```
##
## Attaching package: 'pat.book'
  The following objects are masked _by_ '.GlobalEnv':
##
       A_, bin_dis, C_, C_chi, calcolo_beta, chi_conf, chi_print, chi_print_conf, chi_test, draw_dist, elliss
       F_print2, genera_dati, graf, graf_chi, h.int, histp, idc, item, item_, item_next, item_start, item2, l
##
##
       norm_int, norm_semp, p_ab, p_aub, p_value, p_value_chi, percentile, plot_FdR, pois_dis, previsione, pr
##
       punt_p, questa_e_una_prova, r_norm, R2, regr, residuo, round_all, S_epsilon, s2c, sc, se_beta0, se_bet
##
       src_, stat_, stat_base, tabl, test, test_2c, tlc, TSS, ttest_2c_et, ttest_2c_om, ttest_beta, ttest_mu,
##
       two_way2, var_, vunif, vvv, ztest_2c_pi, ztest_mu, ztest_pi
##mThearfqhlowingatehject is masked from 'package:shiny':
##COGNOME:
     NOME:
   Matricola:
```

Esercizio 1

Su un campione di 250 famiglie dell'Emilia-Romagna sono stati rilevati i consumi annui in beni tecnologici (dati espressi in migliaia di euro). Qui di seguito la distribuzione delle frequenze cumulate:

$[\mathbf{x}_j,$	$\mathbf{x}_{j+1})$	F_{j}
0.0	1.5	0.464
1.5	3.0	0.696
3.0	8.0	0.884
8.0	20.0	1.000

1.a (pt4.0/31) Disegnare l'istogramma di densità percentuale.

1.b (pt 1.2/31) Quante famiglie spendono meno di 5 mila euro all'anno?

1.c (pt0.6/31) Che relazione dobbiamo aspettarci tra media, mediana e moda?

1.d (pt0.6/31) La spesa media è pari a $\bar{x} = 3.5222$, mentre la SD è pari a SD = 4.2267. Se ogni famiglia spendesse 2 mila euro in più all'anno, quanto varrebbero la media e la SD dei dati trasformati?

Esercizio 2

Si consideri un'urna così formata,

$$\{[1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8]\}.$$

Si vince se si estrae un numero maggiore o uguale a 6.

Si estrae *con* reintroduzione.

2.a (pt 4.0/31) Qual è la probabilità di vincere almeno 5 volte su 6 estrazioni?

2.b~(pt1.2/31) Calcolare la probabilità di vincere la prima volta alla quarta estrazione.

2.c (pt 0.6/31) Se $A \in B$ sono due eventi tali che, P(A) > 0, P(B) > 0, $P(A \cap B) = 0$. $A \in B$ possono essere indipendenti?

2.d (pt 0.6/31) Sia $X \sim N(3.2, (1.1)^2)$ e sia $Y \sim \chi_{n-1}^2$, posto

$$T = \frac{\left(\frac{X-3.2}{1.1}\right)}{\sqrt{\frac{Y}{n-1}}},$$

Esercizio 3

3.a~(pt4.0/31) Il supermercato S accoglie, in media ogni giorno, 3.242 mila persone, con una deviazione standard di 0.5 mila persone. Dopo 60 giorni di apertura, qual è la probabilità che il totale dei visitatori sia maggiore di 225 mila persone?

Teorema del Limite Centrale (somma VC qualunque)

Siano $X_1,\dots,X_n,\ n=60$ VC IID, t
c $E(X_i)=\mu=3.242$ e $V(X_i)=\sigma^2=0.25, \forall i,$ posto:

$$S_n = X_1 + \dots + X_n$$

allora:

$$S_n \sim N(n\mu, n\sigma^2)$$

 $\sim N(60 \cdot 3.242, 60 \cdot 0.25)$
 $\sim N(194.5, 15)$

$$\begin{split} P(S_n > 225) &= P\left(\frac{S_n - n\mu}{\sqrt{n\sigma^2}} > \frac{225 - 194.5}{\sqrt{15}}\right) \\ &= P\left(Z > 7.87\right) \\ &= 1 - P(Z < 7.87) \\ &= 1 - \Phi(7.87) \\ &= 0 \end{split}$$

Esercizio 4

4.a (pt0.9/31) Siano $\hat{\mu}$ e $\hat{\sigma}^2$ gli stimatori di massima verosimiglianza di μ e σ^2 del modello di Normale.

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \qquad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \hat{\mu})^2$$

Dimostrare la consistenza di $\hat{\mu}$.

4.b (pt0.9/31) Cosa significa che gli stimatori di massima verosimiglianza sono invarianti alle trasformazioni monotone invertibili?

4.c (pt 0.9/31) Definire la significatività di un test.

4.d (pt0.9/31) Un sociologo sta conducendo uno studio sull'associazione tra l'orientamento politico e l'atteggiamento nei confronti del cambiamento climatico. Ha somministrato un questionario a 540 partecipanti, chiedendo loro di indicare il proprio orientamento politico (Conservatore, Progressista, Indipendente) e l'atteggiamento nei confronti del cambiamento climatico (Molto, poco, per nulla) preoccupato. L'obiettivo è determinare se c'è un'associazione significativa tra l'orientamento politico e l'atteggiamento nei confronti del cambiamento climatico.

	Preoccupato per i cambiamenti climatici		
	Molto	Poco	Per nulla
Orientamento politico			
Conservatore	50	120	50
Progressista	60	80	40
Indipendente	40	50	50

Eseguito il test del χ^2 per verificare l'indipendenza tra l'orientamento politico e la preoccupazione sui cambiamenti climatici il sociologo ottiene un $p_{\text{value}} = 0.00135$. Quali conclusioni può trarne?

Esercizio 5

5.a (pt0.9/31) In uno studio sui redditi, nel comune A si è rilevato il reddito di n=35 individui e si è osservata una media pari 68 mila euro con una standard deviation pari a 5 mila euro. Costruire un intervallo di confidenza al 95% per il reddito medio μ .

5.b (pt3.1/31) Un'indagine analoga, svolta sull'intera regione, ha mostrato un reddito medio pari a $\mu_0 = 71$. Testare l'ipotesi che nel comune A il reddito medio sia uguale a quello regionale contro l'alternativa che sia **diverso**.

Esercizio 6

Sono stati analizzati 50 comuni della provincia di Modena e su ogni comune è stato rilevato il numero di abitanti X, espresso in migliaia di persone, e il numero di esercizi commerciali Y.

Qui di seguito le statistiche bivariate

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 741.5$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 11366.33$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = 7568.7043$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = 483.9327$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i^2 = 5757.604$$

6.a (pt4.0/31) Stimare la previsione per x = 16 nel modello di regressione dove Y viene spiegata da X.

6.b (pt1.2/31) Il modello si adatta bene ai dati?

$$r^2 = 0.3869$$

6.c (pt0.6/31) Cosa sono i punti influenti?

6.d (pt0.6/31) Se $W = 2 \times Y$ e V = X + 3, posto $w_i = \beta_0' + \beta_1' v + \epsilon_i'$ il modello in cui W viene spiegata da V, quanto varranno β_0' e β_1' ?