

Compilare in Stampatello

COGNOME:

NOME:

Matricola:

**Esercizio 1**

Su un campione di 220 imprese della provincia di Milano è stato rilevato il bilancio, espresso in migliaia di euro, del 2020. Qui di seguito i dati raccolti in classi e le frequenze percentuali.

- 1.a (pt4.3/31) Individuare la classe modale.
- 1.b (pt0.9/31) Quante imprese hanno un bilancio compreso tra  $-4$  mila euro e zero.
- 1.c (pt0.6/31) La media è risultata essere  $\bar{x} = 3.9865$ ; che relazione mi devo aspettare tra mediana e moda?
- 1.d (pt0.6/31) Siano  $x_1, \dots, x_n$ ,  $n$  numeri,  $n$  dispari. Si consideri la funzione:

$$g(x) = |x_1 - x| + \dots + |x_n - x|.$$

Per quale valore di  $x$ ,  $g(x)$  è minima?

**Esercizio 2**

Una moneta perfetta viene lanciata 5 volte, se esce almeno 3 volte testa si estrae da un'urna che contiene un biglietto vincente ed uno perdente, altrimenti si estrae da un'urna che contiene due biglietti vincenti e tre perdenti.

- 2.a (pt4.3/31) Qual è la probabilità di vincere?
- 2.b (pt0.9/31) Si ripete il gioco di sopra finché non si vince due volte. Qual è la probabilità di finire alla quarta giocata?
- 2.c (pt0.6/31) Se  $X \sim \text{Pois}(2)$  e  $Y \sim \text{Pois}(1)$ , è vero che

$$X - Y \sim \text{Pois}(1) \quad ?$$

- 2.d (pt0.6/31) Se  $X$  è una VC con supporto  $\{0,1,2\}$  e  $Y$  è una VC con supporto  $\{-2,-1,0\}$ . Qual è il supporto di  $X + Y$ ?

$$\{-4, -2, -1, 0\}$$

**Esercizio 3**

- 3.a (pt4.3/31) Un'urna contiene 4 palline numerate da 1 a 4. Si estrae 100 volte con reinserimento e si fa la media dei 100 numeri estratti. Qual è la probabilità che la media sia compresa tra 2.5 e 2.6?

**Esercizio 4**

- 4.a (pt0.9/31) Sia  $h$  uno stimatore per  $\theta$ , tale che

$$E(h) = \theta + \frac{\theta}{\sqrt{n}}$$

$h$  è corretto?  $h$  è asintoticamente corretto?

- 4.b (pt0.9/31) Siano  $h_1$  e  $h_2$  due stimatori per  $\theta$ , tali che:

$$\begin{aligned} \text{MSE}(h_1) &= \frac{\theta}{n} \\ \text{MSE}(h_2) &= \frac{2\theta}{n} \end{aligned}$$

Quale dei due stimatori è più efficiente? Perché?

4.c (pt0.9/31) Si sono osservati due gruppi di dati quantitativi e si è osservato,  $\hat{\mu}_1 = 10.2$  e  $\hat{\mu}_2 = 15.6$ . Posto a test

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

è risultato  $p_{\text{value}} = 0.0612$ . La differenza tra  $\hat{\mu}_1$  e  $\hat{\mu}_2$  è significativa? Perché?

### Esercizio 5

5.a (pt1.2/31) Su un campione di  $n = 120$  startup tecnologiche italiane, è stato chiesto se abbiano implementato misure di cybersecurity avanzate. Lo studio ha riportato che 84 startup su 120 (il 70% del campione) hanno implementato queste misure.

Costruire un intervallo di confidenza al 95% per  $\pi$ , la quota di startup italiane che hanno implementato misure di cybersecurity avanzate.

5.b (pt3.0/31) Un'indagine molto più ampia condotta su startup europee ha mostrato che la percentuale di startup con misure di cybersecurity avanzate è del 80%. Testare l'ipotesi che in Italia la quota di startup con misure di cybersecurity avanzate sia uguale a quella europea contro l'alternativa che sia minore. Risolvere col  $p_{\text{value}}$  e confrontarlo per  $\alpha = 0.1, 0.05, 0.01, 0.001$ .

### Esercizio 6

In uno studio sulla formazione aziendale, in un campione di  $n = 30$  dipendenti, sono state analizzate le ore di formazione (in ore,  $X$ ) e il punteggio di performance (in opportuna,  $Y$ ).

Si osservano le seguenti statistiche:  $\sum_{i=1}^{30} x_i = 1036.68$ ,  $\sum_{i=1}^{30} y_i = 538.81$ ,  $\sum_{i=1}^{30} x_i^2 = 39787.25$ ,  $\sum_{i=1}^{30} y_i^2 = 10684.19$  e  $\sum_{i=1}^{30} x_i y_i = 20527.76$ .

6.a (pt4.3/31) Si è osservato  $x_7 = 39.46$  e  $y_7 = 18.26$ , stimare il modello di regressione dove  $Y$  viene spiegata da  $X$  e calcolare il residuo per il punto  $i = 7$ .

6.b (pt0.9/31) Dare un'interpretazione dei parametri di regressione stimati.

6.c (pt0.6/31) Perché la previsione per  $x = 35$  è più affidabile di quella per  $x = 346$ ?

6.d (pt0.6/31) Cosa significa che  $r$  è un numero puro?

6.e (pt0.6/31) Se in un modello di regressione  $r = 0.65$ ,  $\hat{\sigma}_X = 1.1$  e  $\hat{\sigma}_Y = 0.9$ , calcolare  $\hat{\beta}_1$ .