] fand noch dazu, daß es eine zufällige numerische Übereinstimmung zwischen Modulationsfrequenz und Lichtweg gab. Auch Aspect et al. meinten, daß zufälliges Schalten besser gewesen wäre, aber offenbar war es mit der verwendeten Technik nicht möglich.

Dazu kommt, daß wie in fast allen anderen Experimenten Standardverfahren zur Koinzidenzzählung benutzt wurden. D.h. von den Detektoren auf beiden Seiten des Experiments wurden klassische Signale zu einer gemeinsamen Koinzidenzelektronik geschickt, und dort nach Passieren eines (zeitlichen) Koinzidenzfensters registriert. Diese klassische Art der Koinzidenzzählung gibt einen weiteren gemeinsamen Kontext für die beiden Messungen. Ein solcher Kontext bereitet zusätzliche Schwierigkeiten einen genauen Zeitpunkt zu identifizieren, zu dem die Detektion eines Photons als abgeschlossen betrachtet werden kann [29].

Dennoch muß man zugeben, daß alle Kritikpunkte nicht in der Physik begründet werden können, sondern nur in der Interpretation der Theorien und daher sehr stark den philosophischen Hintergründen unterliegen.

### Tapster und Rarity / Rarity, Tapster und Owens

Die ersten Versuche, die Idee der raumzeitlichen Trennung nach dem Experiment von Aspect et al. weiter zu verfolgen, machten Rarity, Tapster und Owens 1992 bis 1994 [101, 114]. Die Autoren benutzten einen Aufbau mit parametrischer Fluoreszenzquelle (Typ-I) nach dem Vorschlag von Franson [46] mit unbalancierten Interferometern, nutzten also die sogenannte „Energie-Zeit-Verschränkung“ der entstehenden Photonen aus.

Eines der beiden Teilchen folgte dabei einer langen optischen Faser (ca. 4 km im letzten Experiment), während das andere gleich in der Nähe der Quelle detektiert wurde. Allerdings war diese Faser auf einer Spule aufgewickelt, somit die Analysatoren und Detektoren nur wenige Meter räumlich getrennt. Ein solches Experiment würde, auch mit schnellen Schaltern für die Analysatoren, nicht geeignet sein, um hypothetische Wechselwirkungen der jeweils entfernten Apparate mit den Teilchen auszuschließen. Sehr wohl könnte ausgeschlossen werden, daß sich (unbekannte) Einflüsse über die räumlichen Moden ausbreiten, in denen sich die gemessenen Teilchen bewegen.

Der Kontrast der Daten aus dem zweiten Versuch [114] war 87%, was eine Verletzung der Bellschen Ungleichung impliziert. Die Autoren verzichteten jedoch auf eine dahingehende Analyse.

### **Tittel, Brendel, Gisin, Herzog, Zbinden und Gisin**

Den Distanz-Weltrekord für quantentheoretische Korrelationen hält die Gruppe von Gisin [117, 118]. Die Autoren nutzten vorinstallierte Telekommunikations-Glasfasern für einen Test der Bell-Ungleichungen nach Fransons Vorschlag [46]. Die Quelle war eine parametrische Fluoreszenz-Quelle, welche Photonenpaare bei 1310 nm generierte. Diese Paare wurden an einem Strahlteiler aufgeteilt und an zwei voneinander mehr als 10 km entfernten Orten detektiert.

Im ersten Experiment war der erzielte (unkorrigierte) Kontrast relativ gering, weil die benutzten Detektoren sehr hohe Dunkelzählraten aufwiesen. In den neueren Versuchen konnte der unkorrigierte Kontrast auf 86% gesteigert werden, nach Abzug von zufälligen Koinzidenzen erhält man sogar 95%. Dies entspricht einer Verletzung der CHSH-Ungleichung (1.33) mit  $2.70 \pm 0.03 \not\leq 2$ .

Die Autoren modifizierten das Experiment später auch noch dahingehend, daß sie eines der analysierenden Interferometer durch einen Strahlteiler gefolgt von zwei solchen Interferometern ersetzten. Dies sollte bewirken, daß jedes Photon zufällig einen der „Analysatoren“ wählte. Diese Wahl ist natürlich zufällig, aber die Ursache des Zufalls ist nicht getrennt vom gemessenen Teilchen, daher könnte eine eventuelle verborgene Variable in diesem Teilchen auch die Wahl des Weges steuern. Zudem sind beide Analysemoden ständig „offen“ und damit für das Teilchen sichtbar.



## 3. Experimentelle Anforderungen

In diesem Kapitel möchte ich die Anforderungen beschreiben, denen ein wirklich unangreifbarer Test der Bellschen Ungleichung („Bell-Experiment“) genügen müßte. Es geht vor allem darum, eine Ungleichung verletzen zu können, die keine der Zusatzannahmen (siehe Abschnitt 1.6) benötigt. Auch wenn die Mehrheit der Physiker die bereits durchgeführten Experimente als überzeugende Widerlegung von verborgenen Variablen akzeptiert, gibt es immer noch Kritiker, deren Einwände durchaus ernst genommen werden müssen. Außerdem ist die (eingeschränkt) nichtlokale Natur der Quantentheorie Grund genug für weitergehende Untersuchungen.

### 3.1. Detektionseffizienz

Zuerst widme ich mich kurz dem Schlupfloch der niedrigen Detektionseffizienz, und den Versuchen diese Kritik auszuräumen. Ich habe schon dargelegt, daß das untere Limit der Detektoreffizienz zur Verletzung der originalen CH-Ungleichung 82.8% beträgt. Dies gilt aber nur dann, wenn auch die Hintergrundzählrate (Streulicht, Dunkelzählrate, ...) verschwindet. Ebenso muß der Kontrast der Koinzidenzrate in Abhängigkeit vom Differenzwinkel 100% betragen. Alle Effekte, welche die Hintergrundzählrate ansteigen lassen, oder den Interferenzkontrast mindern, verschlechtern also die Verletzung der Bellschen Ungleichung, und machen damit eine höhere Detektoreffizienz nötig.

Im optischen Bereich, in welchem bis jetzt die meisten Bell-Experimente durchgeführt wurden, gibt es bislang nur Detektoren, die entweder hohe Effizienz oder gute Zeitauflösung aufweisen, jedoch nicht beides. Gute Zeitauflösung erhält man im allgemeinen nur durch Detektoren, die in einem Zählmodus arbeiten, wie z. B. Photomultiplier und Avalanche-Photodioden (Lawinendioden). Hohe Effizienzen erreicht man dagegen derzeit nur durch lineare Detektoren und Homodyn-Messung. Diese Art der Messung hat allerdings im allgemeinen eine Zeitauflösung, die den Einsatz in einem Bell-Experiment unmöglich macht, weil es hier auf die genaue zeitliche Zuordnung von Detektionen beider Seiten zueinander ankommt. Neue Hoffnungen geben sogenannte Festkörper-Photomultiplier (SSPM, „solid state photo-multipliers“), die hohe Effizienz, gute Zeitauflösung und Rauscharmut durch kryogenen Betrieb bei 6 K ermöglichen [70, 71]. Diese sind allerdings durch den benötigten Kryostaten und die notwendige Abschirmung thermischer Infrarotstrahlung sehr aufwendig in der Handhabung, und außerdem aufgrund von Ausfuhrbeschränkungen nur in den USA erhältlich.

Bei optischen Experimenten stellt sich weiters die Frage, ob mit den vorhandenen Quellen und Komponenten überhaupt eine genügend hohe Sammeleffizienz zueinander gehörender Photonen erzielt werden kann. Für Atom-Kaskaden Experimente, bei welchen der Dreikörperprozeß des Kaskadenübergangs nur sehr schlechte räumliche Korrelation der detektierten Photonen erzeugt, ist die

Sammeleffizienz wahrscheinlich in jedem Fall zu gering. Gegenüber diesen ist die Typ-II Quelle<sup>1</sup> (siehe Abschnitt 4.2.1) wahrscheinlich die „reinste“ Quelle verschränkter Zustände, die wir derzeit kennen. Unsere aktuellen Ergebnisse lassen vermuten, daß die Anpassung der räumlichen Pumpstrahlmode an die Detektionsoptik und die Kristallgeometrie durchaus hohe Sammeleffizienzen zulassen.

Der Vorschlag von Eberhard [42] mithilfe nicht-maximal verschränkter Zustände das Limit für die Detektoreffizienz nach unten zu schieben, wird nun auch von Kwiat et al. in Los Alamos [72] mit einer modifizierten Typ-II Quelle realisiert werden, um zusammen mit optimierten SSPM Detektoren ein „wasserdichtes“ Bell-Experiment durchzuführen.

Noch nicht veröffentlicht sind Nachrichten, daß in der Gruppe von Yamamoto in Stanford ein Experiment durchgeführt wurde, das eine Gesamteffizienz von 87% erreicht. Dies soll ebenfalls mit SSPM Detektoren erzielt worden sein<sup>2</sup>. Bereits erschienene Vorveröffentlichungen deuten jedoch eher darauf hin, daß die genannte Effizienz nur eine Abschätzung der Effizienz des benutzten Detektors ist.

Die Gruppe von Fry in Texas, versucht schon seit längerem [49], einen Test der Bell-Ungleichungen mit massiven Teilchen aufzubauen. Dabei sollen Quecksilber-Dimere  $^{198}\text{Hg}_2$  durch Laser-induzierte Dissoziation in spin-verschränkte Quecksilberatome gespalten werden. Die Fragmente würden dann durch spin-selektive Laserionisation an zwei entfernten Punkten nachgewiesen werden. Dieser Nachweis hat nach Abschätzungen von Fry eine Empfindlichkeit von fast 100%. Dieses Experiment hätte zwei Vorteile. Zum einen sollte die Gesamtnachweiseffizienz wesentlich größer als die notwendige Schwelle sein, und zweitens wäre es der erste Test der Bellschen Ungleichung mit Teilchen, deren Ruhemasse von Null verschieden ist.

## 3.2. Raumzeitliche Trennung

Wie schon erwähnt, ist das Hauptthema dieser Arbeit das zweite große Schlupfloch in allen vorangegangenen Experimenten zur Bellschen Ungleichung. Meistens wird es als „spacelike separation loophole“ bezeichnet, also das Schlupfloch für Vertreter lokal realistischer Theorien, welches offen bleibt, wenn ein Experiment nicht sicherstellt, daß zwischen Detektion auf der einen Seite und Wahl der Analysator-Einstellung auf der anderen Seite kein raumartiges Intervall liegt.

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit heißen die beiden Meßstationen, welche die Teilchen registrieren, Alice und Bob nach dem Schema das in der Kryptographie häufig verwendet wird. Die EPR-Quelle für verschränkte Teilchenpaare werde ich im weiteren immer kurz als **Quelle** bezeichnen, wie in Abbildung 3.1.

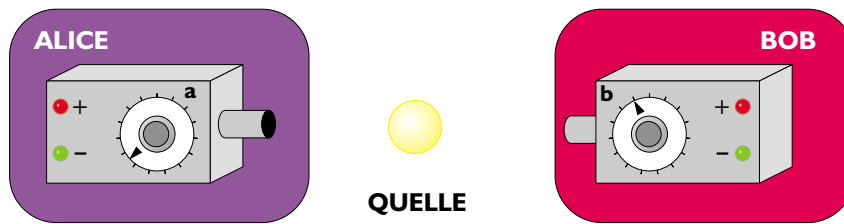
Warum befassen wir uns so intensiv mit Lokalität und Raumzeit? Wie in Abschnitt 1.5 schon besprochen wurde, war für Bell die Lokalitätsannahme *die* wesentliche Zutat zur Herleitung der Ungleichung. Erinnern wir uns an die erste Formulierung:

$$A(\mathbf{a}, \lambda) = \pm 1, \quad B(\mathbf{b}, \lambda) = \pm 1. \quad (3.1)$$

Diese Gleichungen beschreiben unsere Annahme, daß das Meßergebnis  $A$  (wenn Alice ein Teilchen detektiert) nur von verborgenen Parametern  $\lambda$  und der Einstellung  $\mathbf{a}$  **ihres eigenen** Analysators (Apparats) abhängen kann. Das gleiche gilt respektive für Bob.

<sup>1</sup>Parametrische Fluoreszenz in  $\chi^{(2)}$ -nichtlinearen Kristallen. In diesem Prozeß werden polarisationsverschränkte Photonenpaare durch Konversion von ultraviolett-Licht in sichtbares Licht erzeugt.

<sup>2</sup>Persönliche Mitteilung von M. Arndt, Universität Wien.



**Abbildung 3.1.:** Schema eines allgemeinen Bell-Experiments mit einer **Quelle**, die verschränkte Teilchenpaare produziert und den Beobachtern Alice und Bob. Diese sollen unabhängig ihre Analysatoren (Parameter  $a$  und  $b$ ) variieren und die Meßergebnisse („+“ und „-“) aufschreiben. Bei nicht-idealer Detektionseffizienz müssen die Beobachter zusätzlich noch die Zeiten der einzelnen Messungen notieren, um sie später einander richtig zuordnen zu können.

Wir müssen uns nun die Frage stellen, ob eine solche Annahme gerechtfertigt ist. Ganz sicher ist es falsch, einfach Einflüsse des entfernten Apparats auszuschließen, nur weil wir sie nicht direkt erkennen können. Bei so fundamentalen Fragestellungen wie verborgenen Variablen müssen wir wohl hypothetische, unbekannte Einflüsse berücksichtigen. Ich unterteile diese in zwei Klassen:

- **Subluminale** Effekte breiten sich langsamer oder höchstens gleich schnell wie das Licht im Vakuum aus.
- **Superluminale** Einflüsse dagegen, sind schneller als das Licht. Offensichtlich sind diese nicht mit der Relativitätstheorie und der Kausalität vereinbar, sofern es wirkliche Effekte sind<sup>3</sup>.

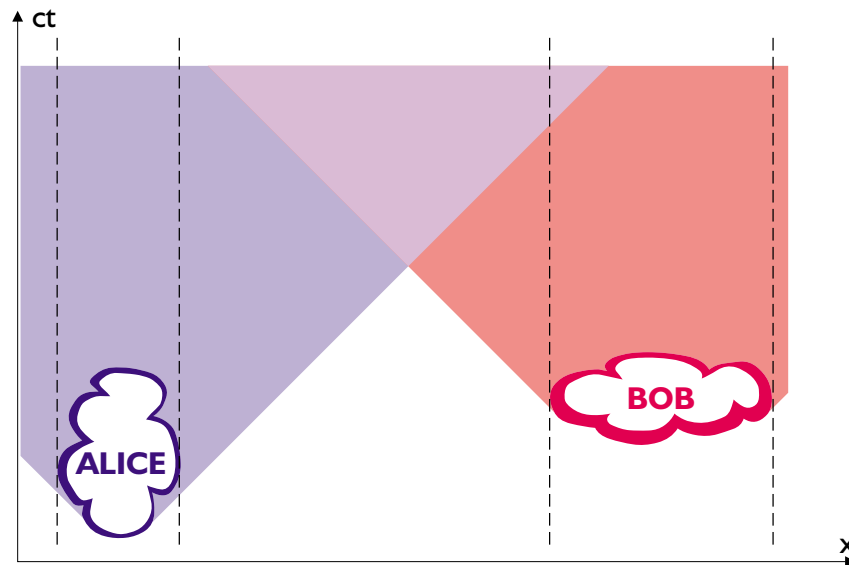
Superluminale Effekte sind, wie schon gesagt, inhärent nichtlokal und damit kein Schlupfloch für Vertreter lokal realistischer Theorien. Im Kontext entsprechender Experimente ist vielleicht von Interesse, welche fiktive Grenzggeschwindigkeit solche Einflüsse haben könnten, ohne die beobachteten Korrelationen erklären zu können. Weiter unten werde ich die Abschätzung solcher Geschwindigkeiten behandeln.

Subluminale Einflüsse des entfernten Apparats auf das lokale Meßergebnis sollten in einem definitiven Bell-Experiment ausgeschlossen werden. Bei Vernachlässigung dieses Kriteriums ist die Lokalitätsannahme nicht experimentell gerechtfertigt und damit rein spekulativ. Hier verknüpfe ich bewußt die Bellsche Lokalitätsannahme mit Erkenntnissen der Relativitätstheorie. Weder in der nicht-relativistischen Quantentheorie noch in der relativistischen gibt es eine Dynamik für den Meßprozeß.<sup>4</sup> Man bedenke jedoch, daß wir hier nicht von Quantentheorie sondern von **lokal** realistischen Theorien sprechen, wie sie schon Einstein im Sinne hatte. Eine lokal realistische Theorie würde das Ergebnis

<sup>3</sup>Von mehreren Autoren wurde dargelegt, daß es möglich ist, nichtlokale Effekt kovariant durch avancierte elektromagnetische Felder darzustellen. Auch diese Vorgangsweise würde aber der Kausalität widersprechen, weil man dann in seine eigene Vergangenheit signalisieren könnte, wenn dies nicht durch ad-hoc Zusatzannahmen in der jeweiligen Theorie verboten wird.

<sup>4</sup>In der relativistischen Quantentheorie und in der Quantenfeldtheorie spielt der Meßprozeß und sein nicht-relativistisches Verhalten wohl eher eine untergeordnete Rolle, weil nie Einzelereignisse betrachtet werden. Die berechneten Erwartungswerte sind dagegen raumzeitlich nicht als Ereignisse definierbar, daher muß auf diese auch nicht die relativistische Kinematik angewandt werden.

eines jeden einzelnen Detektionsereignisses voraussagen. Damit solche Theorien konzeptionelle Vorteile bieten, müssen sie aber auch in Einklang mit der Relativitätstheorie stehen. Das erklärt somit, warum eine klare raumzeitliche Trennung der Einzelereignisse bei Bell-Experimenten direkt die Lokalitätsannahme impliziert: Wenn subluminalen Einflüsse der entfernten Meßapparatur auf das lokale Meßergebnis ausgeschlossen werden können, können wir im Rahmen lokal realistischer Theorien annehmen, daß auch Lokalität im Bellschen Sinn vorliegt (3.1) (s. Raumzeit-Diagramm in Abbildung 3.2).



**Abbildung 3.2.:** Allgemeines Raumzeit-Diagramm für zwei Gebiete, die durch ein raumartiges Intervall getrennt sind. Lichtstrahlen sind 45°-Linien. Kein Effekt, der langsamer oder gleich schnell wie das Licht ist, kann von Alices Gebiet aus irgendetwas in Bobs Gebiet bewirken.

Die Kriterien für ein raumzeitlich wohlstrukturiertes Bell-Experiment können in folgende drei Punkte gegliedert werden:

1. Räumliche Trennung der Beobachter.
2. Schnelles, zufälliges Variieren der Analysatoren.
3. Unabhängige, lokale und zeitlich definierte Datenerfassung.

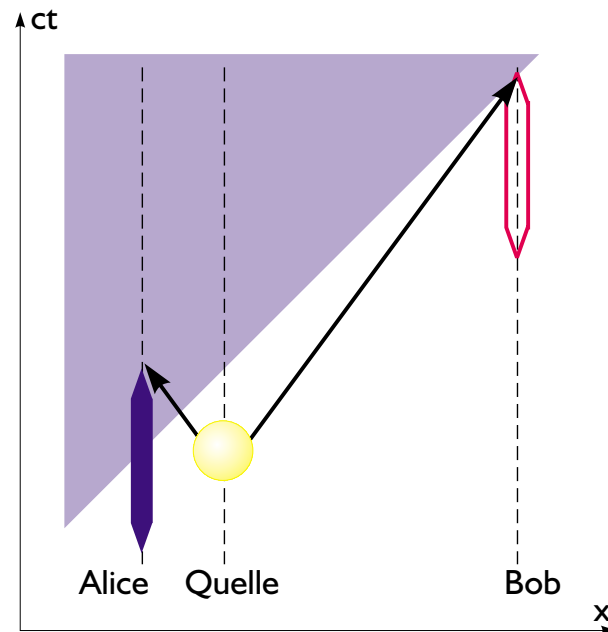
Mit dieser Unterteilung können wir nun versuchen die wolkenartigen Gebiete in Abbildung 3.2 räumlich und zeitlich einzugrenzen.

#### 3.2.1. Geometrie

In den Gedankenexperimenten von EPR, Bohm und Bell liegen Quelle und beide Beobachtungsstationen auf einer Geraden, wobei die Quelle in der geometrischen Mitte der beiden Beobachter liegt.



Diese Geometrie ist natürlich keine Bedingung für ein reales Experiment aber es gibt dennoch Limits für Abweichungen davon. Stellen wir uns ein extrem unsymmetrisches Experiment vor, bei welchem beide Teilchen gleich schnell, sind aber stark unterschiedliche Wege zu den Analysatoren zurückzulegen haben. Das zugehörige Raumzeit-Diagramm (Abb. 3.3) zeigt, daß es sehr schwer sein wird, raumartige Trennung zu erzielen.

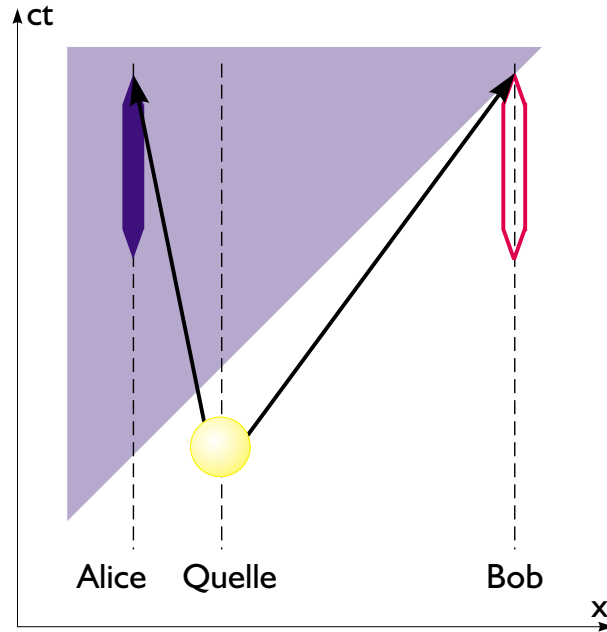


**Abbildung 3.3.:** Bei sehr unsymmetrischer Anordnung der Beobachter zur Quelle und gleicher effektiver Geschwindigkeit der Teilchen (schwarze Pfeile) ist es schwierig, Alices Messung (gefüllter Balken) außerhalb Bobs Rückwärtslichtkegel zu halten, sodaß keine Information über Alices Messung zu Bob gelangen kann.

Anders ist es, wenn eine eventuelle Asymmetrie durch unterschiedliche effektive Teilchengeschwindigkeiten ausgeglichen wird. Bei Photonen z. B. könnte man jenes, das den kürzeren Weg hat, durch eine Verzögerungsleitung führen. Damit werden die beiden Teilchen wieder gleichzeitig (bezogen auf das Ruhssystem der Analysatoren) detektiert. Die Messungen der beiden Beobachter können somit wieder raumartig getrennt werden (Abb. 3.4).

Alle diese Aussagen beziehen sich auf das gemeinsame Ruhssystem von Quelle und Beobachtern. Die Eigenschaft zweier Raumzeit-Bereiche, raumartig getrennt zu sein, ist natürlich unabhängig vom gewählten Bezugssystem. Daher sind auch Spekulationen über wechselnde Einflüsse der beiden Gebiete aufeinander nicht sinnvoll, denn zwischen zwei raumartig getrennten Gebieten gibt es keine kausalen Wechselwirkungen, egal in welchem Bezugssystem man sich befindet. Damit verlieren auch die Begriffe „früher“ und „später“ in diesem Zusammenhang ihren Sinn<sup>5</sup>.

<sup>5</sup>Suarez [113] schlägt Experimente vor, bei denen die Analysatoren und Detektoren rasch bewegt werden, wodurch kein ausgezeichnetes Bezugssystem mehr existiert, und in den jeweiligen Ruhssystemen der Analysatoren immer das andere Teilchen „später“ analysiert wird. Dieser sehr spekulative Vorschlag wird möglicherweise von der Gruppe um Gisin in Genf realisiert werden. Persönlich Mitteilung von N. Gisin, Universität Genf.



**Abbildung 3.4.:** Dieses Raumzeit-Diagramm zeigt, daß die Position der Quelle, bzw. die Symmetrie der Anordnung für die raumartige Trennung der beiden Messungen unerheblich ist, solange die Detektionszeitpunkte zeitlich nicht zu weit auseinander liegen.

Die genaue Position der Quelle ist aber nicht nur räumlich relativ unwichtig, sondern auch zeitlich. Anders gesagt, die Geschwindigkeit der Teilchen gibt keine essentiellen Limits vor. Abb. 3.5 zeigt verschiedene Fälle bezüglich der Geschwindigkeit der gemessenen Teilchen. Somit sind auch Experimente mit langsamen massiven Teilchen möglich.

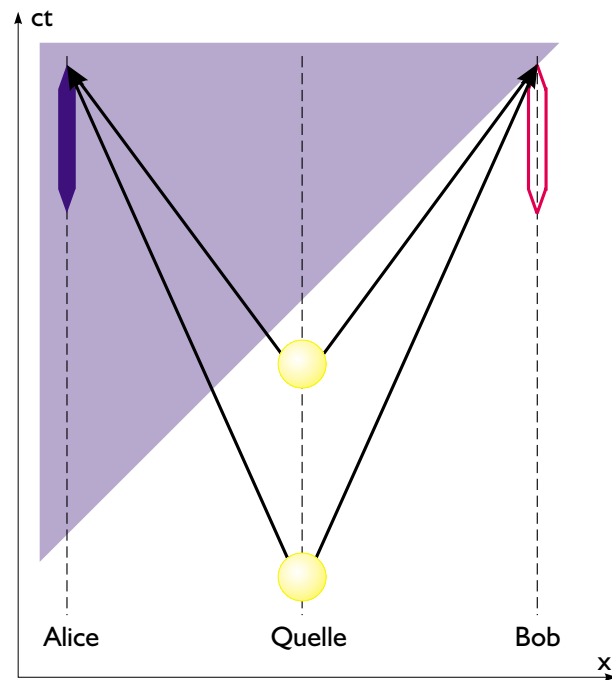
Welche maximale Zeit steht nun für die einzelnen Messungen zur Verfügung, damit für gegebene Abmessungen der Apparatur raumartige Trennung der Messungen besteht? Ich bezeichne die Entfernung zwischen Alice und Bob mit  $\overline{AB}$ . Dann ist die maximale Zeit für die Messung  $t_{\max}$  bei gleichzeitiger Detektion der Teilchen im Ruhssystem der Apparatur

$$t_{\max} = \frac{\overline{AB}}{c_0} \quad (3.2)$$

wobei  $c_0$  die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit bezeichnet.

#### 3.2.2. Schnelles und zufälliges Variieren der Analysatoren

Damit wir von raumartiger Trennung der einzelnen Beobachtungen für ein Bell-Experiment sprechen können, müssen wir zuerst definieren, was alles zu einer solchen Messung gehört. Dies ist in keiner Theorie festgelegt, daher können wir niemals definitiv sagen, daß raumartige Trennung für die Messung innerhalb jeder beliebigen Theorie vorliegt, sondern immer nur für gewisse Teile des Meßprozesses. Die wichtigsten Teile in der zeitlichen Abfolge haben wir mit den folgenden Punkten identifiziert:



**Abbildung 3.5.:** Die Geschwindigkeit der untersuchten Teilchen hat keinen Einfluß auf die raumzeitlichen Eigenschaften eines Bell-Experiments. Teilchen könnten also auch zu wesentlich früheren Zeiten erzeugt werden, und dennoch könnte man raumartige Trennung der Messungen erreichen.

1. Erzeugung einer **Zufallszahl**, die mit der Vorgeschichte des erzeugenden Systems **unkorreliert** ist.
2. Generieren eines entsprechenden **Steuersignals** für den Analysator.
3. **Einstellen des Analysators** mit dem Steuersignal.
4. **Registrierung eines Teilchens** durch ein klassisches Signal (nach eventueller Rauschunterdrückung).

Der letzte Punkt zählt eigentlich schon zum Abschnitt der Datenerfassung (3.2.3), muß aber in Abschätzungen der Gesamtzeit eines Meßvorgangs miteinbezogen werden.

Wir sind also der Meinung, daß eine möglichst vorsichtige Abschätzung der Zeitdauer eines Meßvorgangs alle Zeiten mit einschließen sollte, in denen die Information über die konkrete Analysatorstellung für die nächste Messung bereits mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als  $\frac{1}{2}$  vorhersagbar ist.

Die Gesamtzeit aller hier genannten Vorgänge muß kleiner sein als  $t_{\max}$  (Gl. 3.2). Auf die schwierigste Frage nach der Dauer der Zufallszahlenerzeugung werde ich gleich in der Diskussion der Eigenschaften von Zufallsgeneratoren eingehen. Die Zeitdauer der obigen Punkte 2 und 3 muß mit klassi-

schen Methoden (elektronisch oder elektronisch-optisch) gemessen und zu den anderen Zeiten addiert werden.

Punkt 4 hängt sehr stark von der persönlichen Einschätzung ab, wann ein Signal als klassisch zu bezeichnen ist. Es wird vermutlich niemand bezweifeln, daß das Ausgangs-Signal eines Diskriminators (der meist das direkte Detektorsignal weiterverarbeitet) bereits ein klassisches ist.

Für jedes einzelne detektierte Teilchen muß eine definierte Analysatorstellung vorliegen. Dies kann erreicht werden, indem man die Teilchen wechselnd auf verschieden eingestellte Analysatoren lenkt oder die Analysatoren selbst physikalisch verändert.

#### Zufälligkeit

Wir fordern von einem idealen Bell-Experiment, daß es durch einen physikalischen Zufallsgenerator gesteuert wird. Pseudo-Zufallsgeneratoren würden hier nicht genügen, weil diese ja per definitionem vorhersagbar sind. Damit wäre aber die Einstellung des Analysators zu jeder beliebigen Zeit vorhersagbar. Es wird dabei also keine neue Information produziert, und somit könnte dem ganzen Prozeß keine definierte Zeitspanne zugeordnet werden. Vertreter des lokalen Realismus könnten nun behaupten, daß man konsequenterweise annehmen muß, daß auch ein physikalischer Zufallsgenerator von verborgenen Parametern gesteuert wird und daher deterministisch ist. Dem kann man nur entgegenhalten, daß physikalische Zufallsgeneratoren die beste Näherung an Unabhängigkeit sind, die wir kennen. Noch besser wäre ein bewußter Beobachter, der nach seinem eigenen freien Willen den Analysator einstellt. Falls auch mit einem solchen Experiment — das derzeit wegen der Langsamkeit bewußten Handelns nur sehr schlecht durchführbar wäre — die Bellsche Ungleichung verletzt werden würde, dann wäre einer der wenigen bleibenden philosophischen Auswege der totale Determinismus. Mit totalem Determinismus als philosophischem Grundsatz verlieren jedoch viele physikalische Konzepte, darunter Lokalität, Kausalität, usw. ihre Bedeutung.

Die Vorstellungen von Zufall und Zufälligkeit gehen innerhalb der Wissenschaft weit auseinander. Ich werde im folgenden versuchen, ein Bild dessen zu geben, was die moderne Mathematik über Zufälligkeit zu sagen hat. Ich fasse dabei im wesentlichen einige Ergebnisse der Diplomarbeit von Ulrich Achleitner [1] zusammen, die er im Rahmen unseres Experiments verfaßt hat. Die folgenden Aussagen beziehen sich alle auf binäre, unendlich lange Folgen, ohne dadurch die Allgemeinheit einzuschränken.

Die in der Mathematik am häufigsten gebrauchten Definitionen von Zufälligkeit kommen von Kolmogorov und Martin-Löv. Kolmogorov fand, daß eine Folge zufällig ist, wenn sie **chaotisch** ist (nicht zu verwechseln mit dem modernen Begriff chaotisch für gewisse dynamische Systeme!). Chaotisch ist eine Folge, wenn ihre Komplexität (die Länge eines binären Programms, das die Folge erzeugt) nicht kleiner als die Länge der Folge ist. Martin-Löv entdeckte ein äquivalentes Kriterium in dem er eine Möglichkeit fand, die Teilmengen vom Maß 0 der Menge aller Folgen zu klassifizieren. Eine **typische** Folge sollte dann kein Element einer dieser Teilmengen sein, also keine speziellen Eigenschaften haben. Diese Definitionen sind leider sehr abstrakt, aber viel konkreter kann man das Wesen des Zufalls wahrscheinlich nicht fassen.

Eine konkrete von einem Zufallsgenerator erzeugte Folge sollte zumindest die üblichen Tests für Zufallsgeneratoren bestehen, wobei sie zuvor auf Gleichverteilung transformiert werden darf, denn die meisten Tests sind darauf sehr sensibel. In Bezug auf die Physik und die Anwendung für unser Experiment sind zwei Begriffe wohl sehr wichtig. Zum einen ist es die Entropie einer Zufallsfolge und zum anderen die Autokorrelation.

Die Entropie  $H$  ist hier der aus der Thermodynamik in der Informationstheorie adaptierte Begriff

für den Informationsgehalt einer Sequenz (Nachricht).

$$H = \sum_{i=1 \dots n} p_i \log_2 p_i, \quad (3.3)$$

wobei  $n$  die Anzahl der Codezeichen ist und  $p_i$  die Wahrscheinlichkeit, daß das  $i$ -te Codezeichen auftritt. Um einen Zufallsgenerator damit zu testen, zerteilt man die zu testende Folge und berechnet die Entropie der Fragmente. Für eine „gute“ Zufallsfolge sollte man eine Entropie erhalten, welche der Länge der Fragmente entspricht. Dies sagt allerdings noch nichts über die Ordnungseigenschaften der gesamten Folge aus.

Uns interessieren hier eher Korrelationskoeffizienten, z. B. der serielle Korrelationskoeffizient. Prinzipiell geben solche Tests Auskunft über die Vorhersagbarkeit einer Folge. Für einen physikalischen Zufallsgenerator ist dies im allgemeinen verknüpft mit der Zeitdauer, für welche sein Verhalten vorhergesagt werden kann. Ein solcher Korrelationstest gibt uns damit ein Maß für die „Geschwindigkeit“ eines Zufallsgenerators bei gegebener mittlerer Produktionsrate der Zufallszahlen. Wenn wir den Zufallsgenerator als Maschine betrachten, die ein kontinuierliches Signal  $f(t)$  liefert, dann ist der serielle Korrelationskoeffizient gerade die (normierte) Autokorrelation  $a(\tau)$ , die durch

$$a(\tau) := \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f(t)f(t-\tau) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} f(t)f(t) dt} \quad (3.4)$$

definiert ist<sup>6</sup>.

Daneben gibt es noch viele andere Arten von Tests, die ursprünglich erfunden wurden, um Pseudozufallsgeneratoren zu testen. Die meisten von ihnen sind sehr speziell und nicht bei allen schneiden die physikalischen Generatoren gut ab. Dennoch können manche von ihnen einige Fehler entdecken.

### 3.2.3. Unabhängige Datenerfassung

In einem idealen Bell-Experiment zeichnen die Beobachter Alice und Bob jeweils ihre Beobachtungen auf und vergleichen sie nach einer gewissen vereinbarten Meßzeit. In der Realität werden nicht alle emittierten Paare auch als Paare detektiert, daher ist es zumindest auch nötig, den Detektionszeitpunkt eines jeden einzelnen detektierten Teilchens zu registrieren. So können die beiden Teilchen eines Paares einander eindeutig zugeordnet werden. Trotzdem soll der gemeinsame Kontext so gering wie möglich gehalten werden, damit man von **unabhängigen Beobachtern** sprechen kann.

Ganz besonders ist hier die übliche Verwendung von elektronischen Koinzidenzverfahren zu nennen. Diese Methoden benutzen Logik-Gatter, Zeit-Amplituden-Konverter u. ä. zur Bildung der Koinzidenzen aus den Einzelereignissen. Hierbei gehen Informationen über die Einzelereignisse verloren und meist auch die Möglichkeit, nachträglich den Einfluß verschieden großer Koinzidenz-Zeitfenster zu untersuchen [116].

Unter gemeinsamen Kontext fällt auch jegliche Kommunikation zwischen den Beobachtern oder einer dritten Stelle (z. B. der Ort der Quelle) und den Beobachtern. Selbstverständlich ändert solche Kommunikation nichts an der tatsächlichen experimentellen Konfiguration. Um die Unabhängigkeit

<sup>6</sup>Bei digitalen Signalen über einer diskretisierten Zeitachse würde man die Integrale durch Summen ersetzen.

der Beobachter manifest darzustellen, sollte die Kommunikation jedoch auf ein Minimum reduziert werden, besonders vor und während der Messungen. Wir haben als minimale Kommunikation die **Synchronisation der Uhren** der Beobachter und deren Absprache über die Meßdauer festgelegt. Die Kommunikation nach dem Meßintervall muß natürlich den Austausch und die Auswertung der Meßdaten enthalten, kann also relativ umfangreich sein.

## 4. Realisierung

Diese Dissertation besteht in ihrem Wesen aus sehr vielen Abschätzungen und Ideen, von denen die meisten nicht verwirklicht wurden. Der endgültige Apparat könnte wahrscheinlich mit genügenden Mitteln und dem jetzigen Wissen sehr schnell nachgebaut werden. Die Idee war jedoch, mit möglichst modernen Methoden ein Bell-Experiment der dritten Generation<sup>1</sup> aufzubauen, das den obigen Anforderungen so nahe wie möglich kommt. Daher mußten viele Technologien auf ihre Tauglichkeit untersucht werden.

Es ist nun ein wenig schwierig, diese Überlegungen strukturiert darzustellen, denn es existieren sehr viele gegenseitige Bedingungen zwischen den einzelnen Teilen des Experiments. Ich werde dennoch versuchen, nicht zuviel vorgreifen zu müssen.

### 4.1. Ideen und Abschätzungen

Wir gingen davon aus, ein optisches Bell-Experiment durchzuführen. Bei der Wahl der Quelle war klar, daß nur die parametrische Fluoreszenz in Frage kommt, wobei die Wellenlänge abgesehen von Grenzen durch Verfügbarkeit von Lasern und Kristallen nicht von vorne herein festgelegt war. Die Wahl der Wellenlänge ist sehr stark von der Verfügbarkeit anderer Komponenten abhängig. Vorrangig war für uns die Frage der Detektoren. Weil nur für sichtbare (und ultraviolette) Wellenlängen Einzelphotonen-Detektoren mit hohem Signal-Rausch-Verhältnis erhältlich sind, schied für uns der Infrarotbereich aus. Die dort verfügbaren Detektoren haben leider sehr hohe Dunkelzählraten (ca.  $10^5$ ), was unsere Idee der unabhängigen Datenerfassung ad absurdum geführt hätte.

Für die langen Distanzen, die zu überbrücken sind, mußte ein geeignetes Übertragungssystem gefunden werden. Es gibt hier im wesentlichen zwei Möglichkeiten: Teleskopsysteme oder optische Wellenleiter (Fasern). Wir entschieden uns für Glasfasern, obwohl diese im sichtbaren Bereich wesentlich mehr Absorption (6 dB/km bei 700 nm, also ein Faktor 4 pro Kilometer) haben als die Atmosphäre. Mit Teleskopsystemen kann man für terrestrische Entfernungen sehr effiziente Übertragung erzielen, allerdings ist die genaue Ausrichtung und das Erzielen einer gewissen Stabilität ein schwieriges Unterfangen [24, 25].

Die Frage der Stabilität stellte sich auch für die Übertragung mit Glasfasern und das Messen einer verschränkten Eigenschaft. Nachdem wir zuvor mit dem Messen von Phasen und der Stabilisierung der dazu benötigten Interferometer schlechte Erfahrungen gemacht hatten [104], entschlossen wir uns — nicht zuletzt auch aus didaktischen Gründen — für die Polarisation der Photonen als verschränkte Eigenschaft. Für die Polarisationsanalyse gibt es sehr trennscharfe Polarisatoren und die Stabilität ist

---

<sup>1</sup>..., wenn man die Experimente bis Aspect als 1. Generation, die neueren Experimente mit parametrischer Fluoreszenz als 2. und die Versuche die Schlupflöcher zu schließen als 3. Generation bezeichnen möchte.

beinahe unbegrenzt. In Glasfasern als Übertragungssystem ist die Polarisation jedoch nur bedingt stabil. Ebenso muß die Depolarisation in langen Glasfaserstrecken berücksichtigt werden.

Wie lange können unsere Glasfaserstrecken sein? Die Antwort auf diese Frage hängt davon ab, wieviel Verlust man bereit ist, zu akzeptieren. Das Ziel, die Gesamteffizienz auf 1% – 5% zu halten, limitierte die maximale Länge der einzelnen Fasern auf ca. 1 km. Wirtschaftliche Gründe bewogen uns, zwei Faserkabel mit je 500 m anzuschaffen. Die daraus maximal entstehende Gesamtstrecke von 1 km würde vermutlich durch örtliche Gegebenheiten nicht ausgenutzt werden können. Daher nahmen wir eine Strecke von 500 m als Grundlage für die Abschätzungen der nötigen Geschwindigkeit von Zufallsgeneratoren und Schaltern. Für 500 m benötigt das Licht im Vakuum  $1.67 \mu\text{s}$ . Dies ist für moderne Elektronik keine ernsthafte Grenze. Dennoch wollten wir in unserem Experiment einen vernünftigen „Sicherheitsfaktor“ berücksichtigen — idealerweise eine Größenordnung. Alle weiteren Abschätzungen beziehen sich daher auf eine Zeit von ca. 200 ns oder äquivalent auf eine Frequenz von 5 MHz.

Das Schalten der Analysatoren kann prinzipiell auf drei Arten erfolgen<sup>2</sup>:

- Umschalten des Weges zu zwei (oder mehr) verschieden eingestellten Analysatoren.
- Variieren der Analysatorstellung selbst.
- Transformation des Teilchenzustands

Das Umschalten des Weges hat den Vorteil, daß die Einstellung der einzelnen Analysatoren beliebig genau erfolgen kann, weil diesen selbst ja keine Dynamik gegeben werden muß. Dagegen spricht der hohe Aufwand an Optik und nachfolgender Elektronik, denn es werden doppelt so viele Analysatoren und Detektoren benötigt. In unserem Fall mit Polarisationsverschränkung kommt noch dazu, daß es sich als sehr schwierig herausstellt, schnelle optische Modulatoren für Phase oder Strahlablenkung zu finden, die auch polarisationsunabhängig arbeiten. Aspects [4] akusto-optischer Modulator auf Wasserbasis ist hier eine sehr lobenswerte Ausnahme<sup>3</sup>. Andere, auf kristallinen Materialien basierende akusto-optische Modulatoren sind meist polarisationsabhängig und daher nicht von Nutzen. In eine ähnliche Kategorie fallen elektro-optische Prismen- und Quadrupoldeflektoren, welche auch aufgrund von Polarisationsabhängigkeit ausscheiden.

Die Variation der Analysatoren selbst, im strikten Sinn, ist wahrscheinlich unmöglich, solange es sich dabei um makroskopische Objekt handelt. Wenn man einen Polarisator tatsächlich mechanisch drehen möchte, sind die geforderten Frequenzen selbst für stark miniaturisierte Polarisatoren bei zufälliger Ansteuerung weit jenseits des Bereichs, der mechanisch abgedeckt werden kann. Das äquivalente Verfahren der Transformation des Polarisationszustandes ist bei den gewünschten Geschwindigkeiten auch kein leichtes Unterfangen, stellte sich aber im Falle der Polarisation als durchaus lösbar heraus. Generell gilt, daß die Forderung nach zufälliger Ansteuerung — mit einer definierten mittleren oder maximalen Geschwindigkeit — äquivalent zur Forderung nach einer Ansteuerung mit gleich hoher Bandbreite wie mittlerer Frequenz ist. Für viele Systeme ist es einfach eine resonante Steuerung zu konstruieren, aber sehr schwierig eine hohe Bandbreite zu erzielen.

---

<sup>2</sup>Das Variieren der Analysatoren und die Transformation des Teilchenzustands sind wohl äquivalent, außer man zeichnet ein spezielles Bezugssystem aus. Tatsächlich gibt es aber Zweifler, die größtenteils sehr unphysikalisch argumentieren [S. V. Bhave, persönliche Mitteilung (Brief)].

<sup>3</sup>Bragg-Beugung in einem Medium ist intrinsisch polarisationsabhängig. Wenn die Braggwinkel allerdings klein bleiben, und das Medium bei den auftretenden Spannungen keine induzierte Doppelbrechung zeigt, kann dies vernachlässigt werden.



Damit blieben elektro-optische Modulatoren (EOM) als einzige Möglichkeit übrig. Auch bei diesen gibt es zwei verschiedene Arten: longitudinale und transversale. Longitudinale EOM sind meist doppelbrechende Medien mit hohen elektro-optischen Koeffizienten bei denen transparente Elektroden oder Ringelektroden auf den Ein- und Austrittsfenstern des Kristalls aufgebracht sind. Durch sehr hohe Spannungen (2 – 8 kV) kann die Doppelbrechung in Bezug auf eine induzierte optische Achse verändert werden. Man hat also eine variable Verzögerung zwischen den Feldkomponenten parallel und orthogonal zur induzierten optischen Achse und kann so mit etwas zusätzlicher Optik die Polarisationsrichtung von durchgehendem Licht verändern. Äquivalent könnte man sagen, man hat den analysierenden Polarisator gedreht. Spannungen wie die hier benötigten können nur mit unmäßigem Aufwand kontinuierlich so schnell geschaltet werden, wie es die obige Abschätzung fordert. Daher sind longitudinale EOM nicht für unser Experiment geeignet.

Bei transversalen EOM sind die Elektroden seitlich aufgebracht, sodaß das elektrische Feld transversal zum Strahl ausgerichtet ist. Durch den im allgemeinen viel kleineren Abstand der Elektroden kann man die benötigten Feldstärken mit viel kleineren Spannungen erzielen als bei den longitudinalen EOM. Ein Nachteil ist, daß die natürliche optische Achse quer zur Strahlrichtung liegt, und daher starke natürliche Doppelbrechung auftritt. Diese muß meist kompensiert werden, und ruft häufig Stabilitätsprobleme hervor.

Die konsequente Weiterführung dieses EOM Konzepts sind integrierte optische Modulatoren, welche mit extrem kleinen Abmessungen die erforderlichen Spannungen auf wenige Volt reduzieren. Diese Modulatoren werden für Telekommunikations-Anwendungen gefertigt und sind daher im allgemeinen nur für die Wellenlängen 1310 nm und 1550 nm erhältlich. Weit schwerer wiegt in unserem Fall jedoch das Problem, daß es bis dato noch keine Modulatoren gibt, die nicht stark polarisierend wirken. Damit scheiden sie für die Manipulation von polarisationsverschränktem Licht aus.

In einem Bell-Experiment kommt es auf die Korrelation zweier Einzelmessungen an. Man muß dazu einen geeigneten Weg finden, die Einzelereignisse beider Seiten einander zuzuordnen. Wenn die Detektoren der beiden Beobachter gleichzeitig (oder mit einer genau definierten Zeitverschiebung) ein Photon registrieren, so bezeichnen wir dies als Koinzidenz. Koinzidenztechniken werden im allgemeinen benutzt, um das Rauschen zu unterdrücken. Die Rauschunterdrückung hängt im wesentlichen von der Breite des Zeitfensters ab, innerhalb dessen man zwei Registrierungen („Klicks“) als koinzident bezeichnet. Dieses **Koinzidenzfenster** sollte so klein wie möglich gewählt werden, eine untere Grenze setzt die Zeitauflösung der benutzten Detektoren.

Abhängig von der mittleren Einzelzählrate können nämlich auch sogenannte **zufällige Koinzidenzen** auftreten. Diese kommen durch die endliche Wahrscheinlichkeit zustande, daß beide Beobachter innerhalb eines Koinzidenzfensters zwei unabhängige Photonen detektieren, oder ein Photon und eine Dunkelzählung (Rauschen) oder sogar zwei Dunkelzählungen. Wenn die Dunkelzählraten gering sind, und das Koinzidenzfenster  $\tau$  größer als die Kohärenzzeit des Lichts ist, so hängt die Rate der zufälligen Koinzidenzen  $R_{\text{acc}}$  von den mittleren Zählraten  $R_A$  und  $R_B$  der Detektoren von Alice und Bob in der folgenden Weise ab:

$$R_{\text{acc}} \propto \tau R_A R_B. \quad (4.1)$$

Ich möchte betonen, daß besonders das Auftreten von zufälligen Koinzidenzen und deren Behandlung bei der Auswertung der Messungen von vielen Vertretern lokal realistischer Theorien heftig kritisiert wurde [116]. Für Zählraten von ca.  $10000 \text{ s}^{-1}$  ergeben sich mit dieser Abschätzungsformel zufällige Koinzidenzraten von  $1 \text{ s}^{-1}$  bei einem 10 ns breiten Koinzidenzfenster. Mit einer geschätzten Effizienz

von 5% ergibt sich eine echte Koinzidenzzählrate von  $500\text{ s}^{-1}$ , die zufälligen Koinzidenzen sind bei diesen Verhältnissen also vernachlässigbar.

Für unser Ziel einer unabhängigen Datenregistrierung mit nachträglicher Koinzidenzauswertung gibt das Ziel eines Koinzidenzfensters in der Größenordnung von einigen Nanosekunden relativ enge Grenzen für die Aufzeichnung der Detektions-Zeitpunkte vor. Für genauere Abschätzungen muß man noch festlegen, wie lange eine durchgehende Messung nach einer Uhrensynchronisation dauern soll. Mit einer geschätzten mittleren Zählrate von  $10000\text{ s}^{-1}$  und einer Effizienz von 5% ergibt sich eine Koinzidenzzählrate von  $500\text{ s}^{-1}$ . Um den statistischen Fehler in einer Bell-Messung so klein zu halten, daß die Verletzung der Bell-Ungleichung 30 Standardabweichungen vom gemessenen Wert sein kann, benötigt man ca. 15000 Koinzidenz-Ereignisse, also eine Meßdauer von 30 s. Selbstverständlich kann man die Daten mehrerer Intervalle — nach jeweils neuer Synchronisation — kumulieren und so die Statistik verbessern.

Damit sehen wir, daß die Detektions-Zeitpunkte mit einer Genauigkeit von wenigen Nanosekunden über Zeitspannen von 10 – 100 s aufgezeichnet werden müssen. Dies entspricht einer (Kurzzeit-) Stabilität von  $10^{-10}$  bis  $10^{-11}$ . Diese Stabilität kann auf mehrere Arten erreicht werden. Bei der Besprechung der von uns verwendeten Rubidium-Frequenzstandards werde ich auf verschiedene Arten von Oszillatoren näher eingehen (s. Abschnitt 45).

Für die eindeutige Zuordnung muß — auch bei sehr guten Uhren auf beiden Seiten — eine Synchronisation auf Nanosekunden genau vorgesehen werden. Man könnte auch darauf verzichten und einfach das „Koinzidenzsignal“ also die zeitliche Korrelation der Meßdaten von Alice und Bob als zeitliche Referenz auffassen. Dies hat jedoch den prinzipiellen Nachteil, daß die Daten mit sich selbst geeicht werden, und bedingt einen unter Umständen sehr hohen Rechenaufwand. Außerdem können wir dann ohne zusätzliche Messungen nicht nachweisen, daß die Messungen gleichzeitig stattgefunden haben. Synchronisiert wird meist mit einem Signal, das von einer dritten Stelle an beide Beobachtungs-orte ausgeschildet, an diesen Orten gemessen und als Zeitnullpunkt festgesetzt wird. Einige vorrangige Möglichkeiten sind

- **Kabel** - elektrisches Signal
- **Glasfaser** - optisches Signal
- **GPS** - satellitengestützte Navigation und Zeitmessung.
- **Radiosignale** - erdgebundene Fernseh- und Radiosender

Angeblich lassen sich die höchsten Genauigkeiten mit Laserpulsen in Glasfasern erzielen<sup>4</sup>. Damit wurden Synchronisierungen von ca. 1 ns absolut in mehreren Kilometern Entfernung erreicht. Ebenso gut kann Synchronisation durch elektrische Signale in Kabeln sein. Diese leiden jedoch stärker unter Absorption und Dispersion für Entfernungen von mehr als 100 m. Satelliten- und Funkschemata haben den Vorteil, daß sie nicht von dedizierten Leitungen abhängen. Die Schwierigkeiten liegen in der Positionierung der Antennen und in der Abhängigkeit von Systemen, auf die man keinen Einfluß hat [62].

Die Detektionszeitpunkte müssen, wie schon erwähnt, mit einer Genauigkeit von ca. 1 ns aufgezeichnet werden. Dabei gibt es noch einige Nebenbedingungen. Die mittleren Zählraten werden unter

---

<sup>4</sup>Persönliche Mitteilung von T. Jennewein, Universität Wien

$100000\text{ s}^{-1}$  betragen. Die Totzeit der Detektoren ist ca.  $1\text{ }\mu\text{s}$ . Wir müssen zusätzlich noch die Information über den jeweiligen Detektor aufzeichnen und auch die Stellung des Modulators. Die hier auftretenden Datenraten sind relativ leicht zu bewältigen. Zusätzlich muß aufgezeichnet werden, an welchem der beiden Detektoren eine Detektion aufgetreten ist, am besten wären also zwei unabhängige Kanäle für die Registrierung. Weiters muß die jeweils aktuelle Schalterstellung mitgeschrieben werden. Abgesehen von den praktischen Schwierigkeiten mit dem immensen Datenvolumen (ca.  $1\text{ Gbit/s!}$ ) wäre es natürlich besser, den gesamten Verlauf des Zufallsgenerator-Signals bei jeder Messung aufzuzeichnen.

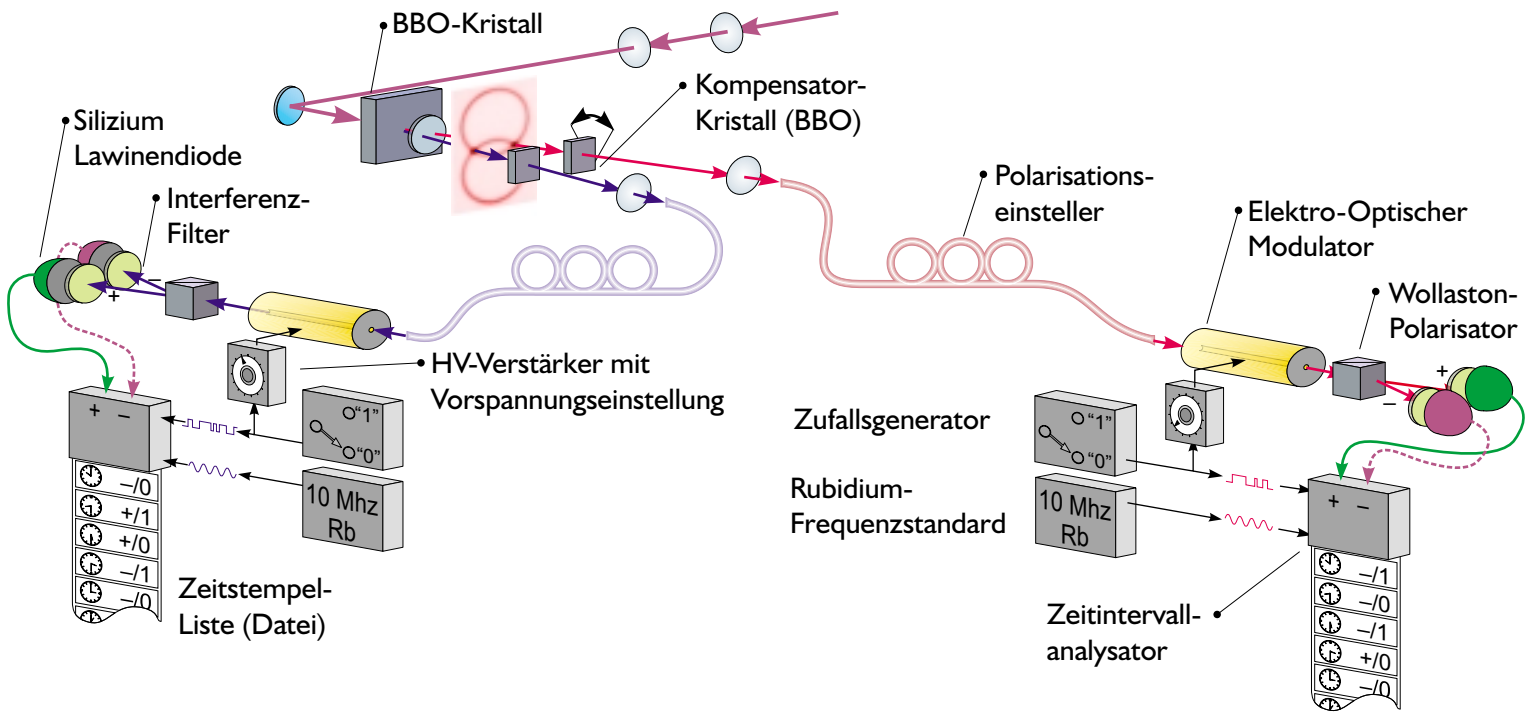


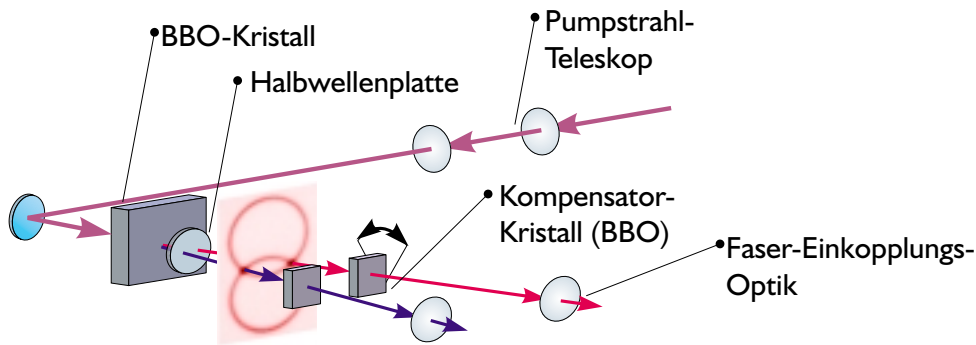
Abbildung 4.1.: Gesamtübersicht über den Aufbau des Bell-Experiments.

## 4.2. Konzept und Komponenten

Mit der Analyse der obigen Abschätzungen haben wir ein Konzept für ein durchführbares Experiment erstellt, das in der Folge in Innsbruck realisiert wurde. Ein Überblick über das gesamte Experiment findet sich in Abbildung 4.1 auf Seite 60.

### 4.2.1. Quelle

#### Typ-II parametrische Fluoreszenz



**Abbildung 4.2.:** Quelle für verschränkte Photonenpaare (Detail des Gesamtaufbaus). Das Pumpstrahl-Teleskop dient dazu den Querschnitt des Pumpstrahls zu reduzieren, bzw. den Pumpstrahl auf einen Punkt im Kristall mit dem geeigneten Durchmesser zu fokussieren. Die optische Achse der Halbwellenplatte ist unter  $45^\circ$  orientiert und vertauscht damit die Rollen von ordentlicher und außerordentlicher Polarisationskomponente. Dies ermöglicht die Kompensation der räumlichen und zeitlichen Dispersion, welche die beiden Komponenten im Konversionskristall (BBO) erleiden. Die Kompensation erfolgt durch die zwei weiteren Kristalle von genau der halben Dicke des Konversionskristalls. Durch Verkippen der Kompensationskristalle kann die Phase zwischen den Komponenten des entstehenden verschränkten Zustands eingestellt werden.

Unsere Quelle für polarisationsverschränkte Photonenpaare ist ein  $\chi^{(2)}$ -nichtlineares Medium, das mit einem intensiven Laserstrahl beleuchtet wird.  $\chi^{(2)}$  ist die Nichtlinearität niedrigster Ordnung, die nur in Medien auftritt, welche kein Symmetriezentrum haben, was im allgemeinen nur in Kristallen möglich ist. Sie beschreibt die Wechselwirkung dreier elektrischer Feldkomponenten durch

$$P_i = \chi_{ij}^{(1)} E_j + \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \dots, \quad (4.2)$$

wobei  $P_i$  eine Komponente von  $\mathbf{P}$  ist, der durch das Feld  $\mathbf{E}$  hervorgerufenen Polarisation im Medium (**Dreiwellenmischung**). Die Felder können und werden im allgemeinen verschiedene Frequenzen haben. Wir betrachten im folgenden nur den Fall, daß zwei Felder eine ähnliche Frequenz haben und daß das dritte mit deren Summenfrequenz oszilliert. Für alle real beobachtbaren Effekte sind meist die speziellen Eigenschaften des jeweiligen Mediums (Kristalls) verantwortlich, daher möchte ich kurz die Eigenschaften des von uns verwendeten Systems beschreiben.

Wir benutzen für unsere Experimente BBO ( $\beta$ -BaB<sub>2</sub>O<sub>4</sub>) einen negativ ( $n_e < n_o$ ) uniaxial doppelbrechenden Kristall. BBO hat ein trigonales Kristallsystem und einen starken nichtlinearen Koeffizienten  $d_{11} = \frac{1}{2}\chi_{xxx} = 2.5210^{-12}\text{m/V}$ , wobei sich die  $x$ -Richtung auf die kristall-physikalische  $x$ -Achse bezieht. Das von uns benutzte Wechselwirkungsschema **eo** ist die Koppelung einer außerordentlichen und einer ordentlichen Welle an eine außerordentliche Pumpwelle mit der Summenfrequenz der ersteren beiden. Dieses Schema wird auch oft als Typ-II bezeichnet. Die effektive Konversionseffizienz für dieses Schema berechnet man durch Projektion der Polarisationen der beteiligten Wellen auf diese stark optisch nichtlineare Achse in Abhängigkeit von den gewählten Ausbreitungsrichtungen der Strahlen im Kristall [40]. Nach [28] ergibt sich

$$d_{\text{eff}} = [d_{11} \sin 3\varphi - d_{22} \cos 3\varphi] \cos^2 \theta, \quad (4.3)$$

wobei  $\theta$  und  $\varphi$  Polar- und Azimutwinkel bezogen auf die kristall-physikalischen Achsen  $x$ ,  $y$  und  $z$  (die optische Achse) sind.

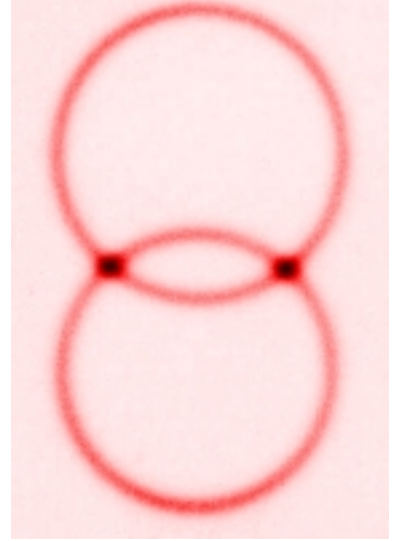
Diese Effizienz bestimmt also die Rate, mit der in unserer Konfiguration UV-Pumpphotonen in Photonenpaare sichtbarer Wellenlängen konvertiert werden können. Dazu kommt jedoch die Bedingung, daß die Phase des Konversionslichts an die Phase des Pumplichts angepaßt sein muß. Diese Phasenanpassung ist äquivalent zu der Vorstellung, daß der Impuls der Photonen bei der Konversion erhalten bleibt. Man wird also nur dann parametrisches Fluoreszenzlicht beobachten können, wenn die Bedingung

$$\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i = \mathbf{k}_p \quad (4.4)$$

für die Wellenvektoren von Signal- ( $s$ ), Hilfs- ( $i$ ) und Pumpstrahl ( $p$ ) erfüllt ist, wobei diese Bezeichnungen nur historische Bedeutung haben. Wie in Anhang B.1 im Detail erklärt wird, entstehen in unserem Fall durch die Phasenanpassungsbedingung versetzte Emissionskegel für das ordentliche und außerordentliche emittierte Licht. Abbildung 4.3 zeigt eine Photographie dieses Lichts durch ein Interferenzfilter mit einer Zentralwellenlänge von 702 nm und einer Bandbreite von 5 nm. Ich werde nun kurz beschreiben, wie man sich quantenphysikalisch die parametrische Fluoreszenz vorstellt, und warum sich in diesem Prozeß verschränkte Zustände ergeben können. Dabei halte ich mich im wesentlichen an die Darstellungen von [107, 82, 87].

Die Quantisierung des klassisch bekannten Effekts der Dreiwellenmischung wurde schon von vielen Autoren erklärt [79, 120] und ist nichts anderes als das Ersetzen der Felder im klassischen Ausdruck (4.2) durch ihre quantenelektrodynamischen Äquivalente. In unserem speziellen Fall kann das Pumpfeld wegen seiner hohen Intensität jedoch als (skalare) klassische Größe beibehalten werden. Damit ergibt sich im Wechselwirkungsbild ein relativ einfacher Hamiltonoperator

$$H(\mathbf{x}, t') = \epsilon_0 \int V \chi_{\text{coe}}^{(2)} \left[ E_p^+(\mathbf{x}, t') E_o^-(\mathbf{x}, t') E_e^-(\mathbf{x}, t') + E_p^-(\mathbf{x}, t') E_o^+(\mathbf{x}, t') E_e^+(\mathbf{x}, t') \right] \quad (4.5)$$



**Abbildung 4.3.:** Photographie von parametrischem Fluoreszenzlicht bei 702 nm aus einem BBO-Kristall, der mit einem Argon-Ionen Laser bei 351 nm gepumpt wurde. Der obere Ring ist der Kegel des außerordentlichen (vertikal polarisierten) Fluoreszenzlichts, der untere der des ordentlichen. Photographie M. Reck 1995.

mit den Feldern

$$\begin{aligned} E_p^+(\mathbf{x}, t') &= E_p e^{i(k_p z - \omega_p t')} \\ E_o^-(\mathbf{x}, t') &= \int d^3 \mathbf{k}_o E_o a_{\mathbf{k}_o}^\dagger e^{-i(\mathbf{k}_o \mathbf{x} - \omega_o t')} \\ E_e^-(\mathbf{x}, t') &= \int d^3 \mathbf{k}_e E_e a_{\mathbf{k}_e}^\dagger e^{-i(\mathbf{k}_e \mathbf{x} - \omega_e t')}. \end{aligned}$$

Mit diesem Hamiltonoperator können wir ganz allgemein den Zustand zu einer gewissen Zeit  $t$  berechnen, wobei wir annehmen, daß zur Zeit 0 die Felder  $E_o$  und  $E_e$  im Vakuumzustand sind.

$$|\psi(t)\rangle = |0\rangle - \frac{i}{\hbar} \int_0^t dt' H(\mathbf{x}, t') |0\rangle \quad (4.6)$$

Die weitere Rechnung ergibt durch die Integration über das Wechselwirkungsvolumen gerade die bereits besprochenen Impulsrelationen, welche die charakteristischen Emissionsrichtungen bestimmen. In ähnlicher Weise erhalten wir durch die zeitliche Integration die Bedingung, daß die Energie erhalten sein muß, konkreter ausgedrückt muß für die Frequenzen  $\omega_o + \omega_e = \omega_p$  gelten. Wir erhalten den Ausdruck

$$|\psi\rangle = \left[ 1 - C \int dk_e^z dk_o^z d^2 k^\perp \delta(\omega_p - \omega_o - \omega_e) \delta(k_p^z - k_o^z - k_e^z) a_{\mathbf{k}_o^z - \mathbf{k}^\perp}^\dagger a_{\mathbf{k}_e^z + \mathbf{k}^\perp}^\dagger \right] |0\rangle, \quad (4.7)$$

in welchem die Integrationen über die Impulsmoden in transversale ( $\perp$ ) und longitudinale ( $z$ ) Anteile aufgespalten wurden. Wenn man nun zwei Impulsmoden ( $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ ) so selektiert, daß die transversalen Impulskorrelationen sowohl für  $\mathbf{k}_1^\perp = \mathbf{k}^\perp$  als auch für  $\mathbf{k}_2^\perp = -\mathbf{k}^\perp$  erfüllt sind (d.s. die Kreuzungspunkte in Abb. 4.3) ergibt sich nach der Integration über die longitudinalen Impulskomponenten, bzw. Frequenzen ein polarisationsverschränkter Zustand für diese Moden:

$$|\psi\rangle = \left[ 1 - C (a_{o1}^\dagger a_{e2}^\dagger + a_{e1}^\dagger a_{o2}^\dagger) \right] |0\rangle \quad (4.8)$$

Dies gilt allerdings nur bei unendlich schmalbandiger Filterung, also für ein quasi-einmodiges Modell. Reale Bandbreiten und Kompensation werde ich im folgenden Abschnitt behandeln, allerdings nur phänomenologisch. Die zugehörigen Berechnungen finden sich in [82, 107].

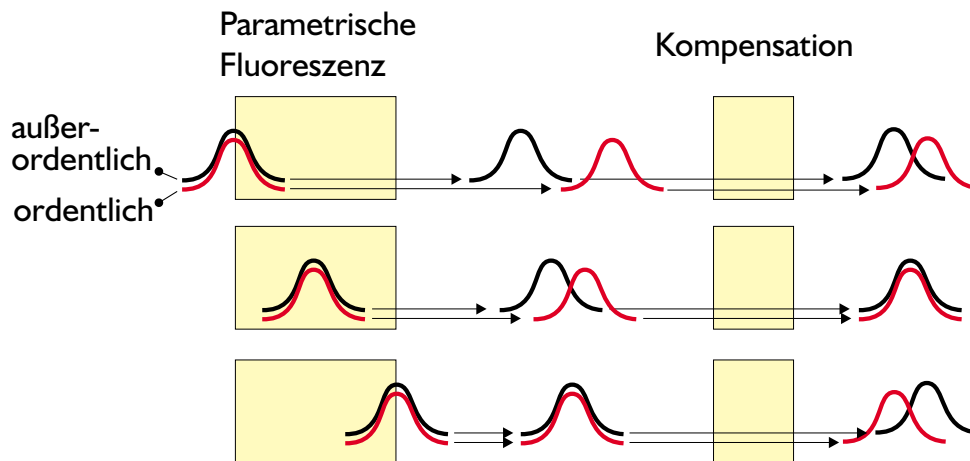
### Pumplaser, Kristall und Kompensation

Als Pumplaser benutzen wir einen Argon-Ionen Laser (Coherent Innova 305) im „Single-Line“ Betrieb bei 351 nm mit Leistungen bis zu 400 mW. Der Strahldurchmesser ist am Resonator-Auskoppelspiegel ca. 1.5 mm, die Strahldivergenz ca. 0.5 mrad [36]. Dadurch, daß in den Laser kein Etalon (Fabry-Perot Interferometer) eingebaut war, lag die Linienbreite bei einigen GHz. Diese Linienbreite ist bestimmt durch das Verstärkungs-Spektrum (6 GHz Breite) den Modenabstand und den Moden-Wettbewerb. Wenn wir 3 GHz annehmen<sup>5</sup>, erhalten wir daraus eine Kohärenzlänge von  $l_c = c/\Delta\nu = 100$  mm. Dies ist durchaus ausreichend für unsere Experimente, solange die Dicke der Kristalle weit unter dieser Grenze bleibt.

<sup>5</sup>Auskunft eines Vertreters der Fa. Coherent

Über ein Dispersionsprisma aus hochdispersivem Glas mit einem Winkel von  $60^\circ$  wird Fluoreszenzlicht der Gasentladung im Laser (bei sichtbaren Wellenlängen) aus dem Strahl abgelenkt. Mit einem Teleskop aus zwei konfokalen, plankonvexen Quarzglas-Linsen von 100 mm und 50 mm Brennweite reduzierten wir den Strahldurchmesser. Das Teleskop war nicht exakt auf unendlich gestellt, sodaß der Strahl am Kristall (676 mm hinter der zweiten Linse) auf  $0.50 \pm 0.03$  mm ( $1/e^2$ -Durchmesser) fokussiert wurde. Diese Fokussierung hat eine Reduktion der Quellgröße zur Folge, mit dem Ziel, die Einkopplung des Fluoreszenzlichts in Monomode-Fasern zu verbessern.<sup>6</sup>

Der gesamte Aufbau der Photonen-Paar Quelle fand auf einer optischen Experimentierplatte von  $900 \times 1200$  mm<sup>2</sup> Platz. Diese Platte war aus Gründen der Transportabilität nur 70 mm stark und daher nicht so steif und dämpfend wie ein richtiger optischer Tisch. Durch die hohe Modenselektivität der Apparatur war die Richtungsstabilität des Pumpstrahls ein großes Problem. So mußte bei jedem neuerlichen Einschalten des Pumplasers zuerst der Strahl wieder auf die zwei fixen Irisblenden vor und (weit) hinter dem Kristall zentriert werden.



**Abbildung 4.4.:** Kompensation der Dispersion im Fluoreszenzkristall durch Kompensator-kristalle der halben Dicke. Die Rollen von ordentlicher und außerordentlicher Polarisationskomponenten werden zwischen den Kristallen vertauscht. Im oberen Bild ist ein Photonenpaar (als Wellenpakete dargestellt) zu sehen, welches am Anfang des Kristalls entsteht, im unteren eines das am Ende generiert wird. Durch die Kompensation wird der im Kristall akkumulierte doppelbrechende Phasenschub im Mittel kompensiert. Daher können an den Kreuzungsrichtungen 1 und 2 der Emissionskegel die zwei möglichen Prozesse  $|V\rangle_1|H\rangle_2$  und  $|H\rangle_1|V\rangle_2$  nicht mehr anhand ihrer zeitlichen Ordnung unterschieden werden.

Weil die beiden Konversionsphotonen unterschiedlich polarisiert sind, breitet sich eines als außerordentlicher (hier vertikal polarisiert V) das andere als ordentlicher Strahl im doppelbrechenden Konversionskristall aus (hier horizontal polarisiert H). Diese beiden Wellenpakete haben unterschiedliche Geschwindigkeiten, und laufen daher im Kristall auseinander. Der gesamte entstehende Zeitunterschied ist dabei vom Entstehungsort im Kristall abhängig. Für die totale Kristalllänge von 3 mm stellt man bei 702 nm Wellenlänge eine Polarisationsdispersion von 385 fs fest. Dies müssen wir mit der

<sup>6</sup>Durch die Fokussierung werden die Impulskorrelationen des Konversionsprozesses ganz leicht vermindert. Genauere Abschätzungen über die entstehenden Strahldivergenzen finden sich weiter unten im Text.



Kohärenzzeit der Konversionsphotonen vergleichen. Nehmen wir an, wir filterten das Konversionslicht mit einer Bandbreite von 3 nm, so entspricht dies einer Kohärenzzeit<sup>7</sup> von 205 fs nach der Beziehung

$$t_c = \frac{l_c}{c} = \frac{\sqrt{2 \ln 2}}{\pi} \frac{\lambda^2}{c \Delta \lambda_{\text{FWHM}}}. \quad (4.9)$$

Wenn der mittlere Zeitunterschied durch Dispersion größer ist, als die individuelle Kohärenzlänge der Photonen, dann sind an den zwei Kreuzungspunkten des ordentlichen und außerordentlichen Lichtkegels zwei verschiedene Prozesse unterscheidbar [82]: Außerordentliches Photon links ( $|V\rangle_1$ ), ordentliches Photon rechts ( $|H\rangle_2$ ) oder umgekehrt. Die Unterscheidbarkeit dieser Prozesse zerstört die Kohärenz des Zweiphotonzustandes, es scheint, als habe man ein Gemisch vorliegen. Es hat jedoch kein wirklicher Phasendiffusionsprozeß<sup>8</sup> stattgefunden. Mit Hilfe von Kompensatorkristallen von der halben Dicke des Konversionskristalls die aufgetretene Verschiebung im Mittel rückgängig gemacht werden. Die Photonen werden durch eine Halbwellenplatte (mit ihrer optischen Achse bei 45°, s. Abb. 4.2) um 90° in ihrer Polarisation gedreht und passieren danach jeweils einen der beiden Kompensatoren. Die Kompensatoren sind gleich orientiert wie der Konversionskristall. Dabei erfahren die Wellenpakete einen Phasenschub von der Hälfte dessen, der im Kristall maximal auftreten konnte, jedoch mit umgekehrtem Vorzeichen, weil die Rollen von ordentlich und außerordentlich durch die Halbwellenplatte vertauscht wurden. Der mittlere Phasenunterschied ist somit gerade null, und weil alle Erzeugungsprozesse im Kristall kohärent sind, gibt es für jeden Konversionsprozeß, in welchem ein Paar  $|H\rangle_1|V\rangle_2$  an einer bestimmten Stelle im Kristall entsteht, immer einen komplementären Prozeß, in dem ein ununterscheidbares Paar  $|V\rangle_1|H\rangle_2$  entstehen kann. Damit kann die Quelle durch den verschränkten Zustand

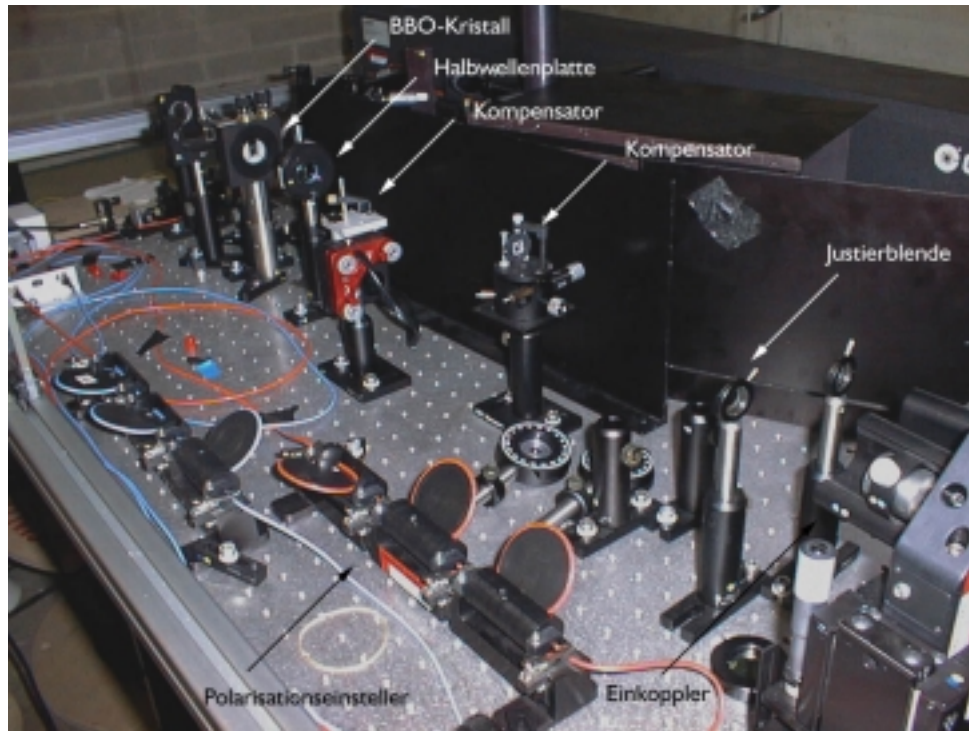
$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ |V\rangle_1|H\rangle_2 + e^{i\varphi} |H\rangle_1|V\rangle_2 \right] \quad (4.10)$$

beschrieben werden, der sich vom Zustand (4.8) nur durch die Normierung und das Weglassen der Vakuumkomponente unterscheidet, die für Koinzidenzwahrscheinlichkeiten keine Rolle spielt. Die bisher noch nicht festgelegte Phase  $\varphi$  wird dem Zustand im Entstehungs- und Kompensationsprozeß aufgeprägt und kann durch beliebige doppelbrechende Elemente (Verzögerungsplatten o. ä.) im Strahlengang jedes der beiden Photonen verändert werden [68]. Zweckmäßigerweise kann man hierfür auch die Kompensatorkristalle selbst benutzen, und durch leichtes Verkippen derselben den exakten Phasenschub einstellen, der für einen bestimmten Zustand benötigt wird. Für unsere Anwendung waren hauptsächlich Zustände mit  $\varphi = 0$  oder  $\varphi = \pi$  interessant. Wir mußten jedoch berücksichtigen, daß weitere doppelbrechende Elemente im Strahlengang (wie z. B. optische Fasern) dem Zustand ebensolche doppelbrechenden Phasen aufprägen.

Der Schnittwinkel unseres 3 mm dicken BBO-Kristalls ist 49.2°. Die dazugehörigen Kompensatorkristalle sind im gleichen Winkel geschnitten und 1.5 mm dick. Alle Kristalle haben vergütete Oberflächen zur Minderung der Reflexionen. Alle Kristalle wurden so montiert, daß sie um zwei Achsen kippbar gelagert waren. Der Kipp-Winkel des Konversionskristalls um die Querachse war ca. 1°. Dieser Winkel resultierte aus dem vorher festgelegten Öffnungswinkel von 6°, den die zwei zu beobachtenden Strahlen einschließen sollten. Diese Strahlen sind, wie schon erwähnt, die Kreuzungspunkte

<sup>7</sup>Die Kohärenzzeit ist hier definiert als die Standardabweichung der Fouriertransformierten des Frequenzspektrums des Lichtfeldes.

<sup>8</sup>Eine unkontrollierte statistische Wechselwirkung mit der Umgebung.



**Abbildung 4.5.:** Photographie des Quellen-Aufbaus. Die sichtbaren Elemente sind Konversions-Kristall, Halbwellenplatte, Kompensator, Justierblenden, Einkoppler und Polarisationseinsteller.

aus Abb. 4.3. Der Öffnungswinkel wurde experimentell dadurch festgelegt, daß wir zwei Helium-Neon-Laser Justierstrahlen so einstellten, daß sie sich im Kristall in einem Punkt mit dem Pumpstrahl kreuzten und dann durch zwei zuvor mechanisch vermessene Justierblenden fielen. Danach konnten alle weiteren Einstellungen für die nachfolgenden optische Elemente mit diesen Justierstrahlen vorgenommen werden. Man muß danach nur mehr den Kristall entsprechend um die Querachse verkippen und die Zählraten für das Fluoreszenzlicht optimieren. Der gesamte Einstellvorgang für ein solches Experiment ohne Fasereinkoppelung des Fluoreszenzlichts ist in [82] ausführlich beschrieben.

### Einkopplung

Für das Einkoppeln des Konversionslichts in Monomode-Fasern nutzten wir die Erfahrungen aus Experimenten mit Typ-I parametrischer Fluoreszenz [121, 122, 104]. In jenen Experimenten benutzten wir jedoch relativ dicke Kristalle (einige cm), wodurch die geometrischen Verhältnisse wesentlich von den gegenständlichen Verhältnissen abwichen.

Wir wollten Licht von 3 nm Bandbreite aus dem BBO-Kristall in eine Monomode-Faser optimal einkoppeln. Abschätzungen der Divergenz des Lichts aus dem Kristall finden sich in Anhang B.1. Diese Abschätzungen gelten jedoch nur für unendlich dicke Kristalle. Rubin [106] hat auch für einen endlich dicken Kristall Abschätzungen gemacht, aber auch diese berücksichtigen nicht die endliche Divergenz des Pumpstrahls. Überlegungen, wie sich die Divergenz des Pumpstrahls auf das Fluores-

zenzlicht auswirkt, finden sich in [85]. Die Autoren dieser Arbeit kamen unabhängig von uns zu einer ähnlichen Schlußfolgerung über die ideale Geometrie für ein Experiment mit parametrischer Fluoreszenz. Allerdings wurden diese Überlegungen nicht auf Einkopplung des Lichts in Glasfasern bezogen.

Die einfachste Annahme ist, daß im Konversionsprozeß bei enger spektraler Filterung Gaußsche Strahlen erzeugt werden, deren Geometrie-Parameter vom Pumpstrahl übernommen werden können, wobei die Wellenlänge selbstverständlich durch die Wellenlänge des Konversionslichts ersetzt wird. Die verschiedenen Brechungsindizes des Kristalls berücksichtigen wir hierbei nicht, weil wir die Parameter nur außerhalb des Kristalls messen können und alle Parameter linear mit den jeweiligen Brechungsindizes skalieren. Sei  $w_p$  der  $(1/e^2)$ -Radius des Pumpstrahls im Kristall, den wir mit dem Radius des Fluoreszenzlichts  $w_0 = w_p$  gleichsetzen. Dann ist die Rayleighlänge  $z_0$  des Fluoreszenzlichts gegeben durch

$$z_0 = \frac{\pi}{\lambda} w_0^2. \quad (4.11)$$

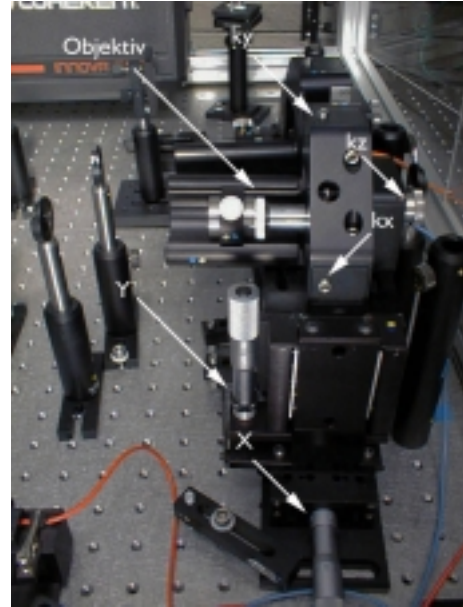
Die Näherung, daß diese Parameter den Strahl des Fluoreszenzlichts beschreiben, gilt nur unter den Bedingungen, daß einerseits der Kristall dünn und der Winkel unter dem das Licht beobachtet wird klein ist, und daß andererseits der Strahl spektral eng gefiltert wird. Ansonsten wäre einerseits die Quelle effektiv größer und andererseits die chromatisch verursachte Divergenz so groß, daß der Strahl nicht mehr durch eine einzelne Gaußsche Mode beschrieben werden kann. Falls eine Gaußsche Mode für das Fluoreszenzlicht wünschenswert ist, können wir mit der Dicke des Kristalls  $d = 3 \text{ mm}$  und dem Beobachtungswinkel  $\alpha = 3^\circ$  den „optimalen“ Radius des Pumpstrahls durch  $w \approx d \alpha/2 = 0.08 \text{ mm}$  abschätzen.

Leider konnten wir keine exakten Angaben über die entscheidenden Parameter unser optischen Wellenleiter erhalten. Nach Auskunft des Lieferanten ist die numerische Apertur  $NA = 0.11 \pm 0.02$ . Die Cutoff-Wellenlänge wurde vom Hersteller mit  $715 \pm 20 \text{ nm}$  spezifiziert. Aus diesen Zahlen können wir den Kernradius  $a$  der Faser nach

$$a = 2.405 \frac{\lambda_{\text{cutoff}}}{2\pi NA} = 2.49 \pm 0.54 \mu\text{m}. \quad (4.12)$$

nur sehr ungenau berechnen. Das Modenfeld in einer Monomode-Faser mit dieser Numerischen Apertur und dem Brechungsindex von Quarzglas ist ca. 1.20 mal größer als der Faserkern, in unserem Fall ist also der Modenfeld-Durchmesser gleich  $5.97 \pm 1.30 \mu\text{m}$ .

Mit der vorgegebenen Geometrie des Pumpstrahls, wählt man zur Einkopplung des Fluoreszenzlichts idealerweise ein Objektiv, welches das divergente Fluoreszenzlicht in ein konvergentes Bündel abbildet. Dieses Bündel sollte einen Öffnungshalbwinkel haben, der gleich dem Akzeptanzwinkel  $\alpha_c = \arcsin NA = 6.3^\circ = 110 \text{ mrad}$  der Faser ist. Die erforderliche Brennweite des Objektivs hängt dabei



**Abbildung 4.6.:** Einkopplungsapparatur. Die Verstellechrauben  $k_x$ ,  $k_y$  und  $k_z$  bewegen das Faserende hinter dem Mikroskopobjektiv. Die Mikrometerschrauben  $X$  und  $Y$  verschieben das Objektiv transversal zum einzukoppelnden Lichtstrahl (von links).

vom Abstand desselben vom Kristall ab, also je weiter weg vom Kristall desto größer muß die Brennweite des Objektivs werden. Legen wir den obigen Pumpstrahlradius von 0.08 mm zugrunde, ergibt sich eine (rein geometrisch verursachte) Divergenz des Fluoreszenzlichts von  $\theta_0 = \lambda/(\pi w_0) = 2.8$  mrad. Wenn das Objektiv in der Entfernung  $L \gg z_0$  vom Kristall positioniert wird, können wir die optimale Brennweite  $f_{\text{opt}}$  durch

$$f_{\text{opt}} = \frac{\theta_0}{\alpha_c} L \quad (4.13)$$

abschätzen. Bei  $L = 800$  mm ergibt sich  $f_{\text{opt}} \approx 20$  mm.

Die Einkopplungsapparatur ist in Abb. 4.6 abgebildet. Mit dieser Apparatur haben wir insgesamt sieben Freiheitsgrade. Diese sind zum einen die drei Koordinaten des Glasfaser-Endes hinter dem Objektiv, welche die Richtungen und die Divergenz des eingekoppelten Strahls vorgeben. Weiters können wir die Position des Objektivs transversal zum Strahl verstellen. Die übrigen zwei Freiheitsgrade sind die Winkel des Faserendes in Bezug auf das Objektiv, welche aber erst in zweiter Ordnung eingehen. Für alle Messungen benutzten wir Mikroskopobjektive mit zehnfacher Vergrößerung und einer Brennweite von 14.8 mm. Das Licht tritt direkt in den Faserkern durch einen FC/PC-Stecker<sup>9</sup> ein.

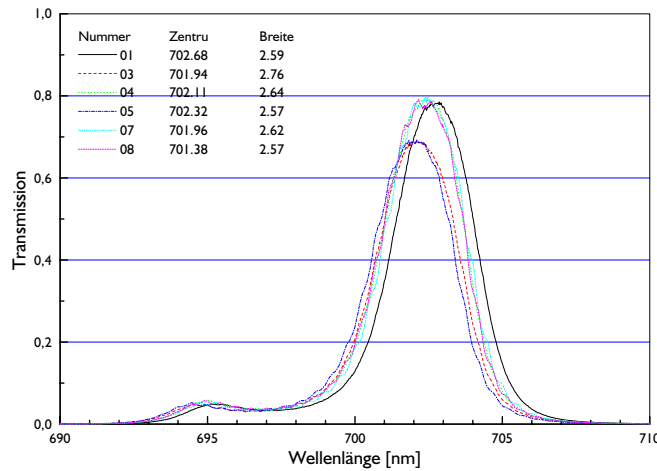
Nach der Optimierung der Zählraten kontrollierten wir die Geometrie des eingekoppelten Strahls durch Umkehrung des Lichtwegs, indem wir mit einem HeNe-Laserstrahl durch die Glasfaser zurückleuchteten. Es ergab sich, daß der Strahl 50 mm vor dem Objektiv einen Durchmesser von ca.  $2.8 \pm 0.1$  mm hatte und 10 mm hinter dem Kristall auf  $0.24 \pm 0.05$  mm fokussiert war. Der Abstand zwischen Kristall und Einkoppel-Objektiv war  $783 \pm 3$  mm. Daraus errechnet sich ein kleinster Strahldurchmesser (ziemlich genau im Kristall) von  $0.23 \pm 0.05$  mm. Dies ist auch der Durchmesser des Gebiets im Kristall, das von unserer Glasfaser „gesehen“ wird. Wäre das Licht aus diesem Gebiet monochromatisch, dann hätte es eine Divergenz von ca. 2 mrad. Zu dieser Divergenz kommen aber noch ca. 3 mrad für die von den benutzten Filtern vorgegebene FWHM-Wellenlängenbreite von 3 nm, wie in Anhang B.1 beschrieben.

Es also sehr schwierig, mit den gegebenen Verhältnissen die Einkopplungseffizienz abzuschätzen. Wie ich weiter unten noch genauer ausführen werde, war die Gesamteffizienz unseres Systems bei lokaler Detektion bis zu 20%. Mit einer Detektoreffizienz von 40% und der Transmission der Interferenzfilter von 80% läßt uns das auf eine Einkopplungseffizienz von mehr als 60% schließen. Dies ist für Monomod-Fasern ein sehr hoher Wert, zumal wir nicht von vornherein von einem beugungsbegrenzten Strahl des Fluoreszenzlichts ausgehen dürfen. Die oben angegebene Geometrie des Pumpstrahls (ca. 0.5 mm Durchmesser im Kristall) ist nach diesen Abschätzungen möglicherweise noch nicht optimal, wahrscheinlich sollte man noch stärker fokussieren. Dem steht das Problem der Richtungsstabilität des Pumpstrahls entgegen. Würden wir den Strahldurchmesser noch wesentlich kleiner machen, hätten wir die Schwierigkeit, daß schon kleinste Abweichungen fatale Auswirkungen auf die Zählrate hätten. Deshalb haben wir es vorgezogen, die Einstellungen etwas moderater zu belassen, vor allem weil die durchschnittlichen Zählraten bei der verfügbaren Pumpleistung mehr als ausreichend waren.

### Lokale Detektion und Abgleich

Die Typ-II parametrische Fluoreszenzquelle ist im Vergleich zu anderen Quellen für polarisationsverschränkte Photonenpaare sehr stabil. Um die Quelle auf jene Verhältnisse abzustimmen, die bei der

<sup>9</sup> „FC“ bedeutet hier einfach *Fiber Connector* (Standard Faserstecker). „PC“ steht für *Physical Contact* und bedeutet, daß der Stecker einen sphärischen Schliff hat, damit der physikalische Kontakt der Faserkerne gewährleistet ist.



**Abbildung 4.7.:** Transmissionskurven einiger Interferenzfilter aufgenommen mit einem Spektralphotometer. Wir benutzten für unsere Beobachter Alice und Bob die Filter Nr. 1, 4, 7 und 8. Für die Justier-Detektoren am Ort der Quelle benutzten wir die Filter Nr. 3 und 6. Man erkennt bei allen Filtern einen Fehler in der Blockung am kurzwelligen Ende. Dieser Fehler hatte keinen Einfluß auf unser Experiment, weil die Einkopplung des Fluoreszenzlichts in die Glasfaser eine räumliche Filterung darstellt. Diese räumliche Filterung bewirkt durch die Winkeldispersion des Fluoreszenzlichts (s. Anhang B.1) im Gegenzug selbst eine schmalbandige spektrale Filterung.

entfernten Detektion durch die Beobachter Alice und Bob vorliegen, benutzten wir die gleichen Detektoren und Interferenzfilter wie dort. Die ersteren sind passiv unterdrückte Silizium-Lawinendioden, welche ich weiter unten in Abschnitt 4.3 noch etwas genauer besprechen werde [62]. Die Interferenzfilter haben etwa 3 nm Bandbreite (FWHM) mit einer zentralen Wellenlänge von 702 nm. In Abb. 4.7 sind mit einem Spektrometer aufgenommene Transmissionskurven dargestellt. Weil die Filter sehr schmale Bandbreiten aufweisen, mußten wir solche mit ähnlicher zentraler Wellenlänge auswählen. Bei so schmalbandigen Filtern ist auch darauf zu achten, daß sie nicht verkippt in den Strahlengang eingebaut werden, weil sich sonst die zentrale Wellenlänge zu kürzeren Wellenlängen hin verschiebt [83].

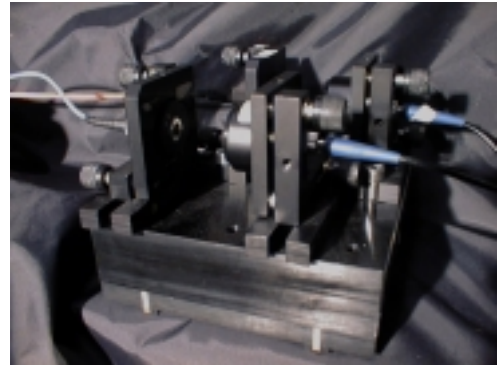
Wie die meisten optischen Elemente sind Interferenzfilter selten exakt planparallel. Das bedeutet, daß sie durchgehende Strahlen nicht nur versetzen, sondern auch ablenken. Aus unseren Erfahrungen [121] ist es daher nicht praktikabel, Interferenzfilter vor die Einkoppler für Monomode-Glasfasern zu geben. Man muß die Filter dann nämlich ständig dort belassen, ansonsten würde man durch Entfernen und Repositionieren der Filter die Einkopplungseinstellung verlieren. Für bestimmte Justierzwecke ist es aber häufig vonnöten, die Interferenzfilter aus dem Strahlengang zu entfernen, um z. B. einen Justierlaser mit einer anderen Wellenlänge benutzen zu können. Unsere Lösung für dieses Problem bestand darin, daß wir die Interferenzfilter in eine Luftstrecke zwischen zwei kompakte Faserkoppelungsoptiken montierten, wie in Abb. 4.8 gezeigt. Dies hatte den Vorteil, daß wir das nichts an der Einkopplung des Fluoreszenzlichts verändern mußten, wenn wir zwischen den lokalen Detektoren zur Justage und den entfernten Beobachtern wechseln wollten.

Für die Kontrolle der Polarisationskorrelation der Quelle und zur Einstellung der Phase  $\varphi$  des



verschränkten Zustandes  $\Psi$  aus Gl. (4.10) benutzten wir Polarcor<sup>®</sup>-Polarisatoren<sup>10</sup>, die wir bei Bedarf vor die Einkopplungseinheiten positionierten (s. Abb. 4.9). Wir achteten darauf, daß auch diese immer im gleichen Winkel eingesetzt wurden, weil selbst ein dünner Polarisator einen nennenswerten Strahlversatz verursachen kann<sup>11</sup>.

Die Typ-II parametrische Fluoreszenzquelle hat von vornherein die Eigenschaft, daß immer Photonenpaare entstehen, bei denen einer der Konstituenten ordentlich (hier horizontal,  $90^\circ$ ), der andere außerordentlich (vertikal,  $0^\circ$ ) polarisiert ist. Die Kompensation (siehe Abschnitt 4.2.1) sorgt dafür, daß wir alle Emissionsprozesse im Kristall kohärent sehen. Wenn wir uns räumlich sehr genau auf die Schnittrichtungen der beiden Emissionskegel festlegen, dann sollten wir unpolarisiertes Licht beobachten, weil diese beiden Strahlen, für sich betrachtet, in der Polarisation maximal gemischte Zustände repräsentieren (siehe Gl. (1.7) auf Seite 12). Ein maximal gemischter Zustand eines Zweiniveausystems hat als eine vorrangige Eigenschaft, daß er rotationsinvariant ist, in unserem Fall eben unpolarisiert. Abstrakter gesagt, existiert für dieses spezielle Licht die individuelle Eigenschaft „Polarisation“ nicht. Dieses Charakteristikum unserer Quelle gibt uns einen sehr guten Anhaltspunkt für das Justieren. Wir können unseren Polarisator drehen und dabei die Zählraten beobachten. Schwanken diese zu stark, d. h. beobachten wir z. B. im Mittel mehr vertikale, als horizontale Photonen, so wissen wir, daß wir mit unserer Einkopplungsoptik nicht genau gegen die Schnittrichtung der Kegel „blicken“, also mehr vom „vertikalen“ Kegel sehen als vom „horizontalen“ (s. z.B. Abb. 4.3 und B.4 unten). Diese Kontrollmethode ist schon relativ genau, wenn folgende Bedingungen eingehalten werden:



**Abbildung 4.8.:** Luftstrecke zwischen Auskoppelung aus der Monomode-Faser (links) und Einkopplung in die Multimode-Faser rechts, welche direkt mit der Detektordiode verbunden ist.

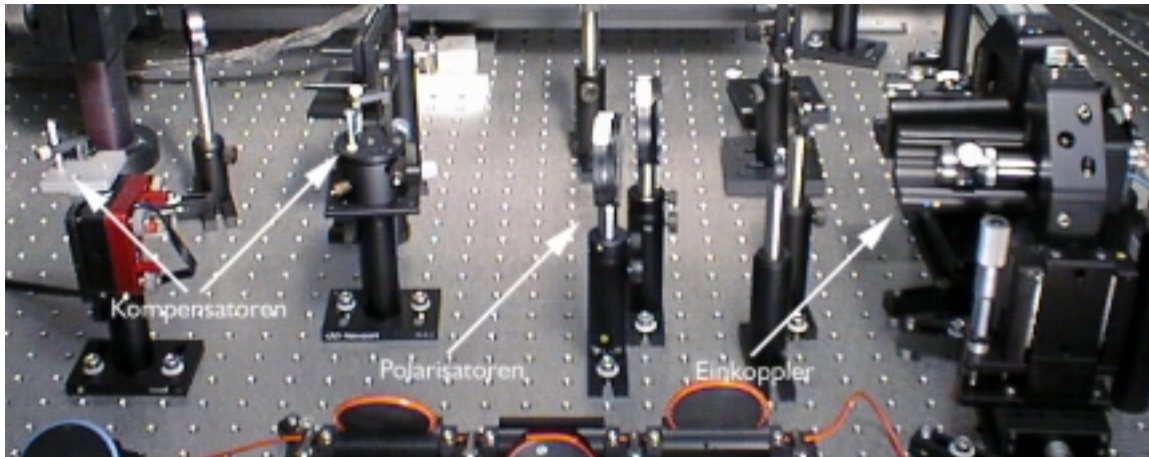
1. Die **Beobachtungsrichtung** muß schon sehr **genau eingeschränkt** worden sein, ansonsten ist die Methode zu ungenau.
2. Die Polarisatoren dürfen **keine Strahlablenkung** hervorrufen und auch keinen veränderlichen Strahlversatz. Dadurch würde sich, besonders bei Fasereinkopplung des Lichts, für verschiedene Stellungen des Polarisators das beobachtete Raum(-richtungs)gebiet verändern, und das Ergebnis wird verfälscht.

Der Unterschied zwischen Maximum und Minimum lag bei guter Justierung unter 1.5%, wobei ein Teil dieser Abweichung durch die Strahlablenkung des Polarisators verursacht ist. Ein bessere Variante ist hier, die Polarisatoren ebenfalls in die Luftstrecke, also im Strahlengang hinter die Einkopplungsoptik zu geben. Dabei ergibt sich jedoch das Problem, daß auch kurze Faserstrecken den Polarisationszustand des transmittierten Lichts verändern. Es könnte also sein, daß Licht, das vor der Faser vertikal linear

<sup>10</sup>Polarcor ist ein Markenname der Fa. Newport für Polarisatoren, welche nicht durch dichroitische Polymere polarisierend wirken, sondern durch mikroskopische, anisotrope Silberpartikel, die in eine Glasmatrix eingebettet sind.

<sup>11</sup>Die Geometrie der Einkopplung wurde weiter oben beschrieben. Weil wir die Quelle auf das Faserende abbildeten hätte auch reiner Strahlversatz der Einkopplung geschadet. Dies wäre bei Einkopplung eines kollimierten Strahls nicht der Fall.

polarisiert war, in der Luftstrecke zirkular polarisiert ist, und daher ohnehin bei Verdrehen des Polarisators keine Variation zeigt. Um dies auszuschließen, kann man vorher die Polarisations-Transformation der Faser mit den manuellen Polarisierungseinstellern (s. Abschnitt 4.2.4) kompensieren.



**Abbildung 4.9.:** Überblick über den Quellen-Aufbau mit eingesetzten Polarisatoren für das Justieren der Quelle.

Die weitere Einstellung der Quelle erfordert Koinzidenz-Detektion. Dafür senden wir die Impulse der Detektoren in einen logischen Schaltkreis, der nur dann ein Ausgangssignal erzeugt, wenn an beiden Eingängen innerhalb eines Zeitfensters von ca. 6 ns Detektionspulse eintreffen. Die beiden Eingänge sind dabei vollkommen gleichberechtigt. Diese Koinzidenz-Detektion betrachten wir als gleichzeitige Messung beider optischer Moden, im quantenoptischen Sinn also eine Intensitätskorrelation zweier verschiedener Orte mit Zeitverschiebung null. Zuerst kann man die Korrelationen in der Basis  $0^\circ/90^\circ$  messen und Koinzidenz-Zählraten für parallele und orthogonale Polarisatoren protokollieren. Man wird immer feststellen — auch wenn die Quelle schlecht justiert ist — daß die Koinzidenz-Zählrate bei parallelen Polarisatoren ein Minimum hat und bei orthogonalen ein Maximum. Die Qualität des Minimums hängt dabei von drei Faktoren ab:

1. Güte (Auslöschung) der Polarisatoren.
2. Genauigkeit der Ausrichtung der optischen Achsen der Halbwellenplatte und der Kompensator-kristalle.
3. Zufällige Koinzidenzen.

Typische Werte für den erzielten Kontrast in dieser Basis finden sich in Tabelle 4.1.

Der nächste Schritt ist die Einstellung der Phase  $\varphi$  des (verschränkten) Zustands. Hierfür muß man die Koinzidenz-Zählrate beobachten, während die Polarisatoren parallel oder orthogonal in den Richtungen  $\pm 45^\circ$  eingestellt sind. Durch Verkippen eines oder beider Kompensatorkristalle um die Achse welche normal auf die optische Achse des jeweiligen Kristalls und den Strahl steht, kann man die Koinzidenz-Zählrate zwischen einem Minimum und einem Maximum verstellen. Wenn wir das System so einstellen, daß es bei parallelen Polarisatoren bei  $\pm 45^\circ$  ein Minimum zeigt so liegt jener

Zustand vor, der oft als Singulett-Zustand oder  $|\Psi^-\rangle$  bezeichnet wird, mit der Phase  $\varphi = \pi$ . Mit diesem Zustand haben wir meist gearbeitet, weil er die höchste Symmetrie aller hier möglichen Zustände aufweist. Egal, in welchem Winkel wir die Polarisatoren einstellen, immer wenn sie parallel sind, werden wir ein Minimum der Koinzidenz-Zählrate beobachten, wenn sie hingegen orthogonal stehen ein Maximum. Das andere Extrem wäre der Zustand  $|\Psi^+\rangle$  mit der Phase  $\varphi = 0$ . Dieser verhält sich so, daß man in der Basis  $0^\circ/90^\circ$  bei parallelen Polarisatoren ebenfalls ein Minimum beobachtet, bei  $-45^\circ/+45^\circ$  jedoch gerade ein Maximum. Wir sehen, daß die Phase  $\varphi$  nur in Basen nachgewiesen werden kann, die von  $0^\circ/90^\circ$  abweichen. Der Kontrast zwischen Minimum und Maximum in einer allgemeinen Basis ist außer von den oben angegebenen Faktoren auch noch von

1. Spektraler Filterung
2. Räumlicher Filterung und geometrischen Eigenschaften der Quelle
3. Güte der Kompensation

abhängig. Typische erzielte Kontraste sind aus Tabelle 4.1 ersichtlich. Der Hauptgrund, warum unsere Werte trotz höherer Zählraten wesentlich besser sind als in früheren Experimenten [82, 73, 87] ist vermutlich die engere spektrale Filterung und die feinere Selektion der beobachteten Moden durch die Einkopplung des Lichts in Monomode-Fasern.

	Dunkel	Hell	Koinzidenzen	0°/ 0°	0°/ 90°	45°/ 45°	45°/ -45°
Alice	200	81500	13000	20	5400	50	5400
Bob	150	88400					
Kontrast					1:270	1:108	

**Tabelle 4.1.:** Typische Daten aus dem Abgleichvorgang unserer Typ-II parametrischen Fluoreszenzquelle bei lokaler Detektion ohne lange Faserstrecken und Modulatoren.

Auch bei der Abgleichprozedur für die Phase  $\varphi$  mußten wir darauf achten, daß die Kompensatorkristalle nicht zu weit verkippt wurden. Dies hätte wieder einen veränderten Strahlversatz zur Folge gehabt, mit dem Ergebnis, daß sich das beobachtete Gebiet im Kristall verändert hätte. Aus diesen Erfahrungen haben wir geschlossen, daß es vorteilhaft wäre, alle einstellbaren Komponenten und jene, welche zu Justierzwecken aus- und wieder eingebaut werden müssen, hinter den Punkt im Experiment zu verlagern, der die geometrischen Eigenschaften des beobachteten Lichts definiert. In unserem Fall also hinter die Einkoppelung des Lichts in die Monomode-Glasfaser. Ideal wären in unserem Fall natürlich faser-integrierte Komponenten, allerdings sind diese in unserem Fall nur schwer erhältlich.

## 4.2.2. Faserstrecken

Für die Übertragung unserer korrelierten Photonen von der Fluoreszenzquelle zu den Beobachtungsstationen benutzten wir monomodige Glasfaserkabel, deren Cutoff-Wellenlänge auf kleiner als 720 nm ausgesucht worden war. Die Kabel wurden von der Firma Spectran gefertigt und auf zwei Rollen zu je 500 m geliefert. Ein Kabel besteht dabei aus vier leicht verdrehten Adern, von denen in unserem Fall aber nur zwei mit Glasfaserunterkabeln belegt sind. Die anderen sind mit gleich starkem Puffermaterial gefüllt. In der Mitte der Adern verläuft ein starker Kunststoffdraht, und das ganze ist mit einer sehr



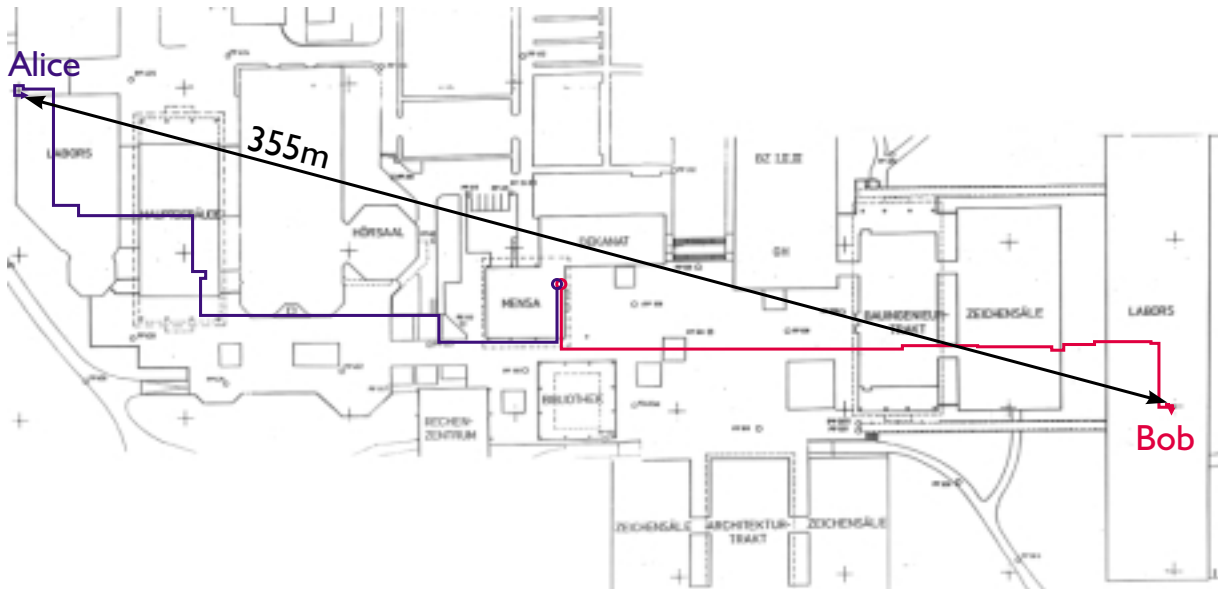
widerstandsfähigen Kunststoffummantelung umgeben. Die genannten Unterkabel enthalten wiederum eine Glasfaser mit standardisiertem 125/250/900  $\mu\text{m}$ -Aufbau in einer 2.5 mm PVC-Ummantelung mit Kevlar-Verstärkung. Die eigentlichen Glasfasern sind also ausgezeichnet gegen Beschädigung und Umwelteinflüsse geschützt.

Die Auswahl der Cutoff-Wellenlänge<sup>12</sup> erfolgte aufgrund der Überlegung, daß wir möglichst nahe an die benutzte Wellenlänge herangehen wollten. Zum Zeitpunkt der Bestellung war aber noch nicht festgelegt, ob die benutzte Wellenlänge 702 nm oder 732 nm sein würde. Die Cutoff-Wellenlänge ist zwar theoretisch eine eindeutig bestimmte Größe, experimentell jedoch ist es nicht sehr kritisch, ob die benutzte Wellenlänge ein wenig darüber oder darunter liegt[112, 125, 64]. Dies gilt vor allem deshalb, weil die Herstellungsprozesse zwar sehr weit entwickelt sind, aber dennoch selbst innerhalb eines einzigen Faserstrangs so viele Ungenauigkeiten haben, daß die Cutoff-Wellenlänge nur ungenau vorherbestimmt werden kann. Im allgemeinen wird bei Standardfasern eine Toleranz von 50 nm angegeben. Dazu kommt, daß die Cutoff-Wellenlänge experimentell an einer endlich langen Faser gar nicht exakt gemessen werden kann. Die Frage ist also, wieviel von der Lichtleistung, welche eventuell in eine höhere Mode eingekoppelt wird, nach 500 m noch vorhanden ist, bzw. wieviel von der Grundmode in solche höheren Moden verloren gehen kann. Es stellt sich heraus, daß diese Frage hauptsächlich von den auftretenden Krümmungen im Verlauf des Kabels abhängt, weil in einer perfekt gerade verlegten Glasfaser sich prinzipiell alle Moden ausbreiten können. Neben der Tatsache, daß also die Krümmungen für die Verluste verantwortlich sind, welche die höheren Moden erleiden, verursachen aber auch die Krümmungen gerade die Koppelungen zwischen verschiedenen Moden. Diese Überlegungen zeigen, daß es ohne genaue Angaben nicht möglich ist, das Verhalten vorherzusagen. In unserem Aufbau stellten wir fest, daß bei 633 nm noch ein Anteil der zweiten Mode geführt wurde, welcher sich allerdings durch starkes Biegen der Faser an einem Ende ausdämpfen ließ. Bei der anderen benutzten Justierwellenlänge von 670 nm stellten wir selbst auf kürzeren Strecken keine Anteile von höheren Moden fest. Damit waren wir also sicher, daß auch bei 702 nm keine unerwünschten Effekte auftreten würden. Der Grund, warum wir nicht einfach eine Standardfaser für 633 nm benutzen wollten, war, daß aufgrund der hohen beschriebenen Toleranzen die Cutoff-Wellenlänge einer solchen Faser sehr niedrig liegen kann. Das hieße in der Folge, daß der Faserkern für 702 nm stark unterdimensioniert wäre, was höhere Verluste und vermutlich auch stärkere Dispersion verursachen würde. Es zeigte sich, daß die gewünschte Faser einfach zufällig bei einem normalen Herstellungsprozeß entstand. Im Regelfall würde das Glas einfach wieder eingeschmolzen werden, wenn die produzierte Faser in keine der Standardklassen fällt.

### 4.2.3. Geometrie

Unser Experiment besteht, wie schon des öfteren bemerkt, aus drei Stationen. Abbildung 4.10 zeigt einen Plan des Universitätsgeländes in der Innsbrucker Technikerstraße, in welchen der Verlauf der Glasfaserkabel eingezeichnet ist. Die Quelle wurde im Boilerraum (unter der „Mensa / Technik“) im Keller des Dekanats- und Verwaltungsgebäudes für die technische Fakultät der Universität Innsbruck aufgestellt. Im August 1998 mußten wir wegen Baumaßnahmen in den nächstgelegenen Raum ausweichen („Altstoffsammelstelle“). Die Beobachtungsstation Alice installierten wir im Raum 0/405 des Viktor-Franz-Hess Hauses, also am westlichen Ende des Universitätsgeländes. Für den Beobachter Bob stellte uns das Institut für Wasserbau freundlicherweise einen kleinen Raum im Labor des Instituts

<sup>12</sup>Die Cutoff-Wellenlänge ist jene Wellenlänge, oberhalb der nur mehr eine transversale Mode im Wellenleiter geführt wird.



**Abbildung 4.10.:** Grundriß des Universitätsgeländes. Der Verlauf unserer Glasfaserkabel ist durch die fetten Linien eingezeichnet. Man sieht, daß die Quelle nahezu auf einer Geraden mit den Beobachtungsstationen liegt. Dies ist zwar nicht ausschlaggebend für die raumzeitlichen Verhältnisse, aber es entspricht am besten dem Gedankenexperiment von Bohm.

zur Verfügung, welches sich ganz am östlichen Rand des Areals befindet.

Durch Abmessung vieler kleiner Teilstrecken ermittelten wir folgende Abmessungen: Die installierte Länge an Glasfaserkabel zwischen der Quelle und Alice betrug  $272\text{ m} \pm 3\text{ m}$  während zu Bob „nur“  $249\text{ m} \pm 3\text{ m}$  verlegt wurden. Die gesamte Kabellänge, die von den Photonen durchlaufen wurde, war jedoch je 500 m, daher war garantiert, daß zusammengehörige Detektionen immer gleichzeitig (im Ruhesystem der Stationen) waren. Die nominellen Abstände der Orte bestimmten wir sowohl aus einem Plan im Maßstab 1:500, welcher uns von der Gebäudeverwaltung zur Verfügung gestellt worden war, als auch aus den obigen Messungen. Mit beiden Methoden war der Abstand von der Quelle zu Alice gleich  $169\text{ m} \pm 3\text{ m}$  bzw.  $185\text{ m} \pm 3\text{ m}$  zu Bob. Die entscheidende Entfernung zwischen Alice und Bob war  $355\text{ m} \pm 3\text{ m}$ . Die Fehler habe ich dabei aus den geschätzten Fehlern der Einzelmessungen mit dem Maßband berechnet, bei den Messungen aus dem Plan kommt die Unsicherheit wegen der nicht genau genug bekannten Position der Stationen innerhalb der eingezeichneten Räume zustande, und aus der Tatsache, daß der Plan durch das Vervielfältigen möglicherweise leicht verzerrt worden war.

#### 4.2.4. Polarisation

Die Eigenschaft, die für unser Experiment entscheidend ist, ist die Polarisation des Lichts. Weil auch in einer Monomoden-Faser die Grundmode zweifach polarisationsentartet ist, eignet sich eine solche Faser, jede Art von Polarisation kohärent zu übertragen. Im Gegensatz zur Ausbreitung im Vakuum können die beiden Polarisationsmoden in einer Glasfaser aber sehr leicht koppeln. Zum einen entstehen

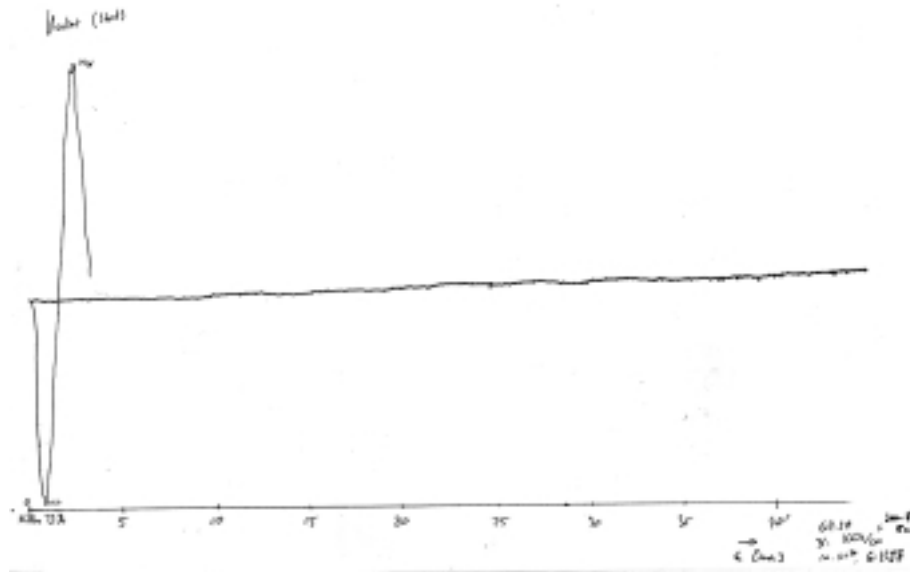
durch Spannungen, welche meist von Krümmungen hervorgerufen werden, doppelbrechende Bereiche in der Glasfaser mit variierenden Achsen [119, 102]. Zum anderen entstehen durch den veränderlichen Verlauf des Kabels geometrische Phasen, welche ebenfalls den Polarisationszustand verändern können [11, 108, 66, 19]. Dazu kommen noch Imperfektionen bei der Herstellung der Glasfasern, welche Doppelbrechung hervorrufen können, unter anderem „eingefrorene“ Spannungen im Material oder leicht elliptische Kerne<sup>13</sup>. Sogenannte polarisationserhaltende Fasern wären in unserem Fall auch keine Lösung, weil die hohe natürliche Doppelbrechung dieser Faservariante die Kohärenz zwischen den beiden Polarisationsmoden schon nach einer kurzen Strecke zerstört.

Wir mußten daher versuchen die Polarisationstransformation, welche die Faser hervorruft, zu kompensieren. Dies geschah in bewährter Weise durch manuelle Polarisations-einsteller [76, 102, 121]. Diese weisen drei kreisförmige Scheiben auf, welche um eine Tangente drehbar gelagert sind. Die Faser wird in einer oder mehreren Windungen um die Scheiben gelegt und vor und hinter jeder Scheibe festgeklemmt. Durch die induzierte Doppelbrechung kann man jede der drei Scheiben als Wellenplatte mit einer bestimmten Verzögerung betrachten. Die Richtung der optischen Achse dieser Quasi-Wellenplatten kann durch Drehen der Scheiben variiert werden. Mit dieser Konstruktion kann jede beliebige unitäre Polarisationstransformation erreicht werden, allerdings ist der Übergang von einer Einstellung zu einer bestimmten anderen Transformation nicht sehr systematisch oder algorithmisch.

Zum Abgleich unserer Faserstrecken setzten wir (vertikal) ausgerichtete Linearpolarisatoren vor die Einkoppelungseinheiten. Bei richtig abgeglicherer Polarisationstransformation sollte hinter dem Analysator bei den entfernten Beobachtern einer der Detektoren sehr wenig, der andere sehr viel Licht sehen. Wir versuchten also, mit den Polarisations-einstellern die Transformation so einzustellen, daß jeweils jener Detektor, welcher vertikal polarisiertes Licht detektierte, die maximale Zählrate aufwies und der andere ein Minimum (Dunkelzählrate)<sup>14</sup>. Es ist offensichtlich, daß diese Prozedur durch die Dunkelzählraten und die niedrige Lichtintensität wesentlich erschwert wurde. Ein Justierlaser mit der exakt gleichen Wellenlänge (702 nm) wäre hier äußerst nützlich gewesen. Die verfügbaren Justierlaser waren alle zu weit von der richtigen Wellenlänge entfernt, als daß man sie hätte benutzen können. Bei einer anderen Wellenlänge wird im allgemeinen eine andere Polarisationstransformation in der Faser auftre-

<sup>13</sup>Diese Koppelung macht auch Probleme bei der breitbandigen Datenübertragung, weil ja nicht mehr nur eine sondern zwei Moden zum Tragen kommen. Die Dispersion, die dadurch in das System kommt, kann größer sein, als die chromatische und damit die erzielbare Bandbreite limitieren. Da die obengenannten Probleme nicht überwunden werden konnten, ging man in der Telekommunikationstechnologie dazu über, die Koppelung der Moden dadurch zu verhindern, daß man die Entartung der beiden Polarisationsmoden aufhob. Im allgemeinen erreicht man dies durch starke eingebaute Spannungen oder gewollte starke Elliptizität des Faserkerns. Solche Fasern heißen „polarisationserhaltend“ (*polarization maintaining*). Dies ist eine sehr irreführende Bezeichnung, denn „erhalten“ werden nur jene zwei linearen Polarisationszustände, welche entlang der optischen Achse oder orthogonal dazu eingekoppelt werden. In diesen Fällen wird die Polarisation des Lichts adiabatisch mit dem Verlauf der optischen Achse mitgeführt, weil Krümmungen und zusätzliche Spannungen den Unterschied in der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit zwischen den beiden Hauptrichtungen nur mehr marginal beeinflussen können. Wir können daraus aber auch sofort schließen, daß jede Kohärenz zwischen diesen Hauptrichtungen bereits auf kurzen Faserstrecken durch die hohe Dispersion zerstört wird. Gängige polarisationserhaltende Telekommunikationsfasern weisen eine Doppelbrechung auf, die auf ca. 2.5 mm einen Phasenschub von  $2\pi$  verursacht. Dies ist zwar sehr wenig im Vergleich zu natürlichen doppelbrechenden Materialien, wie z. B. kristallinem Quarz oder Kalzit, aber wesentlich mehr als das, was von den vergleichsweise geringen Spannungen in gewöhnlichen Monomod-Fasern induziert wird. Eine weitere Entwicklung in diesem Bereich sind polarisierende Glasfasern. Diese werden ähnlich wie polarisationserhaltende Fasern hergestellt, aber zusätzlich werden für eine der beiden Polarisationsmoden Verluste induziert. Damit wird die Faser wirklich einmodig.

<sup>14</sup>Dies wurde bewerkstelligt, indem wir die Zählraten der entfernten Beobachter am Ort der Quelle überwachten (s. Abschnitt 4.2.7)



**Abbildung 4.11.:** Stark verkleinerte Darstellung einer analogen Messung einer Polarisationskomponente von Laserlicht mit 670 nm am Ausgang einer der 500 m langen Faserstrecken. Die horizontale Zeitachse erstreckt sich über einen Bereich von 45 min. Auf der vertikalen Achse wurde die Spannung an einer Photodiode mit angepaßten Einheiten aufgetragen. Die nahezu horizontale Schreiberlinie in der Bildmitte zeigt, daß die von der Photodiode gemessene Polarisationskomponente während der ganzen Zeit fast konstant war. Zur Veranschaulichung des Polarisationsgrades ist eine zweite (ungefähr sinusförmige) Schreiberspur am linken Bildrand aufgenommen worden, die einer kontinuierlichen halben Umdrehung des Polarisators entspricht.

ten, sodaß ein Abgleich auf eine solche andere Wellenlänge nicht den gewünschten Effekt hat. Wir versuchten auch, andere Lichtquellen zur Verbesserung des Signal-Rausch-Verhältnisses einzusetzen, wie z.B. eine Leuchtdiode mit einem entsprechenden Interferenzfilter, konnten aber keine wesentlich höheren Zählraten erreichen als mit der parametrischen Fluoreszenzquelle.

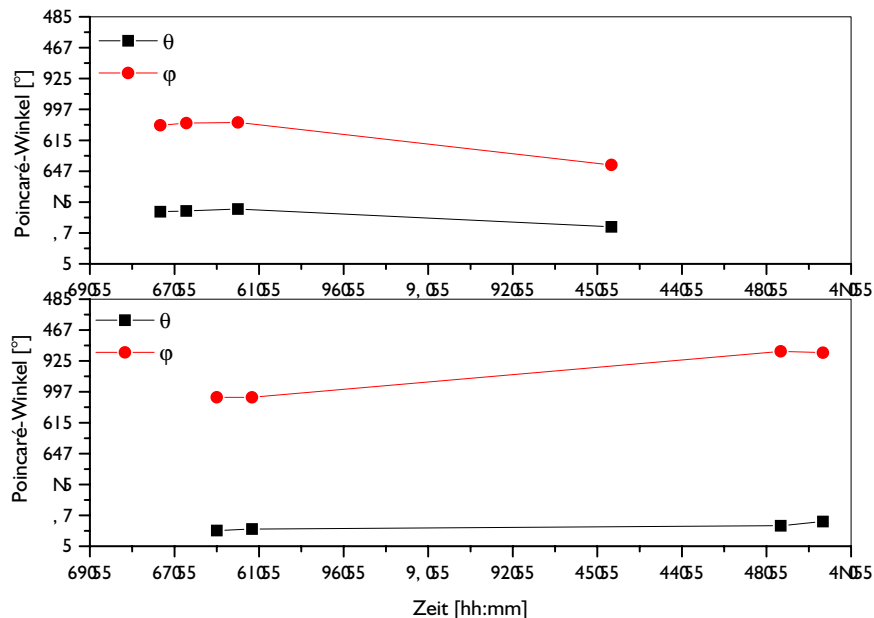
Nachdem wir diese Einstellungen durchgeführt hatten, war immer noch eine Phase frei. Ein Weg, auch diese Phase einzustellen, wäre vor der Faser einen Polarisator unter  $45^\circ$  zu positionieren, und *ohne die zuvor justierte Abbildung von vertikaler Polarisation auf vertikale Polarisation zu zerstören*, die verbleibende freie Phase so einzustellen, daß das austretende Licht ebenfalls linear unter  $45^\circ$  polarisiert ist. Dies wäre zum Beispiel durch eine variable Wellenplatte (mit der optischen Achse in vertikaler Richtung) am Ausgang der Faserstrecke möglich. In unserem Fall war es jedoch nur nötig, die relative Phase zwischen vertikaler Polarisation bei Alice und vertikaler Polarisation bei Bob auf den gewünschten verschränkten Zustand einzustellen (s. Abschnitt 4.2.1). Wir beschränkten uns daher auf die Einstellung dieser Phase durch Verkippen eines der beiden Kompensatorkristalle unter Beobachtung der Korrelationen zwischen den zwei Beobachtern zu den Detektionen unter  $45^\circ$ <sup>15</sup>.

Eine Glasfaser kann jedoch nicht nur eine unitäre Transformation der Polarisation hervorrufen,

<sup>15</sup>Dies erforderte eine Art Pseudo-Koinzidenzdetektion der beiden entfernten Beobachter. Deren Realisierung ist in Abschnitt 4.2.7 beschrieben.

sondern auch (durch Absorption) depolarisieren. Man unterscheidet zwei Arten bzw. Regimes von Depolarisation oder Polarisationsmodendispersion [103, 97, 96, 54]:

1. **Schwache Modenkopplung:** Licht mit endlicher spektraler Bandbreite kann durch eine sehr lange (gerade) Faserstrecke einen doppelbrechenden Phasenschub erleiden, welcher größer als die Kohärenzzeit sein kann. Das Licht wird daher unpolarisiert scheinen, allerdings kann dieser Phasenschub prinzipiell kompensiert werden.
2. **Starke Modenkopplung:** Wenn die Faserstrecke viele Krümmungen aufweist, wird die Orientierung der optischen Achse und die Stärke der Doppelbrechung entlang der Faserstrecke variieren. Dadurch unterliegt die Polarisation der einzelnen spektralen Komponenten einem Diffusionsprozeß. Das heißt, der Effekt kann nicht durch einfache Kompensation rückgängig gemacht werden.



**Abbildung 4.12.:** Stabilitätsmessung der faserinduzierten Polarisationstransformation. Mit einer Viertelwellenplatte und einem Polarisator wurden zu verschiedenen Zeiten die Poincaré-Winkel des Lichts beim Austritt aus einer 1000 m langen Faserstrecke beobachtet (durch die zwei Adern jeweils einer Fasertrickle in unterschiedlicher Richtung). **Oben: Alice – Quelle – Alice, Unten: Bob – Quelle – Bob.**

In unserem Glasfaserkabel sind die zwei Adern ineinander verdreht, daher können wir annehmen, daß wir eher den zweiten Fall beobachten werden. Für Standard-Telekommunikationsfasern werden heute im allgemeinen Werte von  $0.01 - 10 \text{ ps} \cdot \text{km}^{-1/2}$  angegeben. Die starke Schwankungsbreite zeigt uns, daß die Herstellungsprozesse in dieser Hinsicht ziemlich unkontrolliert sind, und daß es keine

standardisierte Meßmethode gibt. Für unseren jeweils 500 m langen Kabel erwarten wir daher Werte zwischen  $0.07\text{--}7\text{ ps km}^{-\frac{1}{2}}$ . Dieser Bereich erstreckt sich leider so über zwei Größenordnungen, daß wir mit den zur Verfügung stehenden Filterbandbreiten im vorhinein keine klare Aussage machen können. Wenn wir ein 3 nm breites Gaußsches Interferenzfilter einsetzen, erhalten wir eine Kohärenzzeit von 0.21 ps ( $62\text{ }\mu\text{m}$  Kohärenzlänge). Es wäre also durchaus möglich, daß die Polarisationsdispersion zu groß ist. Glücklicherweise stellten wir, wie schon des öfteren bemerkt, fest, daß der Polarisationsgrad von Licht mit 3 nm Bandbreite noch sehr hoch war ( $> 99\%$ ). Für das Licht einer Leuchtdiode mit ca. 30 nm Bandbreite war allerdings nur mehr ein sehr schlechter Polarisationsgrad ( $< 70\%$ ) meßbar.

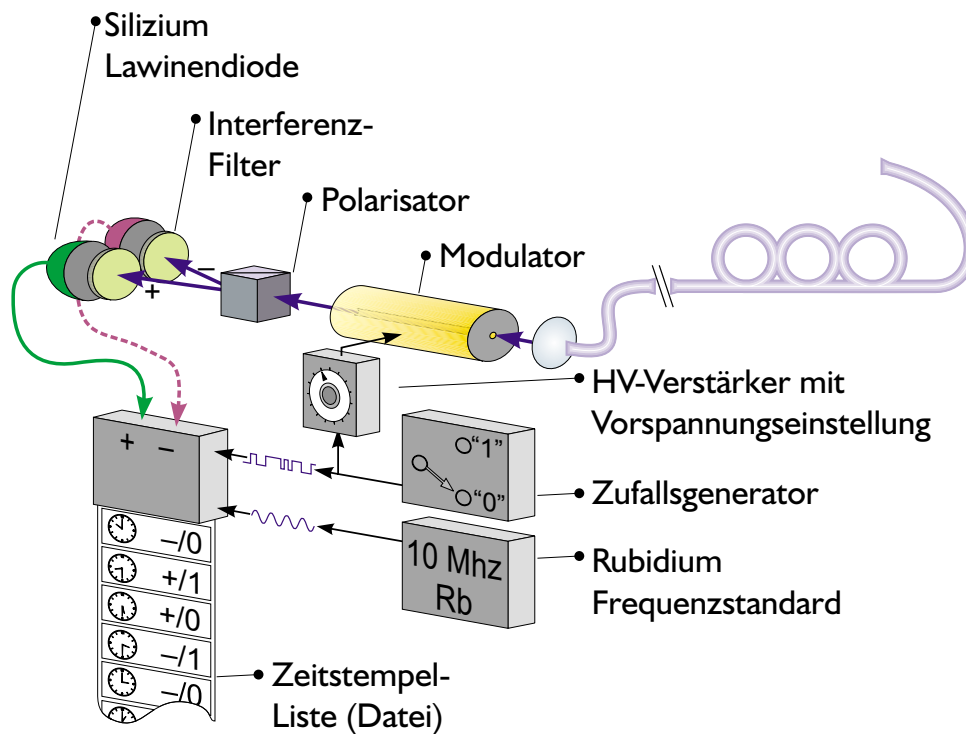
Große Bedeutung hatte für uns die Stabilität der faserverursachten Polarisationsumwandlung. Daher führten wir vor den eigentlichen Messungen Stabilitätsmessungen für die transmittierte Polarisation an den installierten Faserkabeln durch. Wir koppelten dazu in einer ersten einfachen Untersuchung Laserlicht von 670 nm Wellenlänge durch einen Polarisator in unsere Faserstrecken ein und maßen mit einem Polarisator am Ausgang eine Polarisationskomponente des transmittierten Lichts. Die Intensität dieser Komponente zeichneten wir über einen langen Zeitraum auf. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.11 zu sehen. Sie sind allerdings nicht sehr aussagekräftig, weil nur eine vollständige Polarisationsanalyse (Ellipsometrie) wirklich über den Polarisationszustand Auskunft geben kann. Dennoch ist es aber schwer vorstellbar, daß eine beliebig gewählte Polarisationskomponente so stabil ist, wie man es in der Abbildung sehen kann, und der orthogonale, nicht gemessene Anteil bzw. die relative Phase gleichzeitig stark schwanken sollte.

Wegen der begrenzten Aussagekraft der beschriebenen Messung führten wir noch genauere Tests durch. Dazu wurde die gleiche Lichtquelle benutzt, die Analyse wurde jedoch mit einer drehbaren Viertelwellenplatte und einem Polarisator durchgeführt. Indem wir beide Komponenten rotierten, versuchten wir die vom Polarisator transmittierte Intensität zu minimieren. Aus den Stellungen (der optischen Achsen) von Wellenplatte und Polarisator kann dann auf den Polarisationszustand des Lichts geschlossen werden. Kommt es nur auf die Veränderungen an, so kann man direkt die Stellungen der Komponenten vergleichen. Diese Messungen liefern ein ähnliches Bild (s. Abb. 4.12): Die von der Faser hervorgerufene Polarisationsumwandlung schwankt nur sehr langsam. Für das benutzte Licht (einer nicht stabilisierten Laserdiode) konnte keine Depolarisation nachgewiesen werden.

#### 4.2.5. Beobachter

Wie schon öfter betont, war eines der Ziele dieser Arbeit, die Beobachtungsstationen so unabhängig wie möglich zu machen. Die optischen Komponenten fanden auf kleinen optischen Platten von  $900 \times 600\text{ mm}^2$  Platz. Dazu kommt noch die Elektronik zur Ansteuerung der schnellen optischen Schalter und zur Datenregistrierung. Im folgenden werde ich die Komponenten in der Reihenfolge des Strahlengangs, bzw. der elektronischen Verarbeitung beschreiben (Schema s. Abb. 4.13).

Von der Quelle kommend, passierte das Licht eine integrierte asphärische Auskoppeloptik, welche einen Strahldurchmesser von 2 mm erzeugte. Dies entspricht einer Brennweite der Linse von ca. 9 mm. Diese Optik wurde einfach an den abschließenden FC/PC-Stecker der langen Glasfaserstrecke geschraubt, damit war die Kollimation automatisch vorgegeben. Zusätzlich setzten wir die Auskoppeloptik in ein horizontal/vertikal-Translationssystem, sodaß der austretende Strahl transversal auf die folgenden optischen Komponenten justiert werden konnte.



**Abbildung 4.13.:** Schema des Aufbaus der Beobachterstationen Alice und Bob als Detail des gesamten Aufbaus. Die Detektionslogik und der Zeitintervallanalysator wird durch einen grauen Kasten symbolisiert, der aus den Detektionen und den Zufallszahlen eine Zeitstempel­liste erzeugt und speichert.

## Modulationssystem

Das vermutlich wichtigste Teilsystem in unserem Experiment war das schnelle Modulationssystem. In Abschnitt 4.1 habe ich bereits die mir bekannten Methoden für schnelles optisches Schalten besprochen und darauf hingewiesen, daß wir transversale elektro-optische Modulatoren (im weiteren kurz „Modulatoren“) gewählt haben. Diese haben eine optische Achse, und bei Anlegen einer Spannung verändert sich die Doppelbrechung linear — also der Unterschied zwischen ordentlichem und außerordentlichem Brechungsindex. Das bedeutet, daß zwischen der ordentlichen und der außerordentlichen Polarisation ein Phasenschub proportional zur angelegten Spannung entsteht. Wir haben also ein Element vorliegen, das einer variablen Verzögerungsplatte entspricht. Auf der Poincaré-Kugel ist dies eine Rotation um die räumliche Richtung der optischen Achse, allerdings noch keine Rotation im Raum. Die Konversion dieses Phasenschubs in eine echte Rotation bewerkstelligen zwei Viertelwellenplatten. Nehmen wir an, die optische Achse des Modulators stehe unter  $45^\circ$  bezogen auf den nachfolgenden analysierenden Polarisator. Eine der Wellenplatten muß dann vor dem Modulator stehen, mit ihrer schnellen optischen Achse in vertikaler (horizontaler) Richtung. Die andere wird hinter dem Modulator positioniert mit der schnellen Achse in horizontaler (vertikaler) Richtung. Die Gesamtfunktion des Systems ist dann exakt eine Drehung der Achse beliebig polarisierten Lichts im Raum, ebenso wie es eine optisch aktive<sup>16</sup>

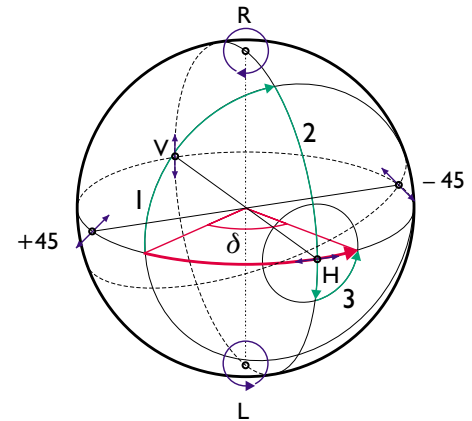
<sup>16</sup>rotatorisch doppelbrechende



Substanz tun würde. Abb. 4.14 zeigt die Funktion des Modulators auf der Poincaré-Kugel, mit welcher der Ablauf wesentlich intuitiver zu erfassen ist.

Nun kam aber keine der beiden Wellenplatten in unserem Aufbau explizit vor. Der Grund dafür, daß die zweite Wellenplatte weggelassen werden kann, ist, daß direkt dahinter ein analysierender Polarisator gefolgt von Detektoren steht. Diese Wellenplatte würde also nur eine Phase induzieren, welche ohnehin nicht gemessen werden kann. Zur Überprüfung dieser Tatsache versuche man einfach aus Abb. 4.14 die Polarisationskomponenten in den Richtungen H und V, nach Schritt 2 und nach Schritt 3 zu ermitteln. Man stellt durch einfache Kontrolle fest, daß diese gleich sind. Mit der ersten Wellenplatte verhält es sich ein wenig komplizierter, aber man kann sagen, daß diese durch die lange Faserstrecke, und die Art, wie wir den Polarisationsabgleich durchführten, vollkommen ersetzt wird. Allerdings gilt das nicht für jede der beiden Faserstrecken individuell sondern nur für das Gesamtsystem aus Quelle, Kompensatorkristallen, Faserstrecken und Modulatoren. Durch die Art des Polarisationsabgleichs (s. Abschnitt 4.2.4) war immer gewährleistet, daß die Rotation der beiden Modulatoren genau um dieselbe Achse auf der Poincaré-Sphäre wirkte.

Das Modulationssystem besteht aus zwei Teilen, dem Hochspannungsverstärker und dem eigentlichen Modulator. Die beiden Teile sind mit zwei 100Ω TRIAX-Kabeln für das Modulationssignal und einem dünnen Kabel für die DC-Vorspannung verbunden. Der Modulator besteht aus zwei identischen Paaren von AD\*P-Kristallen<sup>17</sup>. Die optischen Achsen der beiden Kristalle eines jeden Paares liegen in einer Ebene, jedoch gespiegelt um die Ausbreitungsrichtung des zu modulierenden Strahls. Dies kompensiert ein eventuelles transversales Auseinanderlaufen von ordentlicher und außerordentlicher Strahlkomponente. Die elektrischen Felder zur Modulation werden innerhalb eines Paares antiparallel und normal zur optischen Achse angelegt. Die beiden Paare sind zueinander um 90° verdreht, sodaß ohne Modulationsspannung netto keine doppelbrechende Verzögerung übrigbleibt. Alle Kristalle werden vom Hersteller<sup>18</sup> gemeinsam poliert, sodaß sie auf 1/10 der Lichtwellenlänge gleich dick sind. Dadurch wird einerseits vermieden, daß trotz der beschriebenen Orientierung der optischen Achsen ohne angelegte Spannung Doppelbrechung auftritt, und andererseits, daß Temperaturänderungen des Systems diese Nettoverzögerung verändern. Für unsere Anwendung, das Modulieren von relativ breitbandigem Licht, ist diese Art der Konstruktion ein entscheidendes Kriterium, denn eine doppelbrechende Verzögerung um mehr als die Kohärenzzeit des Fluoreszenzlichts würde die Polarisationsverschränkung unsichtbar machen, insbesondere weil diese Verzögerung im allgemeinen zusätzlich noch stark dispersiv ist. Selbstverständlich könnte man eine



**Abbildung 4.14.:** Funktion des Modulators als räumlicher Polarisationsdreher. Zwei Viertelwellenplatten mit den optischen Achsen in den Richtungen V und H vor und hinter dem Modulator übernehmen die Schritte 1 und 3. Der Modulator selbst dreht um die 45°-Achse mit der variablen Phase  $\delta$ . Insgesamt ergibt dies eine Rotation um  $\delta/2$  im Raum, weil der Azimutalwinkel auf der Poincaré-Kugel genau dem halben räumlichen Winkel im Raum entspricht.

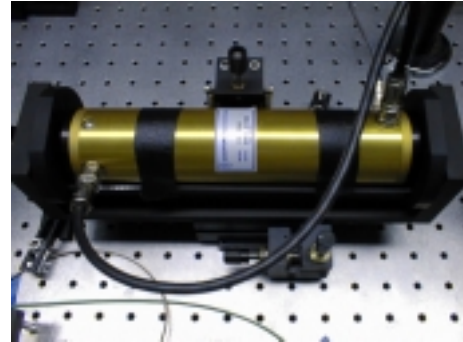
<sup>17</sup>AD\*P (AmmoniumDiDeuteriumPhosphat  $\text{NH}_4\text{D}_2\text{P}_2\text{O}_4$ ) ist ein Material mit hohem elektro-optischem Koeffizienten.

<sup>18</sup>Quantum Technology, Florida, USA.



solche Verzögerung (und auch die Dispersion) kompensieren, aber der Aufwand steigt beträchtlich. Aufgrund einer falschen Lieferung hatten wir zuerst eine andere Variante dieser Modulatoren erhalten, bei welchen die Kristall-Paare gleich orientiert waren. Wir stellten fest, daß diese mit Laserlicht vernünftig arbeiteten (s. Abb. 4.18), nicht jedoch mit dem breitbandigen (ca. 5 nm) Fluoreszenzlicht. Hier war nach Passieren des Modulators keine Polarisation zuvor polarisierten Lichts mehr nachweisbar.

Die Kristalle werden vom Hersteller mit der beschriebenen Ausrichtung zwischen zwei antireflex-beschichtete Fenster montiert und jeweils an den zwei Seitenflächen, welche parallel zur optischen Achse und zur Strahlrichtung stehen, mit Elektroden kontaktiert. Die wechselnd gepolten elektrischen Felder bewirken über den linearen elektro-optischen Effekt (Pockels-Effekt) eine Änderung der Doppelbrechung der einzelnen Kristalle, welche zusammen mit der geschickten Anordnung der Kristalle additiv ist. Abbildung 4.15 zeigt eine Photographie eines solchen Modulators. Die beiden Modulatoren hatten bei 702 nm Lichtwellenlänge Halbwellenspannungen von 95.3 V (SN M98-072AR1) und 99.8 V (SN M98-072B) (Messung s. Abb. 4.17). Neuere Messungen ergaben allerdings Halbwellenspannungen von 97 V und 98.5 V. Der Hauptgrund für diesen Unterschied dürfte in der unterschiedlichen Meßmethode — die neueren Messungen wurden wesentlich schneller durchgeführt — liegen, wobei sich (thermisch verursachte) Driften des Modulator-Nullpunkts unterschiedlich auswirken können.



**Abbildung 4.15.:** Bild des transversalen elektro-optischen Modulators. Die aufwendige Halterung dient zur genauen und stabilen Verstellung der Winkelausrichtung um alle drei Drehachsen.

Da unsere Modulatoren sehr lang waren und eine relativ kleine Apertur hatten, war die Qualität des zu modulierenden Strahls hauptsächlich ausschlaggebend für den erzielbaren Modulationskontrast. In unserem Fall kam das Licht aus einer Monomode-Faser, d. h. wir hatten einen (nahezu) perfekten Gaußschen Strahl mit frei wählbarem Durchmesser. Ganz entscheidend ging auch die Ausrichtung des Modulators in bezug auf den Strahl ein. Zuerst mußte eine Halterung geschaffen werden, die den Modulator möglichst frei von mechanischen Spannungen in seiner Position hielt. Wir stellten nämlich zu Anfang fest, daß schon geringste mechanische Verformungen des Modulator-Gehäuses den erzielbaren Kontrast deutlich verringerten. Unsere Werkstatt fertigte schließlich eine Halterung, in welcher der Modulator über die gesamte Länge auf gefrästen Flächen auflag. Die schwierigen Punkte bei der Konstruktion waren einerseits die freie Zugänglichkeit der Fenster für den Strahl und die Verstellmöglichkeiten für drei Winkelfreiheitsgrade — aus der See- und Luftfahrt werden hierfür häufig die Bezeichnungen Roll-, Nick- und Gierwinkel für Drehung um die Längs-, Quer- und vertikale Achse übernommen.

Die Einstellung dieser Winkel und der Strahlposition in Bezug auf den Modulator ist eine oft langwierige Aufgabe. Zuerst muß mit Hilfe eines hochwertigen Polarisators vor dem Modulator sichergestellt werden, daß das eintretende Licht sehr gut polarisiert ist. Mit einem Polarisator, der in Bezug auf den ersteren exakt gekreuzt ist, wird das austretende Licht hinter dem Modulator analysiert. Ein kleiner Vorteil ist, daß die ideale Strahlrichtung unabhängig von der benutzten Wellenlänge ist, man kann also gut sichtbare Justierlaser benutzen. Danach geht man schrittweise wie folgt vor:

- Grobes Einjustieren

1. Modulator durch Beobachtung des Rückreflexes ungefähr parallel zum Strahl justieren.

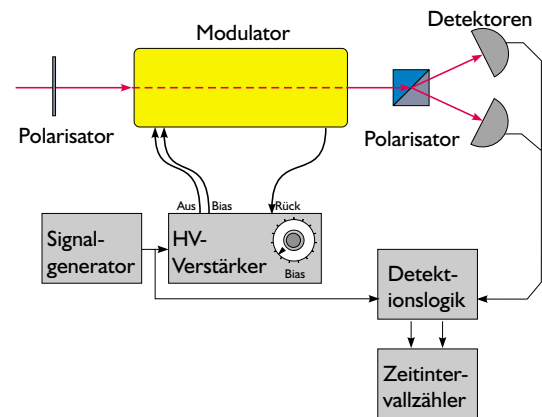
(Ein solcher, aus mehreren Kristallen zusammengesetzter Modulator hat mehrere *nichtparallele* Rückreflexe. Dadurch sollen Interferenzen verhindert werden.)

2. Strahl auf das Eintrittsfenster zentrieren.
  3. Vorspannung des Modulators verändern, sodaß sich ein grobes Intensitätsminimum hinter dem Analysator ergibt.
  4. Rollwinkel (Richtung der optischen Achse in Bezug auf Polarisator) verändern und dadurch das Intensitätsminimum zu verbessern suchen.
- Feinjustage mit optischem Leistungsmeßgerät hinter dem Analysator durch wiederholtes zyklisches Justieren aller Parameter und Messung des erzielten Kontrasts zwischen Intensitätsminimum und Intensitätsmaximum bei Variation der Vorspannung.

Mit unseren Modulatoren konnten wir so für Laserlicht bei statischem Betrieb, d. h. mit konstanter Spannung, Kontraste von bis zu 300:1 (Maximum:Minimum) erzielen. Im allgemeinen waren Werte von 150:1 immer erreichbar.

Das Modulationssystem ist so ausgelegt, daß es mit laufenden elektrischen Wellen auf den Elektroden arbeitet. Allerdings ist die Wellenlänge bei den benutzten Frequenzen wesentlich größer als der Modulator selbst, sodaß die Phase der Welle an allen Elektrodenpaaren gleich ist. Die Wellen werden im Hochspannungsverstärker durch zwei separate Verstärkerstufen erzeugt, welche symmetrische Spannungen liefern und dadurch nur die halbe Amplitude benötigen. Die beiden symmetrischen Wellen werden durch die zwei Innenleiter des TRIAX-Kabels zum Modulator geführt, passieren diesen (fast) unverändert (VSWR<sup>19</sup> ca. 1 : 1.2), und werden durch ein gleichartiges Kabel in das Verstärkergehäuse zurückgeführt, wo sie in ohmschen Hochleistungs-Abschlußwiderständen reflexionsfrei terminiert werden.

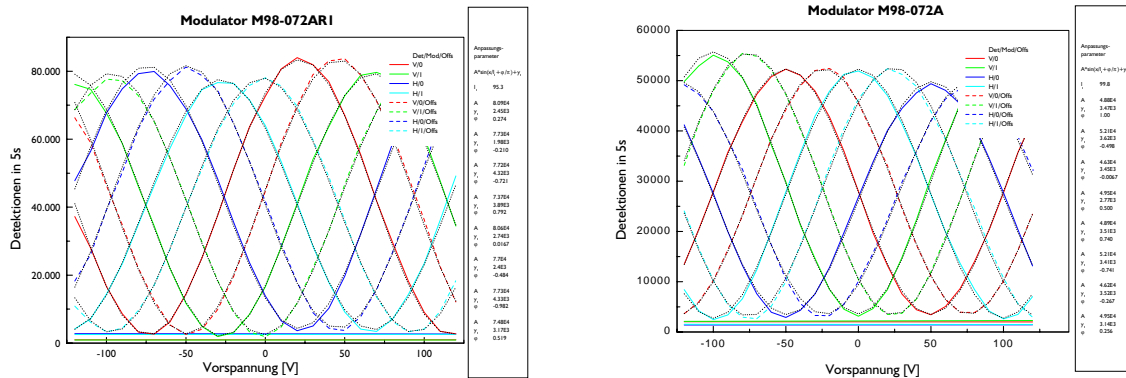
Unser System war auf eine maximale Frequenz von 30 MHz ausgelegt. Mit einem Helium-Neon-Justierlaser und einer Photodiode mit 300 MHz Bandbreite konnten wir die Schaltfunktion vorerst grob überprüfen. Meßergebnisse (für den zuerst gelieferten Typ von Modulator) finden sich in Abbildung 4.18. Die dynamische Reaktion des Modulators bei der für uns interessanten Wellenlänge von 702 nm konnte mangels einer Laserquelle nur durch Photonen-zählung getriggert auf das Modulationssignal gemessen werden. Diese Messungen führten wir mit



**Abbildung 4.16.:** Experiment zur Messung der Spannungscharakteristik des transversalen elektro-optischen Modulators in dynamischem Betrieb. Während der Modulator mit hoher Frequenz betrieben wird, variiert man die Vorspannung (Bias). Aus der Phasenverschiebung der resultierenden Kurven (Zählraten in Abhängigkeit von der Vorspannung) kann die Schaltamplitude bestimmt werden, aus der Periode die Halbwellenspannung. Diese Messungen können auch mit sehr niedrigen Lichtintensitäten bei jeder Wellenlänge durchgeführt werden.

<sup>19</sup>Voltage Standing Wave Ratio gibt die Güte der Wellenleitungseigenschaften durch das Verhältnis von transmittierter zu eingespeister Spannungsamplitude an. Idealerweise 1 : 1

denselben Zeitintervallanalysatoren und derselben Detektionslogik durch, die wir auch für die Datenaufzeichnung im Bell-Experiment benutzten (genauere Beschreibung in Abschnitt 44). Der benutzte Aufbau ist in Abbildung 4.19 zu sehen. Die gleiche Anordnung wurde auch verwendet, um alle anderen in der Elektronik auftretenden Verzögerungen zu messen und abzugleichen (s. Abschnitt 43). Die zugehörige Software, die den Zeitintervallanalysator so ansteuert, daß er wie ein Vielkanalanalysator arbeitet, wurde von mir selbst erstellt (s. Anhang B.2.2).



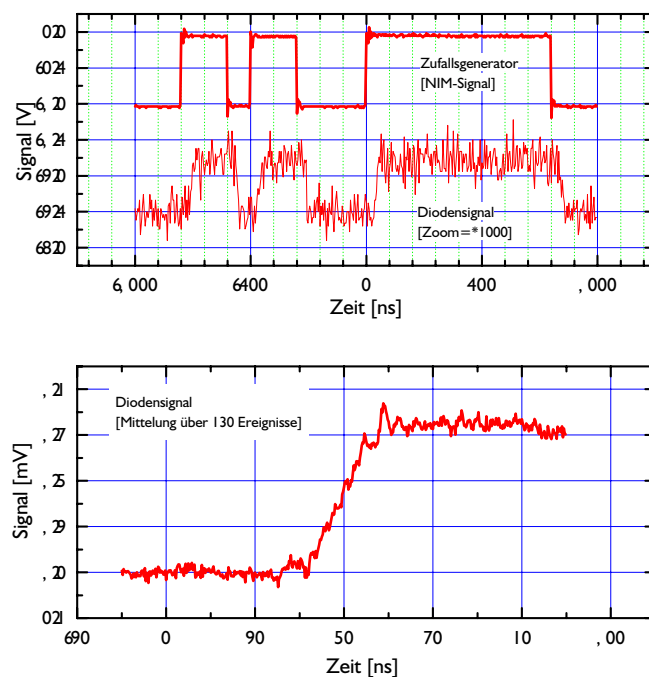
**Abbildung 4.17.:** Messung der Eigenschaften der Modulatoren M98-072/AR1 und /B durch Photonenzählung bei dynamischem Betrieb wie in Abb. 4.16 gezeigt. An die Daten wurden simultan Sinus-Funktionen mit einer gemeinsamen Halbwellenspannung  $1_x$  angepaßt. Die übrigen Parameter waren individuell. Die Kontraste der Kurven sind alle größer als 90%, wenn die Dunkelzählraten vorher abgezogen werden. Da es bei diesen Messungen nicht auf maximalen Kontrast ankam, sind die Resultate durch nichtperfekte Einstellungen schlechter als möglich.

Bei dynamischem Betrieb der Modulatoren stellten wir fest, daß der Kontrast nicht mehr so hoch war wie im statischen Fall. Dies kann mehrere Ursachen haben:

- Ungenaue **Ansteuerung** mit nicht perfekten Signalen.
- Kleine **Nichtlinearitäten** und **Bandbreitenbegrenzung** des Hochspannungsverstärkers.
- Verzerrung der Kristalle im Modulator durch **piezoelektrische Effekte**.
- Ungenaue zeitliche, daher **falsche Zuordnung der Detektionen** und somit scheinbare Kontrastverminderung.

Alle diese Effekte sollten eine Abhängigkeit von der Schaltfrequenz zeigen und diese könnte sehr kompliziert sein. Wir konnten bei verschiedenen Tests zwischen 1 kHz und 10 MHz keine klaren Trends erkennen. Wir stellten aber zumindest fest, daß der dynamische Kontrast mit dem jeweils statisch erzielten sehr stark korrelierte. Leider kann das optische Signal in Abb. 4.20 nur in begrenztem Maße zur Überprüfung der ansteuernden Signale herangezogen werden, weil zum einen das Rauschen bei dieser Mittelung noch relativ hoch ist, zum anderen weil wir entdeckten, daß die Zeitintervallanalysatorkarte hier gewisse Fehler macht. Insbesondere gibt es eine Art Übersprechen zwischen dem Eingang für

ein externes Uhrensinal, das in einem Signal, wie in der Abbildung dargestellt, häufig an bestimmten Stellen kleine Spitzen und Täler hervorruft, welche in Wirklichkeit nicht im Signal vorhanden sind. Dennoch kann man schon an Abb. 4.20 sehen, daß die Signale nicht perfekt sind. An welcher Stelle allerdings diese Verzerrungen auftreten ist uns nicht vollständig bekannt. Das Ausgangssignal unserer Ansteuerung für den Modulator (s. unten) hat jedenfalls wesentlich bessere Qualität. Wir fanden schließlich, wie auch aus den endgültigen Meßergebnissen des Bell-Experiments hervorgeht, Kontraste von bis zu 1 : 70 oder 98% (s. Tabelle 4.2). Durch langwierige Feinabstimmung der Ansteuerung könnte man diese Werte unter Umständen noch erhöhen, was jedoch für unser Experiment nicht notwendig ist.



**Abbildung 4.18.:** Messung des Schaltverhaltens des elektro-optischen Modulators (Modell M98-005P, ein Phasenmodulator mit parallelen Kristallpaaren) durch Ansteuerung mit einem schnellen Zufallssignal. Die Lichtquelle ist ein HeNe-Laser der Detektor eine Photodiode mit ca. 300 MHz Bandbreite. Bei der unteren Kurve wurde das Rauschen durch Mittelung reduziert. Die Schaltflanke ist — wie spezifiziert — ungefähr 15 ns (10% – 90%). Der Kontrast kann nur sehr schwer beurteilt werden, weil das Signal-Rausch-Verhältnis hier sehr schlecht ist.

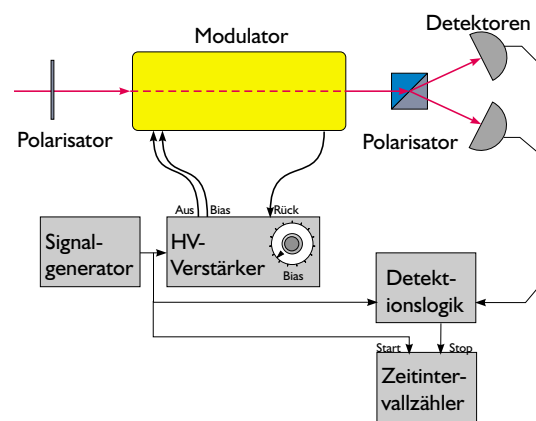
Für ein Bell-Experiment genügen im allgemeinen einige Winkel-Einstellungen der Analysatoren — zwei auf jeder Seite und mit einem gewissen absoluten Winkel-Unterschied zwischen den beiden Seiten. Die Darstellung der quantentheoretisch vorhergesagten sinusförmigen Abhängigkeit der Koinzidenzraten vom Differenzwinkel der Analysatoren ist aber meist überzeugender als die einfache Verletzung der Bellschen Ungleichung. Unsere Modulationssysteme boten im Lieferumfang nur einen Drehknopf zur Einstellung der Vorspannung des Modulators. Einerseits ist der Modulationseingang des Systems

	Dunkel	Hell	
		Min	Max
Alice (vert.)	600	800	13000
Bob (vert.)	450	700	15000

**Tabelle 4.2.:** Einzelphoton-Zählraten bei den Beobachterstationen Alice und Bob nach Abgleich der Polarisation (s. Abschnitt 4.2.4) gemessen im dynamisch geschalteten Betrieb. Durch Vergleich der Zählraten zu den zwei Schalterstellungen an einem (!) Detektor kann man den Kontrast abschätzen. Man muß dazu die Dunkelzählrate zuvor von beiden Werten abziehen und die höhere der beiden Raten verdoppeln, weil wir ja  $0^\circ$  und  $90^\circ$ -Werte an einem Detektor miteinander vergleichen wollen, nicht  $0^\circ$  und  $45^\circ$ . Diese sehr grobe Abschätzung liefert für die Daten hier einen Kontrast von ca. 1 : 70.

DC-gekoppelt, sodaß die Vorspannung auch über den Gleichspannungsanteil des Modulationssignals vorgegeben werden kann, andererseits ist der hier zulässige Bereich relativ klein und durch die benötigte Amplitude des Modulationssignals bereits weitgehend ausgenutzt. Daher entschlossen wir uns, einen anderen Weg zu suchen, um auch die Vorspannung des Modulators mit dem PC steuern zu können.

Der Hochspannungsverstärker (Modell 3030) des Modulationssystems ist in ein 19"-Systemgehäuse mit passiver Systemplatine eingebaut. Diese Platine wird von einem 200 W Netzteil gespeist. Dazu kommen noch das Hochspannungsverstärker-Modul und das Vorspannungs-Kontrollmodul. Das zweite hat an der Vorderseite einen Schalter mit dem zwischen manueller und (bei uns nicht vorhandener, weil nicht praktikabler) automatischer Vorspannungs-Kontrolle hin und her geschaltet werden kann. Dennoch konnten wir auf der Systemplatine die Leitungen identifizieren, welche normalerweise für ein optionales Vorspannungs-Kontrollmodul benutzt werden. Diese Leitungen führten wir durch ein freies Abdeckblech an eine BNC-Buchse heraus. Zusätzliche installierten wir eine Buchse für den Anschluß eines externen Meßgeräts an die interne Leitung für die Vorspannung, um die Anzeige des eingebauten Meßinstrumentes überprüfen zu können. Damit waren wir in der Lage, einen beliebigen PC-gesteuerten D/A-Wandler für die Kontrolle der Vorspannung zu benutzen. Für die in dieser Arbeit beschriebenen Messungen zweckentfremdeten wir einen unbenutzten SRS<sup>20</sup> 400 Photonenzähler mit GPIB-Schnittstelle. Dieser hat zwei frei programmierbare analoge Ausgabekanäle, von denen einer zur Generierung einer Gleichspannung zwischen  $-10\text{ V}$  und  $+10\text{ V}$  diente, womit die Modulator-Vorspannung zwi-



**Abbildung 4.19.:** Anordnung zur Kontrolle der Verzögerungs- und Anstiegszeiten der Modulatoren. Im Unterschied zu Abb. 4.16 werden die Photonen hier zeitaufgelöst gezählt. Auf eine bestimmte Flanke des Signalgenerators wird der Zeitintervallzähler bzw. -analysator gestartet und mit der Detektion eines Photons in einem bestimmten Detektor gestoppt. Durch Mittelung über viele Photonen entsteht eine zeitabhängige Transmissionsfunktion bezogen auf die Startflanke, wie bei einem herkömmlichen Vielkanalanalysator.

<sup>20</sup>Stanford Research Systems

schen  $-300\text{ V}$  und  $+300\text{ V}$  gesteuert werden konnte<sup>21</sup>. Für die Modulationssysteme der beiden Beobachtungsstationen wurden jeweils Eichkurven aufgenommen (mit Keithley 2000 Digitalmultimetern), welche leicht unterschiedlich aber nahezu perfekt linear waren, mit kleinen Abweichungen von der Linearität an den Grenzen der Verstellbereiche. Diese Eichgeraden wurde direkt in die ansteuernden Programme mit übernommen, sodaß die eingestellten Werte automatisch den wahren Werten in Volt entsprechen.

Die Stabilität der absoluten Phasendrehung des Modulators sollte gut genug sein, daß uns eine Charakterisierung zuerst unnötig erschien. Allerdings stellten wir später fest, daß doch diese Stabilität unsere Einstellgenauigkeit für den Polarisationsabgleich limitierte, weil die Faserstrecke selbst wesentlich stabiler war (s. Abschnitt 4.2.4). Als Bedingung für ausreichende Stabilität ist allerdings der kontinuierliche Betrieb mit (zumindest grob) gleichbleibender Frequenz von mindestens 5 Minuten zu nennen. Offensichtlich absorbiert der Modulator trotz des relativ guten Stehwellenverhältnisses (VSWR) Energie aus dem elektrischen Steuersignal und wird dadurch ein wenig wärmer. Trotz der Temperaturkompensation durch die oben beschriebene Konstruktion führt dies zu einer kleinen Änderung des Nullpunkts des Phasenschubs.

Wir konnten außerdem nicht nachvollziehen, wie der Phasennullpunkt im statischen Betrieb mit jenem bei dynamischem (schnell geschaltetem) Betrieb des Modulators zusammenhängt, auch bei kurzzeitiger Änderung der Betriebsbedingungen, welche die oben beschrieben thermische Wirkung ausschließen sollte. Aus diesem Grund und aus dem oben genannten waren wir gezwungen, alle Abgleich-Verfahren im dynamischen Betrieb durchzuführen. Diese wurden im allgemeinen einmal vor einer Meßserie von 4-5 Einzelmessungen durchgeführt, wobei einzelne Messungen meist nicht mehr als 2 Minuten dauerten.

In jedem Fall war es wichtig, das Modulationssystem mit einem genauen, einstellbaren Signal anzu-steuern. Für unsere Zwecke sollte das ansteuernde Signal möglichst rechteckförmig sein mit schnellen Flanken, kürzer als die spezifizierten  $14\text{ ns}$  des Modulationssystems. Weiters mußte das Signal anpas-sungsfähig in bezug auf die Amplitude sein, damit es im jeweiligen Modulationssystem eine beliebige, vorgegebene Phasendrehung hervorrufen konnte. Dabei sollten verschiedenen (digitale) Signalquellen zum Einsatz kommen können, vor allem jedoch unser physikalischer Zufallsgenerator QRNG. Diese Anforderungen lösten wir mit der Treiberschaltung zur universellen Konversion schneller Logiksignale, welche in Anhang A.2.1 genauer beschrieben ist.

### Zufallsgenerator-QRNG

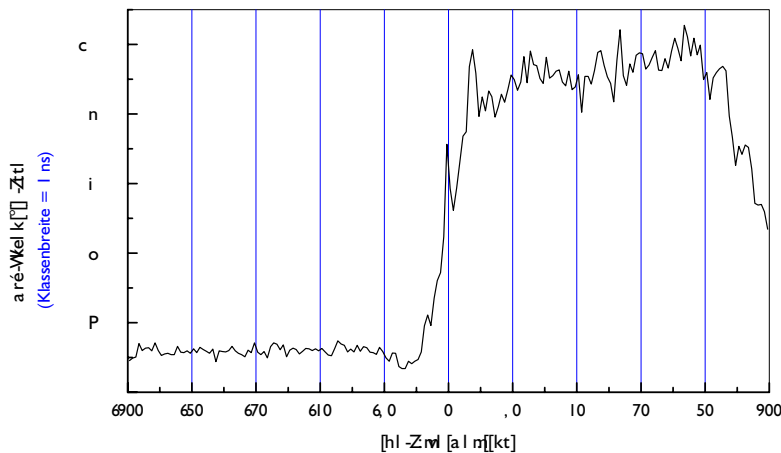
Das zweite zentrale Element unserer Apparatur war der physikalische Zufallsgenerator. Die theo-retischen Forderungen, die wir an ein entsprechendes System stellten, habe ich in Abschnitt 3.2.2 ausführlich beschrieben. Im Prinzip sind alle physikalischen Zufallsgeneratoren Rauschgeneratoren<sup>22</sup>. Allerdings können wir, zumindest theoretisch, zwischen klassisch deterministischem und quantenphysi-kalischem Rauschen unterscheiden. Ersteres entsteht nur durch schlechte Kenntnis eines Systems und eventuell durch eine nichtlineare Dynamik, welche deterministisch chaotisches Verhalten hervorruft. Das

---

<sup>21</sup>In späteren Experimenten wurde hierfür eine Multifunktions-PC-Einsteckkarte benutzt, mit welcher die jeweilige Spannung in bezug auf den zurückgeführten Meßwert ( $1/1000$  der tatsächlichen Vorspannung) eingeregelt werden konnte.

<sup>22</sup>Häufig eingesetzte Rauschgeneratoren sind solche, die das thermische Rauschen an verschiedenen elektronischen Bauteilen sehr hoch und breitbandig verstärken, sodaß ein makroskopisch fluktuierendes Signal generiert wird. Dieses kann dann z. B. mit einem Komparator mit einer gewissen Hysterese in digitale Zufallszahlen konvertiert werden.





**Abbildung 4.20.:** Messung des Schaltverhaltens für Modulator M988-072/AR1 durch getriggerte Einzelphotonenzählung. Die detektierten Photonen wurden in 1 ns breiten Klassen von 100 ns vor bis 100 ns nach einem Startsignal aus der (zufälligen) Ansteuerung gezählt. Die gesamte Zahl der Ereignisse ist  $10^5$ . Wieder erhalten wir ca. 15 ns für die Anstiegszeit.

heißt, man könnte zumindest im Prinzip immer den Wert eines solchen Zufallsgenerators für eine gewisse Zeit vorhersagen, wenn man nur die Anfangsbedingungen und die Dynamik des Systems genau genug kennt. Das quantenphysikalische Rauschen hingegen ist theoretisch grundsätzlich unvorhersagbar. Nun könnte man einwenden, daß wir ja gar nicht beweisen können, daß dem so ist, und daß also auch für die Quantenphysik die Vermutung gelten könnte, sie sei vorhersagbar. Das einzige Gegenargument ist hier, daß die Verletzung der Bellschen Ungleichung unter der Bedingung der Lokalität eine solche Vorhersagbarkeit des einzelnen Meßergebnisses verbietet. Solange wir also den Experimenten Glauben schenken können, welche eine Verletzung der Bellschen Ungleichung zeigen, solange können wir auch davon ausgehen, daß ein quantenphysikalischer Zufallsgenerator grundsätzlich zufällig sein muß.

Wir wollten nun einen Zufallsgenerator einsetzen, bei dem die Quantennatur des zugrundeliegenden Phänomens direkt einsichtig ist. In Frage kamen hierfür zuerst radioaktive Systeme. Diese könnte man z.B. durch Auswertung der Zerfallszeitpunkte als Zufallsgeneratoren einsetzen. Eine einfache Abschätzung zeigte jedoch, daß wir Proben mit sehr hohen Aktivitäten benötigt hätten, um die geforderten niedrigen mittleren Zeitintervalle zwischen zwei Zerfällen erreichen zu können. Daher entschlossen wir uns, zuerst ein Gerät aufbauend auf einem optischen Prinzip zu benutzen.

Die einfachste Variante wäre in diesem Fall, Licht einer vorerst beliebigen Quelle mit einem Einzelphotonen-Detektor zu messen, und als Zufallsgröße die Länge der Zeitintervalle zwischen zwei Detektionen zu benutzen. Für alle Arten von Licht sollte bei den meisten Detektoren die Verteilung der Zeitintervalle exponentiell mit der Intervalllänge abfallen. Die Wahrscheinlichkeit,  $k$  Detektionen in

einem bestimmten Zeitfenster  $\tau$  zu erhalten, folgt dabei einer Poisson-Verteilung

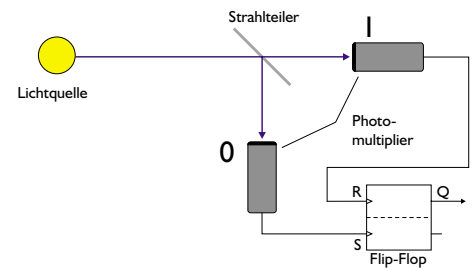
$$P(k) = \frac{\bar{k}^k}{k!} e^{-\bar{k}}, \quad \bar{k} \propto I\tau, \quad (4.14)$$

wobei  $\bar{k}$  die mittlere Anzahl der Detektionen und  $I$  die Intensität ist. Die Proportionalitätskonstante ist die Effizienz des Detektors. Eine Poissonsche Verteilung kommt in allgemeinen zustande, wenn die Einzelereignisse unabhängig sind. Das heißt, daß die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Ereignisses in einem beliebigen (kleinen) Zeitintervall konstant ist, also unabhängig von vorhergehenden Ereignissen. Streng genommen gilt dies nur für kohärente Zustände des Photonfeldes also im wesentlichen Laserlicht<sup>23</sup>. Für hinreichend große Zeitintervalle  $\tau$  stimmt dies aber für alle Arten von Licht [78]. Hinreichend groß bedeutet größer als die Kohärenzzeit. Für alle bekannten Einzelphotonen-Detektoren ist diese Annahme sehr gut erfüllt, weil alle diese Totzeiten haben, welche wesentlich größer sind als die Kohärenzzeiten verfügbarer thermischer Lichtquellen. Das heißt natürlich im Umkehrschluß, daß über Zeitintervalle in der Größenordnung der Totzeit des Detektors überhaupt keine Aussage gemacht werden kann. Für unsere Anwendung eines Zufallsgenerators ist die Unabhängigkeit der Ereignisse eine Grundvoraussetzung. Gleichzeitig verlangen wir jedoch eine sehr hohe primäre Ereignisrate und damit eine sehr niedrige Detektortotzeit.

Eine mögliche Lösung für dieses Problem wurde zum ersten mal in einer Arbeit von Hanbury-Brown und Twiss [58] zur Messung dieser Photonen-Zählstatistik gefunden. Dort wurde unter der Annahme, daß ein Strahlteiler die Statistik des Lichts nicht verändert, die Verteilung von Intervallen in der Größenordnung der Kohärenzzeit gemessen. In gleicher Weise machen wir uns einen Strahlteiler — In einer späteren Version war dies ein polarisierender Strahlteiler — zu Nutze, um Zeitintervalle zwischen Photonen-Detektionen zu erhalten, die unter der Detektor-Totzeit liegen.

Unser Zufallsgenerator ist also eine Lichtquelle mit kurzer Kohärenzzeit (ca. 10 fs entspricht 50 nm Bandbreite FWHM) zusammen mit einem Strahlteiler, zwei Photomultipliern und einer Elektronik, welche die Signale verarbeitet (s. Abb. 4.21). Die Lichtquelle in unserem Aufbau ist eine Leuchtdiode, welche sehr schwaches Licht aussendet. Die Photomultiplier sind Hamamatsu H5783-01P Module mit einer Multialkali-Photokathode und einer gitterförmigen Dynodenstruktur. Die Flugzeitverbreiterung der Sekundärelektronen beträgt nach Angaben des Herstellers ca. 1.5 ns (FWHM), die gesamte Flugzeit ca. 8 ns. Aus dieser Flugzeitverbreiterung können wir die scheinbare Totzeit der Detektoren berechnen, wenn wir die Zeitauflösung der analysierenden Elektronik kennen. Die Elektronik wird in Anhang A.1 genau beschrieben.

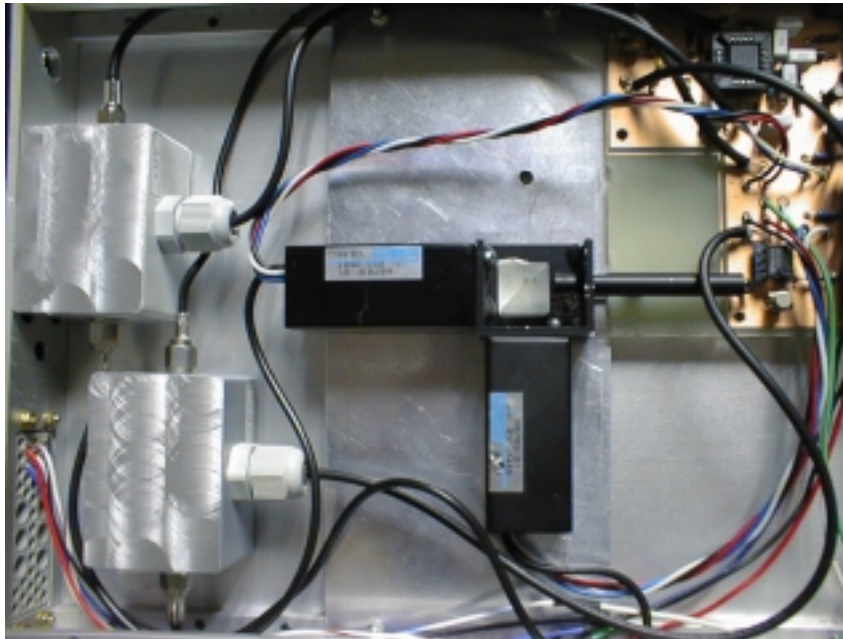
Alle Komponenten wurden in ein NIM (Nuclear Instrumentation Module) Gehäuse mit einfacher Standardbreite eingebaut (s. Abb. 4.22). Der Aufbau besteht aus einer Leuchtdiode mit regelbarer



**Abbildung 4.21.:** Schema des physikalischen Zufallsgenerators QRNG. Der Ausgang eines Flip-Flops wird auf logisch „0“ oder „1“ gesetzt, je nachdem, welcher der beiden Photomultiplier jeweils ein Photon registriert hat.

<sup>23</sup>Licht mit einer Statistik, die kurze Intervalle bevorzugt (**bunching**) ist meist thermischen Ursprungs. Das Gegenteil, also Licht, das eine regelmäßige Zählstatistik als Laserlicht hat bezeichnet man als nichtklassisches Licht. Dieses kann z. B. in nichtlinearen optischen Prozessen erzeugt werden.





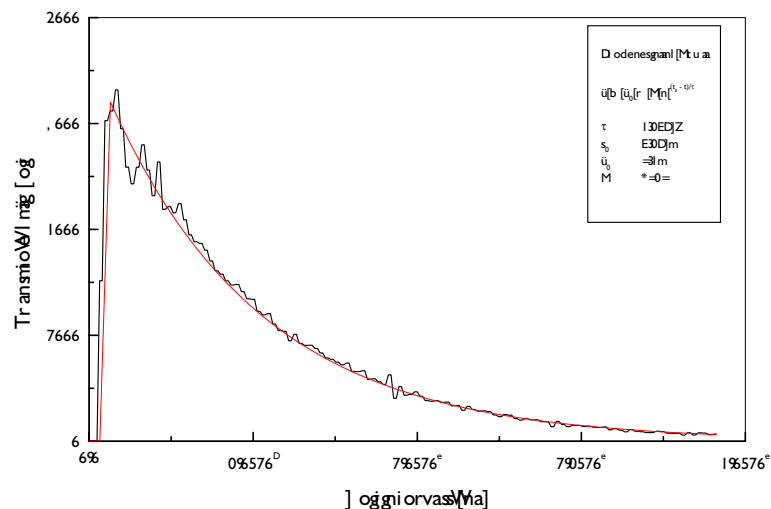
**Abbildung 4.22.:** Photo unseres Zufallsgenerators. Im rechten Ende des schwarzen Rohres rechts steckt die Leuchtdiode, welche das Licht liefert. Am linken Ausgang desselben Rohres in der Mitte des Bildes ist der Strahlteilerwürfel mit den zwei Photomultipliermodulen befestigt. Ganz links kann man zwei sehr breitbandige Verstärker für die Photomultiplierpulse erkennen, deren Ausgänge Pulse an die ECL-Elektronik rechts oben im Bild liefern.

Helligkeit am Anfang eines geschwärzten Rohres, das zur Abschirmung von Streulicht dient. Am Ausgang dieses Rohres ist ein kleiner Strahlteilerwürfel positioniert, dessen Ausgänge von den lichtempfindlichen Photokathoden der Photomultiplier-Module „beobachtet“ werden. Die Photokathoden sind wesentlich größer, als die beleuchtete Fläche des Strahlteilerwürfels, sodaß sichergestellt ist, daß beide Photomultiplier alles Licht „sehen“, das von der Leuchtdiode ausgesandt wird<sup>24</sup>.

Die Signale der Photomultiplier werden zuerst von Verstärkern mit 20 dB Verstärkung und ca. 2 GHz Bandbreite vorverarbeitet. Danach werden die Pulse in einer selbstentwickelten Elektronik in ein Signal verarbeitet, das folgendermaßen mit den Detektionsereignissen zusammenhängt:

- Ein in Photomultiplier „0“ detektiertes Photon setzt das Signal auf logisch „0“ (LO) oder beläßt es in diesem Zustand.
- Ein in Photomultiplier „1“ detektiertes Photon setzt das Signal auf logisch „1“ (HI) oder beläßt es in diesem Zustand.

<sup>24</sup>In einer neueren Version des Zufallsgenerators benutzten wir einen polarisierenden Strahlteiler (PBS) mit einem vorge-schalteten Polarisator unter 45° zur optischen Achse des PBS. Diese Konfiguration hat den Vorteil, daß man viel leichter sicherstellen kann, daß es sich wirklich um eine kohärente Strahlteilung handelt, welche die Quantennatur der Zufälligkeit garantiert. Im Fall des gewöhnlichen Strahlteilers kommt es hier sehr empfindlich auf die räumlichen Moden an, welche durch die Ausrichtung der Lichtquelle, des Strahlteilers und der Detektoren bestimmt werden.



**Abbildung 4.23.:** Verteilung der Zeitintervalle von einer positiven zur nächsten negativen Flanke des TTL-Zufallsgeneratorsignals. Das Signal wurde an die „Start“- und „Stop“-Eingänge des SRS 520 Zeitintervallanalysators gelegt. Damit wurde ein Histogramm über 100.000 Ereignisse gebildet. Die kleinen Oszillationen der Verteilung am Anfang sind nur bedingt systematisch. Mögliche Ursachen sind schwache Rückwirkungen des Ausgangs auf die Komparatoreingänge. Im besonderen dürfte es die Einstreuung auf die (konstanten) Schwellenpotentiale sein. Mit großer Sicherheit auszuschließen sind Effekte der Photomultiplier selbst, wie z. B. Nachpulse, weil diese im allgemeinen wesentlich später auftreten. Für jede Überhöhung in der Verteilung ergibt sich im Gegenzug daneben ein kleiner Einbruch.

Die Elektronik wurde aus ECLinPS-Komponenten<sup>25</sup> aufgebaut, welche Fortpflanzungsverzögerungen von weniger als 1 ns haben. Am Ausgang werden die ECL-Signale in TTL-kompatible Signale umgewandelt und in eine 50  $\Omega$  Leitung gespeist. Das Gerät hat fünf Bedienelemente: Zwei Potentiometer zur Regelung der internen Verstärkung der Photomultiplier, zwei Potentiometer zur Einstellung der Detektionsschwelle und ein Potentiometer für die Intensität der eingebauten Lichtquelle. Es zeigt sich, daß diese Einstellelemente für unsere Messungen genühten. Für weitergehende Experimente und vor allem für genauere Tests der erzeugten Zufallszahlen ist jedoch eine bessere Kontrolle der Gleichverteilung („1“ und „0“ sollten idealerweise gleich häufig auftreten) nötig, oder überhaupt eine veränderte Schaltung, die per Konstruktion von vornherein ein gleichverteiltes Zufallssignal liefert<sup>26</sup>.

<sup>25</sup>ECLinPS = **E**mitter **C**oupled **L**ogic **i**n **P**ico**S**econds.

<sup>26</sup>T. Jennewein erweiterte den Zufallsgenerator (nach der Messung der in dieser Dissertation beschriebenen Daten) mit einer Schaltung, welche die Photomultiplier-Pulse mit folgender Methode verarbeitet: Beide Photomultiplier takteten (zufällig) ein Toggle-Flip-Flop, die Pulse werden also jeweils in ein bistabiles Signal mit der halben Schaltrate verwandelt. Die beiden so erzeugten Signale werden an die Eingänge eines XOR-Gatters gelegt, welches „1“ liefert, wenn die beiden Eingänge ungleich sind, und „0“ bei Gleichheit der Eingänge. Wenn es (wie erwartet) keine Korrelation der individuellen Pulse eines Photomultipliers gibt, dann müssen die bistabilen primären Signale für sich schon gleichverteilt sein. Damit wäre auch deren XOR-Funktion gleichverteilt.

Dieses Signal ist also binär mit zufälligen Zeitintervallen zwischen steigenden und fallenden Flanken. Die Intervalle sollten, wie ich oben erwähnt habe exponentiell verteilt sein, weil der Strahlteiler nichts an der Statistik der Photonendetektionen ändern sollte. Die Steilheit der Flanken (10% – 90%) bestimmten wir zu 1.5 ns für das TTL-Ausgangssignal an einer 50  $\Omega$  Koaxialleitung. Damit erwarten wir die minimale Intervalllänge in der Größenordnung von 3 ns. Abbildung 4.23 zeigt eine gemessene Intervallverteilung von jeweils einer negativen zur nächstfolgenden positiven Flanke, aufgenommen mit einem SRS 520 Zeitintervallanalysator. Man kann erkennen, daß die Verteilung sehr gut einer Exponentialverteilung folgt, wenn es auch leichte Oszillationen der Verteilung bei sehr kleinen Intervallen gibt<sup>27</sup>. Diese sollen jedoch nahezu keinen Einfluß auf die Zufälligkeit des Signals haben, wenn man etwas längere Zeitintervalle betrachtet, wie wir es für unser Experiment getan haben (s. unten). Für einen ideal exponentialverteilten Generator würden auch unendlich kurze Intervalle auftreten. Eine Bedingung dafür ist aber unendliche Frequenzbandbreite des Systems. Alle realen Generatoren werden daher eine obere Grenzfrequenz haben. Bei unserem Generator liegt diese bei ca. 300 MHz (–3 dB Abfall), welche hauptsächlich durch die benutzte Auswertelektronik vorgegeben ist. U. Achleitner hat gezeigt[1], daß auch bei realen Emissionsgeneratoren die Autokorrelationsfunktion des Zufallssignals sehr schnell (in wenigen Totzeiten) auf Null abfallen kann, wenn die mittlere Ereignisrate hoch genug ist. Wie diese Korrelationszeit exakt mit Totzeit und Ereignisrate zusammenhängt konnten wir jedoch leider nicht ermitteln, weil uns nur die Ereignisrate als Parameter zugänglich war. Es gibt jedoch zwei leicht nachvollziehbare Extremfälle: Wenn die mittlere Ereignisrate größer oder vergleichbar ist mit dem Kehrwert der Totzeit des Systems, dann wird das Ausgangssignal nicht mehr zufällig, sondern periodisch sein, mit der Totzeit als (halber) Periode. Wenn hingegen die mittlere Ereignisrate sehr viel kleiner ist als der Kehrwert der Totzeit, dann werden die Totzeiteffekte vernachlässigbar sein, und der Zufallsgenerator wird sich auf dieser langsameren Zeitskala wie ein idealer Zufallsgenerator verhalten, bei dem die Autokorrelationszeit in der Größenordnung (des Kehrwerts) der mittleren Ereignisrate ist.

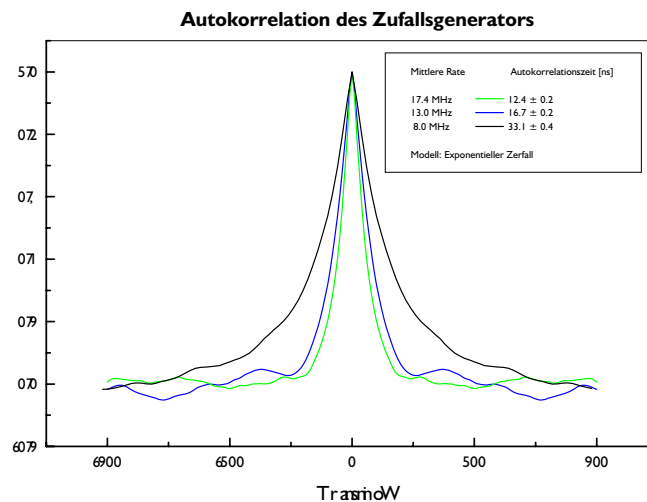
Das ideale, binäre, zufällig umschaltende Signal ist auch als „Zufälliges Telegraphensignal“ (*random telegraph signal*) bekannt [79]. Für dieses Signal kann man berechnen, daß die Autokorrelationsfunktion  $\Gamma(\tau)$  exponentiell abfällt. Die Zeitkonstante des exponentiellen Abfalls ist durch die mittlere Rate  $R$  der Umschaltvorgänge bestimmt. Für ein Signal, welches zwischen  $-1$  und  $+1$  umschaltet, erhält man unter Annahme poissonverteilter Umschaltereignisse

$$\Gamma(\tau) = e^{-2R|\tau|}. \quad (4.15)$$

Wir haben für einige Einstellungen mit einem schnellen Oszilloskop das Signal des Zufallsgenerators aufgenommen. Aus diesem Signal läßt sich die Autokorrelationsfunktion numerisch einfach als Faltung des Signals mit sich selbst berechnen. Das Signal konnte an maximal 15000 Punkten abgetastet werden. Bei einer Abtastrate von 500 MHz ergab das eine Gesamtlänge von ca. 30  $\mu$ s, bei 250 MHz konnten wir 60  $\mu$ s speichern. Die ausgewerteten Ergebnisse sind in Abbildung 4.24 dargestellt. Dabei stimmen die ermittelten Autokorrelationszeiten recht gut mit den getrennt gemessenen mittleren Raten<sup>28</sup>

<sup>27</sup>Die Ursache dafür dürfte in Rückwirkungen des Ausgangs auf die Eingänge des Komparators liegen. Wir stellten schon während des Aufbaus der Schaltung fest, daß es sehr schwierig ist, die Komparatoreingänge, mit denen die Photomultiplierpulse verglichen werden, präzise konstant zu halten. Dies liegt vermutlich daran, daß das Komparator-Bauteil gesockelt ist, und die Leitungen bereits eine so hohe Induktivität haben, daß mit keiner noch so großen Kapazität die hochfrequenten Störimpulse ausreichend zu geglättet werden können. Mit einer mehrlagigen Leiterplatte könnte man für die Schwellenpotentiale eigene Schichten einführen, sodaß die Zuleitungen sehr kurz und niederinduktiv werden.

<sup>28</sup>Diese Raten sind gerade  $R/2$  weil sie mit einem herkömmlichen Frequenzzähler gemessen wurden, welcher nur Flanken in



**Abbildung 4.24.:** Autokorrelationsfunktionen ermittelt aus je 15000 Datenpunkte langen Sequenzen unseres Zufallsgenerators. Die angegebenen mittleren Raten wurden mit einem Frequenzzähler gemessen. Durch Anpassen der Modellfunktion (4.15) an die (auf 1 normierten) Kurven ermittelten wir die angegebenen Autokorrelationszeiten.

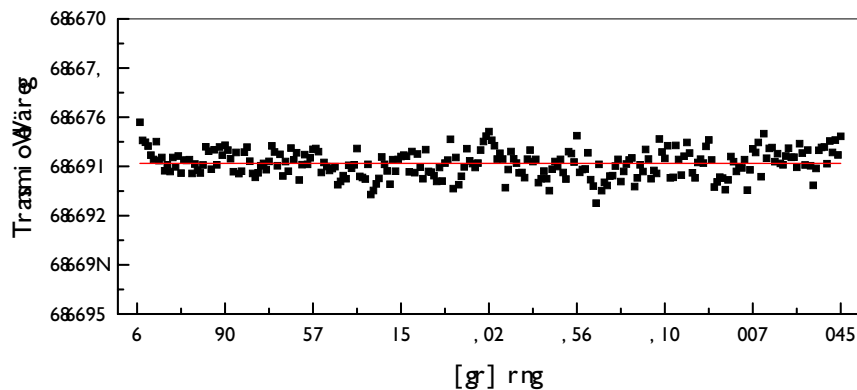
überein.

Wie ich in Abschnitt 4.2.5 erklärt habe, hat unser Modulationssystem eine Bandbreite von 30 MHz. Genauer gesagt ist die minimale Anstiegs- oder Abfallszeit 14 ns (10% – 90%). Wenn wir das System im Bell-Experiment (digital) benutzen (also für zwei diskrete Einstellungen), dann hätten wir den **während des Umschaltvorgangs** gezählten Photonen im Bell-Experiment keine definierte Phase (Rotation) zuordnen können. Wir mußten also sicherstellen, daß das Signal, welches den Modulator ansteuerte, trotz des gewünschten schnellen Schaltens auch für genügend lange Intervalle konstant war, um nicht die meisten der Photonen wegen undefinierter Rotationsstellung des Analysators nachher verwerfen zu müssen. Eine akzeptable Lösung für dieses Problem war, das primäre, sehr schnelle Zufallssignal mit einer Frequenz von 10 MHz abzutasten, und dieses abgetastete Signal als Ansteuerung für den Modulator zu benutzen. Mit dieser Technik mußte der Modulator nach einem Schaltvorgang immer für mindestens  $86 \text{ ns} = 100 \text{ ns} - 14 \text{ ns}$  im gleichen Zustand verweilen. Für die so definierten Zustände konnten wir dann auch die Phase des Modulators eichen. Hätten wir das direkte Zufallsgeneratorsignal an das Modulationssystem weitergegeben, so hätten wir nur ein Tiefpaßgeglättetes Generatorsignal erhalten, ohne eine Kontrolle über die gewählten Analysatoreinstellungen zu haben.

Das abgetastete Signal konnte auch meßtechnisch wesentlich leichter erfaßt werden. Die im folgenden beschriebenen Meßdaten für die verschiedenen Tests des Zufallsgenerators wurden alle am langsameren, abgetasteten Signal aufgenommen. Abbildung 4.25 zeigt die Verteilung der 8-stelligen Bitfolgen

---

einer Richtung zählt.



**Abbildung 4.25.:** Verteilung der Bytes  $00000000_2 = 0_{10}$  bis  $11111111_2 = 255_{10}$  in einer 80 MBit langen binären Zufallsfolge aus dem abgetasteten Zufallsgeneratorsignal.

in einer Beispielsequenz mit 80 MBit Länge. Aus derselben Sequenz wurden einige Kenndaten für Zufallsfolgen berechnet:

- **Entropie**
- Reduktion durch optimale **Kompression**
- **Monte-Carlo**-Wert für  $\pi$
- **Serieller Korrelationskoeffizient**

Ein Testprogramm [80, 81] lieferte folgende Ausgabe für jene Zufallsfolge aus unserem Generator, welche auch in Abb. 4.25 getestet wurde:

```
D:\Daten\RNG\Rng_4>ent rng04_02.dat
```

```
Entropy = 7.999965 bits per character.
```

```
Optimum compression would reduce the size of this 10000000 character
file by 0 percent.
```

```
Chi square distribution for 10000000 samples is 486.23, and randomly
would exceed this value 0.01 percent of the times.
```

```
Arithmetic mean value of data bytes is 127.50
(128 = random).
```

Monte Carlo value for PI is 3.140172800  
(error 0.05 percent).

Serial correlation coefficient is 0.000194  
(totally uncorrelated =0.0).

Ein Vergleich mit verschiedenen Beispielzufallsfolgen zeigt, daß unser Generator nicht ganz an die besten Pseudozufallsgeneratoren herankommt, insbesondere, weil er nicht von Natur aus gleichverteilte Zufallszahlen produziert. Dennoch ist er weit besser als die von G. Marsaglia [80, 81, 63] angeführten physikalischen Zufallsgeneratoren.

### **Polarisator und Detektoren**

Als Polarisatoren benutzten wir sogenannte Wollaston-Prismen von der Firma Casix. Wollaston-Prismen haben den Vorteil, daß sie die beiden Polarisationskomponenten symmetrisch trennen. Sie sind also für unser Experiment vorteilhaft, weil es von vornherein keinen Unterschied zwischen den Detektionskanälen gibt. Ein Wollaston-Prisma besteht aus zwei zusammengekitteten rechtwinkligen dreiseitigen Kalzit-Prismen, deren optische Achsen in beiden Teilen unterschiedlich orientiert sind. Im Gegensatz zu Glan-Thompson-Prismen wird weder der ordentliche noch der außerordentliche Strahl an der inneren Grenzfläche totalreflektiert, aber einer der beiden wird vom Lot, der andere zum Lot gebrochen. Die ordentlichen und außerordentlichen Strahlen werden dadurch in einem Wollaston Polarisator symmetrisch zum einfallenden Strahl abgelenkt. Bei unseren Polarisatoren beträgt der Winkel zwischen den beiden Polarisationskomponenten ca.  $20^\circ$ . Beide Komponenten haben die gleiche Reinheit, die der Hersteller auf besser als  $10^{-5}$  spezifiziert. Die Verluste im Polarisator werden mit weniger als 10% gesamt angegeben. Die Polarisatoren wurden auf Prismenstische montiert, sodaß sie in zwei Winkelausrichtungen justierbar waren. Dennoch wurde das übrige System an den Polarisatoren ausgerichtet (z. B. die optische Achse des jeweiligen Modulators), somit mußten diese nur grob auf parallelen Rückreflex und auf horizontale Ausrichtung der ausfallenden Strahlen justiert werden.

Unsere Detektoren sind Silizium-Lawinen-Photodioden, welche mit einer passiven Pulsunterdrückungselektronik im sogenannten Geigermodus betrieben werden. Sie haben eine lichtempfindliche Fläche mit  $500\text{ }\mu\text{m}$  Durchmesser. Die Dioden werden wasserunterstützt mit Peltierelementen auf ca.  $-20^\circ\text{C}$  gekühlt. Dadurch sinken die Dunkelzählraten auf ca.  $1000\text{ s}^{-1}$ . Die Zeitauflösung wird für Lawinendioden bei Photonen-zählung und passiver Elektronik meist mit ca.  $500\text{ ps}$  angegeben. Dies wirkt sich bei uns auf die zu erwartende zeitliche Breite des Koinzidenzsignals aus. Im Geigermodus wird die Diode in Sperrrichtung vorgespannt, mit einer Spannung, die etwas größer ist als die Durchbruchspannung, sodaß ein einzelnes Lichtquant einen Lawinendurchbruch auszulösen vermag. Die passive Pulsunterdrückungsschaltung ist im wesentlichen nichts anderes als ein großer (ca.  $500\text{ k}\Omega$ ) Widerstand, welcher den Strom begrenzt, und damit die Spannung an der Diode unter den für die Lawine nötigen Haltewert fallen läßt. Diese Schaltung ist daher sehr unkritisch in der Dimensionierung und im Betrieb. Der große Widerstand verhindert aber auch die schnelle Wiederaufladung der Diode und bewirkt somit eine Totzeit in der Größenordnung von  $1\text{ }\mu\text{s}$ . Diese Totzeit ist außerdem nicht scharf begrenzt, sondern nur die Zeitkonstante einer asymptotisch ansteigenden Detektionswahrscheinlichkeit. Für unsere Zwecke ist aber die Totzeit kein Problem, weil die Zählraten immer so waren, daß das mittlere Zeitintervall zwischen zwei Detektionen mindestens zehnmal so groß war wie die Totzeit. Ich werde



später erklären, daß eine endliche Totzeit auch die Koinzidenzanalyse wesentlich erleichtert, wenn die Synchronisation der Zeitskalen der beiden Beobachter im Bell-Experiment nicht perfekt ist.

Alle derzeit propagierten Modelle mit lokalen verborgenen Variablen stützen sich im wesentlichen auf die nicht perfekten Detektoren. Alle diese Modelle haben gemeinsam, daß sie zusammenbrechen würden, wenn man mit Detektoren, welche fast alle auftreffenden Teilchen ohne nennenswertes Rauschen detektieren, immer noch die quantentheoretisch vorhergesagten Korrelationen nachweisen könnte. Die Vertreter solcher Theorien vermuten oft, daß die Detektoren nichtlinear reagieren könnten oder gewisse Schwellen (in bezug auf die einfallende Intensität des klassisch angenommenen Lichtfeldes) aufweisen, unterhalb derer keine Detektionen mehr auftreten können. Aus sehr vielen früheren eigenen und fremden Arbeiten können wir beide Vermutungen mit großer Sicherheit ausschließen, solange die Zählraten, wie oben beschrieben, weit unter den Grenzen bleiben, welche die Totzeit vorgibt [39, 62, 22, 21, 99, 75, 77].

Die elektronischen Pulse, welche die Photonendetektoren generieren, werden in sogenannten Constant-Fraction-Diskriminatoren (CFD) gefiltert, um das elektronische Rauschen auszuschneiden. Diese Diskriminatoren erzeugen immer dann ein Ausgangssignal, wenn der einkommende Detektionspuls eine gewisse Schwelle überschreitet. Die Wahl dieser Schwelle ist für Lawinen-Photodioden sehr unkritisch, weil die Detektionspulse wesentlich höhere Amplituden haben als das thermische Rauschen. Unsere CFD erzeugen mit einer gewissen Verzögerung jeweils einen Puls mit normierter Amplitude und verstellbarer Breite bezogen auf jene Zeit, bei welcher der entsprechende Detektionspuls gerade ein Fünftel seiner Amplitude erreicht hat. Damit wird vermieden, daß die leicht variierenden Höhen der Detektionspulse die Zeitauflösung verschlechtern. An den CFDs gibt es eine Einstellmöglichkeit, welche einen Einfluß auf den relativen Zeitpunkt hat, zu dem der CFD auslöst und einen Detektionspuls weiterleitet. Dies benutzten wir, um die Laufzeit der Detektionssignale der beiden Detektoren einer Beobachtungsstation einander anzugleichen. Es handelte sich hier um Veränderungen im sub-ns Bereich, welche nötig waren, um später ein einzelnes gaußförmiges Maximum in der Koinzidenzanalyse zu erzielen.

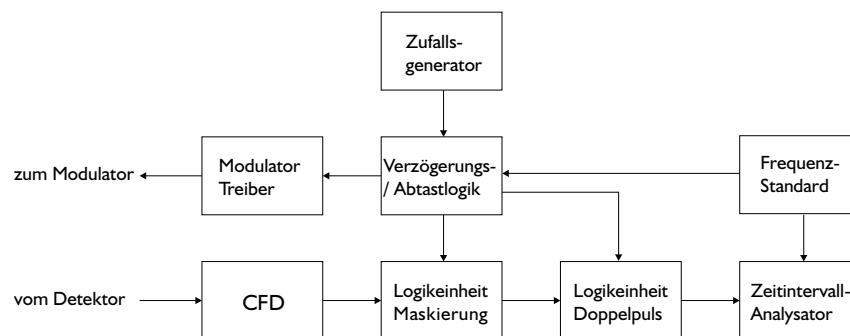
## Detektionslogik

Zusätzlich zu den Detektionszeiten (s. Abschnitt 44) mußten wir noch die Stellung des Analysators zu einem jeden detektierten Photon aufzeichnen. Grundsätzlich wäre es am besten, den zeitlichen Verlauf der Analysatorstellungen während der gesamten Meßzeit mitzuschreiben. Eine einfache Abschätzung zeigt, daß dies enorme Datenmengen verursachen würde. Die Rate, mit der unser Zufallsgenerator abgetastet und der Modulator angesteuert wird, ist 10 MHz. Für eine gute Statistik im Bell-Experiment müssen wir mindestens 10 s messen. Dabei würden durch den Zufallsgenerator also 100 MBit an Daten anfallen, wesentlich mehr als für die direkte Auswertung nötig<sup>29</sup>.

Wir entschlossen uns daher, nur dann die jeweilige Analysatorstellung aufzuzeichnen, wenn auch ein Photon detektiert worden war. Die einfachste Variante war, hierfür ebenso wie für die Aufzeich-

<sup>29</sup>Als Zwischenlösung hatten wir geplant, zu jeder Photonendetektion die letzten 32 Bit Zufallsgeneratorwerte mit abzuspeichern. Leider konnten wir in der begrenzten Zeit nur einen Prototyp der benötigten Digitalschaltung herstellen, mit welchem sich dann herausstellte, daß die Registrierung dieser Daten nicht mit demselben PC möglich war, der für das Aufnehmen der Zeitstempel eingesetzt wurde. Damit hätte diese Technik wesentlich mehr Hardware-Aufwand mit sich gebracht, abgesehen von den Schwierigkeiten die verschiedenen Schaltungen logisch zu synchronisieren. In einem CAMAC-Nuklear-Instrumentensystem wäre dasselbe Vorhaben wahrscheinlich leicht zu realisieren gewesen, ebenso mit geeigneten schnellen Oszilloskopen mit segmentierbarem Speicher.

nung der Detektionszeit die Zeitintervallanalysatorkarten (TIA) zu benutzen. Weil diesen Karten aber ein entsprechender Eingang fehlte und alle anderen Eingänge bereits für andere Funktionen benötigt wurden, fanden wir die Lösung für dieses Problem darin, daß wir das eine Bit an Information über die Analysatorstellung in das Detektionssignal kodierten. Dies geschah nach folgendem Algorithmus getrennt für die beiden Detektionskanäle: Fand eine Detektion statt, wenn der Analysator in Stellung „0“ war, wurde das Detektionssignal (nur etwas verzögert) unverändert an die TIA-Karte weitergegeben. Fand hingegen eine Detektion statt, zu welcher der Analysator in der Stellung „1“ war, wurde dem Detektionssignal ein zweiter Puls (ähnlich dem Detektionspuls aus dem CFD) ca. 500 ns später überlagert. Damit dieses Schema funktionierte, mußten wir sicherstellen, daß niemals zwei echte Detektionspulse weniger als  $1\text{ }\mu\text{s}$  getrennt auftraten. Dies ist bei den benutzten Detektoren fast schon durch deren Konstruktion bedingt, zusätzlich wurde die Schwelle an den CFD jedoch so hoch gewählt, daß Detektionspulse, welche schon früher nach einem vorhergehenden Puls auftreten — aber bedingt durch die langsame Ladekurve der Photodiode niedriger sein müssen — ausgeblendet wurden. Die von mir erstellte Software zum Betrieb der TIA-Karten extrahierte aus dieser Doppelpulskodierung beim (kontinuierlichen) Transfer der Daten von der Zeitintervallanalysatorkarte in den Hauptspeicher die jeweilige Schalterstellung und speicherte sie mit dem zugehörigen Zeitstempel (s. Abschnitt 44).



**Abbildung 4.26.:** Blockschaltbild der Detektionselektronik.

Wie schon in Abschnitt 4.2.5 besprochen, hatten unsere Modulationssysteme eine Anstiegs- und Abfallszeit von 14 ns (10% – 90%). Während dieser Übergangszeiten des Zufallssignals hätten wir einer eventuellen Detektion keine definierte Phase zuordnen können, weil die Zeitauflösung unserer Detektoren nur 0.5 ns betrug. Solche Detektionen würden daher scheinbar den Kontrast zu verschlechtern. Da wir als Zeitbasis für die Registrierung der Detektionen denselben Oszillator benutzten wie für die Abtastung des Zufallsgenerators, wäre es prinzipiell möglich gewesen jene Detektionen, die während der Umschaltphasen aufgetreten wären, nach Beendigung der Datenaufzeichnung auszuschneiden. Allerdings hätte dazu mindestens eine Schaltflanke des Zufallssignals aufgezeichnet werden müssen, weil der Oszillator und die interne Uhr der Zeitintervallanalysatorkarte zwar eine fixe aber von vorne herein unbestimmte Phasenbeziehung hatten. Außerdem wären durch diese Methode alle Detektionen ausgeschlossen worden, die während vorgegebener Intervalle bezogen auf die Flanken des Abtastsignals nicht jedoch des abgetasteten Zufallssignals aufgetreten wären. Wie bereits erwähnt, war es uns wegen der hohen Schaltrate des Zufallssignals aber unmöglich, dieses vollständig aufzuzeichnen. Aufgrund dieser Tatsachen entschlossen wir uns, Detektionen, die während der Übergänge im Schaltsignal auftreten



würden, von vornherein elektronisch zu blockieren bzw. zu maskieren. Dafür benutzten wir eine weitere schnelle Logikeinheit für jeden Detektionskanal, welche die Detektionspulse nur dann weiterleitete, wenn nicht gerade ein Übergang im Schaltsignal aufgetreten war. Ein Blockschaltbild der gesamten Detektionslogik ist in Abb. 4.26 dargestellt. Die genaue Funktionsweise wird in Anhang A.2.2 erklärt.

Obwohl das Schema für beide Arten der Schalterstellung ungleich funktioniert, wollten wir sicherstellen, daß keine wie auch immer gearteten Asymmetrien in der Detektion der Photonen auftreten. Dies wurde durch die erwähnten Totzeiten und durch sorgfältige Überprüfung auf eventuelle falsche Zählungen sichergestellt. Die zuletzt besprochene Maskierung unerwünschter Pulse konnte mit Hilfe von Messungen wie in Abb. 4.18 durch die flexible Auslegung der Verzögerungselektronik (Abb. A.3) sehr genau abgeglichen werden, sodaß keine falsch zugeordneten Detektionen auftreten konnten.

### Zeitintervallanalysatoren

Das Herzstück der Meßdatenerfassung war ein Zeitintervallanalysator bei jedem der beiden Beobachter. Zeitintervallanalysator ist hierbei die Handelsbezeichnung, die jedoch in diesem Fall, besonders bei unserer Anwendung nicht wirklich zutrifft. Ein Zeitintervallanalysator ist generell ein Gerät, das Zeitintervalle zwischen definierten Triggerpunkten in einem einkommenden Signal mißt, und nach verschiedenen Gesichtspunkten auswertet. Üblicherweise benutzt man diese Methode, um sehr genaue Frequenzmessungen und Uhrenvergleiche durchzuführen. Der Vorteil gegenüber einfachen Zählern ist, daß aus den gemessenen Intervallen nicht nur die Frequenz sondern auch gleich verschiedene Varianzen (z.B. die Allen-Varianz) und andere statistische Kenngrößen des zeitlichen Verlaufs eines Oszillators bestimmt werden können. Unsere Geräte (GT654) von der Firma GTI<sup>30</sup> sind ein wenig anders konzipiert, indem sie über gewisse Zeiträume einfach die Zeiten der Triggerpunkte speichern, und die Auswertung externer Software überlassen. Daher sollte man die Geräte selbst nicht als Zeitintervallanalysatoren bezeichnen, sondern vielleicht eher als Zeitpunktrekorder.

Der Zeitintervallanalysator ist als PC-Einsteckkarte ausgeführt und hat zwei unabhängige Eingänge A und B mit einer analogen Bandbreite von 400 MHz. Für diese Eingänge können individuell Triggerschwellen in 0.1 V Schritten zwischen  $-10\text{ V}$  und  $+10\text{ V}$  gesetzt werden, mit frei wählbarer Polarität des Triggersignals. Daneben kann noch zwischen DC und AC Kopplung gewählt werden. Der Eingangswiderstand eines Kanals kann entweder auf  $50\ \Omega$  oder  $1\text{ M}\Omega$  gesetzt werden. Für die Weiterverarbeitung der Eingangssignale gibt es zwei Multiplexerschaltungen, welche die physikalischen Eingänge den logischen (softwaregesteuerten) Kanälen zuordnen. So ist es z. B. möglich, Eingang A mit positiver Polarität als Kanal A zu definieren und Eingang A mit negativer Polarität als Kanal B. Damit wird das Gerät sehr flexibel. Zusätzlich gibt es einen Eingang, mit welchem die Datenaufzeichnung gesteuert werden kann („ARM“) und einen Eingang, an den eine externe Zeitbasis (mit 10 MHz) angeschlossen werden kann. Wird keine externe Uhr benutzt, werden alle Messungen auf den internen temperaturkompensierten Oszillator bezogen. Dies geschieht auch, wenn sich der interne, phasengekoppelte Schwingkreis, auf den die Zeitnehmung bezogen wird, nicht an die äußere Uhr stabilisiert.

Nachdem die getriggerten Signale die Multiplexer passiert haben, wird den entsprechenden Flanken mit analogen Interpolatoren jeweils ein digitaler Zeitwert (ein Zeitstempel) zugeordnet und im karteninternen Speicher festgehalten. Die Karte selbst kann nur ca. 32000 Werte zwischenspeichern. Soll die Messung jedoch länger dauern, so müssen die Zeitstempel während der Messung von entsprechender Software in den Hauptspeicher des PCs übertragen werden. Bei dieser Übertragung geschieht auch

<sup>30</sup>Guide Technology, Santa Clara (CA), USA

die Umwandlung der Zeitstempel in Gleitkommazahlen. Diese Software habe ich nun entsprechend modifiziert (s. Anhang B.2.1), damit schon in der ersten Verarbeitungsstufe die Doppelpulskodierung für die Schalterstellung aufgelöst wird. Das Ergebnis eines solchen Meßintervalls ist dann ein Vektor von Gleitkommazahlen mit den Zeitpunkten und ein Vektor von Ganzzahlwerten, welche die (vom Zufallsgenerator gesteuerte) Schalterstellung und den zugehörigen Detektionskanal repräsentieren. Bei den Zeitstempeln sind im allgemeinen zehn Stellen signifikant. Genauer gesagt ist die Zeitauflösung der Karte 75 ps. Die Genauigkeit ist allerdings nur ca. 500 ps sodaß in unserem Fall die 100 ps Stelle nicht mehr verläßlich ist. Die Einschränkung in der Genauigkeit rührt vom analogen Übersprechen verschiedener Kanäle im Eingangsbereich her. Dies stellen wir fest, weil selbst bei Messungen zufällig verteilter Detektionen gegen den externen Rubidium-Oszillator schwache aber systematische Häufungen auftreten. Der Hersteller bestätigte dieses (fehlerhafte) Verhalten, wies jedoch darauf hin, daß aus diesem Grund die Spezifikation der Genauigkeit nur auf besser als 500 ps angegeben wird. In unserem Fall haben die aufzuzeichnenden Signale ohnehin nur eine Genauigkeit von etwa 500 ps, sodaß es durch die genannte Einschränkung zu keiner nennenswerten Verschlechterung der zeitlichen Meßgenauigkeit kommt.

Obwohl die analoge Bandbreite eines individuellen Kanals sehr hoch ist, hat die Karte dennoch eine Totzeit in der Digitalisierung der Zeitpunkte von 400 ns. Dies gilt allerdings nur für eine begrenzte Anzahl von Werten. Durch die oben geschilderte Methode der Übertragung der Zeitstempel in den PC-Hauptspeicher fällt die maximale kontinuierliche Aquisitionsrate auf ca. 200 kHz. Dieser Wert wurde experimentell bestimmt und gilt nur für genau jene Computerumgebung, die dort benutzt wurde. Bei schnelleren Rechnern könnte die Rate durchaus noch höher sein.

Wie schon erwähnt, habe ich die Treibersoftware für die Karte modifiziert, damit sie die gewünschten zusätzlichen Fähigkeiten aufweist. Außerdem habe ich sie für 32-bit Systeme umgeschrieben, was die Speicherverwaltung wesentlich vereinfacht und beschleunigt hat. Mit einer Erweiterung des PC-Hauptspeichers konnten wir bei späteren Messungen durchgehend bis zu 2 Millionen Zeitstempel aufnehmen. Die Treibersoftware wurde von einer in LabView<sup>©</sup> programmierten Oberfläche aus benutzt. Zusätzlich zur genannten Funktion habe ich noch kleinere Treiberprogramme geschrieben, welche die Karte nur als schnellen Zähler mit minimalem Speicheraufwand einsetzen. In Anhang B.2.1 wird darauf genauer eingegangen.

### Rubidiumfrequenzstandards

In Abschnitt 4.1 habe ich unsere Überlegungen bezüglich einer entsprechend stabilen Zeitbasis dargelegt. An beiden Beobachtungsstationen wurde ein Rubidium-Frequenzstandard eingesetzt. Die Geräte wurden von der Firma EFRATOM geliefert und sind trotz der aufwendigen Technik nicht wesentlich größer als ein guter Quarzoszillator. T. Jennewein hat im Rahmen seiner Diplomarbeit [62] die Oszillatoren in Hinsicht auf verschiedene Parameter untersucht. Die Spezifikationen sind in Tabelle 4.3 angegeben.

Die Oszillatoren liefern ein sinusförmiges Signal mit 10 MHz Frequenz. Dadurch sind sie gut geeignet, um als externe Zeitbasis für unsere Zeitintervallanalysatorkarte zu fungieren. Die Oszillatoren haben einen TTL-kompatiblen Ausgang („BITE“), der angibt, ob das Ausgangssignal auf den Rubidiumübergang frequenzstabilisiert ist oder nicht. Wir montierten die Oszillatoren jeweils auf einem Kühlkörper in einen NIM-Einschub doppelter Breite und führten das „BITE“-Signal an eine Leuchtdiode. Die Oszillatoren stellten sich insgesamt als sehr unempfindlich heraus, solange die Versorgungs-

Frequenzgenauigkeit absolut	$5 \cdot 10^{-11}$
Alterung monatlich	$5 \cdot 10^{-11}$
Alterung jährlich	$5 \cdot 10^{-10}$
Stabilität 1 s	$1.5 \cdot 10^{-11}$
Stabilität 10 s	$0.5 \cdot 10^{-11}$
Stabilität 100 s	$0.15 \cdot 10^{-11}$
Phasenrauschen 1 Hz	$-80 \text{ dBc}/\sqrt{\text{Hz}}$

**Tabelle 4.3.:** Spezifikationen der Rubidium-Frequenzstandards.

spannung stabil war.

Wir benutzten den Oszillator zusätzlich noch als Zeitbasis für das Abtasten des Zufallsgeneratorsignals. Dafür benötigten wir aber ein Logiksignal. Dieses wurde mit einem einfachen CMOS-Inverter aus dem sinusförmigen primären Signal erzeugt. Dabei waren aufwendige Filter notwendig, um die Rückwirkungen dieser (einem Komparator ähnlichen) Schaltung auf das Oszillatorsignal zu unterdrücken.

Die Koinzidenzauswertung im Bell-Experiment zeigte deutlich, daß bei längeren Messungen die Oszillatoren ein wenig auseinanderlaufen. Diese Drift könnte durch erneute Eichung der Oszillatoren gegeneinander oder an einem Cäsium-Standard noch wesentlich kleiner gemacht werden. Für uns bedeutete diese Drift jedoch nur eine unwesentliche Verbreiterung des minimalen Koinzidenzfensters. So war bei einer Meßdauer von 60 s das Koinzidenzsignal nur 6.0 ns breit (FWHM), obwohl die Oszillatoren zum Zeitpunkt dieser Messung schon ca. 2 Jahre alt waren, also weit außerhalb des Zeitraums, für den die Geräte ohne Nacheichung spezifiziert sind<sup>31</sup>. Diese 6.0 ns müssen mit den 1.9 ns verglichen werden, die wir bei Messungen von 10 s Dauer erhielten. Die minimal erzielbare Breite aufgrund der Zeitauflösung von Detektoren und Elektronik lag bei 1.2 ns. Wenn wir die begrenzte Stabilität der beiden Oszillatoren vernachlässigen, so ergibt sich aus diesen Messungen ein Unterschied in der absoluten Frequenz von  $8 \cdot 10^{-11}$ . Die absolute Frequenzgenauigkeit eines einzelnen Oszillators ist am Anfang mit  $5 \cdot 10^{-11}$  spezifiziert (s. Tabelle 4.3), daher ist es durchaus möglich, daß die Oszillatoren immer noch dieser Spezifikation genügen.

#### 4.2.6. Synchronisation

Auch mit der besten Zeitbasis benötigt man für die Auswertung des Bell-Experiments irgendeine Art von Synchronisation. Die Anforderungen und die verschiedenen technischen Möglichkeiten habe ich in Abschnitt 3.2.3 beschrieben. Da in unseren Glasfaserkabeln jeweils zwei Adern vorhanden waren, konnten wir eine der beiden zur Synchronisation benutzen. Dazu betrieben wir eine Standard 5 mW Laserdiode mit einer nominellen Wellenlänge von 670 nm an einem Pulsgenerator. Dieser Pulsgenerator erzeugt Pulse mit bis zu 40 V Spannung und einer Breite von maximal zwei Nanosekunden. Zu diesem Signal kann eine Gleichspannung zwischen  $-5 \text{ V}$  und  $+5 \text{ V}$  hinzuaddiert werden. Um die Laserdiode zu schützen wurde erstens ein Schutzwiderstand parallel zur Diode geschaltet, und zweitens wurden Dämpfungsglieder zwischen Generator und Diode eingebaut, um ein unbeabsichtigtes Übersteuern der

<sup>31</sup>Die Herstellerfirma bietet an, die Oszillatoren bei Bedarf zur Nacheichung an einem Wasserstoffmaser einzusenden.

Diode zu verhindern. Der Generator kann die Pulse selbst mit einer Frequenz von bis zu 1 MHz generieren, oder einem beliebigen externen TTL-kompatiblen Takt folgen.

Mit entsprechender Pulsamplitude erzeugt die Laserdiode dann Lichtpulse, welche je nach Einstellung der zusätzlich angelegten Gleichspannung breiter oder auch kürzer als die elektrischen Pulse sein können. Dieser Umstand erklärt sich durch das Schwellwertverhalten von Dioden allgemein und Laserdioden im besonderen. Leider hatten unsere schnellsten linearen Photodetektoren nur eine Bandbreite von 300 MHz, was dazu führte, daß wir Pulsbreite und Flankensteilheit nur schätzen konnten. Auf jeden Fall waren die Pulse nur 1 – 3 ns breit, allerdings konnte es vorkommen, daß die Pulshöhe leicht variierte.

Das Licht der Laserdiode wurde nach der Kollimation mit einer Einkoppelungsoptik in einen Eingang eines dreifachen Glasfaserstrahlteilers eingekoppelt. Zwei der drei Ausgänge wurden mit der jeweils unbenutzten Ader eines Glasfaserkabels zu einer der Beobachterstationen verbunden, der dritte diente als Kontrollausgang.

Bei den Beobachtungsstationen wurden an den entsprechenden Glasfaserenden direkt die oben genannten schnellen Photodioden ohne zusätzliche Optik platziert. Wegen der manchmal unterschiedlichen Amplituden durchliefen die detektierten Synchronisationspulse nach einem Inverter und einem breitbandigen Verstärker noch einen Constant-Fraction-Diskriminator, um die Zeitauflösung zu verbessern. Der Ausgang des Diskriminators wurde mit dem „ARM“-Eingang des Zeitintervallanalysators verbunden<sup>32</sup>. Der Zeitintervallanalysator wird nun so programmiert, daß er die Datenaufzeichnung erst startet, wenn an dem genannten Eingang ein Puls registriert wird (*external arming*). Außerdem wird die Zeit dieses Startsignals aufgezeichnet bezogen auf die interne Zeitskala, welche vorher durch die Software gestartet wurde. Meine Treibersoftware subtrahiert nach der Messung von den aufgezeichneten Zeitpunkten die Zeit des Startsignals, wodurch die bei Alice und Bob aufgezeichneten Zeitpunkte synchronisiert sind. Diese Synchronisation hat allerdings nur die Genauigkeit des „ARM“-Eingangs, nämlich 20 ns. Das bedeutet, daß zwischen den Zeitskalen von Alice und Bob eine scheinbare Zeitverschiebung zwischen –20 ns und +20 ns auftreten kann. In Abschnitt 4.2.8 werde ich behandeln, welche Auswirkungen eine mehr oder weniger perfekte Synchronisation haben kann.

#### 4.2.7. Kommunikation und Steuerung

Eine wichtige Komponente für die Durchführung des Experiments war die Kommunikation mit den Beobachtungsstationen. Wegen der vielfältigen Abgleich- und Einstellvorgänge war eine vollständige Automatisierung mit vertretbarem Aufwand nicht erreichbar. Dennoch wurde das ganze Experiment von mir so ausgelegt, daß es von einer einzelnen Person betrieben werden konnte, ohne ständig den Ort wechseln zu müssen. Für den Ort der Steuerung bot sich natürlicherweise der Raum mit der Photonenpaarquelle an. Dort war für die lokalen Einstellungen ohnehin ein Computer vorhanden, welcher dann auch zur Fernsteuerung der Beobachtungsstationen dienen sollte. Genauere Beschreibungen der einzelnen Programme finden sich in Anhang B.2

Auf den Computern, welche an den Beobachtungsstationen die Zeitintervallanalysatoren beherbergten, wurde die Software zum Betrieb dieser Karten so geschrieben, daß alle Einstellungen, Datenerfassungsvorgänge und Speicherfunktionen zentral aus einem Programm gesteuert werden konn-

---

<sup>32</sup> Eine genauere Beschreibung dieses Aufbaus und Meßergebnisse über die Genauigkeit dieser Synchronisationsmethode finden sich in [62].

ten, einschließlich der Kontrolle des Modulationssystems (Aktivität und Gleichspannungsanteil). Diese Software wurde in LabView<sup>®</sup> geschrieben, mit einer interaktiven Benutzeroberfläche. Die wesentlichen Funktionen waren

- **Initialisierung:** Setzen von karteninternen Parametern wie Zeitbasis, Datenerfassungskontrolle, interne Speicherverwaltung, Koppelung und Abschlußwiderstand, usw.
- **Zählmodus:** Einfaches Zählen der Detektionen zu Justierzwecken in den vier Datenerfassungskanälen
  - A0: Kanal A (Detektor) + / Modulator in Stellung 0
  - A1: Kanal A (Detektor) + / Modulator in Stellung 1
  - B0: Kanal B (Detektor) – / Modulator in Stellung 0
  - B1: Kanal B (Detektor) – / Modulator in Stellung 1
- **Datenerfassung:** Aufnehmen einer bestimmten Anzahl von Zeitstempeln oder über eine gewisse vorher festgelegte Zeit in denselben vier Kanälen.
- **Speichern:** Übertragen der Zeitstempel in Dateien auf der Festplatte.

Die Kommunikation mit der Zentrale wurde sehr flexibel über das TCP/IP-Protokoll gestaltet. Die Idee war eine bidirektionale gepufferte Verbindung zu konstruieren, welche die Übermittlung von Steuerbefehlen und Eingabedaten von der Zentrale an die Beobachtungsstationen erlaubt, ebenso wie die Rückübermittlung von Meßdaten und Statusmeldungen. Das Protokoll wurde so entworfen, daß die Kontrollprogramme auf den Meßcomputern als Server fungierten, also zu Leerlaufzeiten jedem anfragenden Computer mit der entsprechenden Klientensoftware auf einem bestimmten TCP-Port eine Verbindung anboten. Hierbei wurde allerdings auf eine sichere Authentifizierung verzichtet. Über Fernsteuerung waren alle Einstellungen und Bedienungsfunktionen ebenso zugänglich wie vor Ort, wobei es keine definierte Priorität von lokaler oder entfernter Steuerung gab. Auf dem Zentralcomputer wurde ein Programm ausgeführt, welches eigentlich nur zwei unabhängige Teile für die Kommunikation mit je einer der beiden Beobachtungsstationen enthielt. Dieses Programm konnte damit beide Beobachtungsstationen unabhängig steuern. Die Verbindungen wurden bei einer eventuellen Unterbrechung sofort automatisch wiederhergestellt.

Die Version 4.0 von LabView<sup>®</sup>, in der die Fernsteuerungsfunktionen ursprünglich programmiert wurden, gestattete noch kein Multithreading (das gleichzeitige Ausführen mehrerer gleichberechtigter Programmteile mit Zeiteinteilung durch das Betriebssystem), sodaß alternierend von den verschiedenen Stationen gesendet und empfangen wurde. Während der Datenerfassung bestand in keinem Fall irgendeine Kommunikation. Die Steuerungssoftware auf dem Zentralcomputer unterstützte alle Funktionen, welche auch lokal bei den Beobachtungsstationen verfügbar waren, und zusätzlich noch einen Pseudokoinzidenzmodus. Dieser Modus war nichts anderes als eine zyklische, synchronisierte Erfassung von Zeitstempeln bei Alice und Bob mit sofortiger Auswertung der Koinzidenzen. Diese Betriebsart erlaubte allerdings nur ca. 15000 Zeitstempel auf beiden Seiten, mit entsprechend wenigen daraus ermittelten Koinzidenzen. Dennoch benutzten wir sie häufig dazu, die freien Phasen, welche nach dem Polarisationsabgleich noch unbestimmt waren, aufeinander abzugleichen, indem wir einen der zwei Kompensatorkristalle der Photonenpaarquelle verkippten.

### 4.2.8. Korrelationsauswertung

Jedes Experiment zur Bellschen Ungleichung braucht als Eingabedaten die Ereignisse beider Beobachter. Im idealen Experiment ist dabei nichts anderes zu tun, als die Produkte der jeweiligen Meßergebnisse zu bilden und die entsprechenden Erwartungswerte und Korrelationsfunktionen zu berechnen. In einem realen Experiment müssen wir allerdings zuerst die Daten beider Seiten einander richtig zuordnen. Dies tun wir, indem wir nur jene Datenpunkte betrachten, deren Gegenstück auch auf der jeweils anderen Seite vorhanden ist. Dieses Vorgehen bezeichnet man als Koinzidenzbildung. Mit der Koinzidenzanalyse der Datensätze von Alice und Bob erreichen wir eine sehr starke Rauschunterdrückung.

Wie schon in den einleitenden Abschnitten besprochen, gibt die Benutzung von Koinzidenzraten anstatt der eigentlichen Zählraten immer wieder Anlaß zur Kritik durch Vertreter lokal realistischer Theorien. Doch selbst unter dem Gesichtspunkt, daß man hier von den idealen Gedankenexperimenten abweicht, sind die Ergebnisse vieler Experimente beeindruckend in ihrer Übereinstimmung mit den quantenphysikalischen Vorhersagen. In vielen Kritikpunkten steckt oft der Verdacht, daß der Experimentator durch bewußte Wahl eines bestimmten Koinzidenzfensters das Ergebnis bewußt oder unbewußt in eine bestimmte Richtung beeinflussen könnte. Unser Experiment geht in den Möglichkeiten einen großen Schritt weiter, weil es die Koinzidenzbildung operationell und zeitlich von der Datenerfassung trennt. Wir werden sehen, daß es dadurch möglich ist verschiedene Parameter nachträglich zu variieren, ohne daß das Experiment neuerlich durchgeführt werden muß. Ebenso können nachträglich auch andere Koinzidenzraten berechnet werden, die eigentlich für das Bell-Experiment unerheblich sind<sup>33</sup>.

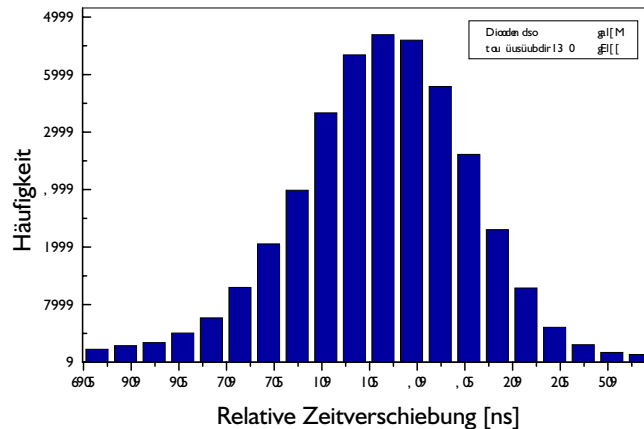
Die gesamte Auswertung erfolgte mit einem Programm, welches aus Geschwindigkeitsgründen kombiniert in C und LabView<sup>®</sup> entwickelt wurde. Eine genauere Beschreibung ist in Anhang B.2.3 zu finden. Die Zeitstempel liegen nach der Datenerfassung in je einer Liste pro Beobachtungsstation vor. Weiters wissen wir, daß die absolute Zeitverschiebung zwischen den beiden Zeitreihen kleiner als 20 ns sein muß. Selbst ohne diese Information, also ohne Synchronisation, wäre es möglich die Koinzidenzen zu finden, vorausgesetzt das Signal-Rausch-Verhältnis ist nicht zu ungünstig. Allerdings steigt der Rechenaufwand dafür sehr stark mit der Anzahl der aufgenommenen Datenpunkte an, denn wir müssen exakterweise dafür die gesamte Kreuzkorrelationsfunktion zweier Signale bilden, welche aus sehr vielen vollkommen ungeordneten Spitzen bestehen.

Eine sehr effiziente Methode Koinzidenzen zu suchen ist, diese vorher in eine Liste zu sortieren und dann nur die Zeitdifferenzen der nächsten Nachbarn zu berechnen. Allerdings müßte man dazu zuerst die scheinbare absolute Zeitverschiebung der beiden Zeitreihen kennen, weil die Ordnung innerhalb der vereinigten Liste von dieser Zeitverschiebung abhängt. Hier kommt uns gelegen, daß unsere Detektoren und das Aufzeichnungssystem eine Totzeit von mindestens 400 ns haben. Das heißt, daß nur die nächsten Nachbarn in verschiedenen Kanälen falsch geordnet sein können, und dadurch auch keine falschen Koinzidenzen auftreten können.

Zwischen den nächstgelegenen Zeitstempeln verschiedener Beobachter werden dann die Zeitdifferenzen berechnet, und falls sie innerhalb des gewählten Fensters liegen, als Koinzidenz gewertet. Wie wir wissen, gibt es bei jeder Beobachtungsstation vier Detektionskanäle, nämlich zwei Detektoren und zwei Schalterstellungen des Modulators. Mit diesen Zusatzinformationen wird ein Koinzidenzereignis jeweils einem von 16 Koinzidenzkanälen zugeordnet, wobei der Benutzer des Auswertungsprogramms

---

<sup>33</sup> Zum Beispiel jene zwischen den beiden Ausgängen eines Polarisators, was von manchen Vertretern lokal realistischer Theorien verlangt wurde.



**Abbildung 4.27.:** Histogramm der Zeitdifferenzen, die zwischen den Detektionszeitreihen von Alice und Bob berechnet wurden. Die Verteilung stimmt sehr gut mit einer Gauß-Verteilung überein. Die Unschärfe ist in diesem Fall durch die Zeitauflösung der Detektoren und die Genauigkeit der Zeitintervallanalysatoren bestimmt.

wählen kann, welche Kanäle ausgewertet werden sollen. Zusätzlich zur Anzahl der Ereignisse pro Kanal wurde auch ein Histogramm über die Zeitdifferenzen innerhalb des betrachteten Fensters erstellt. Ein typisches solches Histogramm ist in Abbildung 4.27 dargestellt. Anhand eines solchen Histogramms kann auch die optimale Größe und Verschiebung des Koinzidenzfensters ermittelt werden, um möglichst viele Ereignisse miteinzubeziehen, und trotzdem das Rauschen gering zu halten. Im allgemeinen benutzten wir ein Koinzidenzfenster, welches scharf bei ca.  $2\sigma$  der gemessenen Verteilung begrenzt war. Allerdings stellten wir fest, daß die Wahl dieses Fensters zwischen  $1\sigma$  und  $4\sigma$  beinahe keinen Einfluß auf die Ergebnisse, also die Korrelationen hatte.

Die Auflösung unserer Zeitintervallanalysatoren beträgt 75 ps, die Genauigkeit aber nur 0.5 ns. Der letztere Wert entspricht auch ungefähr der Zeitauflösung unserer Detektoren. Wir werden also erwarten, daß das Koinzidenzsignal mindestens eine Breite von  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 0.5 \text{ ns} = 1 \text{ ns}$  hat, die von diesen Ungenauigkeiten auf beiden Seiten herrührt. Bei Daten, die über einen längeren Zeitraum aufgenommen worden waren, fanden wir, daß das Koinzidenzsignal wie ein breiter Puls mit einem abgeflachten Maximum aussah. Diese Form entsteht durch eine — vermutlich in diesem Bereich lineare — Drift der Zeitbasen beider Seiten zueinander. Für fünf Minuten Meßzeit ergab sich eine Breite von ca. 15 ns. Diese Genauigkeit wäre immer noch mehr als ausreichend für eine starke Rauschunterdrückung durch Koinzidenzbildung.

Bei den Daten aus Abbildung 4.27 war der Untergrund an Koinzidenzen (außerhalb des dargestellten Bereichs) ca. 100 mal kleiner als das Maximum der Verteilung. Diese sogenannten zufälligen Koinzidenzen kommen durch die thermische Statistik des parametrischen Fluoreszenzlichts zustande. Durch die Zufälligkeit der Photonendetektionen gibt es für jedes endliche Zeitintervall eine endliche Wahrscheinlichkeit, daß auch zwei unkorrelierte Lichtfelder in diesem Zeitintervall koinzidente Ereignisse bewirken. Für Zeitintervalle, welche im Vergleich zum mittleren Intervall zwischen zwei Detektionen sehr kurz sind, kann man die Wahrscheinlichkeit eines solchen Ereignisses einfach durch Multi-



plikation der Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Ereignisse berechnen. Wenn  $R_1$  und  $R_2$  die mittleren Zählrate der beiden Lichtfelder sind, und  $\tau$  die Breite des betrachteten Zeitintervalls ist, dann ist die Wahrscheinlichkeit in diesem Intervall auf beiden Seiten ein Photon zu detektieren

$$P_{\text{zuf}} = R_1 \tau \cdot R_2 \tau. \quad (4.16)$$

Wenn die gesamte Meßzeit  $T$  beträgt, dann kommt jedes Fenster der Größe  $\tau$  genau  $n = T/\tau$  mal vor. Die Summe der koinzidenten Ereignisse in der Meßzeit  $T$  ist daher

$$N_{\text{zuf}} = n \cdot P = T R_1 R_2 \tau = \frac{N_1 N_2 \tau}{T}, \quad (4.17)$$

wobei  $N_1$  und  $N_2$  die Anzahl der Ereignisse beider Seiten sind.

In unserem Datenbeispiel war die gesamte Meßzeit 30 s. Bei Alice wurden ca.  $1.2 \cdot 10^6$  Photonen gezählt, bei Bob ca.  $0.9 \cdot 10^6$ . Wenn wir das Koinzidenzfenster gleich wählen, wie für die Auswertung des Bell-Experiments, also 6 ns breit, dann können wir nach unserer Abschätzung erwarten, daß rein zufällig ca. 200 Koinzidenzen auftreten werden. In demselben Intervall wurden 42800 koinzidente Ereignisse gezählt, also mehr als 200 mal soviel. Das Rauschen war also extrem niedrig im Vergleich zum Signal und brauchte deshalb nicht weiter berücksichtigt zu werden. Dies hebt unser Experiment von den meisten vorhergehenden und auch von jenen ab, welche zur gleichen Zeit von anderen Gruppen mit Detektoren für den infraroten Bereich durchgeführt wurden [117, 118].

Wir berechnen also 16 Koinzidenzraten, welche ich im folgenden mit  $C_{ij}a, b$  bezeichnen werde. Erinnern wir uns, daß Kanal A des jeweiligen Zeitintervallanalysators den vertikal polarisierten Ausgang unseres Polarisators repräsentiert. „Vertikal“ ist allerdings immer nur in Abhängigkeit von der Stellung des Modulators zu verstehen. Daher werde ich diesen Detektionskanal in Anlehnung an die Gedankenexperimente mit „+“ bezeichnen (analog den anderen als „−“). Die beiden schnell geschalteten Winkelstellungen des Analysators (Modulators) bei einer Beobachtungsstation werden meist durch einen kurzen hochgestellten Strich unterschieden, also zum Beispiel  $\alpha$  und  $\alpha'$ . Das Symbol  $C_{-+}(\alpha, \beta')$  steht somit für die Anzahl der Koinzidenzen zwischen Kanal B bei Alice und Kanal A bei Bob, bei denen der Modulator von Alice in Stellung „0“ war und jener von Bob in Stellung „1“. Die zugehörigen Korrelationen  $E(\alpha, \beta)$ , die wir zur Auswertung der Bellschen Ungleichung benötigen, definieren wir wie üblich als

$$E(\alpha, \beta) = \frac{C_{++}(\alpha, \beta) + C_{--}(\alpha, \beta) - C_{+-}(\alpha, \beta) - C_{-+}(\alpha, \beta)}{\sum_{i,j \in \{+, -\}} C_{ij}(\alpha, \beta)}. \quad (4.18)$$

Ganz analog ergeben sich die anderen Korrelationen  $E(\alpha, \beta')$ ,  $E(\alpha', \beta)$  und  $E(\alpha', \beta')$ . Mit diesen werden wir die Bell-Ungleichung im nächsten Kapitel auswerten.



## 5. Ergebnisse

### 5.1. Die CHSH-Ungleichung im Experiment

Wir haben unser Experiment für jene Variante der Bell-Ungleichung ausgelegt (s. Abschnitt 1.5.3, Gl. (1.33)), welche J. S. Bell selbst 1971 unter Hinweis auf die Arbeit von Clauser et al. abgeleitet hat [9, 33]. In diesem Abschnitt möchte ich kurz betrachten, wie sich Ungenauigkeiten auf die Ungleichung auswirken. Zur Wiederholung gebe ich noch einmal die Ungleichung an und definiere gleichzeitig den Bell-Parameter:

$$S(\alpha, \beta, \alpha', \beta') := |E(\alpha, \beta) - E(\alpha, \beta')| + |E(\alpha', \beta') + E(\alpha', \beta)| \leq 2. \quad (5.1)$$

Wir wissen bereits, daß die quantenphysikalischen Vorhersagen diese Ungleichung verletzen können. Durch eine Polarisationsmessung an den beiden Teilsystemen des verschränkten Zustands

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|V\rangle_1 |H\rangle_1 - |H\rangle_1 |V\rangle_2] \quad (5.2)$$

erhalten wir vier verschiedene Koinzidenzraten<sup>1</sup>  $C_{ij}^{\text{qt}}(\alpha, \beta) = \langle i_\alpha j_\beta | \Psi \rangle$ , wobei  $i_\alpha \in \{+\alpha, -\alpha\}$  und  $j_\beta \in \{+\beta, -\beta\}$  die zugehörigen Polarisations-Eigenzustände zu den Richtungen  $\alpha$  und  $\beta$  sind. Daraus erhalten wir den Erwartungswert des Produktes der Polarisationsmessungen, wenn wir dem Ausgang + des Polarisators den Wert +1 und – den Wert –1 zuordnen. Es gilt

$$C_{++}^{\text{qt}}(\alpha, \beta) = C_{--}^{\text{qt}}(\alpha, \beta) = \frac{1}{2} \sin^2(\alpha - \beta) \quad (5.3)$$

$$C_{+-}^{\text{qt}}(\alpha, \beta) = C_{-+}^{\text{qt}}(\alpha, \beta) = \frac{1}{2} \cos^2(\alpha - \beta) \quad (5.4)$$

und somit

$$E^{\text{qt}}(\alpha, \beta) = -\cos(2(\alpha - \beta)). \quad (5.5)$$

Mit den Winkeln  $\alpha = 0^\circ, \beta = 22.5^\circ, \alpha' = 45^\circ, \beta' = 67.5^\circ$  wird der am stärksten abweichende Wert von  $|S_{\text{max}}^{\text{qt}}| = 2\sqrt{2}$  erreicht. Ich möchte nun besprechen, welche Einflüsse verschiedene experimentelle Gegebenheiten ausüben, unter der Annahme, daß die experimentellen Ergebnisse den quantentheoretischen Vorhersagen genügen.

#### Unterschiedliche Detektoreffizienzen

In einem realen Experiment werden die Detektoren, welche die Ausgangsmode des Polarisators messen, nie exakt gleich effizient sein. Daher müssen wir überlegen, welchen Einfluß die verschiedenen

<sup>1</sup>Mit einem hochgestellten „qt“ bezeichne ich im folgenden immer Größen, welche quantentheoretisch berechnet wurden, im Gegensatz zu den experimentell zugänglichen Größen (ohne besondere Kennzeichnung).

Asymmetrien auf die Korrelationsfunktion  $E^{\text{qt}}$  und den Bell-Parameter  $S^{\text{qt}}$  haben. Wir nehmen an, daß die Detektoren durch Effizienzen  $\eta_+^A, \eta_-^A, \eta_+^B$  und  $\eta_-^B$  beschrieben werden.

Aufgrund der Struktur der Korrelationsfunktion  $E$  (s. Gl. (4.18)) ist gleich klar, daß Unterschiede in den mittleren Effizienzen zwischen Alice und Bob keinen Effekt haben können, weil in jede Koinzidenzrate  $C$  Effizienzen von beiden Seiten eingehen. Wir können daher bei beiden Beobachtungsstationen einen Detektor als Referenz benutzen. Damit definieren wir  $\eta_{\text{rel}}^A := \eta_-^A/\eta_+^A$  und  $\eta_{\text{rel}}^B := \eta_-^B/\eta_+^B$ . Die Korrelationsfunktion  $E^{\text{qt}}$  ist dann gegeben durch

$$E^{\text{qt}}(\alpha, \beta) = \frac{(1 + \eta_{\text{rel}}^A \eta_{\text{rel}}^B) \sin^2(\alpha - \beta) - (\eta_{\text{rel}}^A + \eta_{\text{rel}}^B) \cos^2(\alpha - \beta)}{(1 + \eta_{\text{rel}}^A \eta_{\text{rel}}^B) \sin^2(\alpha - \beta) + (\eta_{\text{rel}}^A + \eta_{\text{rel}}^B) \cos^2(\alpha - \beta)} \quad (5.6)$$

Es ist leicht zu sehen, daß der Wert von  $E^{\text{qt}}$  für  $\alpha - \beta = 0(90^\circ)$  immer  $-1(1)$  sein wird, die „perfekten“ Korrelationen also erhalten bleiben. Allerdings ändert sich der Verlauf von  $E$  mit dem Differenzwinkel, was dazu führt, daß sich auch  $S$  für bestimmte Winkelkombinationen ändert. Besonders interessant ist der Fall  $S_{\text{max}}^{\text{qt}} := S(0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ)$ , weil der Experimentator im allgemeinen diesen Fall realisieren wird. Durch numerische Untersuchung erkennt man rasch, daß selbst bei sehr stark asymmetrischen Detektoren, der Bell-Parameter  $S$  nur langsam von seinem maximalen Wert abfällt. Angenommen  $\eta_{\text{rel}}^A = \eta_{\text{rel}}^B = 0.5$  dann ist  $|S_{\text{max}}^{\text{qt}}| = 2.70$ , also eine sehr geringe Reduktion trotz der beträchtlichen Ungleichheit zwischen den Detektoren. Dabei wurde noch nicht geklärt, ob bei asymmetrischen Detektoren eventuell andere Winkelstellungen zur Messung des Bell-Parameters einen Vorteil, also ein höheres  $|S^{\text{qt}}|$  bringen würden.

### Nicht ideale Analysatorwinkel

Um den Widerspruch zwischen lokal realistischen Theorien, welche der Bellschen Ungleichung genügen sollten und der Quantenphysik zu erforschen, wird der Experimentator im allgemeinen solche Einstellungen wählen, bei denen er aufgrund der Vorhersagen den stärksten Unterschied erwartet. Dies sind in unserem Fall die oben angegebenen Winkel. Der Bell-Parameter wird also an einer Stelle untersucht, an der er ein lokales Extremum aufweist. Daher wissen wir, daß kleine Abweichungen der Winkel von den optimalen Winkeln in erster Ordnung keine Auswirkung haben werden. Dies gilt allerdings nur, wenn wir von systematischen Fehlern mit konstanten, falsch gesetzten Winkeln sprechen.

Unser Apparat kann allerdings auch unkorrelierte, variierende Winkelfehler aufweisen. Diese können zum Beispiel durch das Driftverhalten der Faserstrecke oder des Modulators und durch nicht ideale elektrische Ansteuerung desselben entstehen<sup>2</sup>. In diesem Fall müssen wir mit der Fehleranalyse bei den Koinzidenzraten beginnen und deren Fehler als unkorreliert betrachten, weil die Ereignisse, die zu diesen Funktionen beitragen, zu verschiedenen Zeiten gemessen werden.

Zur genaueren Analyse möchte ich zuerst den Fehler berechnen, den wir für die Koinzidenzraten  $C$  erwarten, wenn wir annehmen, daß die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  gleich große statistische Fehler  $\Delta\alpha$  aufweisen.

$$\Delta C_{ij}(\alpha, \beta) = \sqrt{\left(\frac{\partial C_{ij}}{\partial \alpha} \Delta\alpha\right)^2 + \left(\frac{\partial C_{ij}}{\partial \beta} \Delta\beta\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} |\sin 2(\alpha - \beta)| \Delta\alpha =: \Delta C(\alpha, \beta) \quad (5.7)$$

Wie zu erwarten, ist  $\Delta C_{ij}(\alpha, \beta)$  gleich für alle  $i, j$ . Der Einfachheit halber definiere ich die Größen  $K := C_{++} + C_{--} - C_{+-} - C_{-+}$  und  $N := C_{++} + C_{--} + C_{+-} + C_{-+}$ , sodaß  $E = K/N$ ,

<sup>2</sup>Genauere Analysen zeigten, daß die Faserstrecke hierbei den geringsten Fehler hervorruft.

wobei ich die Winkelargumente der besseren Übersicht halber weggelassen habe. Der mittlere Fehler der Korrelationsfunktion  $\Delta E$  ist damit

$$\Delta E = \sqrt{\left[\frac{1}{N}\Delta K\right]^2 + \left[\frac{K}{N^2}\Delta N\right]^2}, \quad (5.8)$$

und

$$\Delta K = \Delta N = \sqrt{\Delta C_{++}^2 + \Delta C_{--}^2 + \Delta C_{+-}^2 + \Delta C_{-+}^2} = 2\Delta C_{ij}(\alpha, \beta). \quad (5.9)$$

Weil im Idealfall  $K(\alpha, \beta) = -\cos 2(\alpha - \beta)$  und  $N(\alpha, \beta) = 1$ , erhalten wir

$$\Delta E(\alpha, \beta) = 2 \Delta C_{ij}(\alpha, \beta) \sqrt{1 + \cos^2 2(\alpha - \beta)} = \sqrt{2} \Delta\alpha |\sin 2(\alpha - \beta)| \sqrt{1 + \cos^2 2(\alpha - \beta)}. \quad (5.10)$$

Den Fehler des Bell-Parameters  $S$  erhalten wir, wenn wir die entsprechenden Winkel einsetzen, durch gewöhnliche Gaußsche Fehlerfortpflanzung, weil diese natürlich erst recht unkorreliert sein müssen, wenn schon die Koinzidenzraten unkorreliert waren.

$$\Delta S = \sqrt{\Delta E(\alpha, \beta)^2 + \Delta E(\alpha', \beta)^2 + \Delta E(\alpha, \beta')^2 + \Delta E(\alpha', \beta')^2}. \quad (5.11)$$

Wir haben gesehen, daß die Korrelationsfunktion  $E$  und auch deren Fehler nur vom Differenzwinkel der beiden Analysatoren abhängt. Für die Winkel  $0^\circ$ ,  $22.5^\circ$ ,  $45^\circ$  und  $67.5^\circ$  erhalten wir die Differenzwinkel  $-22.5^\circ$ ,  $+22.5^\circ$ ,  $-22.5^\circ$  und  $-67.5^\circ$ . Damit ist der Fehler des Bell-Parameters

$$\Delta S = 2\sqrt{2} \Delta\alpha \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{6} \Delta\alpha \quad (5.12)$$

Für einen unkorrelierten Fehler in den Analysatorwinkeln von nur  $1^\circ$  erwarten wir einen Fehler  $\Delta S = 0.04$  bei den oben angegebenen Winkeln. Es sei nochmals darauf hingewiesen, daß dies nicht gilt, wenn die Analysatorstellungen konstante Fehleinstellungen aufweisen. In unserem Experiment treten jedoch mit Sicherheit Fluktuationen in der Spannung auf, welche den Modulator ansteuert und damit die Analysatorstellung kontrolliert. Diese könnten allein darin begründet sein, daß das ansteuernde Signal zwar in jedem Meßintervall (im Mittel ca. 160 ns<sup>3</sup>) den gleichen Verlauf hat, aber eben nicht exakt konstant ist. Durch die zufällige Detektion der Photonen zu verschiedenen Zeiten (bezogen auf diese Intervalle zwischen zwei Umschaltvorgängen des Zufallsgenerators) müßte eigentlich jeder einzelnen Detektion ein genauer Spannungs- bzw. Analysatorwinkelwert zugeordnet werden. Diese Ungenauigkeit erfassen wir hier durch die obige Fehleranalyse, unter der Annahme, daß die Ergebnisse von der Quantenphysik korrekt beschrieben werden.

Leider hatten wir nicht die Möglichkeit, die realen elektrischen Signale bzw. den Phasenschub des Modulators zeitaufgelöst mit hoher Genauigkeit zu messen, ohne dabei das System zu stören. Aus der Kurvenform des Signal, das den Modulatortreiber ansteuert können wir jedoch sagen, daß die Ungenauigkeit eines gewissen Spannungswerts (z. B. 400 mV) über eine Zeit von 80 ns (z.B. durch Einschwingvorgänge) in der Größenordnung von 5 mV liegt. Mit der Amplitudenverstärkung des Modulatortreibers von ca. 100 und der Halbwellenspannung (für  $180^\circ$  Phasenschub) von grob 100V ergibt

<sup>3</sup>Wenn wir ein ideal zufälliges Signal mit einer Frequenz von 10 MHz abtasten, und die entstehenden Intervalle nach über ihre Verteilung mitteln.

sich ein Winkelfehler im Phasenschub von ca.  $1^\circ$  und daraus ein Winkelfehler der Analysatorstellung von ca.  $0.5^\circ$ . Dies würde einen Fehler des Bell-Parameters von  $\Delta S = 0.02$  hervorrufen.

### Zufällige Koinzidenzen

Obwohl ich in Abschnitt 4.2.8 schon erwähnt habe, daß in unserem Experiment die zufälligen Koinzidenzen keine Rolle spielen, möchte ich der Vollständigkeit halber dennoch erwähnen, wie üblicherweise der Einfluß von zufälligen Koinzidenzen abgeschätzt und oftmals korrigiert wird.

Die am häufigsten verwendete Methode ist, die mittlere Rate der zufälligen Koinzidenzen zu messen [4, 117]. Für die echten Koinzidenzen gibt es in jedem Experiment ein gewisses Koinzidenzfenster. Man gibt nun zusätzlich ein Fenster vor, welches zum ersten um eine sehr große Zeit versetzt ist. Damit schließt man aus, daß in diesem versetzten Fenster echte Koinzidenzen auftreten. Die Koinzidenzrate, die aus diesem zweiten Fenster ermittelt wird, wird nun einfach von den gemessenen Koinzidenzraten zum eigentlichen Zeitfenster abgezogen. Sollten mehrere Kanäle existieren, dann muß diese Prozedur für jeden einzelnen Kanal durchgeführt werden.

In unserem Experiment könnte man genau analog verfahren, indem man das nachträglich eingeführte (software-erzeugte) Koinzidenzfenster ebenso in der Zeit verschiebt, und somit das Koinzidenzrauschen für alle Kanäle einzeln ermittelt.

### Depolarisation

Den größten Verlust an Kontrast in den Korrelationen zwischen den Detektionseignissen von Alice und Bob verursacht in unserem Experiment die Depolarisation des transmittierten Lichts durch die Modulatoren. Dies ist eine Schlußfolgerung aus den Beobachtungen des Polarisationskontrasts der Einzelphotonen. Ich habe beschrieben, daß die Faserstrecken nur wenig depolarisieren. Dies stellten wir fest, als wir einen Polarisator vor dem Modulator an einer Beobachtungsstation einfügten. Mit diesem Polarisator und einem weiteren vor dem Eingang der Faserstrecke konnten für den Polarisationskontrast Werte von mehr als 1 : 200 also mehr als 99% gemessen werden. Mit dem Polarisator hinter dem jeweiligen Modulator waren es aber meist nur Werte von 1 : 40 also höchstens 95%. Dies war ein wenig besser, wenn der jeweilige Modulator im ausgeschalteten Zustand war.

Es erhebt sich nun die Frage, wie wir aus der Depolarisation, welche wir für die Einzelzählraten messen, auf die Depolarisation oder besser Dekorrelation der zu erwartenden Koinzidenzzählraten schließen können. Mit einem einfachen Argument läßt sich zeigen, daß für hohe Werte des Kontrasts  $V_{\text{einzel}} = 1 - \epsilon$  in erster Näherung der Kontrast für die Koinzidenzraten  $V_{\text{koinz}} = 1 - 2\epsilon$  ist. Für dieses Ergebnis nehmen wir an, daß durch die Depolarisation einfach Zählungen in den falschen Kanälen verursacht werden. Nehmen wir an, der Kontrast (Polarisationsgrad) für ursprünglich ideal in Richtung „+“ polarisiertes Licht auf beiden Seiten sei  $1 - \epsilon$ . Wenn wir einen Polarisator am Ausgang unseres Apparats um  $180^\circ$  drehen, würden wir ein Minimum von  $I_0 \cdot \epsilon/2$  und ein Maximum von  $I_0 \cdot (1 - \epsilon/2)$  beobachten, wobei  $I_0$  die mittlere Intensität des Lichtfeldes ist. Anders gesagt, würden wir an einem zweikanaligen Polarisator in Richtung „+“ am parallelen Ausgang eine mittlere Intensität von  $I_0 \cdot (1 - \epsilon/2)$ , am orthogonalen (Richtung „-“) aber nicht Null sondern  $I_0 \cdot \epsilon/2$  messen. Wenn wir das auf Zählraten übertragen, heißt das, daß von den Zählungen, welche eigentlich im Kanal „+“ gezählt werden sollten, ein kleiner Anteil in „-“ gezählt wird.

Eine Koinzidenzzählung kann zwischen zwei beliebigen Kanälen auftreten. In Tabelle 5.1 können wir sehen, wie sich die Koinzidenzen durch Depolarisation umverteilen. Wir wollen nun prüfen, wieviele Koinzidenzen  $C'_{++}$  wir im Kanal „++“ zählen, wenn die wahren (normierten) Zählraten  $C_{++} = C_{--} = \frac{1}{2} \sin^2(\alpha - \beta)$  und  $C_{+-} = C_{-+} = \frac{1}{2} \cos^2(\alpha - \beta)$  wären, wie wir es für den Singulett-

Anteil	++	+-	-+	--
$(1 - \epsilon/2)^2 \approx (1 - \epsilon)$	++	+-	-+	--
$(1 - \epsilon/2)\epsilon/2 \approx \epsilon/2$	+-	++	--	-+
$(1 - \epsilon/2)\epsilon/2 \approx \epsilon/2$	-+	--	++	+-

**Tabelle 5.1.:** Umverteilung von Koinzidenzzählungen durch Depolarisation. Die Wirkung der Depolarisation wird empirisch durch Verschiebungen zwischen den verschiedenen Teilmengen der möglichen Meßergebnisse erfaßt. In der obersten Zeile sind die verschiedenen „wahren“ Koinzidenzereignisse aufgetragen. Mit einer gewissen relativen Häufigkeit („Anteil“, linke Spalte) wird das „wahre“ Koinzidenzereignis in erster Näherung als eines der jeweils angegebenen scheinbaren Ergebnisse gezählt.

Zustand eines polarisationsverschränkten Photonenpaares im Idealfall erwarten würden. Mit diesen Gleichungen und der Tabelle ergibt sich die scheinbare Koinzidenzrate  $C'_{++}$  zu

$$\begin{aligned}
 C'_{++} &= (1 - \frac{\epsilon}{2})^2 C_{++} + (1 - \frac{\epsilon}{2})\frac{\epsilon}{2} C_{+-} + (1 - \frac{\epsilon}{2})\frac{\epsilon}{2} C_{-+} \\
 &\approx \frac{1}{2} \left[ (1 - \epsilon) C_{++} + \frac{\epsilon}{2} C_{+-} + \frac{\epsilon}{2} C_{-+} \right] \\
 &= \frac{1}{2} \left[ (1 - \epsilon) \sin^2(\alpha - \beta) + \epsilon \cos^2(\alpha - \beta) \right] \\
 &= \frac{1}{2} \left[ (1 - 2\epsilon) \sin^2(\alpha - \beta) + \epsilon \right]
 \end{aligned} \tag{5.13}$$

Man sieht leicht, daß der Kontrast  $V_{\text{koinz}}$  von  $C'_{++}$  gerade gleich  $1 - 2\epsilon$  ist. Dasselbe gilt für alle anderen Koinzidenzraten. Die Korrelationsfunktion  $E'(\alpha, \beta) = -V_{\text{koinz}} \cos 2(\alpha - \beta)$  hat demnach die Amplitude  $2V_{\text{koinz}}$  und der Bell-Parameter  $S'$  weist bei den Winkeln der maximalen Verletzung einen Wert von  $2\sqrt{2}V_{\text{koinz}}$  auf. Die Verallgemeinerung auf verschiedene Werte der Depolarisation auf beiden Seiten des Experiments ist einfach, wobei in den Ergebnissen  $\epsilon$  durch das arithmetische Mittel der entsprechenden Werte beider Seiten ersetzt wird.

Ich möchte darauf hinweisen, daß man die gleichen Ergebnisse auch anders erhalten kann. Man kann zuerst Dichteoperatoren als Tensorprodukt von teilweise (in beliebiger Richtung mit Polarisationsgrad  $1 - \epsilon$ ) polarisiertem Licht bei beiden Beobachtern konstruieren. Wenn man nun den (in Koinzidenz) unpolarisierten Anteil in analoger Weise auf den Dichteoperator des verschränkten Zustands überträgt, erhält man das gleiche Ergebnis für den Kontrast der verschiedenen Koinzidenzraten, nämlich  $1 - 2\epsilon$ . In beiden Fällen müssen wir Annahmen über eine Zeitentwicklung machen, die in der einmodigen Näherung (bzw. unter Vernachlässigung der nicht beobachteten Moden) nicht durch eine unitäre Zeitentwicklung beschrieben werden kann. In der Quantenoptik werden solche Prozesse meist durch Mittelung über die Zustände der anderen Moden in Form einer Master-Gleichung behandelt. Um eine solche Master-Gleichung aufstellen zu können, müßten wir allerdings die Dynamik der Depolarisation genauer analysieren, was hier nicht angemessen erscheint.

### Fehleranalyse und Maß der Verletzung der Ungleichung

Häufig wird bei experimentellen Tests der Bellschen Ungleichung die Stärke der Verletzung angegeben. Diese Information basiert auf den Limits, die von Quantenphysik und Bellscher Ungleichung vorgegeben werden und der statistischen Genauigkeit, mit welcher die Messung durchgeführt wurde.

Hier möchte ich den mittleren Fehler abschätzen den man erwartet, wenn man Korrelationsfunktionen durch Zählung von Photonen und Koinzidenzbildung ermittelt. Wir nehmen an, daß durch den Zählprozeß über ein endliches Zeitintervall gewisse Fehler auftreten. Weil unser Zählprozeß wegen der thermischen Photonenstatistik und der niedrigen mittleren Zählrate sehr gut mit einer Poissonverteilung beschrieben werden kann, wird der Fehler  $\Delta C_{ij}(\alpha, \beta)$  einer Koinzidenzrate  $C_{ij}(\alpha, \beta)$  gleich der Standardabweichung der Poissonverteilung der Detektionsereignisse sein. Die Standardabweichung der Poissonverteilung ist gerade die Quadratwurzel aus der mittleren Zahl der Ereignisse also

$$\Delta C_{ij}(\alpha, \beta) = \sqrt{C_{ij}(\alpha, \beta)} \quad (5.14)$$

wobei  $i, j \in \{+, -\}$  wie üblich.

Es ist nun günstig, folgende Größen zu definieren:

$$C_{\parallel}(\alpha, \beta) = C_{++}(\alpha, \beta) + C_{--}(\alpha, \beta) \quad (5.15)$$

$$C_{\perp}(\alpha, \beta) = C_{+-}(\alpha, \beta) + C_{-+}(\alpha, \beta), \quad (5.16)$$

und analoge Größen für Koinzidenzraten zu anderen Winkelkombinationen. Die Fehler dieser Größen ermitteln wir durch Gaußsche Fehlerfortpflanzung (geometrische Addition):

$$\begin{aligned} \Delta C_{\parallel}(\alpha, \beta) &= \sqrt{[\Delta C_{++}(\alpha, \beta)]^2 + [\Delta C_{--}(\alpha, \beta)]^2} = \\ &= \sqrt{C_{++}(\alpha, \beta) + C_{--}(\alpha, \beta)} = \sqrt{C_{\parallel}} \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned} \Delta C_{\perp}(\alpha, \beta) &= \sqrt{[\Delta C_{+-}(\alpha, \beta)]^2 + [\Delta C_{-+}(\alpha, \beta)]^2} = \\ &= \sqrt{C_{+-}(\alpha, \beta) + C_{-+}(\alpha, \beta)} = \sqrt{C_{\perp}} \end{aligned} \quad (5.18)$$

Die Korrelationsfunktion lautet in den neu definierten Größen

$$E(\alpha, \beta) = \frac{C_{\parallel}(\alpha, \beta) - C_{\perp}(\alpha, \beta)}{C_{\parallel}(\alpha, \beta) + C_{\perp}(\alpha, \beta)}. \quad (5.19)$$

Der mittlere Fehler von  $E$  ist

$$\Delta E(\alpha, \beta) = \sqrt{\left[ \frac{\partial E}{\partial C_{\parallel}} \Delta C_{\parallel} \right]^2 + \left[ \frac{\partial E}{\partial C_{\perp}} \Delta C_{\perp} \right]^2}. \quad (5.20)$$

Daraus erhalten wir

$$\Delta E(\alpha, \beta) = \sqrt{\left[ \frac{2C_{\perp}}{(C_{\parallel} + C_{\perp})^2} \Delta C_{\parallel} \right]^2 + \left[ \frac{2C_{\parallel}}{(C_{\parallel} + C_{\perp})^2} \Delta C_{\perp} \right]^2}, \quad (5.21)$$

was sich zu

$$\Delta E(\alpha, \beta) = \frac{2\sqrt{C_{\perp}^2 C_{\parallel} + C_{\parallel}^2 C_{\perp}}}{(C_{\parallel} + C_{\perp})^2} \quad (5.22)$$

vereinfachen läßt. Der Fehler des Bell-Parameters ergibt sich aus den Fehlern der konstituierenden Korrelationsfunktionen wie folgt:

$$\Delta S(\alpha, \alpha', \beta, \beta') = \sqrt{(\Delta E(\alpha, \beta))^2 + (\Delta E(\alpha, \beta'))^2 + (\Delta E(\alpha', \beta))^2 + (\Delta E(\alpha', \beta'))^2} \quad (5.23)$$

Als relative Verletzung  $V_{rel}$  der CHSH-Ungleichung definieren wir

$$V_{rel} := \frac{|S(\alpha, \alpha', \beta, \beta')| - 2}{\Delta S(\alpha, \alpha', \beta, \beta')}. \quad (5.24)$$

Dieser Wert wird dann groß sein, wenn die Genauigkeit der Messung hoch ist, indem eine große Anzahl von Datenpunkten aufgenommen wird, und wenn gleichzeitig der Kontrast der Korrelationen möglichst groß ist.

## 5.2. Verletzung der Bell-Ungleichung in einzelnen Messungen

Ich möchte hier exemplarisch einige Einzelmessungen präsentieren, in welchen die CHSH-Ungleichung verletzt, und ausgezeichnete Übereinstimmung mit den quantenphysikalischen Vorhersagen erzielt wurde. In den Tabellen 5.2-5.4 sind einige Größen gezeigt, welche noch näherer Erklärung bedürfen. „+ / 0“ bedeutet, daß Detektor „+“ ein Photon registriert hat, und der Modulator in Stellung „0“ war. Analog ist „−“ der andere Detektor im zweiten Ausgang des analysierenden Polarisators und „0“ die andere Stellung des Modulators. „Zählungen“ sind die Anzahlen der registrierten Photonen-Dektionen im jeweiligen Kanal. Halbfett gedruckt sind die ermittelten Koinzidenzen zwischen zwei Kanälen. Zusätzlich ist die Gesamtzahl der Koinzidenzen angegeben.

Aus diesen Zahlen sehen wir, daß die Gesamteffizienz unseres Systems ca. 4.9% bei Alice und ca. 3.8% bei Bob war. Die Asymmetrie kann mehrere Gründe haben. Einerseits wurden bei Alice und bei Bob Detektoren mit leicht unterschiedlicher Optik eingesetzt, andererseits könnte die Einkoppelung in die beiden Faserstrecken bei der Quelle unterschiedlich gut sein. Weitere Gründe sind in der leicht unterschiedlichen Transmission der verschiedenen Faser-Steckverbindungen und der beiden Modulatoren zu suchen. Unterschiedliche Verluste entlang der Faserstrecken halten wir allerdings für sehr unwahrscheinlich. Wie schon zuvor besprochen sollte diese Asymmetrie aber überhaupt nichts an der Aussagekraft des Experiments ändern.

Ich möchte nun zuerst die Meßdaten zu parallelen Analysatoren besprechen. Wie wir wissen, sind parallele bzw. orthogonale Analysatorstellungen nicht geeignet, um bei Messung des verschränkten Singulettzustandes zweier Photonen die Bellsche Ungleichung zu verletzen. Dennoch geben die Korrelationen Auskunft über die Güte der experimentellen Anordnung insbesondere der Quelle. Wir erwarten, daß die Korrelationsfunktion  $E(\alpha, \alpha) = -1$  ist, also totale Antikorrelation. Zum Vergleich sollte  $E(\alpha, \alpha \pm 45) = 0$  sein. Ich erwähne diese beiden relativen Stellungen, weil sie in unserem Experiment in einem einzigen Durchlauf gemeinsam gemessen werden. Die Zuordnung der Winkel zu den Analysatorstellungen ist in gewisser Weise beliebig, besonders wenn wir annehmen, daß unsere Quelle rotationsinvariant ist<sup>4</sup>. Für die meisten praktischen Fragen und zum Vergleich mit anderen Experimenten können wir den Modulatorstellungen die Winkel zuordnen, welche in der folgenden Tabelle angegeben sind:

Polarisator kanal / Modulatorstellung	+ / 0	+ / 1	− / 0	− / 1
Äquivalenter Analysatorwinkel	0°	45°	90°	135°

<sup>4</sup>Siehe Abschnitt 4.2.1: Der Koinzidenzkontrast an der Quelle betrug in der (0°, 90°) Basis ca. 99% in der (−45°, +45°) Basis ca. 98%, von Rotationsinvarianz kann man daher nur begrenzt sprechen. Für die CHSH-Ungleichung bzw. das Experiment ist dies allerdings überhaupt nicht relevant.



		Zählungen	Alice			
			+ 0	+ 1	- 0	- 1
Bob	+ 0	77928	28	932	2069	619
	+ 1	76253	1098	48	1030	1222
	- 0	75558	2332	1087	36	688
	- 1	73945	987	1628	977	43

Koinzidenzen

Zeitverschiebung	14,5	ns	Quanten- theoretische Vorhersage
Koinzidenzfenster	6,0	ns	
Koinzidenzen gesamt	14824		
$E(0,0)$	-0,97	$\pm 0,01$	
$E(0,1)$	0,01	$\pm 0,02$	
$E(1,0)$	-0,03	$\pm 0,02$	
$E(1,1)$	-0,94	$\pm 0,01$	

**Tabelle 5.2.:** Auswertung von **longdist34**, aufgenommen am 22.4.1998. Die Meßdaten zeigen (nahezu) perfekte Korrelationen zwischen den Meßstationen. Eine genauere Diskussion der Daten findet sich im Text.  $E(0,0)$  entspricht hier  $E(0^\circ, 0^\circ)$ ,  $E(0,1)$  entspricht  $E(0^\circ, 45^\circ)$ , und die anderen Korrelationen haben analoge Äquivalente.

In Tabelle 5.2 ist ein beispielhafter Datensatz für den Fall paralleler Analysatoren dargestellt. Operativ gingen wir hier vor wie ich es im vorhergehenden Kapitel in den verschiedenen Abschnitten dargelegt habe. Nach dem Polarisationsabgleich und dem Abgleich der Kompensatorkristalle wurde direkt ein synchronisierter Satz von Zeitstempeln bei Alice und Bob aufgenommen. Aus diesen ermittelten wir ca. 15000 Koinzidenzereignisse bei einem Koinzidenzfenster von 6 ns. Der Korrelationsgrad bei den Modulatorstellungen  $[Alice, Bob] = [0, 0]$  beträgt ca. 97% bei  $[1, 1]$  nur 94%. Dieser Unterschied kann zwei Gründe haben. Erstens zeigt sich schon bei der Quelle in der  $(0^\circ, 90^\circ)$  Basis eine etwas bessere Korrelation, zweitens wurde auch die Faserstrecke auf diese Polarisierungen abgeglichen. Wenn nun zusätzlich die beiden Modulatoren nicht um exakt den gleichen Winkel rotieren, wird die Korrelation weiter vermindert. Allerdings variiert die Korrelation nach quantenphysikalischer Vorhersage mit dem Kosinus des Differenzwinkels, also geht eine kleine Abweichung nur in zweiter Ordnung ein. Das Verhältnis des Korrelationsgrads zu den verschiedenen Basen ist an der Quelle gleich dem hier gemessenen Verhältnis. Das deutet darauf hin, daß die Depolarisation einfach eine gewisse Verschlechterung des Kontrasts bewirkt, unabhängig davon, wie gut der Kontrast vor Faserstrecke und Modulator war.

Dieses Ergebnis sollte immer in Zusammenhang mit der Bellschen Ungleichung gesehen werden. Eine solch starke Korrelation, welche offenbar unabhängig vom absoluten Rotationswinkel der Analysatoren ist, gibt erst den Anlaß über ein eventuelles lokal realistisches Modell zur Erklärung nachzudenken. Dennoch darf man nie aus den Augen verlieren, daß für die Herleitung der Bellschen Ungleichung diese (perfekten) Korrelationen nicht notwendig sind. Somit darf ein nicht perfekter Kontrast auch nicht als Grund für die Ablehnung eines Experiments dienen.

Dies führt uns zu den Datensätzen, welche zum Test der Bellschen Ungleichung geeignet sind. Ich habe hier zwei typische Datensätze ausgewählt, welche gut mit den quantenphysikalisch erwarteten Werten übereinstimmen. Die Zahlen sind in den Tabellen 5.3 und 5.4 wiedergegeben. Im Unterschied zu den vorher besprochenen Daten, wurden hier nach dem Abgleich des Apparats bei einer der beiden

			Alice			
			+ 0	+ 1	− 0	− 1
Zählungen			104122	93348	100144	90841
Bob	+ 0	77988	313	1636	1728	179
	+ 1	75892	418	269	1683	1100
	− 0	74935	1978	294	351	1143
	− 1	73456	1578	1386	361	156

Koinzidenzen

Zeitverschiebung	3,8	ns	Quantentheoretische Vorhersage		
Koinzidenzfenster	4,0	ns			
Koinzidenzen gesamt	14573		ideal	bei 94%-97% Kontrast	
E(0,0)	-0,70	$\pm 0,01$	-0,71	0,68	$\pm 0,02$
E(0,1)	-0,61	$\pm 0,01$	-0,71	0,68	$\pm 0,02$
E(1,0)	0,71	$\pm 0,01$	0,71	0,68	$\pm 0,02$
E(1,1)	-0,71	$\pm 0,01$	-0,71	0,68	$\pm 0,02$
<b>S</b>	<b>2,73</b>	<b><math>\pm 0,02</math></b>	2,82	2,72	$\pm 0,04$
Verletzung	29,8	stddev			

**Tabelle 5.3.:** Auswertung von **longdist35**, aufgenommen am 22.4.1998. Zusätzlich sind noch die quantentheoretischen Vorhersagen für die Werte der Korrelationsfunktionen angegeben, einmal für ein ideales Experiment einmal reduziert um den erzielten Kontrast (s. Tabelle 5.2). Weil dieser Kontrast nicht für alle Winkelstellungen gleich ist, ergeben sich gewisse Fehler. Außerdem muß beim Vergleich der Daten mit den Vorhersagen berücksichtigt werden, daß die im Experiment realisierten Analysatorwinkel nicht exakt den idealen Winkeln entsprechen.

Beobachter-Stationen die Analysatorstellungen durch eine zusätzliche Gleichspannung um einen konstanten Winkel von  $22.5^\circ$  rotiert. Wenn diese Rotation bei Bob angewandt wird, dann entsprechen die verschiedenen Modulatorstellungen den folgenden Winkeln:

Alice				
Polarisatorkanal / Modulatorstellung	+ / 0	+ / 1	- / 0	- / 1
Äquivalenter Analysatorwinkel	$0^\circ$	$45^\circ$	$90^\circ$	$135^\circ$
Bob				
Polarisatorkanal / Modulatorstellung	+ / 0	+ / 1	- / 0	- / 1
Äquivalenter Analysatorwinkel	$22.5^\circ$	$67.5^\circ$	$112.5^\circ$	$157.5^\circ$

Dies sind bekanntermaßen jene Winkel, welche nach der Quantenphysik gerade die maximale Verletzung der CHSH Ungleichung ergeben sollten. Unsere Datensätze liefern für den Bell-Parameter  $S$ , dessen Betrag nach lokal realistischen Modellen kleiner als 2 sein müßte, Werte von  $2.73 \pm 0.02$  (longdist35) bzw.  $2.67 \pm 0.02$  (firstlong3). Die beiden Messungen dauerten jeweils 10 s. Die Verletzung der CHSH-Ungleichung beträgt im ersten Fall 29.8 im zweiten 28.4, gemessen in Standardabweichungen des Bell-Parameters  $S$ . Die angegebenen Fehler wurden rein aus den berechneten Fehlern der Zählraten ermittelt, wie in Abschnitt 5.1 beschrieben, unter der Annahme, daß es sich um poissonsche Zählprozesse handelt.

Die wahren Fehler der Meßgröße  $S$  sind in unserem Falle schwierig zu ermitteln, denn die wahrscheinlich größten Fehlerquellen sind die Drift der Modulatoren und unkorrelierte Winkelfehler durch

		Zählungen	Alice			
			+ 0	+ 1	- 0	- 1
Bob	+ 0	93200	<b>519</b>	<b>1732</b>	<b>2024</b>	<b>198</b>
	+ 1	87965	<b>495</b>	<b>300</b>	<b>1959</b>	<b>1150</b>
	- 0	93350	<b>2594</b>	<b>359</b>	<b>451</b>	<b>1269</b>
	- 1	86126	<b>2015</b>	<b>1394</b>	<b>366</b>	<b>179</b>

Koinzidenzen

Zeitverschiebung	11,2	ns	Quantentheoretische Vorhersage	
Koinzidenzfenster	5,0	ns		
Koinzidenzen gesamt	17004		ideal	bei 92%-95% Kontrast
E(0,0)	-0,65	$\pm 0,01$	-0,71	0,66 $\pm 0,02$
E(0,1)	-0,64	$\pm 0,01$	-0,71	0,66 $\pm 0,02$
E(1,0)	0,69	$\pm 0,01$	0,71	0,66 $\pm 0,02$
E(1,1)	-0,68	$\pm 0,01$	-0,71	0,66 $\pm 0,02$
<b>S</b>	<b>2,67</b>	<b><math>\pm 0,02</math></b>	2,82	2,64 $\pm 0,04$
Verletzung	28,4	stddev		

**Tabelle 5.4.:** Auswertung von **firstlong3**, aufgenommen am 12.4.1998. Die Meßdaten zeigen eine sehr starke Übereinstimmung mit den rechts unten angegebenen quantenphysikalischen Vorhersagen. Kurz vor dieser Messung aufgenommene Daten zu parallelen Analysatoren zeigten 92% – 95% Kontrast. Mit diesen Werten können die quantentheoretischen Vorhersagen für den reduzierten Kontrast gewonnen werden, wobei die idealen Winkel als Parameter angenommen wurden. Die Asymmetrie der gemessenen Korrelationsfunktionen deutet darauf hin, daß im Experiment nicht exakt die idealen Winkel realisiert waren. Eine genauere Diskussion der Daten findet sich im Text.

unperfekte Schaltsignale. Wenn wir möglichst unvoreingenommen das Experiment beurteilen wollen, haben wir allerdings kein Modell zur Verfügung, mit welchem wir die Einflüsse solcher Fehlerquellen auf die Meßgröße analysieren könnten. Im allgemeinen bleibt in einer solchen Situation nur die Möglichkeit, das Experiment unter gleichen Bedingungen zu wiederholen und über die vielen Wiederholungen statistische Aussagen zu extrahieren. Was sind aber „gleiche Bedingungen“? Sicher muß ausgeschlossen werden, daß verschiedene Parameter der experimentellen Apparatur währenddessen starken Schwankungen unterliegen, was in unserem Fall unmöglich ist.

Ein zweiter Weg liegt darin, die Meßreihe zu unterteilen und statistische Aussagen über das Ensemble der Teilmessungen zu machen. Ein daraus ermittelter Fehler darf aber nicht mit dem Fehler der gesamten Messung verwechselt werden. Teilen wir z.B. die Messung **longdist35** in 10 gleichlange aufeinanderfolgende Teile, so erhalten wir  $S = 2.73 \pm 0.06$ . Immer noch verletzt die Messung die Bellsche Ungleichung um 12.4 Standardabweichungen. Der Fehler ist erwartungsgemäß (wegen der kleineren Datenmenge) höher als der oben angegebene, wurde aber ohne jegliches Modell, rein aus der Verteilung „unabhängiger“ Experimente bestimmt<sup>5</sup>.

Es hat sich bei Bell-Experimenten etabliert, die Aussagekraft der Daten mit dem Maß der Verlet-

<sup>5</sup>Leider erscheint es mir nicht möglich, aus diesem Fehler die unterschiedlich starken Einflüsse der eingangs behandelten Fehlerquellen zu identifizieren. Dazu würden wir wesentlich mehr Datensätze zu verschiedenen langen Meßzeiten benötigen. Daraus könnte man unter Umständen anhand der Meßfehler die Einflüsse von Drift der Analysatoren, unkorrelierten Fehlern der Analysatorwinkel und Fehlern, die durch das Zählen der Photonendetektionen in endlichen Zeitintervallen entstehen herausfiltern.

zung zu illustrieren. Die Sinnhaftigkeit muß aber sehr in Frage gestellt werden, denn über solch kleine Wahrscheinlichkeiten wie die Abweichung eines Meßwerts von einem theoretischen Wert<sup>6</sup> um 30 Standardabweichungen kann statistisch genau so wenig sinnvoll gesprochen werden wie auch von 12 Standardabweichungen. Viel wichtiger ist es, den Meßwert selbst mit den Vorhersagen verschiedener Theorien zu vergleichen. In unserem Fall ist das die Quantenphysik. Aus der Messung zu parallelen Analysatoren schlossen wir, daß der Kontrast der Korrelationen nicht besser als 97% ist. Gäbe es keine weiteren Fehlerquellen, würden wir, davon ausgehend einen Wert von  $S = 0.97 \cdot S_{\max}^{(\text{qt})} = 0.97 \cdot 2\sqrt{2} = 2.74$  erwarten. Mit den niedrigeren Wert der Korrelationen zu parallelen Analysatoren von 94% ist der erwartete Wert von  $S = 2.66$ . Daher sollte sich bei gleichbleibend guter Einstellung der Faserstrecken und Modulatoren, der Meßwert von  $S$  zwischen diesen Grenzen bewegen. Die Fehler, welche durch den Zählprozeß entstehen, sind bei genügend großer Zahl von Ereignissen natürlich kleiner als der Bereich, den die Korrelationen zu parallelen Analysatoren erwarten lassen. Die Frage ist, mit welcher Sicherheit sich der gemessene Wert vertreten läßt. Ohne ein Modell ist aber jedes einzelne Experiment mit seinem speziellen, aktuell realisierten Satz von Parametern eine Aussage für sich, denn die beobachteten Größen sind nichts anderes als die Korrelationen ohne irgendeine theoretische Abhängigkeit von anderen experimentellen Parametern.

### 5.3. Messungen mit kontinuierlich variiertem Analysatorwinkel

Obwohl das Experiment ursprünglich so ausgelegt worden war, daß es nur diskrete Analysatorstellungen messen würde, erschien es doch sehr naheliegend, die Fähigkeit der Modulatoren zu kontinuierlicher Winkeleinstellung auszunutzen. Damit wollten wir überprüfen, ob die Koinzidenzraten zwischen den Detektionen von Alice und Bob nur vom Differenzwinkel der beiden Analysatoren abhängen. Dies ist deshalb interessant, weil es offenbar für viele Vertreter lokal realistischer Theorien schwieriger erscheint, mit ihren Modellen die Vorhersagen der Quantenphysik exakt über den gesamten Winkelbereich zu reproduzieren, als nur für einige ausgewählte Stellungen, für welche wir die Verletzung der Bellschen Ungleichung nachweisen konnten.

Die vorliegenden Messungen wurden durchgeführt, indem auf beiden Seiten der Modulator schnell und zufällig geschaltet wurde, und auf jeweils einer Seite der Gleichspannungsanteil zum Modulator über einen großen Bereich verändert wurde. Dieser Gleichspannungsanteil entspricht einer konstanten Rotation des jeweiligen Analysators. An ca. 40 Punkten wurden jeweils für 5 s Photonendetektionen registriert. In Abhängigkeit vom genannten Gleichspannungsanteil konnte damit der Verlauf der üblichen 16 Koinzidenzraten dargestellt werden.

In Abbildung 5.1 sind jene Meßkurven gezeigt, welche durch Verändern des Gleichspannungsanteils bei Alice entstanden. Die vier Teile der Abbildung zeigen jeweils vier der insgesamt 16 Koinzidenzraten in Abhängigkeit vom Gleichspannungsanteil  $U$  am Modulator von Alice. Die vier Kurven sind die Summen der Koinzidenzereignisse der vier Detektionskanäle von Alice mit einem bestimmten Detektionskanal bei Bob. An diese Kurven wurde zur Überprüfung der quantenphysikalischen Vorhersagen eine Sinusfunktion mit vier freien Parametern angepaßt. Die Parameter waren mittlere Zählrate

---

<sup>6</sup>des lokal realistischen Modells

A, Halbwellenspannung  $l_U$ , Kontrast  $V$  und Phasenverschiebung  $\phi$ .

$$f(U) = \frac{A}{2} \left[ 1 + V \sin \left( \pi \frac{U}{l_U} + \phi \right) \right] \quad (5.25)$$

Der Parameter Halbwellenspannung war für alle vier Kurven gemeinsam, die übrigen individuell. Das gemeinsame  $\chi^2$  lag zwischen 0.95 und 1.25 pro Freiheitsgrad, was auf eine ausgezeichnete Übereinstimmung der Daten mit dem Modell hinweist. Vermutungen von Vertretern lokal realistischer Theorien, daß die Abhängigkeit nicht sinusförmig sei, können also zurückgewiesen werden. Eine Fast-Fourieranalyse der Daten zeigte nur die Hauptkomponente. Alle höheren Frequenzkomponenten hatten eine 50 mal kleinere Amplitude, was dem Rauschen gleichkommt. Der Untergrund war konstant, es handelt sich also um weißes Rauschen.

Als Halbwellenspannung für den Modulator von Alice erhalten wir  $98.3 \text{ V} \pm 0.5 \text{ V}$ . Die Diskrepanz zum zuvor mit polarisiertem Licht gemessenen Wert könnte einerseits in der anderen Spannungsmessmethode, andererseits auch in unterschiedlicher Spannungsdrift bei den beiden Messungen liegen. Mit einer Messung der Halbwellenspannung unter gleichen Bedingungen könnte leicht die Phasenskala für die Koinzidenzkurven unabhängig geeicht werden, aber durch die exakte Sinusförmigkeit dieser Kurven scheint dies unangebracht. Der Phasenunterschied zwischen den Kurven, welche jeweils zu unterschiedlichen Modulatorstellungen von Alice gehören, ist  $(0.489 \pm 0.005)\pi$ . Der Kontrast variiert für die verschiedenen Kombinationen der Detektionskanäle zwischen 92% und 97%. Dabei ist auffällig, daß der Kontrast der Kurven, welche sich auf die Modulatorstellung „0“ von Bob beziehen besser ist, als jener der anderen. Dies ist konform mit der Beobachtung, daß der Kontrast der Korrelationen in der Basis  $(0^\circ, 90^\circ)$  an der Photonenpaar-Quelle besser ist als bei  $(+45^\circ, -45^\circ)$ . Die Eigenschaften der Quelle sind also immer noch erkennbar.

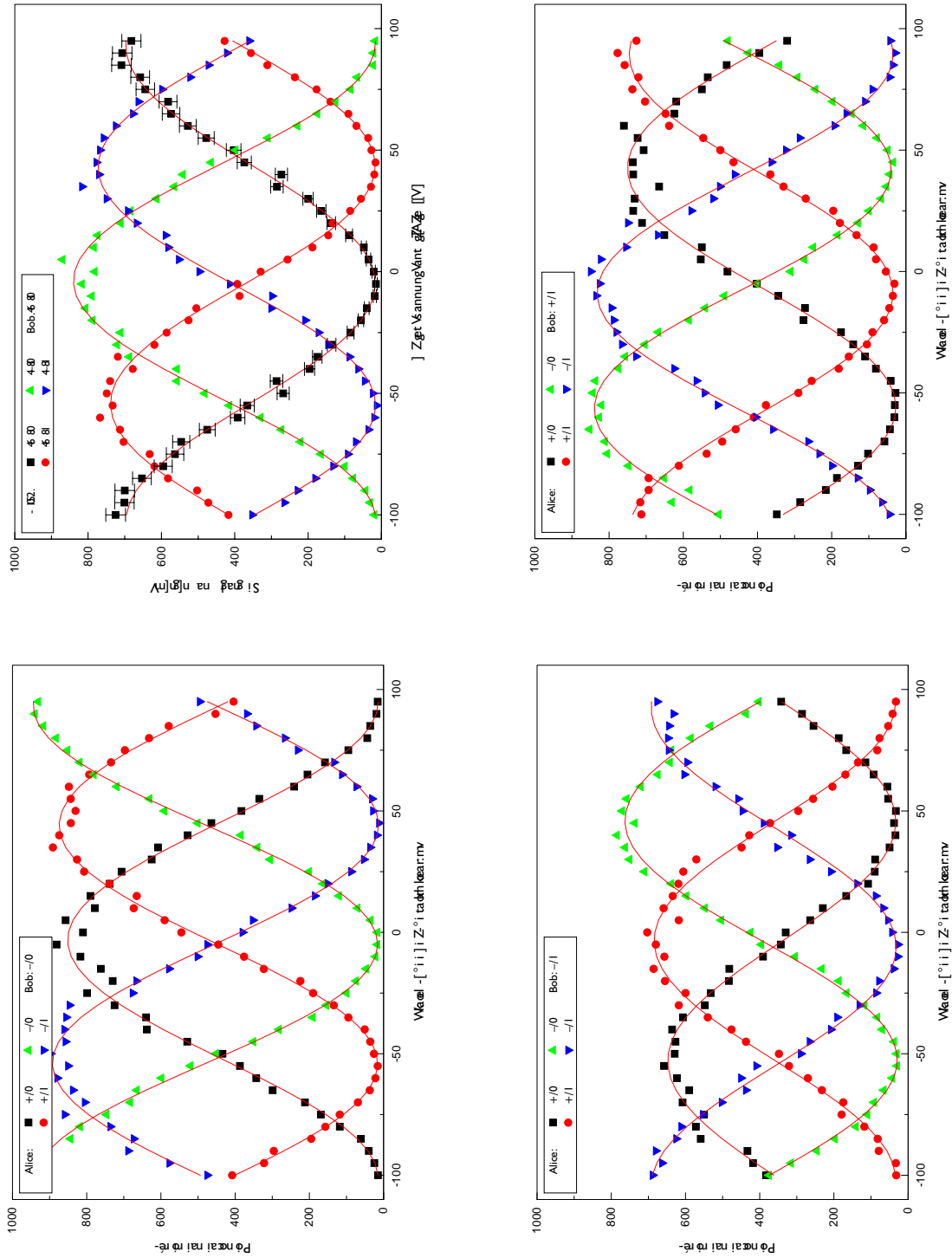
In Abbildung 5.2 sind die zugehörigen Einzelzählraten abgebildet. In den Zählraten von Alice sind sehr schwache Oszillationen mit einem Kontrast von unter 1.5% erkennbar. Dies liegt an der nicht perfekten Kompensation des transversalen Auseinanderlaufens von ordentlichem und außerordentlichem Strahl aus dem Konversionskristall und unter Umständen an einer nicht perfekten Ausrichtung der zu Alice gehörigen Einkoppelungsoptik. Abbildung 5.3 schließlich zeigt ebenfalls in Abhängigkeit von der angelegten Gleichspannung den Wert des Bell-Parameters  $S$ . Dieser wird aus allen 16 Kurven an jedem Spannungspunkt wie üblich berechnet und variiert zwischen 0 und ca. 2.65. Auch hier wird die Bellsche Ungleichung an einigen aufgenommenen Punkten verletzt. An jenen Punkten wo  $S < 2$  ist, könnte man eine andere Form der Ungleichung benutzen, um ebenfalls eine Verletzung zu demonstrieren.

Der Vollständigkeit halber sind in den Abbildungen 5.4 bis 5.6 die entsprechenden Daten für eine Messung dargestellt, bei welcher der Gleichspannungsanteil des Modulators von Bob variiert worden war. Diese Messung registrierte allerdings für jeden Spannungswert nur während einer Zeitspanne von 2 s Photonendetektionen und weist daher größere Fehler auf als die vorher beschriebene. Dennoch sind die Ergebnisse vollkommen äquivalent. Die Übereinstimmung der Meßkurven mit dem Modell einer harmonischen Oszillation ist durch ein  $\chi^2$  zwischen 1.00 und 1.38 pro Freiheitsgrad evident. Die Fourieranalyse brachte dieselben negativen Testergebnisse wie bei den zuvor präsentierten Meßdaten. Als Halbwellenspannung (ein gemeinsamer Parameter für je 4 Kurven) erhalten wir  $96.83 \text{ V}$ . Dieser Wert stimmt auch nicht mit den ursprünglich für polarisiertes Licht ermittelten Werten überein. Falls die unterschiedlichen Ergebnisse der verschiedenen Messungen auf die Drift des Nullpunkts der Doppelbrechung im Modulator — Drift ist sowohl in der ursprünglichen als auch in der hier präsentierten Messung möglich — zurückzuführen ist, so muß sich dieser Nullpunkts (zumindest für die hier betrachteten

Zeit, ca. 10 s) annähernd linear mit der Zeit verschieben. Bei einer komplizierteren Zeitabhängigkeit, würden wir keine so gute Übereinstimmung mit der Modellfunktion erhalten.

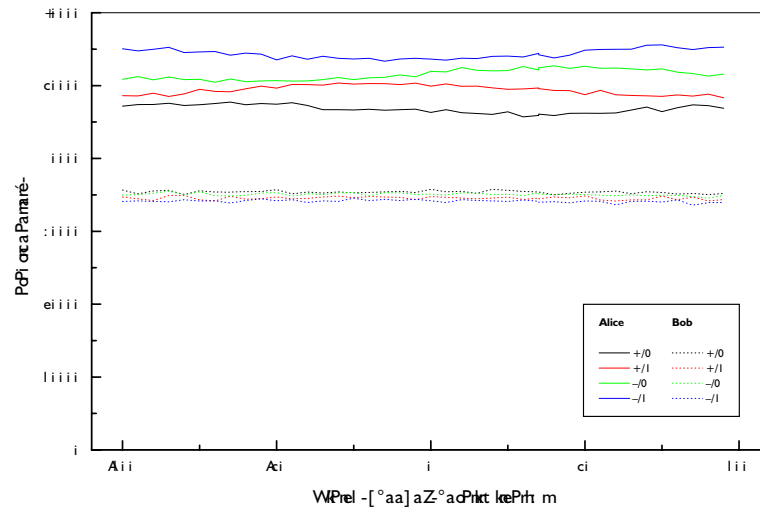
Die Phasenunterschiede zwischen den Kurven zu verschiedenen Modulatorstellungen sind im Mittel  $(0.508 \pm 0.007)\pi$ , wobei ich dieselbe Phasenkonvention wie bei der vorher präsentierten Messung eingehalten habe. Der Kontrast der Oszillationen liegt zwischen 94% und 97% wobei die Zuordnung nicht so klar ist, wie bei der vorigen Messung. Allerdings wurde zwischen dem Polarisationsabgleich und der eigentlichen Messung der Gleichspannungsanteil bei Alice verändert. Alices Analysebasis wurde also um einen leider nicht festgehaltenen Winkel verdreht, sodaß nachträglich nicht überprüft werden kann, ob die Eigenschaften der Quelle von den Meßdaten nachgebildet werden. Der Unterschied zwischen den Korrelationsgraden deutet aber wieder auf diese Tatsache hin.

Ebenso wie zuvor, habe ich auch noch die Einzelzählraten (Abb. 5.5) und den berechneten Bell-Parameter  $S$  (Abb. 5.6) in Abhängigkeit vom Gleichspannungsanteil des Modulators von Bob dargestellt. Die Oszillationen in den Einzelzählraten sind ein wenig stärker als bei der vorher gezeigten Messung aber unter 3% Sichtbarkeit, also sehr gering.  $S$  verletzt auch hier über einen großen Bereich die CHSH-Ungleichung, mit einem maximalen Wert von 2.61.

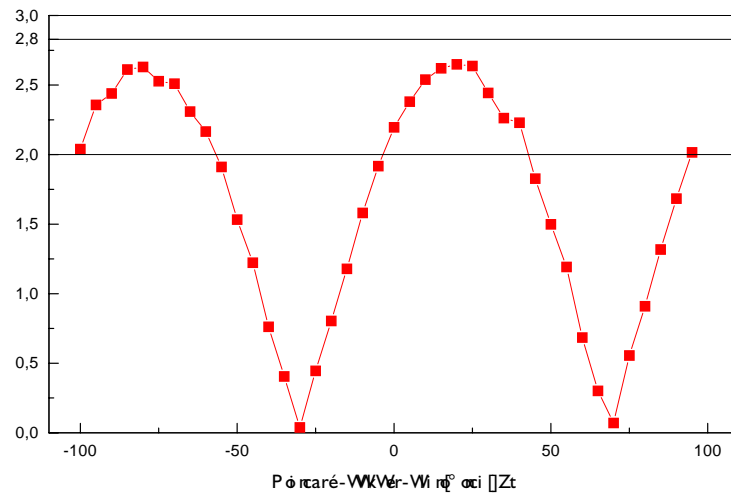


**Abbildung 5.1.:** Koinzidenzraten als Funktionen des Gleichspannungsanteils des Modulators von Alice. Fehlerbalken, berechnet unter der Annahme eines poissonischen Zählprozesses, sind bei einem Datensatz beispielhaft angegeben. „+“ und „-“ sind die beiden Ausgänge des Polarisators, „0“ und „1“ die Stellungen des jeweiligen Modulators.

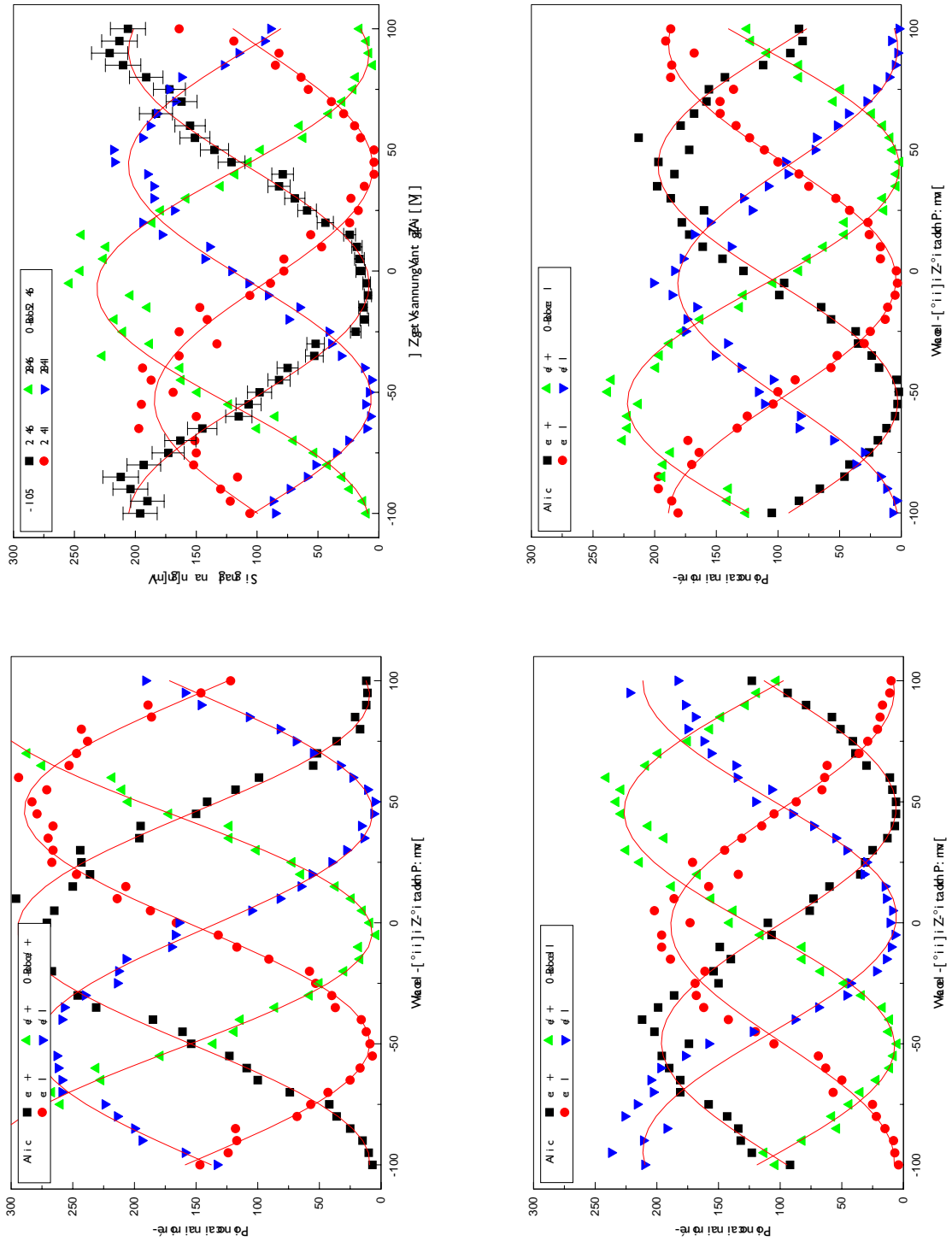




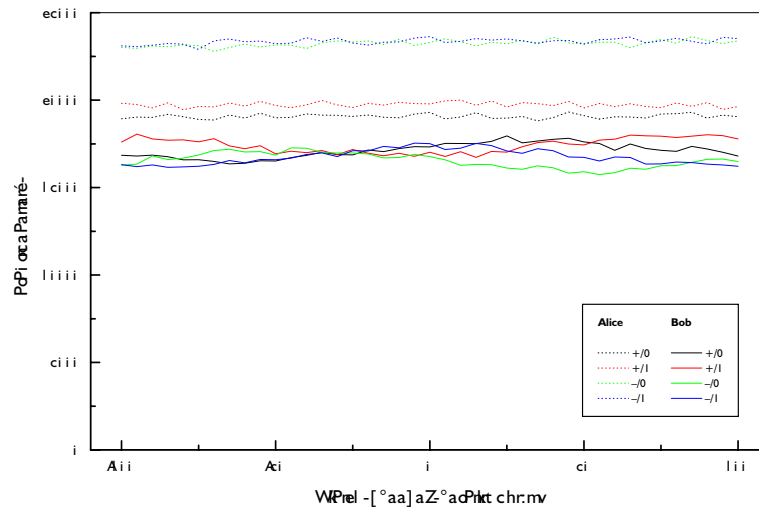
**Abbildung 5.2.:** Einzelzählraten der Detektoren von Alice und Bob bei verschiedenen Modulatorstellungen als Funktionen des Gleichspannungsanteils des Modulators von Alice



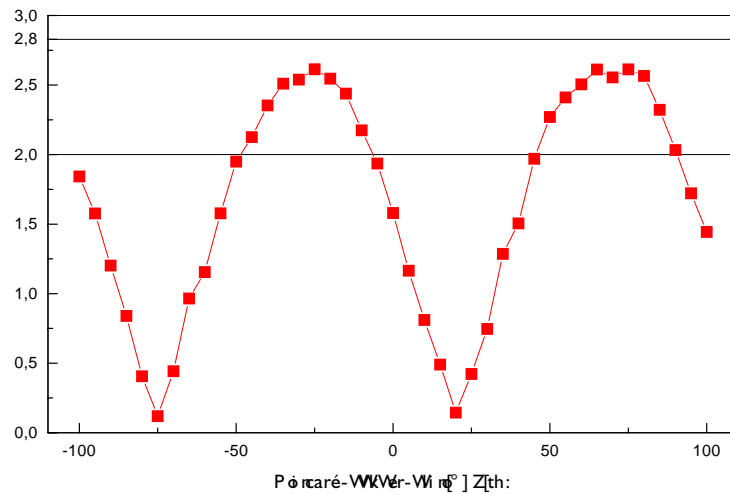
**Abbildung 5.3.:** Der Bell-Parameter  $S$  als Funktion des Gleichspannungsanteils des Modulators von Alice, direkt aus den Koinzidenzraten ermittelt.



**Abbildung 5.4.:** Koinzidenzraten als Funktionen des Gleichspannungsanteils des Modulators von Bob, gruppiert nach den Detektionskanälen von Alice. Die Fehlerbalken, welche bei einem Datensatz angegeben sind, sind die Fehler eines poissonverteilten Zählprozesses. „+“ und „-“ sind die beiden Ausgänge des Polarisators, „0“ und „1“ die Stellungen des jeweiligen Modulators.



**Abbildung 5.5.:** Einzelzählraten der Detektoren von Alice und Bob bei verschiedenen Modulatorstellungen als Funktionen des Gleichspannungsanteils des Modulators von Bob.



**Abbildung 5.6.:** Der Bell-Parameter  $S$  als Funktion des Gleichspannungsanteils des Modulators von Bob, direkt aus den Koinzidenzraten ermittelt.

### 5.4. Interpretation und Diskussion

Zu den gewonnenen Daten müssen wir uns nun einige Fragen stellen:

- Erlauben die Daten lokal realistische Modelle?
- Geben andere Ungleichungen striktere Kriterien vor?
- Stimmen die Daten mit den quantentheoretischen Vorhersagen überein?
- Können die Meßergebnisse im Rahmen klassischer Elektrodynamik verstanden werden?
- Gibt es andere Arten von Theorien, die die gefundenen Effekte erklären können?
- Ist es möglich auf diesem Gebiet der Forschung an die Grenzen der Quantentheorie zu stoßen?
- Implizieren die Daten irgendeine Form von Nichtlokalität?
- Verletzen die Daten das Prinzip der Kausalität?
- Welche Schlupflöcher bleiben offen?
- Wie sind die Daten im Vergleich zu früheren Experimenten zu sehen?
- Sind weiterführende Experimente nötig, und wenn ja welche?

#### Lokal realistische Modelle

Die Bellsche Ungleichung gibt uns, abstrakt betrachtet, einfach ein Werkzeug in die Hand, das es ermöglicht, Datensätze zweier Beobachter, die einen verstellbaren Parameter bei ihrem jeweiligen Apparat haben, auf die Verträglichkeit mit lokal realistischen Modellen zu testen. Hier wurde weder angenommen, daß perfekte Korrelationen zwischen den Ergebnissen bei irgendeiner Parameterkombination auftreten, noch daß dieser Parameter irgendeine spezielle physikalische Bedeutung hat. Allerdings sind gerade die starken Korrelationen die Begründung dafür, daß jemand überhaupt ein lokal realistisches Modell für die Meßergebnisse der beiden Beobachter erstellen möchte.

Wir konnten solche Korrelation nachweisen (siehe Tabelle 5.2), und zwar mit bis zu 97% Kontrast. Der Kontrast sollte idealerweise 1 sein aber alle Fehler im Experiment können den Kontrast nur verringern, nicht jedoch erhöhen. Nachdem wir uns also im Experiment davon überzeugt haben, daß Korrelationen existieren, wollen wir uns fragen, wie stark diese bei anderen relativen Winkeln (nicht orthogonal oder parallel), bzw. abstrakter gedacht, bei anderen Parameterwerten der Beobachter sind. Die Bellsche Ungleichung sagt uns zusammen mit den quantentheoretischen Vorhersagen, welche Parameterwerte wir untersuchen müssen. Bei den Analysatorwinkeln  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  (Modulatorstellungen Alice) und  $22.5^\circ$  und  $67.5^\circ$  (Bob) erhielten wir solche Werte für die Korrelationsfunktionen, daß die kombinierte Größe  $S$  in einzelnen Messungen Werte bis zu  $2.73 \pm 0.02$  annahm (s. Tabelle 5.2). Die Ergebnisse aller Messungen von  $S$  zu entsprechenden Winkeln sind wesentlich größer als 2, dem Limit für die Größe  $S$  für lokal realistische Modelle. Das heißt, daß jedes Modell, bei dem das einzelne Meßergebnis durch lokale (eventuell verborgene) Parameter vorherbestimmt ist, als Erklärung für unsere Meßdaten ausscheiden muß.

### Andere Ungleichungen und Quantenphysik

Wir haben für die obige Analyse die CHSH-Ungleichung benutzt. Wie in im theoretischen Teil besprochen gibt es eine ganze Reihe von anderen Ungleichungen, welche verschiedene Parameterwerte benutzen, und daraus (numerisch) andere Limits für die Korrelationen ableiten. Im allgemeinen kann man aber sagen, daß alle Ungleichungen, solange es sich um Zweiteilchen-Experimente handelt, die gleiche „Güte“ besitzen. Daher ist auch der Vergleich der Differenz des gemessenen Wertes von  $S$  zur Grenze 2 mit dem ermittelten Fehler von  $S$  ein Kriterium für die Beurteilung der Güte des Experiments. Der Verlauf von  $S$  mit dem absoluten Analysatorwinkel eines Beobachters (s. Abb. 5.3 und 5.6) macht deutlich, daß die hier gewählte Definition von  $S$  insofern beliebig ist, als man mit einer anderen Definition auch bei anderen absoluten Winkelstellungen (z.B. dort, wo das von uns gewählte  $S$  eine Nullstelle hat) die Verletzung einer entsprechenden Bellschen Ungleichung nachweisen könnte. Dies zeigt wiederum, daß die gesamte Information in den Koinzidenzraten und deren Verlauf steckt, und die Bellschen Ungleichungen nur sehr allgemeine, einfache Kriterien zur Beurteilung der Kurvenform sind.

Ohne genauere Modellierung kann man nichts weiteres über die Form der Abhängigkeit der Korrelationsfunktionen von den Analysatorstellungen vorhersagen. In der Quantentheorie erhält man unter bestimmten Voraussetzungen, daß diese Abhängigkeit sinusförmig vom Differenzwinkel ist. Wir sprechen in diesem Fall von einem verschränkten Zustand (z.B. Singulett-Zustand) der von Alice und Bob beobachtet wird. Weil die Quantentheorie sehr erfolgreich fast alle Phänomene im mikroskopischen Bereich erklären konnte, muß der Experimentator sich natürlich an den Aussagen dieser Theorie orientieren. Daraus resultiert das Kriterium, daß die Koinzidenzraten mit einer sinusförmigen Abhängigkeit vom Differenzwinkel übereinstimmen sollten, welches unsere Daten ausgezeichnet erfüllen (s. Abbildungen 5.1 und 5.4). Die Meßfehler der Kurven — in den angegebenen Abbildungen ca. 3% vom Meßwert am Maximum — hätten mit längeren Meßzeiten noch etwas gesenkt werden können, wobei dann jedoch eventuell Drifteffekte stärker aufgetreten wären.

In diesem Zusammenhang kann man auch bedenken, daß uns ein einzelner Wert der Größe  $S$  schon eine Auskunft über die Kurvenform gibt. Liegt er nahe an der quantentheoretischen Vorhersage von  $S = 2.82$ , dann können wir schon vermuten, daß die Kurven sinusförmig sind, obwohl natürlich beliebige andere Kurven konstruiert werden könnten, welche den gleichen Wert für  $S$  ergeben.

Unsere experimentellen Ergebnisse lassen keine Möglichkeit für Vermutungen offen, daß  $S$  in Wirklichkeit größer als 2.82 sein könnte. Wenn man unsere experimentellen Werte von  $S$  für den begrenzten Kontrast der Korrelationen von 97% korrigiert, so erhält man gerade  $S_{\text{kor}} = 2.815 \pm 0.020$ . Ein Wert von  $S$ , der größer wäre als 2.82 würde offensichtlich der Quantenphysik widersprechen. Dies ist also ein Kriterium, mit welchem man die Gültigkeit der Quantenphysik testen kann, und zwar in zwei Richtungen. Keines der vielen bisher durchgeführten Experimente konnte einen Hinweis auf eine solche Verletzung der quantenphysikalischen Vorhersagen geben. Daher es sehr fraglich, ob wir mit derartigen Experimenten je die Grenzen der Quantenphysik aufzeigen können.

### Klassische Elektrodynamik, andere Theorien und Nichtlokalität

In der klassischen Elektrodynamik wird das Licht durch eine transversale elektromagnetische Welle beschrieben. Die Korrelationen, die dort betrachtet werden sind meist Korrelationen der Feldamplituden, also Interferenzexperimente. Außerdem werden meist nur die Korrelationsfunktionen für Felder am selben Ort berechnet, weil diese natürlich am konkretesten (oft mit freiem Auge) beobachtet werden können. Korrelationsfunktionen klassischer Feldintensitäten (an verschiedenen Orten) wurden allerdings nur in Zusammenhang mit einem Sterneninterferometer betrachtet [59, 58].

In einem genauen Vergleich klassischer und quantenphysikalischer Korrelationen hat H. Paul [91] gezeigt, daß Intensitätskorrelationen in klassischen Lichtfeldern nur mit einem Kontrast von maximal 50% auftreten können, wenn gleichzeitig kein statisches Interferenzmuster 1. Ordnung beobachtbar ist. Umgelegt auf die Intensitäten hinter den verschiedenen Ausgängen eines Polarisators, gibt es also für unser Experiment — mit dem gemessenen Kontrast von 97% — keine Möglichkeit, die Ergebnisse mit klassischer Feldtheorie zu erklären. Weil die klassische Feldtheorie nur ein Spezialfall eines lokal realistischen Modells ist, gewinnen wir dadurch aber keine neue Erkenntnis.

Kann man unsere Meßergebnisse mit andersartigen Theorien erklären? Nachdem lokal realistische ausscheiden, sofern man das Effizienz-Schlupfloch ausschließt, bleiben außer der Quantentheorie nur mehr explizit nichtlokale Theorien übrig. Die meisten dieser Denkansätze [84] laufen aber darauf hinaus, die Aussagen der Quantenphysik nachzubilden und mit zusätzlichen (nichtlokalen) Mechanismen zu erklären. Der Sinn eines solchen Vorgehens kann z.B. sein, daß man eine Art kovariante Form des quantentheoretischen Projektionspostulats einführen möchte. Das Projektionspostulat gehört aber eher schon in den Bereich der Interpretation der Quantentheorie, und daher hat dessen Hintergrund auch keine Auswirkungen auf die Physik. In einer solchen Theorie müßte man eine Wechselwirkung konstruieren, die im Rahmen unseres Experiments die Information über Apparat, Photon oder Meßergebnis mit mehr als dem zehnfachen der Lichtgeschwindigkeit auf die jeweils andere Seite überträgt. Solange wir aber „nur“ die Relativitätstheorie als Richtschnur haben ist es vollkommen egal, welche Geschwindigkeit, schneller als das Licht, in einer solchen Beschreibung auftritt. Jede echte superluminale Wechselwirkung würde die Kausalität verletzen.

Daraus ergibt sich zwangsläufig die Frage, ob unser Experiment so etwas wie echte Nichtlokalität demonstriert hat. Die Antwort vom quantenphysikalischen und auch vom experimentellen Standpunkt aus muß ein klares Nein sein. Kennzeichen einer echten Nichtlokalität wäre, daß wir zumindest in irgendeiner Form die Statistik der Meßergebnisse über eine große Entfernung durch eine lokale Maßnahme beeinflussen könnten. Alle experimentellen gefundenen und alle quantentheoretisch ableitbaren lokalen Wahrscheinlichkeiten sind jedoch konstant. In der Kopenhagener Deutung der Quantenphysik repräsentiert der Quantenzustand unser Wissen über ein ausgewähltes Quantensystem. Beobachter Alice, weiß nach einer Detektion, daß Bob ein zu ihrem Photon orthogonal polarisiertes Photon vorliegen hat. Damit für Bob daraus ein experimentelles Faktum wird, müßte Alice ihm vor einer eventuellen Messung die von ihr zuvor gewählte Analysebasis mitteilen. Alice weiß also schon vor Bobs Messung, welchen Zustand das zweite Photon hat, allerdings hat sie dessen spezielle Realisierung in keiner Weise beeinflussen können. Noch deutlicher gesagt: Als Bedingung für diese Verschränktheit, müssen wir akzeptieren, daß das einzelne Teilchen lokal betrachtet in einem maximal gemischten Zustand also ohne eigene Information vorliegt. Unser Experiment zeigt von allen bisherigen am deutlichsten, daß es hier nicht auf irgendwelche spukhaften Fernwirkungen ankommt, sondern daß das Wissen über das System einfach auf zwei Teile eines Quantensystems verteilt ist und nur nach Betrachtung beider Teile rekonstruiert werden kann<sup>7</sup>.

Die hier von mir gegebene Interpretation des Begriffs „Nichtlokalität“ hängt ganz wesentlich mit dem Begriff der Kausalität zusammen. Obwohl mit dem Einzug der Quantentheorie in die Physik ein Stück Determinismus aufgegeben werden mußte, konnte dennoch das viel stärkere Konzept der Kausalität aufrechterhalten werden. Physikalische Forschung ist ohne Kausalität nicht denkbar. Nach Kopenhagener Deutung ist eines der wichtigsten Elemente der Quantenphysik die Reduktion der Kausalität

---

<sup>7</sup>So vollständig, wie es durch seinen Quantenzustand gegeben ist.

auf die kausalen Zusammenhänge beobachtbarer Größen. Die Kausalität wäre durch unser Experiment dann gefährdet, wenn man versuchte an verborgenen Parametern festzuhalten. Insofern demonstriert unser Experiment also in zuvor nicht gekannter Deutlichkeit die Unvereinbarkeit von Realismus Einsteinscher Prägung mit der Kausalität bzw. Lokalität.

### Vergleich mit anderen Experimenten, Schlupflöcher und mögliche zukünftige Experimente

Im Vergleich zu der Arbeit von Aspect et al. [4] ist die Güte der Daten in unserem Experiment etwas höher, vor allem konnten wir trotz schnellen und zufälligen Schaltens beide Ausgänge des Analysators messen. Prof. Aspect hat in einer persönlichen Diskussion erwähnt, daß er gerade diesen Aspekt für sehr wichtig hält, weil dadurch sichergestellt ist, daß man sich nicht auf eine Annahme über die Rotationsinvarianz der Quelle berufen muß. Wie man an den leicht variierenden Kontrastwerten (s. Abb. 5.1 und 5.4) und an den sehr schwachen Oszillationen der Einzelzählraten mit dem Analysatorwinkel sehen kann (Abb. 5.2 und 5.5) ist diese Annahme auch nicht strikt erfüllt<sup>8</sup>. Außerdem können die Korrelationsfunktionen direkt aus einzelnen Messungen berechnet werden und Instabilitäten der Apparatur haben weniger Einfluß auf die Meßgrößen. Die zufälligen Koinzidenzraten waren in unserem Experiment im Vergleich zu den Experimenten mit atomaren Kaskadenübergängen wesentlich geringer (relativ zu den echten Koinzidenzraten). Diese Aussage trifft auch auf den Vergleich mit einem fast gleichzeitig von einer Gruppe in Genf (CH) durchgeführten Experiment zu, welches auch eine parametrische Fluoreszenzquelle benutzte. Tittel et al. [117] verwendeten aber Germanium-Detektoren für 1310 nm, welche sehr hohe Dunkelzählraten aufweisen. Trotz des dortigen extrem kurzen Koinzidenzfensters von 200 ps war der Anteil der zufälligen Koinzidenzen immer noch sehr hoch, sodaß der erzielte Kontrast der Korrelationen ohne Korrektur nur 78% betrug.

Der offensichtlichste Mangel unseres Experiments ist die niedrige Detektoreffizienz von ca. 5%. Dieses Schlupfloch, auf welchem direkt oder indirekt **alle** noch vertretenen lokal realistischen Theorien aufbauen, wird wohl noch einige Zeit nicht auszumerzen sein. Natürlich wäre es vorzuziehen, ein Experiment zu konstruieren, das alle Forderungen gleichzeitig berücksichtigt, also raumartige Separation der Einzelmessungen und hohe Effizienz. Allerdings ist eine Theorie, die im einen Fall das eine Schlupfloch ausnutzt und im anderen Fall das andere wohl nicht als Theorie zu bezeichnen. Es ist daher anzustreben, komplementär zu dem hier vorgestellten Experiment eines durchzuführen, das eine hohe Gesamteffizienz aufweist. Die häufig vorgebrachte Forderung nach einem Experiment mit Teilchen deren Ruhemasse von Null verschieden ist, kann nur unterstützt werden, denn dort wäre die notwendige Abkehr vom Realismus viel eindrucksvoller als bei den „leichten“ Photonen. Leider konnte bisher noch kein Experiment mit massiven Teilchen eine Bellsche Ungleichung verletzen, weil es noch keine geeigneten Quellen für Teilchenpaare gibt.

Ein weiteres Schlupfloch besteht in einer möglichen Beeinflussung unseres Zufallsgenerators durch das gemessene Teilchen oder durch die Photonenpaarquelle selbst über einen hypothetischen Mechanismus. Ein solcher Mechanismus könnte den Apparat so steuern, daß er immer gerade die passenden Stellungen einnimmt, wenn ein Photon gemessen wird. Dieses Schlupfloch kann nicht wirklich beseitigt werden, aber ein wirklicher Fortschritt wäre hier, einen Beobachter mit Bewußtsein über die Analysatorstellung entscheiden zu lassen. Damit würde eine eventuelle Beeinflussung auf die Ebene des Bewußtseins verschoben. Die durchschnittliche Reaktionszeit eines gesunden Menschen liegt wohl zwischen 0.1 s und 1 s. Nehmen wir an, ein Mensch könnte (wahrscheinlich sehr schlecht verteilte) Zufallszahlen

<sup>8</sup>Eine solche Annahme kann experimentell wohl nie zweifelsfrei bestätigt werden.



mit einer Wiederholrate von 10 Hz erzeugen. Wenn wir die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zufallszahlen, als die Dauer des Meßprozesses (in unserem Experiment ca. 100 ns) ansetzen, dann ist die kleinstmögliche Entfernung für raumartige Separation der Meßprozesse ca. 30000 km. Ein solches Experiment könnte offensichtlich nicht auf der Erdoberfläche stattfinden, aber mit satellitengestützten Stationen könnte man die nötigen Entfernungen durchaus erreichen. Ein solcher Vorschlag ist nicht vollkommen spekulativ, weil in Kürze wahrscheinlich die internationale bemannte Raumstation in Betrieb gehen wird und in Zusammenarbeit mit der ESA (European Space Agency) möglicherweise ein Projekt für einen Weltraum-basierten interferometrischen Gravitationswellendetektor realisiert wird. Diese beiden Großvorhaben sind nicht weniger spektakulär als der Vorschlag eines Tests der Bellschen Ungleichungen mit bewußter Wahl der Analysebasen.

### **5.5. Abdruck Phys. Rev. Lett. 81, 5039–5043 (1998)**

Auf den folgenden fünf Seiten ist unsere Publikation „Violation of Bell’s inequality under strict Einstein locality“ in der Zeitschrift Physical Review Letters, Bd. 81, pp. 5039–5043 abgedruckt. Dabei handelt es sich um die Veröffentlichung eines Teils der experimentellen Resultate dieser Dissertation.

# PHYSICAL REVIEW LETTERS

---

VOLUME 81

7 DECEMBER 1998

NUMBER 23

---

## Violation of Bell's Inequality under Strict Einstein Locality Conditions

Gregor Weihs, Thomas Jennewein, Christoph Simon, Harald Weinfurter, and Anton Zeilinger  
*Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck, Technikerstraße 25, A-6020 Innsbruck, Austria*  
(Received 6 August 1998)

We observe strong violation of Bell's inequality in an Einstein-Podolsky-Rosen-type experiment with independent observers. Our experiment definitely implements the ideas behind the well-known work by Aspect *et al.* We for the first time fully enforce the condition of locality, a central assumption in the derivation of Bell's theorem. The necessary spacelike separation of the observations is achieved by sufficient physical distance between the measurement stations, by ultrafast and random setting of the analyzers, and by completely independent data registration. [S0031-9007(98)07901-0]

PACS numbers: 03.65.Bz

The stronger-than-classical correlations between entangled quantum systems, as first discovered by Einstein, Podolsky, and Rosen (EPR) in 1935 [1], have ever since occupied a central position in the discussions of the foundations of quantum mechanics. After Bell's discovery [2] that EPR's implication to explain the correlations using hidden parameters would contradict the predictions of quantum physics, a number of experimental tests have been performed [3–5]. All recent experiments confirm the predictions of quantum mechanics. Yet, from a strictly logical point of view, they don't succeed in ruling out a local realistic explanation completely, because of two essential loopholes. The first loophole builds on the fact that all experiments so far detect only a small subset of all pairs created [6]. It is therefore necessary to assume that the pairs registered are a fair sample of all pairs emitted. In principle this could be wrong and once the apparatus is sufficiently refined the experimental observations will contradict quantum mechanics. Yet we agree with Bell [7] that “... *it is hard for me to believe that quantum mechanics works so nicely for inefficient practical set-ups and is yet going to fail badly when sufficient refinements are made. Of more importance, in my opinion, is the complete absence of the vital time factor in existing experiments. The analyzers are not rotated during the flight of the particles.*”

This is the second loophole which so far has only been encountered in an experiment by Aspect *et al.* [4] where

the directions of polarization analysis were switched after the photons left the source. Aspect *et al.*, however, used periodic sinusoidal switching, which is predictable into the future. Thus communication slower than the speed of light, or even at the speed of light [8], could in principle explain the results obtained. Therefore this second loophole is still open.

The assumption of locality in the derivation of Bell's theorem requires that the individual measurement processes of the two observers are spacelike separated (Fig. 1). We define an individual measurement to last from the first point in time which can influence the choice of the analyzer setting until the final registration of the photon. Such an individual measurement then has to be so quick that it is impossible for any information about it to travel via any (possibly unknown) channel to the other observer before he, in turn, finishes his measurement [9]. Selection of an analyzer direction has to be completely unpredictable, which necessitates a physical random number generator. A pseudo-random-number generator cannot be used, since its state at any time is predetermined. Furthermore, to achieve complete independence of both observers, one should avoid any common context as would be conventional registration of coincidences as in all previous experiments [10]. Rather the individual events should be registered on both sides independently and compared only after the measurements are finished. This requires independent and highly accurate time bases on both sides.

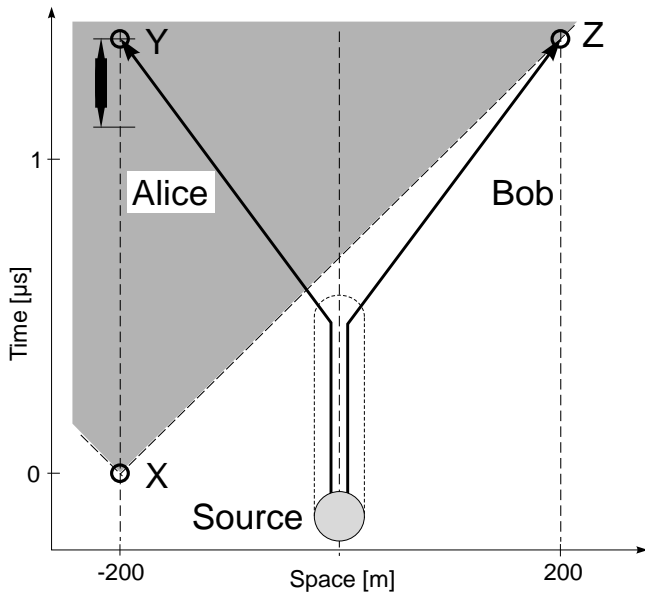


FIG. 1. Spacetime diagram of our Bell experiment. Selecting a random analyzer direction, setting the analyzer, and finally detecting a photon constitute the measurement process. This process on Alice's side must fully lie inside the shaded region which is invisible to Bob's during his own measurement. For our setup this means that the decision about the setting has to be made after point "X" if the corresponding photons are detected at spacetime points "Y" and "Z", respectively. In our experiment the measurement process (indicated by a short black bar) including the choice of a random number took less than only one-tenth of the maximum allowed time. The vertical parts of the kinked photon world lines emerging from the source represent the fiber coils at the source location, which are obviously irrelevant to the locality argument.

In our experiment, for the first time, any mutual influence between the two observations is excluded within the realm of Einstein locality. To achieve this condition the observers "Alice" and "Bob" were spatially separated by 400 m across the Innsbruck University science campus, which in turn means that the individual measurements as defined above had to be shorter than  $1.3 \mu\text{s}$ , the time for direct communication at the speed of light. We used polarization entangled photon pairs which were sent to the observers through optical fibers [11]. About 250 m of each 500 m long cable was laid out and the rest was left coiled at the source (see Fig. 1). The difference in fiber length was less than 1 m, which means that the photons were registered simultaneously within 5 ns. The duration of an individual measurement was kept far below the  $1.3 \mu\text{s}$  limit using high speed physical random number generators and fast electro-optic modulators. Independent data registration was performed by each observer having his own time interval analyzer and atomic clock, synchronized only once before each experiment cycle.

Our source of photon pairs is degenerate type-II parametric down-conversion [5] where we pump a BBO crystal with 400 mW of 351 nm light from an argon-ion laser.

A telescope was used to narrow the UV-pump beam [12], in order to enhance the coupling of the 702 nm photons into the two single-mode glass fibers. On the way to the fibers, the photons passed a half-wave plate and the compensator crystals necessary to compensate for in-crystal birefringence and to adjust the internal phase  $\varphi$  of the entangled state  $|\Psi\rangle = 1/\sqrt{2}(|H\rangle_1|V\rangle_2 + e^{i\varphi}|V\rangle_1|H\rangle_2)$ , which we chose  $\varphi = \pi$ .

The single-mode optical fibers had been selected for a cutoff wavelength close to 700 nm to minimize coupling losses. Manual fiber polarization controllers were inserted at the source location into both arms to be able to compensate for any unitary polarization transformation in the fiber cable. Depolarization within the fibers was found to be less than 1% and polarization proved to be stable (rotation less than  $1^\circ$ ) within 1 hour.

Each of the observers (see Fig. 2) switched the direction of local polarization analysis with a transverse electro-optic modulator. Its optic axis was set at  $45^\circ$  with respect to the subsequent polarizer. Applying a voltage causes a rotation of the polarization of light passing through the modulator by an angle proportional to the voltage [13]. For the measurements the modulators were switched fast between a rotation of  $0^\circ$  and  $45^\circ$ .

The modulation systems (high-voltage amplifier and electro-optic modulator) had a frequency range from dc to 30 MHz. Operating the systems at high frequencies we observed a reduced polarization contrast of 97% (Bob) and 98% (Alice). This, however, is no real depolarization but merely reflects the fact that we are averaging over the polarization rotation induced by an electrical signal from the high-voltage amplifier, which is not of perfectly rectangular shape.

The actual orientation for local polarization analysis was determined independently by a physical random number

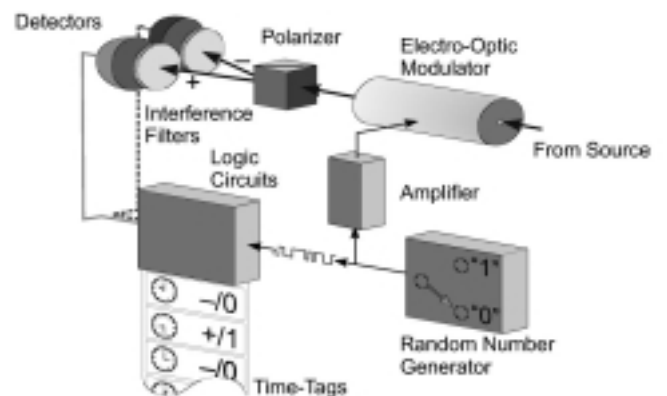


FIG. 2. One of the two observer stations. A random number generator is driving the electro-optic modulator. Silicon avalanche photodiodes are used as detectors. A "time tag" is stored for each detected photon together with the corresponding random number "0" or "1" and the code for the detector "+" or "-" corresponding to the two outputs of the polarizer.

generator. This generator has a light-emitting diode (coherence time  $t_c \approx 10$  fs) illuminating a beam splitter whose outputs are monitored by photomultipliers. The subsequent electronic circuit sets its output to “0” (“1”) upon receiving a pulse from photomultiplier “0” (“1”). Events where both photomultipliers register a photon within  $\Delta t \leq 2$  ns are ignored. The resulting binary random number generator has a maximum toggle frequency of 500 MHz. By changing the source intensity the mean interval was adjusted to about 10 ns in order to have a high primary random bit rate [14,15]. Certainly this kind of random-number generator is not necessarily evenly distributed. For a test of Bell’s inequality it is, however, not necessary to have perfectly even distribution, because all correlation functions are normalized to the total number of events for a certain combination of the analyzers’ settings. Still, we kept the distribution even to within 2% in order to obtain an approximately equal number of samples for each setting by changing the internal photoelectron amplification of the two photomultipliers. Because of the limited speed of the subsequent modulation system it was sufficient to sample this random number generator periodically at a rate of 10 MHz.

The total of the delays occurring in the electronics and optics of our random number generator, sampling circuit, amplifier, electro-optic modulator, and avalanche photodiodes was measured to be 75 ns. Allowing for another 25 ns, to be sure that the autocorrelation of the random number generator output signal is sufficiently low, it was safe to assume that the specific choice of an analyzer setting would not be influenced by any event more than 100 ns earlier. This was much shorter than the  $1.3 \mu\text{s}$  that any information about the other observer’s measurement would have been retarded.

The photons were detected by silicon avalanche photodiodes with dark count rates (noise) of a few hundred per second. This is very small compared to the 10.000–15.000 signal counts per second per detector. The pulses of each detector were fed into electronic circuits, responsible for disregarding events that occurred during transitions of the switch signal and encoding the position of the switch in an extra signal. Finally, all detections were time-tagged in special time interval analyzers with 75 ps resolution and 0.5 ns accuracy referenced to a rubidium standard together with the appendant switch position. The overall dead time of an individual detection channel was approximately  $1 \mu\text{s}$ .

Using an auxiliary input of our time interval analyzers we synchronized Alice’s and Bob’s time scales by sending laser pulses (670 nm wavelength, 3 ns width) through a second optical fiber. While the actual jitter between these pulses was less than 0.5 ns, the auxiliary input of the time interval analyzers had a resolution not better than 20 ns thus limiting synchronization accuracy. This nonperfect synchronization only limited our ability to exactly predict the apparent time shift between Alice’s and Bob’s data

series, but did not in any way degrade time resolution or accuracy.

Each observer station featured a personal computer which stored the tables of time tags accumulated in a measurement cycle. Long after measurements were finished we analyzed the files for coincidences with a third computer. Coincidences were identified by calculating time differences between Alice’s and Bob’s time tags and comparing these with a time window (typically a few ns). As there were four channels on each side—two detectors with two switch positions—this procedure yielded 16 coincidence rates, appropriate for the analysis of Bell’s inequality. The coincidence peak was nearly noise-free [signal-to-noise ratio (SNR)  $> 100$ ] with approximately Gaussian shape and a width (FWHM) of about 2 ns. All data reported here were calculated with a window of 6 ns.

There are many variants of Bell’s inequalities. Here we use a version first derived by Clauser *et al.* [16] (CHSH) since it applies directly to our experimental configuration. The number of coincidences between Alice’s detector  $i$  and Bob’s detector  $j$  is denoted by  $C_{ij}(\alpha, \beta)$  with  $i, j \in \{+, -\}$  where  $\alpha$  and  $\beta$  are the directions of the two polarization analyzers and “+” and “−” denote the two outputs of a two-channel polarizer, respectively. If we assume that the detected pairs are a fair sample of all pairs emitted, then the normalized expectation value  $E(\alpha, \beta)$  of the correlation between Alice’s and Bob’s local results is  $E(\alpha, \beta) = [C_{++}(\alpha, \beta) + C_{--}(\alpha, \beta) - C_{+-}(\alpha, \beta) - C_{-+}(\alpha, \beta)]/N$ , where  $N$  is the sum of all coincidence rates. In a rather general form the CHSH inequality reads

$$S(\alpha, \alpha', \beta, \beta') = |E(\alpha, \beta) - E(\alpha', \beta)| + |E(\alpha, \beta') + E(\alpha', \beta')| \leq 2. \quad (1)$$

Quantum theory predicts a sinusoidal dependence for the coincidence rate  $C_{++}^{qm}(\alpha, \beta) \propto \sin^2(\beta - \alpha)$  on the difference angle of the analyzer directions in Alice’s and Bob’s experiments. The same behavior can also be seen in the correlation function  $E^{qm}(\alpha, \beta) = -\cos[2(\beta - \alpha)]$ . Thus, for various combinations of analyzer directions  $\alpha, \beta, \alpha', \beta'$  these functions violate Bell’s inequality. Maximum violation is obtained using the following set of angles  $S_{\max}^{qm} = S^{qm}(0^\circ, 45^\circ, 22.5^\circ, 67.5^\circ) = 2\sqrt{2} = 2.82 > 2$ .

If, however, the perfect correlations ( $\alpha - \beta = 0^\circ$  or  $90^\circ$ ) have a reduced visibility  $V \leq 1$  then the quantum theoretical predictions for  $E$  and  $S$  are reduced as well by the same factor independent of the angle. Thus, because the visibility of the perfect correlations in our experiment was about 97% we expect  $S$  to be not higher than 2.74 if alignment of all angles is perfect and all detectors are equally efficient.

We performed various measurements with the described setup. The data presented in Fig. 3 are the result of a scan

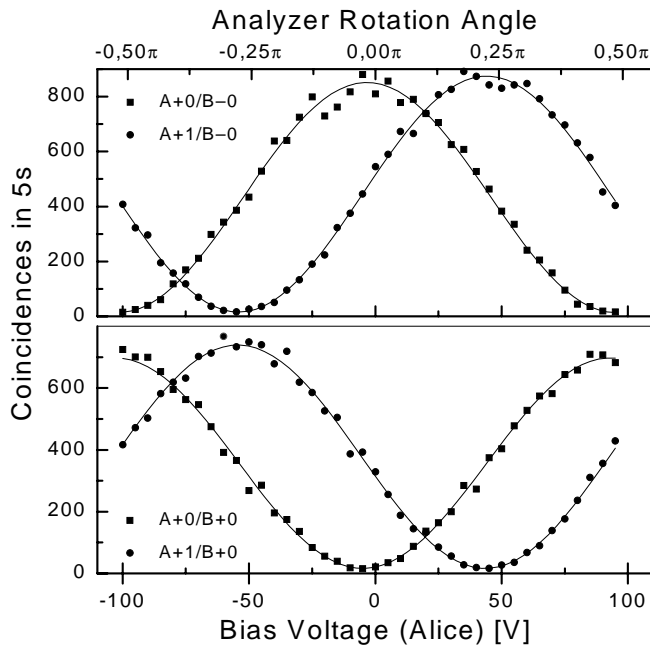


FIG. 3. Four out of sixteen coincidence rates between various detection channels as functions of bias voltage (analyzer rotation angle) on Alice's modulator.  $A + 1/B - 0$ , for example, are the coincidences between Alice's "+" detector with switch having been in position "1" and Bob's "-" detector with switch position "0". The difference in height is explained by different efficiencies of the detectors.

of the dc bias voltage in Alice's modulation system over a 200 V range in 5 V steps. At each point a synchronization pulse triggered a measurement period of 5 s on each side. From the time-tag series we extracted coincidences after all measurements had been finished. Figure 3 shows four of the 16 resulting coincidence rates as functions of the bias voltage. Each curve corresponds to a certain detector and a certain modulator state on each side. A nonlinear  $\chi^2$  fit showed perfect agreement with the sine curve predicted by quantum theory. Visibility was 97% as one could have expected from the previously measured polarization contrast. No oscillations in the singles count rates were found. We want to stress again that the accidental coincidences have not been subtracted from the plotted data.

In order to give quantitative results for the violation of Bell's inequality with better statistics, we performed experimental runs with the settings  $0^\circ, 45^\circ$  for Alice's and  $22.5^\circ, 67.5^\circ$  for Bob's polarization analyzer. A typical observed value of the function  $S$  in such a measurement was  $S = 2.73 \pm 0.02$  for 14 700 coincidence events collected in 10 s. This corresponds to a violation of the CHSH inequality of 30 standard deviations assuming only statistical errors. If we allow for asymmetries between the detectors and minor errors of the modulator voltages our result agrees very well with the quantum theoretical prediction.

While our results confirm the quantum theoretical predictions [17], we admit that, however unlikely, local

realistic or semiclassical interpretations are still possible, but we would then have to assume that the sample of pairs registered is not a faithful representative of the whole ensemble emitted. While we share Bell's judgment about the likelihood of that explanation [7], we agree that an ultimate experiment should also have higher detection/collection efficiency, which was 5% in our experiment.

Further improvements, e.g., having a human observer choose the analyzer directions, would again necessitate major improvements of technology as was the case in order to finally, after more than 15 years, go significantly beyond the beautiful 1982 experiment of Aspect *et al.* [4]. Expecting that any improved experiment will also agree with quantum theory, a shift of our classical philosophical positions seems necessary. Among the possible implications are nonlocality or complete determinism or the abandonment of counterfactual conclusions. Whether or not this will finally answer the eternal question: "Is the moon there, when nobody looks?" [18], is certainly up to the reader's personal judgment.

This work was supported by the Austrian Science Foundation (FWF), project S6502, by the U.S. NSF Grant No. PHY 97-22614, and by the APART program of the Austrian Academy of Sciences.

- [1] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, Phys. Rev. **47**, 777 (1935).
- [2] J.S. Bell, Physics (Long Island City, N.Y.) **1**, 195 (1965).
- [3] S.J. Freedman and J.F. Clauser, Phys. Rev. Lett. **28**, 938 (1972).
- [4] A. Aspect, J. Dalibard, and G. Roger, Phys. Rev. Lett. **49**, 1804 (1982).
- [5] P.G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, A. Zeilinger, A.V. Sergienko, and Y. Shih, Phys. Rev. Lett. **75**, 4337 (1995).
- [6] P. Pearle, Phys. Rev. D **2**, 1418 (1970).
- [7] The observation that the photons in a pair, as used by us, are always found to have different polarization can not as easily be understood as the fact that the socks in a pair, as worn by Bertlmann, are always found to have different colors. J.S. Bell, J. Phys. (Paris), Colloq., Suppl. 3, **C2**, 41 (1981), reprinted in *Speakable and Unsayable in Quantum Mechanics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1987), pp. 139–158.
- [8] A. Zeilinger, Phys. Lett. **118A**, 1 (1986).
- [9] G. Weihs, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, in *Experimental Metaphysics*, edited by R.S. Cohen *et al.* (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1997), pp. 271–280; G. Weihs, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, Acta Phys. Slovaca **47**, 337 (1997).
- [10] P.V. Christiansen, Phys. Today **38**, No. 11, 11 (1985).
- [11] W. Tittel, J. Brendel, B. Gisin, T. Herzog, H. Zbinden, and N. Gisin, Phys. Rev. A **57**, 3229 (1998).
- [12] P.R. Tapster, J.G. Rarity, and P.C.M. Owens, Phys. Rev. Lett. **73**, 1923 (1994); C.H. Monken, P.H. Souto Ribeiro, and S. Pádua, Phys. Rev. A **57**, R2267 (1998).
- [13] Precisely speaking, the modulator introduces a phase shift between the linearly polarized components parallel

and perpendicular to its optic axis (at  $45^\circ$ ). Together with two quarter-wave plates (at  $0^\circ$  or  $90^\circ$ ) before and after the modulator this results in a polarization rotation in real space as usually seen in circularly birefringent media. The latter quarter-wave plate can be abandoned here because it is parallel to the axis of the subsequent polarizer and thus introduces only a phase which cannot be measured anyway. The quarter-wave plate in front of the modulator is substituted by our fiber and the initial polarization controllers.

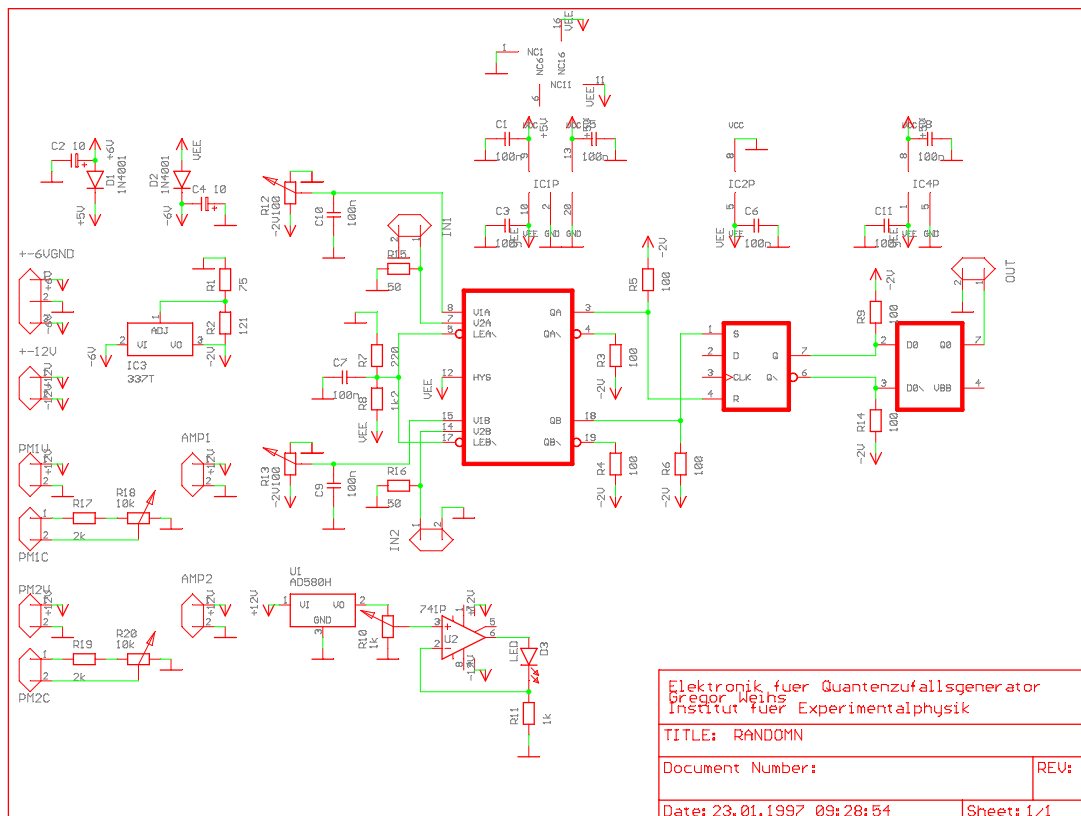
- [14] U. Achleitner, master thesis, University of Innsbruck, Innsbruck, 1997.
- [15] We tested our random number generator for exponential distribution of the occurring time intervals, for maximum entropy, and for short autocorrelation length. Further, we applied special tests normally used to judge the quality of pseudo-random-number generators. These results will be the subject of a future publication.
- [16] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, and R. A. Holt, *Phys. Rev. Lett.* **23**, 880 (1969).
- [17] Original sets of data are available at our web site: <http://www.quantum.at>. We would appreciate receiving suggestions for possible variations of the experiment.
- [18] N. D. Mermin, *Phys. Today* **38**, No. 4, 38 (1985).





# A. Geräte

## A.1. Schaltplan Zufallsgenerator



**Abbildung A.1.:** Schaltbild der Elektronik unseres Zufallsgenerators QRNG.

Das Prinzip und die Eigenschaften unseres Zufallsgenerators QRNG sind in Abschnitt 36 ausführlich beschrieben. Der elektronische Teil zur Erzeugung des binären Zufallssignals wurde in ECLinPS-Logik realisiert, einer der schnellsten verfügbaren Logikfamilien. Dabei mußte bedacht werden, daß diese Logikfamilie nur in gedruckten Schaltungen mit impedanzangepaßten und entsprechend terminierten Leitungen richtig funktioniert. Daher mußte also eine doppelseitige gedruckte Leiterplatte entwickelt werden.

Das Herzstück ist ein zweikanaliger schneller Komparator, der die Aufgabe hat, die vorher verstärkten Detektionspulse der Photomultipliermodule vom elektronischen Rauschen zu diskriminieren und in ECL-kompatible Logiksignale umzuwandeln. Die beiden nicht-invertierten Ausgänge dieses Komparators steuern die asynchronen Setz- und Rücksetzeingänge eines D-Flip-Flops dessen Dateneingänge deaktiviert sind. Das Ausgangssignal des Flip-Flops wird von einem integrierten ECL-TTL-Wandlerbaustein in TTL-kompatible Logiksignale umgewandelt. Dieser Wandlerbaustein ist in der Lage eine Leitung mit niedriger Impedanz zu treiben ( $50\ \Omega$ ). Alle Leiterbahnen wurden als Streifenleitungen mit  $100\ \Omega$  Impedanz ausgeführt. Es stellte sich als sehr wichtig heraus, auch alle unbenutzten Ausgänge der ECL-Bausteine zu terminieren. In unserem Fall wurde dabei immer mit  $100\ \Omega$  gegen  $-2\text{ V}$  abgeschlossen. Alle genannten Bausteine haben eine Fortpflanzungsverzögerung von weniger als  $1\text{ ns}$ .

Außer der schnellen Logik fand auf der Leiterplatte noch eine (aktiv gesteuerte) Konstant-Stromquelle zur Versorgung einer Leuchtdiode Platz. Diese Leuchtdiode ist die Lichtquelle für den Strahlteiler und die Photomultiplier und damit auch die eigentliche Quelle des Zufallssignals. Mit der genannten Konstantstromquelle kann sie auch bei sehr schwachen Strömen stabil betrieben werden. Zum Vergleich: Bei der maximal einstellbaren Intensität, um ein sehr häufig umschaltendes Zufallssignal zu erzielen, ist das Licht der Leuchtdiode selbst bei Dunkelheit mit dem freien Auge kaum sichtbar.

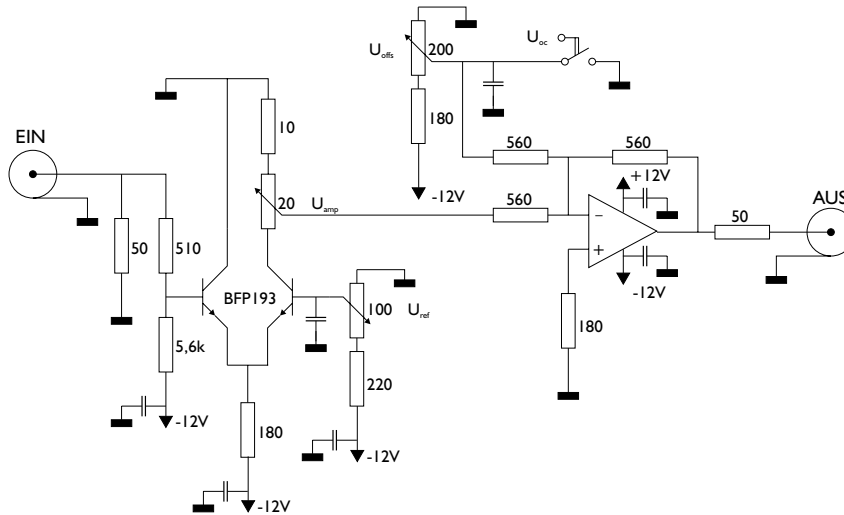
Alle benötigten Spannungen, welche die Stromversorgung des NIM-Überrahmens nicht direkt liefert, werden mit Schaltungen zur Spannungsregelung auf derselben Leiterplatte erzeugt. An Bedienelementen gibt es ein Potentiometer zur Einstellung des Stroms durch die Leuchtdiode und für jeden Photomultiplier ein Potentiometer zur Einstellung der internen Verstärkung. Zwei Spindeltrimmer ermöglichen die Einstellung der Diskriminatorschwellen für die Detektionspulse. Mit diesen Elementen war es möglich, die mittlere Schaltrate und die Verteilung des Zufallsgenerators (auf ca.  $1\%$ ) ausreichend genau abzugleichen. Für Zwecke, bei welchen es sehr stark auf eine gute Gleichverteilung der Zufallszahlen ankommt, müßte man andere Wege beschreiten, welche ohne weiteres Abgleichen in jedem Fall gleichverteilte Zufallszahlen liefern.

## A.2. Treiberschaltungen und Abtast- und Verzögerungslogik

### A.2.1. Modulator-Treiberschaltung

Die genaue Ansteuerung unseres Modulationssystems erforderte eine eigene Treiberschaltung, wobei einige Randbedingungen zu berücksichtigen waren. Der Hochspannungsverstärker des Modulationssystems akzeptiert Eingangssignale zwischen  $0\text{ V}$  und  $+1\text{ V}$  an einem Eingang mit  $50\ \Omega$  Eingangsimpedanz. Dieser Eingang ist an den Ausgang DC-gekoppelt, also muß auch die absolute Spannungslage des angelegten Signals kontrolliert werden.

Unser Zufallsgenerator QRNG liefert TTL-kompatible Signale an seinem Ausgang. Diese wurden mit Hilfe der Schaltung aus Abb. A.2 in Signale übersetzt, welche für den Hochspannungsverstärker geeignet sind. Mit dem Potentiometer, das die Regulierung der Amplitude erlaubt, konnten wir die jeweils nötige Eingangsamplitude in den Hochspannungsverstärker wählen, um z. B. gerade  $45^\circ$  Phasendrehung im Modulator zu erreichen. Die Lage des unteren Pegels desselben Signals konnte



**Abbildung A.2.:** Treiberschaltung zur Konversion von Logiksignalen. Die Schaltung akzeptiert Logiksignale mit „HI“-Pegeln zwischen 1 V und 5 V an 50  $\Omega$  und „LO“-Pegeln zwischen  $-0.5$  V und 0.5 V und konvertiert diese in Signale mit einstellbarer Amplitude ( $U_{amp}$ ) und einstellbarem unterem Pegel (mit  $U_{offs}$ ), wobei der untere Pegel zwischen dem eingestellten Wert und 0 V mit der TTL-Signalleitung  $U_{oc}$  geschaltet werden kann.

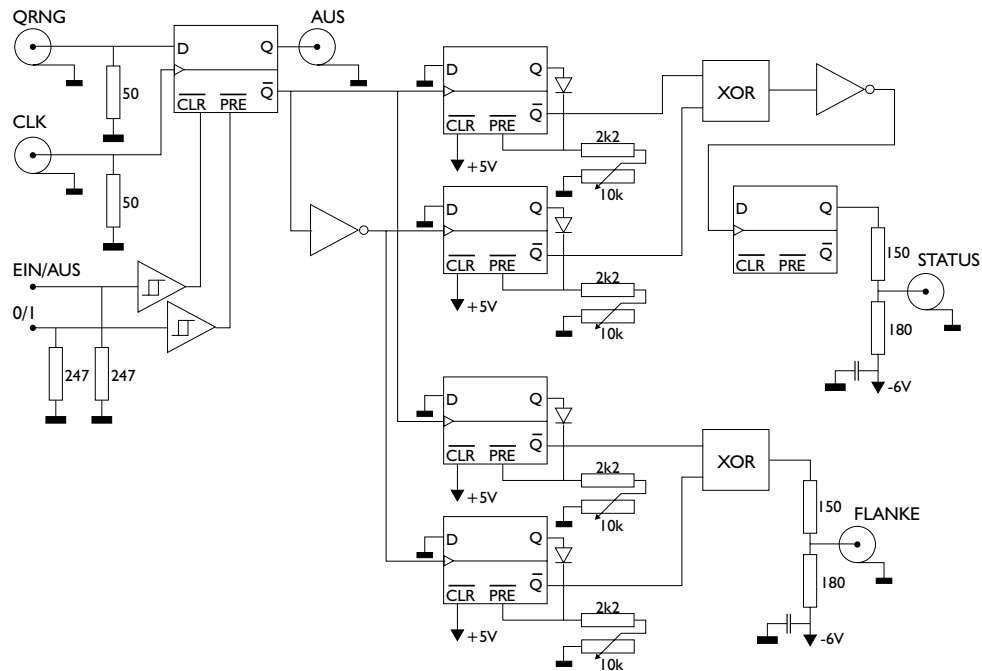
mit dem zusätzlichen Digitaleingang in der abgebildeten Schaltung zwischen 0 V und einem (in gewissen Grenzen) beliebig eingestellten Pegel geschaltet werden. Für den größten Teil unserer Experimente wurde dieser Pegel auf einen Wert gesetzt, der  $45^\circ$  Phasenschub im Modulator entspricht.

### A.2.2. Abtast- und Verzögerungslogik

Für unser Schema, die Analysatorstellung mit Hilfe eines konditionalen zweiten Pulses im Detektionssignal an die Zeitintervallanalysatorkarte zu kodieren, benutzten wir (s. Abb. A.4) schnelle Vierfach-Logikeinheiten von EG&G. Es stellte sich jedoch heraus, daß diese zuwenige Möglichkeiten boten, die auftretenden Signal-Verzögerungen abzugleichen. Dies war notwendig, um die internen Verzögerungen im Modulationssystem auszugleichen, und somit die Wirkung des optischen Schalters mit den parallel laufenden elektronischen Steuersignalen zu synchronisieren. Daher mußten wir eine Schaltung konstruieren, die es ermöglichte alle diese Verzögerungen unabhängig einzustellen.

Abbildung A.3 zeigt die von T. Jennewein konstruierte Logikschaltung, in der einige Flip-Flops — als Monoflop konfiguriert — eingesetzt werden, um diese Aufgabe zu erfüllen. Für die in der Bildbeschreibung als „STATUS“ und „FLANKE“ bezeichneten Signale erfolgt am Ausgang noch eine einfache passive Pegelwandlung von TTL zu NIM an 50  $\Omega$ . Das Signal „AUS“ wird an den Modulatortreiber (Abb. A.2) weitergeleitet.

Die Signale „STATUS“ und „FLANKE“ werden danach in der Detektionslogik zusammen mit den Detektionssignalen weiterverarbeitet, wie in Abbildung A.4 für einen Detektionskanal gezeigt. Die Aufgaben der Detektionslogik sind in Abschnitt 43 ausführlich beschrieben. Wir benutzen für die Verarbeitung der Detektionspulse pro Beobachtungsstation je einen vierfachen Constant-Fraction-Diskriminatoreinschub (CFD) und einen vierfachen Logikeinschub. Je ein CFD verarbeitet

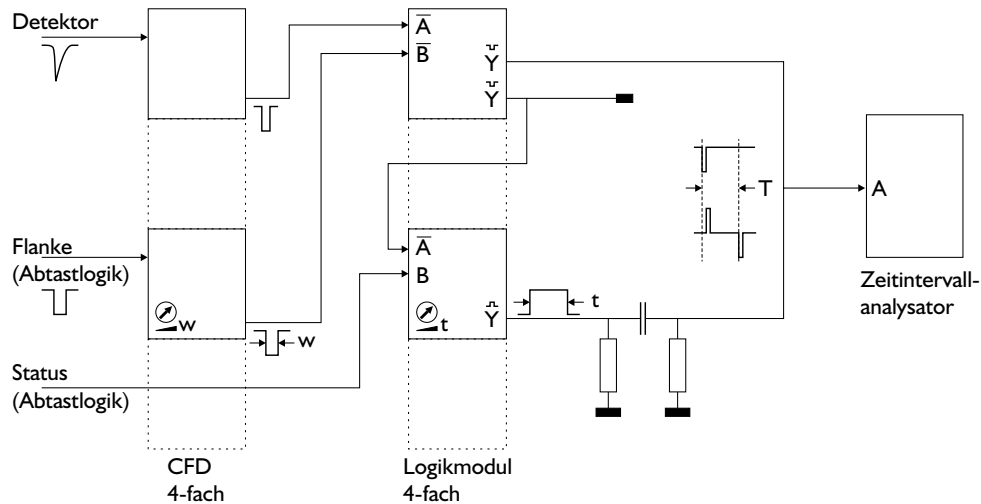


**Abbildung A.3.:** Logikschaltung zum Abtasten des primären Zufallsgeneratorsignals (TTL) mit einer beliebigen Abtastrate. Die Schaltung hat zwei Signal- und zwei Kontrolleingänge. Die einlaufenden Signale sind das primäre Zufallsgeneratorsignal „QRNG“ und das Uhrensinal „CLK“. „EIN/AUS“ steuert die Aktivität der Abtastung, „0/1“ setzt im inaktiven Modus den Wert am Ausgang. Es werden drei Signale generiert „AUS“, „STATUS“ und „FLANKE“. Das erste ist das abgetastete Signal (TTL), welches an den Modulatortreiber weitergeleitet wird. Das zweite Signal „STATUS“ ist das gleiche jedoch mit NIM-Logikpegeln und mit einer Verzögerung zum ersten, deren Wert unabhängig für positive und negative Flanke zwischen 30 ns und 70 ns eingestellt werden kann. „FLANKE“ ist ein NIM-Signal, welches immer dann hoch ist, wenn im abgetasteten Zufallssignal eine Flanke auftritt. Die Verzögerung des dritten Signals gegenüber dem ersten kann genau wie beim zweiten Signal variiert werden.

die Detektionspulse einer der beiden Silizium-Lawinen-Dioden. Der CFD liefert an seinen Ausgängen NIM-Logik kompatible Pulse mit einstellbarer Pulsbreite, welche hier auf den minimalen Wert von ca. 2 ns eingestellt wurde. Ein weiterer CFD verarbeitete das Signal „FLANKE“ aus der Abtast- und Verzögerungslogik, mit dem Zweck ein Signal mit einstellbarer Breite zu erzeugen, mit dessen Hilfe anschließend jene Detektionspulse maskiert wurden, welche während eines Übergangs im abgetasteten Zufallssignal aufgetreten waren. Durch die einstellbare Breite des Maskierungssignals konnte hierfür ein beliebiges Fenster gewählt werden.

Jeder Detektionskanal wurde nach dem CFD zusammen mit dem (invertierten) Maskierungssignal in einer der schnellen Logikeinheiten einer logischen „UND“-Verknüpfung unterworfen, sodaß die Detektionspulse nur dann weitergeleitet wurden, wenn das Maskierungssignal „FLANKE“ gerade inaktiv war. Weitergeleitet wurden die Pulse an je eine zweite Logikeinheit, in welcher ein nicht maskierter Detektionspuls je nach Zustand des Signals „STATUS“ aus der Abtast- und Verzögerungslogik einen ca. 500 ns breiten Ausgangspuls bewirkte oder auch nicht. Falls ein solcher breiter Puls entstanden war, wurde er mit einem Differenzierglied so verändert, daß nur mehr die abfallende Flanke vom

Zeitintervallanalysator bemerkt werden konnte. Der Ausgangspuls der ersten Logikeinheit (also die Detektionspulse direkt nach eventueller Maskierung) und der eventuelle differenzierte Puls der zweiten Logikeinheit wurden einfach über ein T-Stück gemeinsam an einen Eingang des Zeitintervallanalysators gelegt. Dabei war darauf zu achten, daß der entsprechende Eingang keinen Leitungsabschluß aufweisen und nur über eine sehr kurze Stichleitung kontaktiert werden durfte. Im anderen Fall hätten störende Reflexionen an der Verzweigung zu ungenauer Detektion und Störimpulsen geführt.



**Abbildung A.4.:** Detektionslogik bestehend aus Constant-Fraction-Diskriminatoren, Logikeinheiten und dem Zeitintervallanalysator. Man beachte die Verkürzung der Pulse vom Ausgang der ersten Logikeinheit zum Eingang der zweiten durch eine ca. 100 mm lange, am Ende kurzgeschlossene Stichleitung. Dies war nötig um zeitliche Ungenauigkeiten bei der Generierung der breiten Kodierpulse zu vermeiden.



## B. Programme

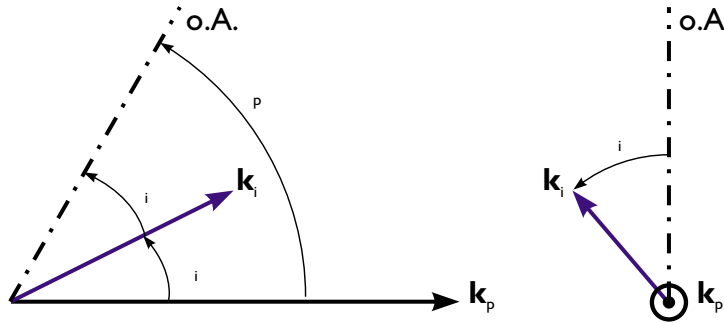
### B.1. Typ-II parametrische Fluoreszenz

Zur Abschätzung der Winkel und Winkelbreite des Fluoreszenzlichts habe ich ein Programm entwickelt, das die Phasenanpassungsbedingung im BBO-Kristall nach den Emissionswinkeln auflöst. Weil eines der beiden Konversionsphotonen im Kristall ein „außerordentliches“ ist, erhalten wir eine Gleichung vierter Ordnung, deren Lösung nur numerisch möglich ist.

Die Brechungsindizes in BBO sind durch die Sellmaier-Formeln

$$\begin{aligned} n_o &= \sqrt{2.7359 + \frac{0.01878}{\lambda^2 - 0.01822} - 0.01354 \lambda^2} \\ n_e &= \sqrt{2.3759 + \frac{0.01224}{\lambda^2 - 0.01667} - 0.01516 \lambda^2}, \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

gegeben, deren Koeffizienten ich [28] entnommen habe.



**Abbildung B.1.:** Winkeldefinitionen für Phasenanpassungs-Berechnungen. Günstigerweise wählt man den Pumpstrahl als Achse für die Definition der Polarwinkel  $\alpha_{i,s}$  und die Ebene aufgespannt von Pumpstrahl und optischer Achse als Nullpunkt für die Azimut-Winkel  $\varphi_{i,s}$

Der Brechungsindex für einen außerordentlichen Strahl  $n_e(\theta)$ , der sich in einem gewissen Winkel  $\theta$  zur optischen Achse ausbreitet, ist gegeben durch das Brechungsindexellipsoid.

$$\frac{1}{n_e(\theta)} = \sqrt{\left(\frac{\sin \theta}{n_e}\right)^2 + \left(\frac{\cos \theta}{n_o}\right)^2}. \quad (\text{B.2})$$



Im folgenden bedeuten die Indices  $s, i$  und  $p$  immer Signalstrahl, Idler (Hilfs-) strahl und Pumpstrahl. Die im Konversionsprozeß auftretenden Wellenlängen bzw. Frequenzen des Fluoreszenzlichts sind einerseits durch die Energieerhaltung (ausgedrückt durch die Lichtfrequenz)

$$\omega_p = \omega_s + \omega_i$$

beschränkt, andererseits durch die Impulserhaltung im Kristall. Diese verlangt für die Wellenvektoren  $\mathbf{k}$  von Pump- und Fluoreszenzlicht

$$\mathbf{k}_p = \mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i.$$

Wir nehmen nun an, der Strahl  $i$  sei der außerordentliche Strahl und  $s$  der ordentliche. Aus dieser vektoriellen Gleichung erhalten wir durch quadrieren eine Gleichung für die Absolutbeträge der Impulsvektoren, welche wir so auflösen, daß wir bei vorgegebenem Azimut-Winkel  $\varphi_i$  eine Lösung in  $\alpha_i$  suchen können. Die Bedeutung der Winkel ist aus Abb. B.1 ersichtlich.

$$k_p^2 - 2k_p k_i(\theta_i) \cos \alpha_i + k_i^2(\theta_i) - k_s^2 = 0, \quad (\text{B.3})$$

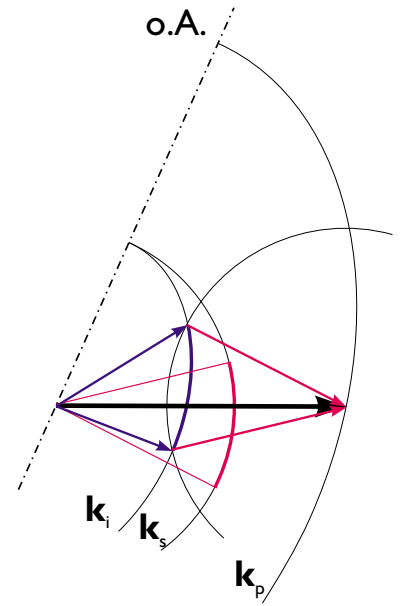
wobei

$$k_i(\theta_i) = \frac{\omega_i n_e(\theta_i)}{c} \propto \left[ 1 + \left[ \left( \frac{n_e}{n_o} \right)^2 - 1 \right] \cos^2 \theta_i \right]^{-\frac{1}{2}},$$

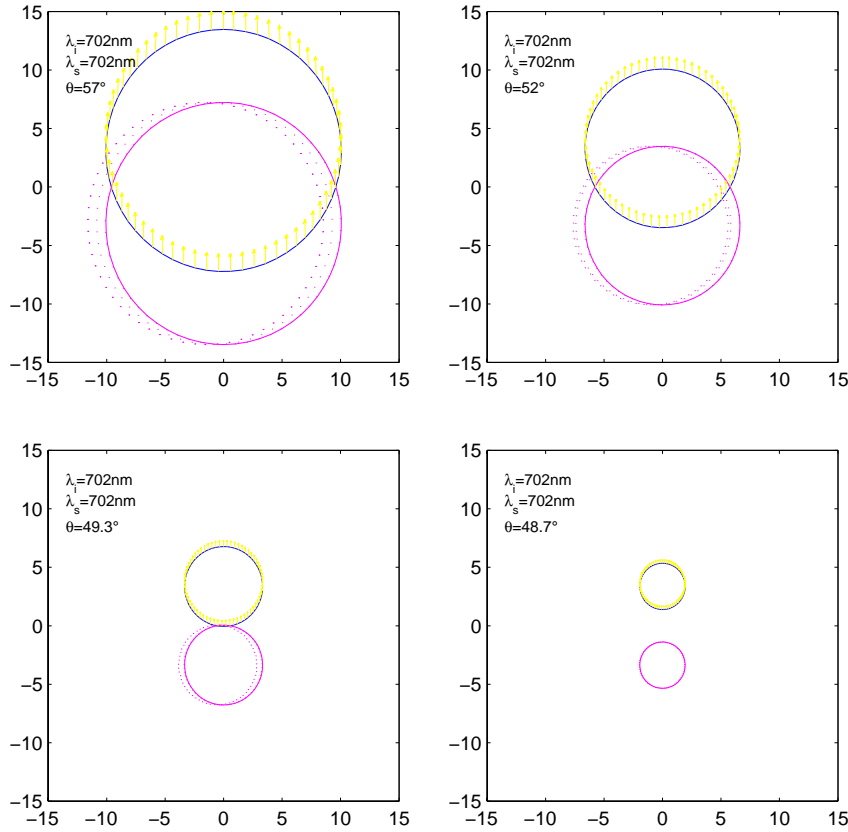
$$\cos \theta_i = \cos \theta_p \sin \alpha_i \sin \varphi_i + \cos \theta_p \cos \alpha_i.$$

Diese Gleichung kann numerisch gelöst werden, es ergeben sich Bilder wie in Abb. B.3. Das Fluoreszenzlicht wird näherungsweise für zwei bestimmte (über die Energieerhaltung) konjugierte Wellenlängen in zwei versetzte Kreise (Kreiskegel) emittiert. Dies kann man auch in Zeichnung B.2 sehen, wobei sich, exakt betrachtet, Kurven vierter Ordnung ergeben — also Kegel, welche keine Kreise als Schnitte haben — allerdings sind die Emissionswinkel in der Praxis sehr klein, sodaß die Abweichung von der Kreisförmigkeit vermutlich nicht leicht beobachtet werden kann.

Das Programm zum Lösen von Gleichung (B.3), nutzt dabei aus, daß die Lösungen näherungsweise Kreiskegel sind. Die Achse eines solchen Kegels ist allerdings nicht der Pumpstrahl sondern eine noch näher zu bestimmende Richtung in der Ebene, die von Pumpstrahl und optischer Achse aufgespannt wird. Die Achse des außerordentlichen Emissionskegels liegt dabei bei den von uns benutzten Kristallschnitten (ca.  $50^\circ$  zur optischen Achse) immer zwischen optischer Achse und Pumpstrahl. Die Achse des ordentlichen Emissionskegels liegt folglich etwa in Richtung der Spiegelung der außerordentlichen Achse um den Pumpstrahl.



**Abbildung B.2.:** Konstruktion der Phasenanpassungswinkel für Typ-II Fluoreszenz. Die Projektionen der „erlaubten“ Wellenvektoren sind die fette gezeichneten Bögen.



**Abbildung B.3.:** Emissionswinkel (in Winkelgraden) für parametrisches Fluoreszenzlicht von 702 nm aus einem BBO Kristall bei einer Pumpwellenlänge von 351 nm. Die vier Bilder entsprechen unterschiedlichen Winkeln  $\theta$  des Pumpstrahls zur optischen Achse. Zusätzlich sind die (Projektionen der) Normalmoden des Kristalls in der jeweiligen Emissionsrichtung gezeichnet. Der jeweils obere Kreis ist der außerordentliche Strahl (vertikal polarisiert). Bezugsrichtung  $(0,0)$  ist die Pumpstrahlrichtung.

Um das Problem numerisch stabiler zu machen, ist es nun vorteilhaft, zur Lösung in ein Koordinatensystem zu wechseln, das die Achsenrichtung des außerordentlichen Kegels als Bezugsachse hat. Würde man hingegen einfach die Richtung des Pumpstrahls als Bezugsachse beibehalten so ergeben sich in vielen Fällen numerisch schwer behandelbare Probleme. Für die Berechnung der Brechung des Fluoreszenzlichts beim Austritt aus dem Kristall wurde angenommen, daß der Wellenvektor des Pumpstrahls normal auf die Kristalloberfläche steht. Mit dieser Annahme ist der Winkel zwischen Pumpstrahl und optischer Achse gleich dem Schnittwinkel des Kristalls.

Der Energiefluß des (außerordentlichen) Pumpstrahls im Kristall wird aufgrund der Doppelbrechung nicht normal zur Kristalloberfläche laufen. Dies verändert aber im wesentlichen nur die Quellgeometrie, mit der wir uns hier nicht näher beschäftigen wollen. Derselbe Effekt betrifft natürlich auch einen der Fluoreszenz-Lichtstrahlen. Man beobachtet ein Auseinanderlaufen der ordentlichen und außerordentlichen Intensitätsverteilungen innerhalb des Kristalls, das die Polarisationsverschränkung der Quelle beeinträchtigen kann. Wie man das zeitliche und räumliche Auseinanderlaufen zumindest teilweise kompensieren kann, wurde in Abschnitt 4.2.1 besprochen, noch detailliertere Überlegungen fin-

den sich in [82].

Rubin [106] fand analytisch, daß in einer Näherung für kleine Winkel wirklich die beschriebenen Kreise in der Ebene der transversalen Komponenten der Wellenvektoren entstehen. Für den außerordentlichen Strahl sind der Radius  $r_{\mathbf{k}^\perp}$  und die Koordinate des Mittelpunkts in der Richtung der optischen Achse  $x_{\mathbf{k}^\perp}^c$  durch

$$r_{\mathbf{k}^\perp} = \sqrt{N^2 \overline{K}^2 / 4 - \nu D \overline{K}} \quad (\text{B.4})$$

$$x_{\mathbf{k}^\perp}^c = -\frac{N \overline{K}}{2} \quad (\text{B.5})$$

gegeben, wobei die auftretenden Größen durch

$$\frac{1}{\overline{K}} := \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{k_i(\theta_p)} + \frac{1}{k_s} \right] \quad (\text{B.6})$$

$$N := \frac{1}{2} n_e^2(\omega_i, \theta_p) \left[ \frac{1}{n_o^2(\omega_i)} + \frac{1}{n_e^2(\omega_i)} \right] \sin 2\theta_p \quad (\text{B.7})$$

$$D := \frac{1}{u_o} - \frac{1}{u_e} \quad (\text{B.8})$$

definiert sind. Dabei sind alle Symbole wie oben zu verstehen und  $u_{e,o}$  sind die Gruppengeschwindigkeiten der (außer-)ordentlichen Strahlen bei den jeweiligen Frequenzen  $\omega_{e,o}$ .

Rubin berechnet daraus folgende Zahlenwerte für einen typischen Fall, bei welchem der Schnittwinkel des Kristalls (=Winkel zwischen optischer Achse und Pumpstrahl bei normalem Einfall)  $49^\circ$  ist, und der Pumpstrahl eine Wellenlänge von 350 nm hat. Das außerordentliche Fluoreszenzlicht ( $i$ ) bei 700 nm bildet dann eine Kegel mit einem Öffnungswinkel von  $120 \text{ mrad} = 6.88^\circ$ , dessen Achse von der Pumpstrahlrichtung um  $57.8 \text{ mrad} = 3.32^\circ$  in Richtung der optischen Achse verkippt ist. Mit einer Wellenlängenbandbreite von 1 nm hat der Kegel eine Winkeldivergenz von  $14 \text{ mrad} = 0.83^\circ$ . Diese Berechnungen passen gut zu dem von mir berechneten Bild für  $49.3^\circ$  Schnittwinkel. Die angegebene Divergenz ist für perfekte Phasenanpassung gerechnet, für endlich dicke Kristalle ergibt sich eine noch etwas größere Verbreiterung.

Nun folgt eine Auflistung des Programms zur Lösung von Gleichung (B.3) für die Programmier- und Mathematikumgebung Matlab<sup>1</sup>:

```
%*****
%           Type-II Phasematching in BBO
%
%           von Gregor Weihs (1995)
%*****
clear li thpdeg home;
disp(['Loesung des Typ-II Phasematching in BBO', 10,...
      'fuer 351nm Pumpwellenlaenge', 10, 10]);
li=input('Idlerwellenlaenge [mum]           (0.702): ');
thpdeg=input('Winkel O.A. - Pumpstrahl [deg]       (55): ');
```

---

<sup>1</sup>The Mathworks, Inc.

---

```

if isempty(li), li=0.702; end if isempty(thpdeg), thpdeg=55; end
thp=thpdeg*pi/180;

% Startwerte suchen
disp([10, 'Startwerte...']); thi=(0:0.01:2*thp)';
mi=matchio(thi,li,thp); ind=find(diff(sign(mi)));

if max(size(ind))==2 % nur wenn zwei Loesungen gefunden wurden

% Berechnung der zwei Loesungen auf der x-Achse
th=fzeros('matchio',thi(ind),thi(ind+1),1e-8,200,li,thp);
tho=mean(th); % z-Achse des neuen Koordinatensystems
alo=abs(thp-tho);
pho=pi*((thp-tho)>0);

% Berechnung des Kreises im gestrichenen Koordinatensystem
disp('Loesung...');
phip=(0:0.1:2*pi)';

% for i=1:length(phip) % mit Standard MATLAB-Routinen
% alip(i)=fmin('matchqo',0.25*diff(th),0.75*diff(th),...
% [0 1e-4 zeros(1,11) 50],phip(i),li,tho,thp);
% end

alip=fzeros('matcho',zeros(size(phip)),...
            0.75*diff(th)*ones(size(phip)),...
            1e-6,200,phip,li,tho,thp);

% Ruecktransformation ins ungestrichene Koordinatensystem
cali=-sin(alo)*sin(alip).*cos(phip)+cos(alo)*cos(alip);
cphi=(cos(alip)-cali*cos(alo))./(sqrt(1-cali.^2)*sin(alo));
ali=real(acos(cali));
phi=real(pi+sign(phip-pi).*(pi-acos(cphi)));

% Berechnung der Signal-Parameter
disp('Signal-Parameter...');
als=zeros(size(ali));
phs=zeros(size(phi));
ls=lconj(li);
[als,phs]=signal(ali,phi,li,thp);

% Berechnung der Polarisationen
disp('Polarisationen...');
poli=zeros(max(size(ali)),3);

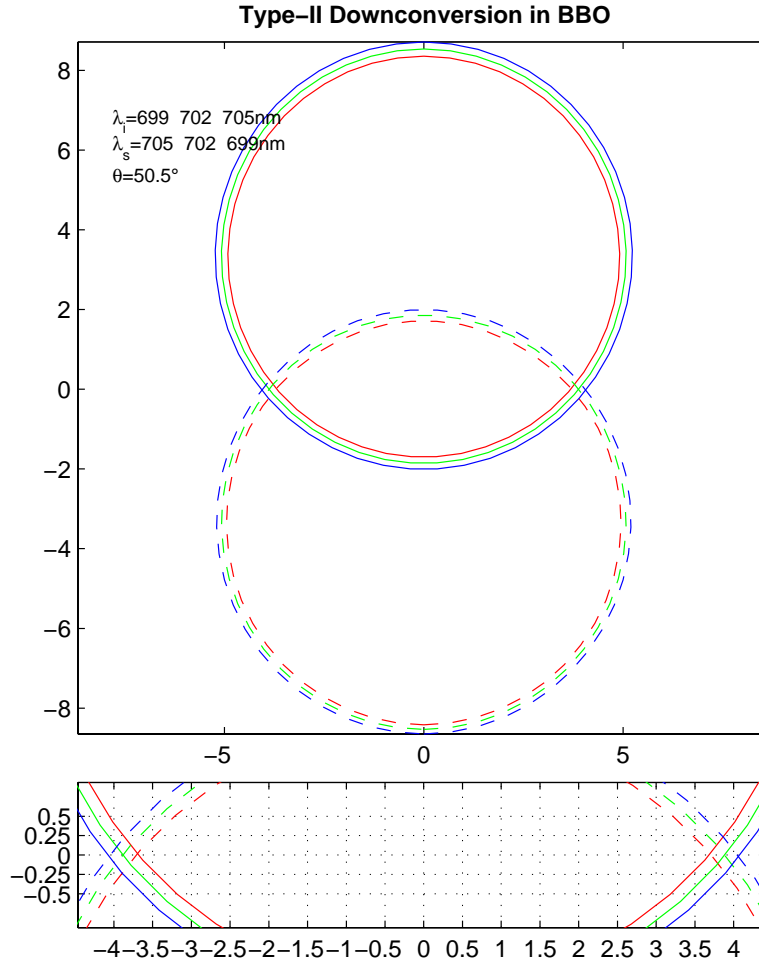
```

```
pols=zeros(max(size(als)),3);

poli=ei(ali,phi,thp);
pols=es(als,phs,thp);

%   Speichern, Plotten und Aufräumen
disp(['Speichern unter "bb' int2str(1000*li)...
      int2str(1800*thp/pi) '.mat"...']);
eval(['save bb' int2str(1000*li) int2str(1800*thp/pi) ...
      ' ali phi poli li als phs pols ls thp']);
disp('Plotten...');
h1=figure;
frame=4; maxx=640; maxy=480; sz=(maxx-4*frame)/2;
type2plt(ali,phi,poli,li,als,phs,pols,ls,thp);
set(h1,'Position',[frame,maxy-sz,sz,sz]);
%   Plotten der externen Winkel
[alie,phie]=refreout(ali,phi,thp,li);
[alse,phse]=refroout(als,phs,thp,ls);
polie=refrpol(poli,ali,phi,alie,phie);
polse=refrpol(pols,als,phs,alse,phse);
h2=figure;
type2plt(alie,phie,polie,li,alse,phse,polse,ls,thp);
set(h2,'Position',[3*frame+sz,maxy-sz,sz,sz]);

clear thi mi th ind cali cphi frame maxx maxy sz
else
    disp('Kein Typ-II Phasematching moeglich!');
end
```



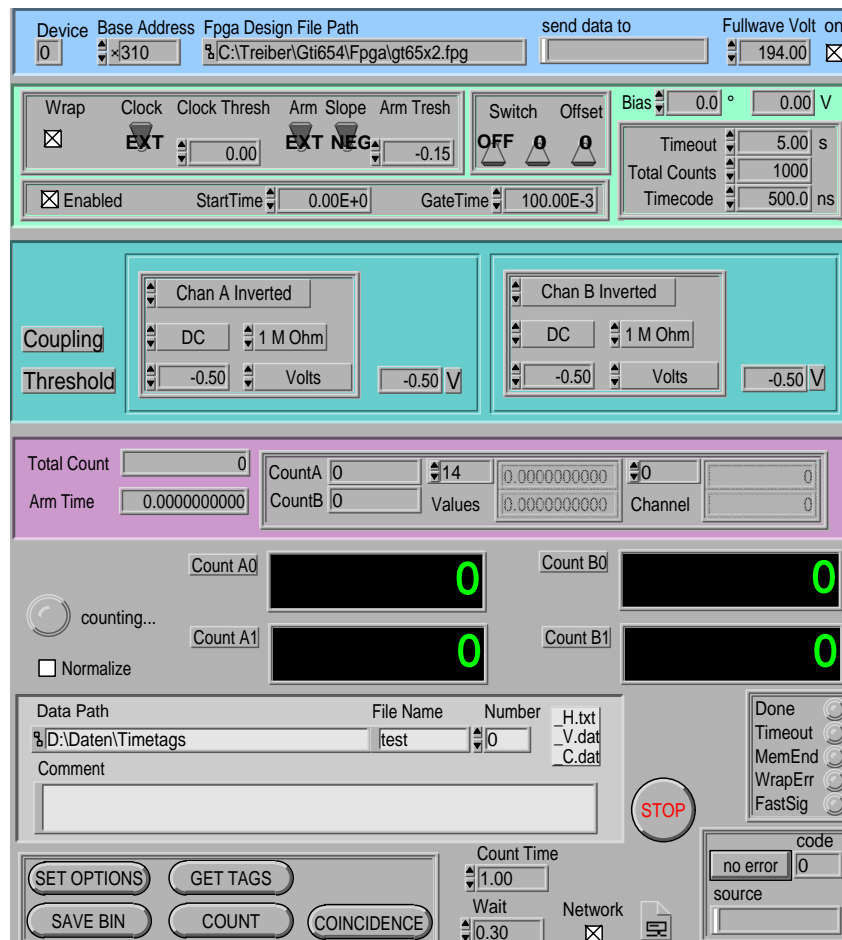
**Abbildung B.4.:** Berechnung der Phasenanpassungswinkel für drei benachbarte Wellenlängen. Im unteren Bild sind die Kreuzungspunkte des ordentlichen mit dem außerordentlichen Kegel eingezeichnet. Aus dieser Zeichnung läßt sich eine Verbreiterung des außerordentlichen Lichtkegels von ca.  $2\theta_0 = 0.35^\circ = 6 \text{ mrad}$  abschätzen.

Mit einer Erweiterung dieses Programms habe ich untersucht, wie sich die endliche Bandbreite des Detektionsapparates auswirken würde. Für eine bestimmte Filterbandbreite werden unter der Annahme perfekter Phasenanpassung einfach gleichzeitig für mehrere Wellenlängen Lösungen gesucht, sodaß man eine Schätzung der Breite erhält (s. Abbildung B.4). Diese Schätzung liefert für 3 nm FWHM-Filterbandbreite bei  $50.5^\circ$  Schnittwinkel eine Winkeldivergenz von ca.  $0.35^\circ = 6 \text{ mrad}$ . Die scheinbare Diskrepanz zur Berechnung von Rubin erklärt sich durch den anderen Schnittwinkel. Die Phasenanpassung reagiert in diesem Bereich sehr empfindlich auf kleine Änderungen des Winkels, wie man in Abb. B.3 sieht. Der hier gewählte Schnittwinkel ist jedoch für uns weitaus interessanter als der von Rubin gewählte, weil dort gerade keine Überkreuzungen des ordentlichen und außerordentlichen Strahls mehr entstehen. Außerdem fehlen in [106] Angaben über die benutzten Zahlen für die Materialeigenschaften, wodurch der Vergleich erschwert wird.

## B.2. Steuerungsoftware für das Experiment

### B.2.1. Steuerung der Zeitintervallanalysatoren

Eines der größeren Probleme bei der Erfassung der Meßdaten war die Registrierung der Modulatorstellung. Wie in Abschnitt 4.3 beschrieben, benutzten wir die Zeitintervallanalysatoren in Zusammenhang mit einer Kodierung im Detektionssignal. Diese Kodierung war ein konditionaler zweiter Puls in einem gewissen zeitlichen Abstand vom Hauptpuls im Signal, das an den jeweiligen Zeitintervallanalysator ging. Dieser Puls wurde abhängig von der Modulatorstellung in einer Logikschaltung generiert, welche im Anhang A.2.2 beschrieben ist.



**Abbildung B.5.:** Benutzerschnittstelle für die lokale Steuerung einer Beobachtungsstation des Experiments und Treiberprogramm für einen GTI654 Zeitintervallanalysator.

Das Treiberprogramm wurde nun so modifiziert, daß es zwei kurz aufeinanderfolgende Pulse als Detektion bei Analysatorstellung „1“ erkannte. Wenn auf einen Puls innerhalb einer veränderlich vorgegebenen Zeit kein zweiter folgte, dann erkannte das Programm den Puls als Detektion bei Analysatorstellung „0“. Extern mußten wir nur sicherstellen, daß nicht zufällig ein zweiter Puls vom Detektor



innerhalb des Doppelten dieser Zeit auftreten konnte. Die Totzeit des Detektors wurde dazu entsprechend justiert.

Im Programm selbst wurde nur darauf geachtet, daß die nötigen zusätzlichen Auswertungsschritte möglichst schnell sind, damit die maximale registrierbare mittlere Ereignisrate hoch genug bleibt, vor allem, weil die konditionalen Doppelpulse die Bruttoereignisrate am Eingang des Zeitintervallanalysators zusätzlich erhöhten.

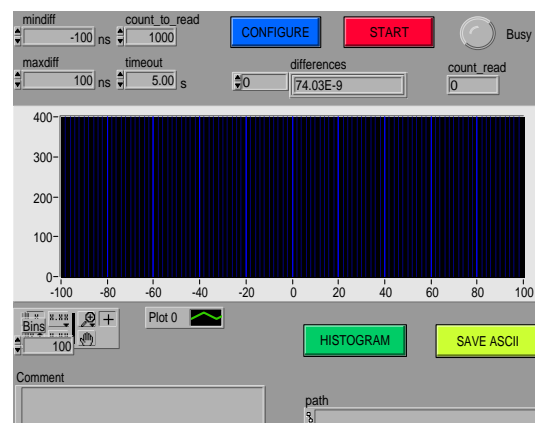
Dieses Treiberprogramm wurde aus einer in LabView<sup>®</sup> programmierten Oberfläche aufgerufen. Diese Oberfläche war die zentrale Steuerung für die jeweilige Beobachtungsstation und ermöglichte alle Einstellungen für die Zeitintervallanalysatoren vorzunehmen.

### B.2.2. Zeitintervall- als Vielkanalanalysator

Zur Kontrolle des Schaltverhaltens der Modulatoren (s. Abschnitt 4.2.5) und zum Abgleich der Verzögerungen in der Ansteuerungselektronik (Abschnitt 43) auf die tatsächlichen Einzelphotonen-Detektionssignale benötigen wir ein Gerät, das durch zeitaufgelöste Mittelung über viele einzelne Detektionspulse imstande sein sollte, den zeitlichen Verlauf verschiedener elektronischer und optischer Signale zu rekonstruieren. Im allgemeinen wird dies mit einer Kombination aus einem Zeit-Amplitudenkonverter (TAC) und einem Vielkanalanalysator bewerkstelligt. Diese Geräte sind allerdings meist sehr teuer und außerdem oft nicht so leicht transportabel. Ich fand nun einen Weg unsere Zeitintervallanalysatoren (TIA-Karten) (s. Abschnitt 44) für diese Aufgabe einzusetzen. Dies erforderte allerdings die Neuprogrammierung einer Treiberfunktion.

Die ursprünglichen Treiberfunktionen waren nicht geeignet, weil sie im allgemeinen nur die Aquisition einer bestimmten Anzahl von Ereignissen zulassen. Nun ist es jedoch in diesem Fall wichtig, daß innerhalb eines (unter Umständen sehr engen) Fensters von Zeitdifferenzen zwischen den Eingangskanälen eine große Anzahl von Ereignissen registriert wird, ohne daß der Speicher der Karte oder des Wirts-PC überläuft. Die Lösung ist, daß schon während der Messung solche Ereignisse verworfen werden, bei denen Zeitdifferenzen auftreten, welche außerhalb des vorgegebenen Meßbereichs liegen.

Das Programm wurde in C als Teil einer dynamischen Funktionsbibliothek geschrieben, welche wiederum von einer Labview<sup>®</sup>-Oberfläche aus aufgerufen werden konnte. Es basiert auf der ursprünglichen aber von mir bereits modifizierten Treiberfunktion für die Zeitintervallanalysatorkarte und wurde durch die Fähigkeit ergänzt, während der Datenerfassung sofort Datenpunkte außerhalb des Bereichs auszuscheiden.



**Abbildung B.6.:** Oberfläche („Front Panel“) für das Programm zur Verwendung der TIA-Karten als Vielkanalanalysatoren. Man kann damit das betrachtete Zeitintervall, die Anzahl der Klassen („Bins“) und die Gesamtanzahl der zu registrierenden Ereignisse neben einigen anderen Parametern auswählen.

### B.2.3. Koinzidenzauswertung

Die Idee, möglichst nahe am idealen Bell-Experiment zu bleiben, verlangte, die Koinzidenzen zwischen den Detektionen bei Alice und Bob erst nach deren unabhängiger Messung aus den aufgezeichneten Zeitreihen zu suchen. Ohne jegliche Synchronisation wäre das Suchen der Koinzidenzen der gleiche Aufwand wie die Berechnung der vollständigen Kreuzkorrelation der zugehörigen Umschaltfunktionen. In unserem Fall ist die Unsicherheit der absoluten zeitlichen Zuordnung der beiden Datensätze zueinander durch die Synchronisation auf weniger als  $\pm 20$  ns begrenzt. In der Praxis haben wir die Detektionszeiten als lineares Feld (reeller Vektor) vorliegen. Die Herausforderung besteht nun darin, das Suchen der Koinzidenzen möglichst effizient zu realisieren, damit auch große Datenmengen (hier zwischen 1 und 100 Mbyte) analysiert werden können.

Weil die Detektionseffizienzen auf beiden Seiten durchaus unterschiedlich waren, mußten wir damit rechnen, daß die Feldindices, welche die Koinzidenzen angeben, nicht nur gegeneinander fluktuieren, sondern auch auseinanderliefen. Daher hatte ich die Idee, zuerst die beiden Zeitreihen von Alice und Bob in eine gemeinsame Liste einzusortieren. Aus dieser sortierten Liste mußten dann nur noch jene Detektionszeiten miteinander verglichen werden, die hintereinander in der Liste lagen<sup>2</sup>. Als Koinzidenzereignis zählten wir eine Zeitdifferenz zwischen einem Ereignis bei Alice und einem Ereignis bei Bob, die kleiner als das vorgegebene Koinzidenzfenster war. Hier zeigte das Einsortieren in eine gemeinsame Liste den eigentlichen Vorteil: Sollte nachträglich das Koinzidenzfenster verbreitert oder verschmälert werden, oder hätte man die scheinbare Zeitverschiebung (innerhalb der Synchronisationsgenauigkeit) zwischen den zwei Beobachtern ändern wollen, so war keine neue Sortierung nötig. Man benötigte somit nur mehr sehr wenige Differenzbildungen und Vergleiche zwischen Gleitkommazahlen, welche die zeitaufwendigen Rechenoperationen sind.

Das Programm liefert die Summe der Koinzidenzereignisse in 16 Koinzidenzkanälen. Zusätzlich werden die berechneten Zeitdifferenzen zurückgegeben, welche innerhalb des vorgegebenen Koinzidenzfensters liegen. Aus diesen kann man anschließend ein Histogramm berechnen und mit dessen Hilfe das Koinzidenzfenster und die scheinbare Zeitverschiebung genau anpassen. Die Sortieroutine und die Koinzidenzroutine sind auf den folgenden zwei Seiten abgedruckt.

---

<sup>2</sup>Eventuell müssen nicht nur 1. sondern auch 2. und 3. Nachbarn miteinander verglichen werden, weil je nach Definition eine Detektion auf einer Seite gleichermaßen mit mehreren Detektionen in verschiedenen Detektionskanälen auf der anderen Seite koinzident sein kann.

```

CIN MgErr CINRun(TD1Hdl tt1, TD1Hdl tt2, TD1Hdl ttout, TD2Hdl cc1, TD2Hdl cc2, TD2Hdl ccout)
{
    long lr1,lr2;
    float64 *pt,*pt1,*pt2,*et1,*et2;
    uint16 *pc,*pc1,*pc2;
    MgErr lvErr;

    lr1=((*tt1)->dimSize);
    lr2=((*tt2)->dimSize);

    if( (lvErr = NumericArrayResize(fD,1,(UHandle*) &ttout,lr1+lr2)) != noErr )
    {
        return lvErr;
    }

    if( (lvErr = NumericArrayResize(uW,1,(UHandle*) &ccout,lr1+lr2)) != noErr )
    {
        return lvErr;
    }

    pt=(*ttout)->arg1;
    pt1=(*tt1)->arg1; et1=&(pt1[lr1]);
    pt2=(*tt2)->arg1; et2=&(pt2[lr2]);

    pc=(*ccout)->arg1;
    pc1=(*cc1)->arg1;
    pc2=(*cc2)->arg1;

    while((pt1 < et1)&&(pt2 < et2))
    {
        if(*pt1 < *pt2)
        {
            *(pt++)=*(pt1++);
            *(pc++)=*(pc1++);
        }
        else
        {
            *(pt++)=*(pt2++);
            *(pc++)=*(pc2++) < 2 | 0x0010;
        }
    }

    while(pt1 < et1)
    {
        *(pt++)=*(pt1++);
        *(pc++)=*(pc1++);
    }

    while(pt2 < et2)
    {
        *(pt++)=*(pt2++);
        *(pc++)=*(pc2++) < 2 | 0x0010;
    }

    (*ttout)->dimSize=lr1+lr2;
    (*ccout)->dimSize=lr1+lr2;

    return noErr;
}

```

```

CIN MgErr CINRun(TD1Hdl input, TD1Hdl output, float64 *shift, float64 *window, TD2Hdl channels, TD3Hdl coinc)
{
    float64 *p,*d;
    float64 dt;
    uint16 *c,dcoinc[16];
    uint32 *co;
    long i,j,count;
    MgErr lvErr;

    if( (lvErr = NumericArrayResize(fD,1,(UHandle*) &output,(*input)->dimSize)) != noErr )
    {
        return lvErr;
    }

    if(((coinc)->dimSizes[0]<4) || ((coinc)->dimSizes[1]<4) {return 5000; }

    p= (*output)->arg1;
    d= (*input)->arg1;
    c= (*channels)->arg1;
    co=(*coinc)->arg1;
    count=0;

    for(i=0;i<16;i++)
    {
        dcoinc[i]=co[i];
        co[i]=0;
    }

    for(i=0;i<(((*input)->dimSize)-1;i++)
    for(j=i+1;j<min(i+4,(*input)->dimSize);j++)
        if(((c[i] ^ c[j])&0x0010)
        {
            if(c[i]&0x0010)
            {
                if(fabs((dt=d[i]-d[j])-(*shift))<(*window))
                {
                    if(dcoinc[(c[i] | c[j])&0x000F]) //Soll Koinzidenz gezaehlt werden?
                    {
                        *(p++)=dt;
                        count++;
                        co[(c[i] | c[j])&0x000F]++;
                    }
                }
            }
            else break;
        }
        else
        {
            if(fabs((dt=d[j]-d[i])-(*shift))<(*window))
            {
                if(dcoinc[(c[i] | c[j])&0x000F]) //Soll Koinzidenz gezaehlt werden?
                {
                    *(p++)=dt;
                    count++;
                    co[(c[i] | c[j])&0x000F]++;
                }
            }
            else break;
        }
    }
}

if( (lvErr = NumericArrayResize(fD,1,(UHandle*) &output,count)) != noErr )
{
    return lvErr;
}

(*output)->dimSize=count;
return noErr;
}

```

# Literaturverzeichnis

- [1] U. ACHLEITNER, *Zufälligkeit und Photonen Am Beamsplitter*, Diplomarbeit, Universität Innsbruck, 1997. [52](#), [91](#)
- [2] ALEPH COLLABORATION, *Z. Phys. C*, **75** (1997), p. 397. [41](#)
- [3] ARGUS COLLABORATION, *Phys. Lett. B*, **324** (1994), p. 249. [41](#)
- [4] A. ASPECT, J. DALIBARD UND G. ROGER, *Experimental test of Bell's inequalities using time-varying analyzers*, *Phys. Rev. Lett.*, **49** (1982), pp. 1804–1807. [7](#), [10](#), [37](#), [41](#), [56](#), [108](#), [125](#)
- [5] A. ASPECT, P. GRANGIER UND G. ROGER, *Experimental test of realistic local theories via Bell's theorem*, *Phys. Rev. Lett.*, **47** (1981), pp. 460–463. [37](#), [41](#)
- [6] A. ASPECT, P. GRANGIER UND G. ROGER, *Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm gedankenexperiment: A new violation of Bell's inequalities*, *Phys. Rev. Lett.*, **49** (1982), pp. 91–94. [41](#)
- [7] J. BELL, *On the Einstein Podolsky Rosen paradox*, *Physics*, **1** (1964), pp. 195–200. [7](#), [10](#), [18](#), [33](#)
- [8] J. S. BELL, *On the problem of hidden variables in quantum mechanics*, *Rev. Mod. Phys.*, **38** (1966), pp. 447–452. [17](#)
- [9] J. S. BELL, *Introduction to the hidden-variable question*, in *Foundations of Quantum Mechanics*, B. D'Espagnat, Hrsg., New York, 1971, Academic, pp. 171–181. [23](#), [105](#)
- [10] J. S. BELL, *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, Cambridge UP, Cambridge, 1987. [7](#), [41](#)
- [11] M. V. BERRY, *Quantal phase factors accompanying adiabatic changes*, *Proc. R. Soc. London Ser. A*, **392** (1984), pp. 45–57. [75](#)
- [12] R. W. BERTLMANN UND W. GRIMUS, *Phys. Lett. B*, **392** (1997), p. 426. [41](#)
- [13] R. W. BERTLMANN UND W. GRIMUS, *How Devious are Deviations from Quantum Mechanics: The Case of the  $B^0\bar{B}^0$  System*, 1997. hep-ph/9710236. [41](#)

- [14] D. BOHM, *A suggested interpretation of the quantum theory in terms of “hidden” variables. I*, Phys. Rev., **85** (1952), pp. 166–179. 18
- [15] D. BOHM, *A suggested interpretation of the quantum theory in terms of “hidden” variables. II*, Phys. Rev., **85** (1952), pp. 180–193. 18
- [16] D. BOHM, *Discussion of experimental proof for the paradox of Einstein, Rosen, and Podolsky*, Phys. Rev., **108** (1957), pp. 1070–1076. 15, 33
- [17] N. BOHR, *Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?*, Phys. Rev., **48** (1935), pp. 696–702. 10, 15
- [18] D. BOUWMEESTER, J. W. PAN, M. DANIELLS, H. WEINFURTER UND A. ZEILINGER, *Observation of a three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger state*, Phys. Rev. Lett., **82** (1999), pp. 1345–1349. 23
- [19] J. BREGUET, A. MULLER UND N. GISIN, *Quantum cryptography with polarized photons in optical fibres. experiment and practical limits*, J. Mod. Opt., **41** (1994), pp. 2405–2412. 75
- [20] J. BRENDL, E. MOHLER UND W. MARTIENSSEN, *Experimental test of Bell’s inequality for energy and time*, Europhys. Lett., **20** (1992), pp. 575–580. 39
- [21] R. G. W. BROWN, R. JONES, J. G. RARITY UND K. D. RIDLEY, *Characterization of silicon avalanche photodiodes for photon correlation measurements. 2: Active quenching*, Appl. Opt., **26** (1987), pp. 2383–2389. 95
- [22] R. G. W. BROWN, K. D. RIDLEY UND J. G. RARITY, *Characterization of silicon avalanche photodiodes for photon correlation measurements. 1: Passive quenching*, Appl. Opt., **25** (1986), pp. 4122–4126. 95
- [23] M. BRUNO, M. D’AGOSTINO UND C. MARONI, *Measurement of linear polarization of positron annihilation photons*, Nuovo Cimento, **40B** (1977), pp. 143–152. 36
- [24] W. T. BUTTLER, R. J. HUGHES, P. G. KWIAT, G. G. LUTHER, G. L. MORGAN, J. E. NORDHOLT, C. G. PETERSON UND C. M. SIMMONS, *Free-space quantum-key distribution*, Phys. Rev. A, **57** (1998), pp. 2379–2382. 55
- [25] W. T. BUTTLER, R. J. HUGHES, P. G. KWIAT, G. G. LUTHER, G. L. MORGAN, J. E. NORDHOLT, C. G. PETERSON UND C. M. SIMMONS, *Practical free-space quantum key distribution over 1 km*. <http://xxx.lanl.gov/abs/quant-ph/9805071>, 1998. 55
- [26] A. CASADO, T. W. MARSHALL UND E. SANTOS, *Parametric downconversion experiments in the Wigner representation*, J. Opt. Soc. Am. B, **14** (1997), pp. 494–502. 31
- [27] A. CASADO, T. W. MARSHALL UND E. SANTOS, *Type II parametric downconversion in the Wigner function formalism: Entanglement and Bell’s inequalities*, J. Opt. Soc. Am. B, **15** (1998), pp. 1572–1577. 31

- 
- [28] *Beta Barium Borate: Basic properties, advantages, and major applications*, Fuzhou, Fujian, P.R. China, 1993. Castech Data Sheet. 62, 139
  - [29] P. V. CHRISTIANSEN, *Letter concerning “Reality and the quantum theory”*, Physics Today, **38** (1985), pp. 11–12. 42
  - [30] J. F. CLAUSER, *Experimental investigation of a polarization correlation anomaly*, Phys. Rev. Lett., **36** (1976), pp. 1223–1236. 35
  - [31] J. F. CLAUSER, *Measurement of the circular-polarization correlation in photons from an atomic cascade*, Nuovo Cimento, **33 B** (1976), pp. 740–746. 35
  - [32] J. F. CLAUSER UND M. A. HORNE, *Experimental consequences of objective local theories*, Phys. Rev. D, **10** (1974), pp. 526–535. 24, 29
  - [33] J. F. CLAUSER, M. A. HORNE, A. SHIMONY UND R. A. HOLT, *Proposed experiment to test local hidden-variable theories*, Phys. Rev. Lett., **23** (1969), pp. 880–884. 8, 23, 29, 105
  - [34] J. F. CLAUSER UND A. SHIMONY, *Bell’s theorem: experimental tests and implications*, Rep. Prog. Phys., **41** (1978), p. 1881. 18, 34
  - [35] CLEO COLLABORATION, Phys. Rev. Lett., **71** (1993), p. 1680. 41
  - [36] *Operator’s manual INNOVA 300 series ion laser*, Santa Clara, 1990. Coherent. 63
  - [37] CPLEAR COLLABORATION, *An EPR experiment testing the non-separability of the  $K^0\bar{K}^0$  wave function*, Phys. Lett. B, **422** (1998), pp. 339–348. 41
  - [38] DELPHI COLLABORATION, Z. Phys. C., **72** (1996), p. 17. 41
  - [39] G. DENIFL, *Einzelfotonen-Detektoren für Quantenkorrelations-Experimente*, Diplomarbeit, Innsbruck University, 1993. 95
  - [40] V. DMITRIEV, G. GURZADYAN UND D. NIKOGOSYAN, *Handbook of Nonlinear Optical Components*, Springer, 1990. 62
  - [41] A. J. DUNCAN UND H. KLEINPOPPEN, *The experimental investigation of the Einstein-Podolsky-Rosen question and Bell’s inequality*, in Quantum Mechanics versus Local Realism, F. Selleri, Hrsg., Plenum Press, New York, 1988, pp. 175–218. 34
  - [42] P. H. EBERHARD, *Background level and counter efficiencies required for a loophole-free Einstein-Podolsky-Rosen experiment*, Phys. Rev. A, **47** (1993), pp. R747–R750. 30, 46
  - [43] A. EINSTEIN, B. PODOLSKY UND N. ROSEN, *Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?*, Phys. Rev., **47** (1935), pp. 777–780. 7, 9, 13
  - [44] G. FARACI, D. GUTKOWSKI, S. NOTARRIGO UND A. R. PENNISI, *An experimental test of the EPR paradox*, Lettere al Nuovo Cimento, **9** (1974), pp. 607–611. 34, 36



- [45] A. FINE, *Hidden variables, joint probabilities, and the bell inequalities*, Phys. Rev. Lett., **48** (1982), pp. 291–295. [17](#)
- [46] J. D. FRANSON, *Bell inequality for position and time*, Phys. Rev. Lett., **62** (1989), pp. 2205–2208. [39](#), [42](#), [43](#)
- [47] S. J. FREEDMAN UND J. F. CLAUSER, *Experimental test of local hidden-variable theories*, Phys. Rev. Lett., **28** (1972), pp. 938–941. [7](#), [10](#), [28](#), [33](#)
- [48] E. S. FRY UND R. C. THOMPSON, *Experimental test of local hidden-variable theories*, Phys. Rev. Lett., **37** (1976), pp. 465–468. [36](#)
- [49] E. S. FRY, T. WALTHER UND S. LI, *Proposal for a loophole-free test of the Bell inequalities*, Phys. Rev. A, **52** (1995), pp. 4381–4395. [41](#), [46](#)
- [50] W. H. FURRY, *Note on the quantum-mechanical theory of measurement*, Phys. Rev., **49** (1936), pp. 393–399. [16](#)
- [51] A. GARUCCIO, *All the inequalities of Einstein locality*, in Quantum Mechanics versus Local Realism, F. Selleri, Hrsg., Plenum Press, New York, 1988, pp. 87–114. [28](#)
- [52] A. GARUCCIO UND V. RAPISARDA, Nuovo Cimento A, **65** (1981), p. 269. [29](#)
- [53] B. C. GILBERT UND S. SULCS, *The measurement problem resolved and local realism preserved via a collapse-free photon detection model*, Found. Phys., **26** (1996), pp. 1401–1439. [32](#)
- [54] N. GISIN, *Solutions of the dynamical equation for polarization dispersion*, Optics Communications, **86** (1991), pp. 371–373. [77](#)
- [55] D. M. GREENBERGER, M. HORNE UND A. ZEILINGER, *Going beyond Bell's theorem*, in Bell's Theorem, Quantum Theory, and Conceptions of the Universe, M. Kafatos, Hrsg., Kluwer Academic, Dordrecht, The Netherlands, 1989, pp. 69–72. [28](#)
- [56] D. M. GREENBERGER, M. A. HORNE, A. SHIMONY UND A. ZEILINGER, *Bell's theorem without inequalities*, Am. J. Phys., **58** (1990), pp. 1131–1143. [23](#)
- [57] T. HAJI-HASSAN, A. J. DUNCAN, W. PERRIE, H. J. BEYER UND H. KLEINPOP-PEN, *Experimental investigation of the possibility of enhanced photon detection in EPR type experiments*, Physics Letters A, **123** (1987), pp. 110–114. [37](#)
- [58] R. HANBURY-BROWN UND R. Q. TWISS, *Correlation between photons in two coherent beams of light*, Pergamon Press, Oxford, 1956, pp. 192–196. [88](#), [123](#)
- [59] R. HANBURY-BROWN UND R. Q. TWISS, *Correlation between photons in two coherent beams of light*, Nature, **177** (1956), p. 27. [123](#)
- [60] R. A. HOLT UND F. M. PIPKIN, 1974. Harvard university preprint. [34](#), [35](#)

- 
- [61] J. M. JAUCH UND C. PIRON, *Can hidden variables be excluded in quantum mechanics?*, Helvetica Physica Acta, **36** (1963), pp. 827–837. 17
- [62] T. JENNEWEIN, *Synchrone Erfassung von Photonendetektionen an Entfernten Orten*, Diplomarbeit, Universität Innsbruck, 1997. 58, 69, 95, 98, 100
- [63] T. JENNEWEIN, G. WEIHS, H. WEINFURTER UND A. ZEILINGER, *A fast physical random number generator*, to be submitted to Applied Physics Letters, (1999). 94
- [64] L. B. JEUNHOMME, *Single-Mode Fiber Optics*, Marcel Dekker, New York, 1990. 73
- [65] L. R. KASDAY, J. D. ULLMAN UND C. S. WU, *Angular correlation of compton-scattered annihilation photons and hidden variables*, Nuovo Cimento, **25 B** (1975), pp. 633–660. 34, 35
- [66] S. KLEIN, W. DULTZ UND H. SCHMITZER, *Pancharatnam's topological phase in relation to the dynamical phase in polarization optics*. Presented at the Erice Meeting on Quantum Phenomena, Feb 1994. 75
- [67] C. A. KOCHER UND E. D. COMMINS, *Polarization correlation of photons emitted in an atomic cascade*, Phys. Rev. Lett., **18** (1967), pp. 575–577. 33
- [68] P. G. KWIAT, K. MATTLE, H. WEINFURTER, A. ZEILINGER, A. SERGIENKO UND Y. SHIH, *New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs*, Phys. Rev. Lett., **75** (1995), pp. 4337–4341. 40, 65
- [69] P. G. KWIAT, A. M. STEINBERG UND R. Y. CHIAO, *High-visibility interference in a Bell-inequality experiment for energy and time*, Phys. Rev. A, **47** (1993), p. 2472. 39
- [70] P. G. KWIAT, A. M. STEINBERG, R. Y. CHIAO, P. H. EBERHARD UND M. D. PETROFF, *High-efficiency single-photon detectors*, Phys. Rev. A, **48** (1993), pp. R867–R870. 45
- [71] P. G. KWIAT, A. M. STEINBERG, R. Y. CHIAO, P. H. EBERHARD UND M. D. PETROFF, *Absolute efficiency and time-response measurement of single-photon detectors*, Applied Optics, **33** (1994), pp. 1844–1853. 45
- [72] P. G. KWIAT, E. WAKS, A. G. WHITE, I. APPELBAUM UND P. H. EBERHARD, *Ultra-bright source of polarization-entangled photons*. <http://xxx.lanl.gov/abs/quant-ph/9810003>, 1998. 46
- [73] P. G. KWIAT, H. WEINFURTER, T. HERZOG, A. ZEILINGER UND M. KASEVICH, *Experimental realization of interaction-free measurements*, Annals of the N.Y. Acad. of Sciences, **755** (1995), pp. 383–393. 7, 72
- [74] L3 COLLABORATION, Phys. Lett. B, **383** (1996), p. 487. 41

- [75] A. LACAITA, S. COVA UND M. GHIONI, *Four-hundred-picosecond single-photon timing with commercially available avalanche photodiodes*, Rev. Sci. Instrum., **59** (1988), pp. 1115–1121. [95](#)
- [76] H. C. LEFEVRE, *Single-mode fibre fractional wave devices and polarization controllers*, Electron. Lett., **16** (1980), pp. 778–780. [75](#)
- [77] A. W. LIGHTSTONE UND R. J. MCINTYRE, *Photon counting silicon avalanche photodiodes for photon correlation spectroscopy*, in Photon Correlation Techniques and Applications, Volume 1, J. B. Abiss und A. E. Smart, Hrsg., 1988. [95](#)
- [78] R. LOUDON, *The Quantum Theory of Light*, Oxford University Press, Oxford, 2nd Ed., 1983. [88](#)
- [79] L. MANDEL UND E. WOLF, *Optical Coherence and Quantum Optics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995. [62](#), [91](#)
- [80] G. MARSAGLIA, *Computers & Mathematics with Applications*, **9** (1993), p. 1. [93](#), [94](#)
- [81] G. MARSAGLIA, *The Marsaglia Random Number CD-ROM Including the Diehard Battery of Tests of Randomness*, 1993. CD-ROM with test programs and sample data. [93](#), [94](#)
- [82] K. MATTLE, *Nichtklassische Lichtzustände Zur Optischen Nachrichtenübertragung*, Dissertation, Universität Innsbruck, 1997. [62](#), [63](#), [65](#), [66](#), [72](#), [142](#)
- [83] M. MICHLER, *Photonenstatistik und Interferenz am Vierfachstrahlteiler*, Diplomarbeit, Universität Innsbruck, 1994. [69](#)
- [84] J. W. MOFFAT, *Quantum Measurements, Nonlocality, and the Arrow of Time*. Los Alamos preprint server gr-qc/9710019, 1997. preprint. [124](#)
- [85] C. H. MONKEN, P. H. S. RIBEIRO UND S. PÁDUA, Phys. Rev. A, **57** (1998), p. R2267. [67](#)
- [86] J. V. NEUMANN, *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, Springer, Berlin, 1932. [17](#)
- [87] M. OBERPARLEITER, *Bosonische und Fermionische Zweiphotonenstatistik Am Strahlteiler*, Diplomarbeit, Universität Innsbruck, 1997. [62](#), [72](#)
- [88] OPAL COLLABORATION, Z. Phys. C, **72** (1996), p. 377. [41](#)
- [89] Z. Y. OU UND L. MANDEL, *Violation of Bell's inequality and classical probability in a two-photon correlation experiment*, Phys. Rev. Lett., **61** (1988). [38](#)
- [90] S. PASCAZIO, *Variable detection probability models for Einstein-Podolsky-Rosen-type experiments*, in Quantum Mechanics versus Local Realism, F. Selleri, Hrsg., Plenum Press, New York, 1988, pp. 391–412. [27](#)

- 
- [91] H. PAUL, *Interference between independent photons*, Rev. Mod. Phys., **58** (1986), pp. 209–231. [124](#)
- [92] W. PAULI, *Die Allgemeinen Prinzipien der Wellenmechanik*, Springer, Berlin, 1933. [12](#)
- [93] P. PEARLE, *Hidden variable example based upon data rejection*, Phys. Rev. D, **2** (1970), pp. 1418–1425. [7](#), [24](#), [30](#)
- [94] W. PERRIE, A. J. DUNCAN, H. J. BEYER UND H. KLEINPOPPEN, *Polarization correlation of the two photons emitted by metastable atomic deuterium: A test of Bell's inequality*, Phys. Rev. Lett., **54** (1985), pp. 1790–1793. [37](#)
- [95] F. M. PIPKIN, in *Advances in Atomic and Molecular Physics*, D. R. Bates und B. Bederson, Hrsg., Bd. 14, Academic Press, New York, 1978, pp. 281–340. [34](#)
- [96] C. D. POOLE, *Statistical treatment of polarization dispersion in single-mode fiber*, Optics Letters, **13** (1988), pp. 687–689. [77](#)
- [97] C. D. POOLE UND R. E. WAGNER, *Phenomenological approach to polarisation dispersion in long single-mode fibres*, Electronics Letters, **22** (1986), pp. 1029–1030. [77](#)
- [98] K. R. POPPER, *Logik der Forschung*, Springer, Heidelberg, 1935. [31](#)
- [99] J. G. RARITY, K. D. RIDLEY UND P. R. TAPSTER, *Absolute measurement of detector quantum efficiency using parametric downconversion*, Appl. Opt., **26** (1987), pp. 4616–4619. [95](#)
- [100] J. G. RARITY UND P. R. TAPSTER, *Experimental violation of Bell's inequality based on phase and momentum*, Phys. Rev. Lett., **64** (1990), pp. 2495–2498. [38](#)
- [101] J. G. RARITY UND P. R. TAPSTER, *Fourth-order interference effects at large distances*, Phys. Rev. A, **45** (1992), pp. 2052–2056. [42](#)
- [102] S. C. RASHLEIGH, *Origins and control of polarization effects in single-mode fibers*, Journal of Lightwave Technology, **LT-1** (1983), pp. 312–331. [75](#)
- [103] S. C. RASHLEIGH UND R. ULRICH, *Polarization mode dispersion in single-mode fibers*, Optics Letters, **3** (1978), pp. 60–62. [77](#)
- [104] M. RECK, *Quantum Interferometry with Multiports: Entangled Photons in Optical Fibers*, Dissertation, Universität Innsbruck, 1996. [55](#), [66](#)
- [105] M. REDHEAD, *Incompleteness, Nonlocality, and Realism*, Clarendon Press, Oxford, 1987. [16](#)
- [106] M. H. RUBIN, *Transverse correlation in optical spontaneous parametric down-conversion*, Phys. Rev. A, **54** (1996), pp. 5349–5360. [66](#), [142](#), [145](#)

- [107] M. H. RUBIN, D. N. KLYSHKO, Y. H. SHIH UND A. V. SERGIENKO, *Theory of two-photon entanglement in type-II optical parametric down-conversion*, Phys. Rev. A, **50** (1994), pp. 5122–5133. [62](#), [63](#)
- [108] H. SCHMITZER, S. KLEIN UND W. DULTZ, *Nonlinearity of Pancharatnam's topological phase*, Phys. Rev. Lett., **71** (1993), pp. 1530–1533. [75](#)
- [109] E. SCHRÖDINGER, *Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik*, Naturwissenschaften, **23** (1935), pp. 807–812; 823–828; 844–849. [12](#)
- [110] Y. H. SHIH UND C. O. ALLEY, *New type of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm experiment using pairs of light quanta produced by optical parametric down conversion*, Phys. Rev. Lett., **61** (1988), pp. 2921–2924. [38](#)
- [111] A. SHIMONY, *The reality of the quantum world*, Sci. Am., (1988), pp. 36–43. [5](#)
- [112] A. W. SNYDER UND J. D. LOVE, *Optical waveguide theory*, Chapman and Hall, 1983. [73](#)
- [113] A. SUAREZ, *Relativistic nonlocality (RNL) in experiments with moving polarizers and 2 non-before impacts*, Phys. Lett. A, **236** (1997), pp. 383–390. [49](#)
- [114] P. TAPSTER, J. RARITY UND P. OWENS, *Violation of Bell's inequality over 4 km of optical fiber*, Phys. Rev. Lett., **73** (1994), pp. 1923–1926. [42](#), [43](#)
- [115] C. THOMPSON, *The chaotic ball*. University of Aberystwyth, 1997. [31](#)
- [116] C. H. THOMPSON, *Timing and other artifacts in EPR experiments*. quant-ph/9704045, 1997. [53](#), [57](#)
- [117] W. TITTEL, J. BRENDL, B. GISIN, T. HERZOG, H. ZBINDEN UND N. GISIN, *Experimental demonstration of quantum correlations over more than 10 km*, Phys. Rev. A, **57** (1998), pp. 3229–3232. [43](#), [104](#), [108](#), [125](#)
- [118] W. TITTEL, J. BRENDL, H. ZBINDEN UND N. GISIN, *Violation of Bell inequalities by photons more than 10 km apart*, Phys. Rev. Lett., **81** (1998), pp. 3563–3566. [43](#), [104](#)
- [119] R. ULRICH, S. RASHLEIGH UND W. EICKHOFF, *Bending-induced birefringence in single-mode fibers*, Opt. Lett., **5** (1980), pp. 273–275. [75](#)
- [120] D. F. WALLS UND G. J. MILBURN, *Quantum Optics*, Springer-Verlag, Berlin, 1994. [62](#)
- [121] G. WEIHS, *Quanteninterferometrie an Glasfaserstrahlteilern*, Diplomarbeit, Universität Innsbruck, 1994. [66](#), [69](#), [75](#)
- [122] G. WEIHS, M. RECK, H. WEINFURTER UND A. ZEILINGER, *Two-photon interference in optical fiber multiports*, Phys. Rev. A, **53** (1996), p. 893. [66](#)
- [123] A. R. WILSON, J. LOWE UND D. K. BUTT, *Journal of Physics G*, **2** (1976), p. 613. [36](#)

- [124] C. S. WU, *The angular correlation of scattered annihilation radiation*, Phys. Rev., **77** (1950), p. 136. [16](#), [33](#)
- [125] C. YEH, *Handbook of Fiber Optics: Theory and Applications*, Academic Press, San Diego, California, 1990. [73](#)
- [126] A. ZEILINGER, *Testing Bell's inequalities with periodic switching*, Phys. Lett. A, **118** (1986), pp. 1–2. [7](#), [42](#)



# Danksagung

Ein großes **DANKE** sei besonders ausgesprochen an

Meine **Mutter** bei der ich zwar gewohnt habe, aber fast nur nachts, besonders weil sie mich außerordentlich unterstützt und das seit 27 Jahren, in denen ich fast nur in Schulen und Universitäten war.

**Birgit**, weil sie sich ihr Leben oft schwer macht, damit meines leicht und liebevoll ist.

Meinen Bruder **Florian** dafür, daß er mich immer mit Fragen nach physikalischen Dingen auf Trab gehalten hat, die ich im Laufe der Spezialisierung schon mehr oder weniger vergessen gehabt habe, und dafür, daß er auch Single wurde als ich es war, und wir die spärliche Freizeit gemeinsam ausgestalteten.

Meine Vorgesetzten und Kollegen des Roten Kreuz Seefeld für die großen mir zugestandenen Freiheiten bei der Dienstplaneinteilung und die Freiheit mich in Leerlaufphasen mit physikalischen und Computer-Problemen beschäftigen zu können.

Meinen Betreuer **Prof. Anton Zeilinger**, für die ursprüngliche Idee ein so großes Projekt wie das hier vorgestellte anzugehen, die vielen Diskussionen über die entscheidenden Ideen, und für die — für Experimentalphysiker leider fast untypischen — wissenschaftlichen Auseinandersetzungen über sehr grundlegende Fragen. Außerdem danke ich ihm für die ausgezeichneten Bedingungen, die er für mich und andere geschaffen hat, um wirklich effizient an neuesten Themen forschen zu können.

das **Institut für Experimentalphysik** der **Universität Innsbruck** für die großzügige Bereitstellung der Räumlichkeiten und vieler Geräte.

**Prof. Harald Weinfurter** dafür, daß er alle kleinen und großen Ungereimtheiten in meinen Überlegungen aufdeckte und immer neue Ideen zu den verschiedensten Fragen wußte.

Mag. Thomas Jennewein dafür, daß er meinen Perfektionismus immer an der richtigen Stelle stoppte und meine Träume in reale Dinge verwandelte, die hinterher auch so funktionierten, wie ich es mir zuvor gedacht hatte.



Alle meine Freunde darunter (in alphabetischer Reihenfolge) Andreas, Andreas, Annette, Barbara, Ena, Julia, Markus, Markus, Melanie & Johannes, Michi, Mike, Oliver, Patrick, Sandra, Stephan, Wieland, und Wolfgang dafür, daß sie mich, wenn auch selten, davon überzeugen konnten, daß man abends und an Wochenenden auch noch was anderes tun kann, als sich auf Physik-Instituten herumzutreiben.

Christian Schenk für MikTeX<sup>©</sup> und Alexander Simonic für WinEdt<sup>©</sup>, die beste Programm-Kombination für T<sub>E</sub>X unter Windows.

Alle österreichischen Steuerzahler für die knappe Million an Gerätekosten, die ihnen meine Dissertation wert war.

Christoph Simon (DEA) dafür, daß er unsere schlampige Experimentalphysikersprache in solide Aussagen übersetzte und unser Interesse an theoretischen Fragen wiederbelebte.

Christine Obmascher dafür, daß sie jede noch so obskure Rechnung immer irgendwo unterbrachte und in fünf Jahren kein einziges mal keine Zeit gehabt hat, für noch so banale Verwaltungsdinge und immer gut gelaunt war.

Prof. Jörg Schmiedmayer für sein unendliches Wissen in experimentellen Dingen, Mag. Dr. Michael Reck bis zu seinem Abwandern in die reale Welt für genaue Analysen schwer zu beurteilender Fragestellungen und Mag. Alois Mair für die kooperative zeitliche und räumliche Teilung unseres Kellerlabors.

Mag. Olaf Nairz und Dr. Paul Kwiat für die gemeinsamen Studien wechselwirkungsfreier Messung und des nächtlichen Laborlebens in den US-amerikanischen Forschungszentren.

# Lebenslauf

26.8.1971	Geboren in Innsbruck als Sohn von Hannelore und Walter Weihs
1977–1981	Besuch der Volksschule in Seefeld/Tirol
1981–1989	Ausbildung am BRG Innsbruck, Adolf-Pichler-Platz
1987–1989	Teilnahme an der österreichischen Physikolympiade
1989	1. Platz auf Bundesebene und Silbermedaille bei der internationalen Physikolympiade in Warschau / Polen
1989–1994	Physikstudium an der Universität Innsbruck
1991	Werkstudent bei Siemens ZFE Erlangen: Herstellung und Charakterisierung epitaktischer HTSL-Schichten
1993	Werkstudent bei Siemens ZFE München: Charakterisierung und Rauschmessungen an ultraschnellen Bipolartransistoren
17.12.1994	Sponsion zum Magister der Naturwissenschaften. Diplomarbeit: Quanteninterferometrie an Glasfaserstrahlteilern. durchgeführt bei Prof. Anton Zeilinger
1995	Beginn der Dissertation bei Prof. Anton Zeilinger, Institut für Experimentalphysik, Univ. Innsbruck über ein Bell-Experiment mit unabhängigen Beobachtern
Nov. 1995 – Apr. 1997	Doktorandenstipendium der Österreichischen Akademie der Wissenschaften
Feb. 1997	Forschungsaufenthalt zu Arbeiten über die <i>Wechselwirkungsfreie Quantenmessung</i> bei Dr. Paul Kwiat, Los Alamos National Laboratories, USA
Mai 1997	Anstellung als Vertragsassistent an der Universität Innsbruck
Juni 1997 – Mai 1998	Zivildienst beim Roten Kreuz Ortsstelle Seefeld
Juni 1998	Besuch mit Führung durch die Labors Seiner Heiligkeit des 14. Dalai Lama
Feb. 1999	Wechsel an die Universität Wien, Institut für Experimentalphysik