

# Inferenza

Patrizio Frederic

2025-04-24

# Inferire

Dalla Treccani si definisce l'atto di inferire come:

*Trarre, partendo da una determinata premessa o dalla constatazione di un fatto, una conseguenza, un giudizio, una conclusione.*

# Inferire: un atto cognitivo fondamentale

- ▶ Inferire = trarre conclusioni da osservazioni o idee

# Inferire: un atto cognitivo fondamentale

- ▶ Inferire = trarre conclusioni da osservazioni o idee
- ▶ Collega idee ed esperienze con altre idee

# Inferire: un atto cognitivo fondamentale

- ▶ Inferire = trarre conclusioni da osservazioni o idee
- ▶ Collega idee ed esperienze con altre idee
- ▶ Richiede riconoscimento, elaborazione, astrazione

# Inferenza nel mondo animale

- ▶ Alcune specie evolute apprendono regolarità dall'ambiente

# Inferenza nel mondo animale

- ▶ Alcune specie evolute apprendono regolarità dall'ambiente
- ▶ Adattano il comportamento in base all'esperienza

# Inferenza nel mondo animale

- ▶ Alcune specie evolute apprendono regolarità dall'ambiente
- ▶ Adattano il comportamento in base all'esperienza
- ▶ Inferenza implicita, non consapevole



# Dalla contingenza all'astrazione

- ▶ Se succede questa condizione  $\rightarrow$  adottato questo comportamento

# Dalla contingenza all'astrazione

- ▶ Se succede questa condizione → adotto questo comportamento
- ▶ Perché succede questa condizione?

# Dalla contingenza all'astrazione

- ▶ Se succede questa condizione → adottato questo comportamento
- ▶ Perché succede questa condizione?
- ▶ Cosa succederebbe se adottassi un altro comportamento?

# Dalla contingenza all'astrazione

- ▶ Se succede questa condizione → adotto questo comportamento
- ▶ Perché succede questa condizione?
- ▶ Cosa succederebbe se adottassi un altro comportamento?
- ▶ Se succedesse questa situazione ipotetica?

## Dalla contingenza all'astrazione

- ▶ Se succede questa condizione → adottato questo comportamento
- ▶ Perché succede questa condizione?
- ▶ Cosa succederebbe se adottassi un altro comportamento?
- ▶ Se succedesse questa situazione ipotetica?
- ▶ Se succederebbe se in questa situazione ipotetica, adottassi un comportamento ipotetico?

# Specificità umana dell'inferenza

- ▶ L'uomo prende coscienza dell'atto inferenziale

# Specificità umana dell'inferenza

- ▶ L'uomo prende coscienza dell'atto inferenziale
- ▶ Costruisce linguaggi simbolici e modelli astratti

# Specificità umana dell'inferenza

- ▶ L'uomo prende coscienza dell'atto inferenziale
- ▶ Costruisce linguaggi simbolici e modelli astratti
- ▶ Nascono logica, matematica, statistica



# Specificità umana dell'inferenza

- ▶ L'uomo prende coscienza dell'atto inferenziale
- ▶ Costruisce linguaggi simbolici e modelli astratti
- ▶ Nascono logica, matematica, statistica
- ▶ L'inferenza diventa replicabile e comunicabile

## Tre modalità di inferenza

- ▶ Deduttiva: da premesse date a conclusioni necessarie

## Tre modalità di inferenza

- ▶ Deduttiva: da premesse date a conclusioni necessarie
  - ▶ Se  $A \Rightarrow B$  e  $B \Rightarrow C$ , allora  $A \Rightarrow C$

## Tre modalità di inferenza

- ▶ Deduttiva: da premesse date a conclusioni necessarie
  - ▶ Se  $A \Rightarrow B$  e  $B \Rightarrow C$ , allora  $A \Rightarrow C$
  - ▶ Socrate è un uomo ( $S \Rightarrow U$ )  $\rightarrow$  **Tutti** gli uomini sono mortali ( $U \Rightarrow M$ )  $\rightarrow$  Socrate è mortale ( $S \Rightarrow M$ )

## Tre modalità di inferenza

- ▶ Deduttiva: da premesse date a conclusioni necessarie
  - ▶ Se  $A \Rightarrow B$  e  $B \Rightarrow C$ , allora  $A \Rightarrow C$
  - ▶ Socrate è un uomo ( $S \Rightarrow U$ )  $\rightarrow$  **Tutti** gli uomini sono mortali ( $U \Rightarrow M$ )  $\rightarrow$  Socrate è mortale ( $S \Rightarrow M$ )
  - ▶ Michele è una mucca  $\rightarrow$  **Tutte** le mucche hanno le ali  $\rightarrow$  Michele ha le ali

# Tre modalità di inferenza

- ▶ Deduttiva: da premesse date a conclusioni necessarie
  - ▶ Se  $A \Rightarrow B$  e  $B \Rightarrow C$ , allora  $A \Rightarrow C$
  - ▶ Socrate è un uomo ( $S \Rightarrow U$ )  $\rightarrow$  **Tutti** gli uomini sono mortali ( $U \Rightarrow M$ )  $\rightarrow$  Socrate è mortale ( $S \Rightarrow M$ )
  - ▶ Michele è una mucca  $\rightarrow$  **Tutte** le mucche hanno le ali  $\rightarrow$  Michele ha le ali
  - ▶ Se  $x > 2$  allora  $x^2 > 4 \rightarrow x = 3 \rightarrow x^2 = 9 > 4$

## Tre modalità di inferenza

- ▶ Deduttiva: da premesse date a conclusioni necessarie
  - ▶ Se  $A \Rightarrow B$  e  $B \Rightarrow C$ , allora  $A \Rightarrow C$
  - ▶ Socrate è un uomo ( $S \Rightarrow U$ )  $\rightarrow$  **Tutti** gli uomini sono mortali ( $U \Rightarrow M$ )  $\rightarrow$  Socrate è mortale ( $S \Rightarrow M$ )
  - ▶ Michele è una mucca  $\rightarrow$  **Tutte** le mucche hanno le ali  $\rightarrow$  Michele ha le ali
  - ▶ Se  $x > 2$  allora  $x^2 > 4 \rightarrow x = 3 \rightarrow x^2 = 9 > 4$
  - ▶ Se  $P(B|A) = 1$ , e  $P(C|B) = 1$  allora  $P(C|A) = 1$

# Tre modalità di inferenza

- ▶ Deduttiva: da premesse date a conclusioni necessarie
  - ▶ Se  $A \Rightarrow B$  e  $B \Rightarrow C$ , allora  $A \Rightarrow C$
  - ▶ Socrate è un uomo ( $S \Rightarrow U$ )  $\rightarrow$  **Tutti** gli uomini sono mortali ( $U \Rightarrow M$ )  $\rightarrow$  Socrate è mortale ( $S \Rightarrow M$ )
  - ▶ Michele è una mucca  $\rightarrow$  **Tutte** le mucche hanno le ali  $\rightarrow$  Michele ha le ali
  - ▶ Se  $x > 2$  allora  $x^2 > 4 \rightarrow x = 3 \rightarrow x^2 = 9 > 4$
  - ▶ Se  $P(B|A) = 1$ , e  $P(C|B) = 1$  allora  $P(C|A) = 1$
- ▶ Induttiva diretta: da modello noto a probabilità di osservazioni



# Tre modalità di inferenza

- ▶ Deduttiva: da premesse date a conclusioni necessarie
  - ▶ Se  $A \Rightarrow B$  e  $B \Rightarrow C$ , allora  $A \Rightarrow C$
  - ▶ Socrate è un uomo ( $S \Rightarrow U$ )  $\rightarrow$  **Tutti** gli uomini sono mortali ( $U \Rightarrow M$ )  $\rightarrow$  Socrate è mortale ( $S \Rightarrow M$ )
  - ▶ Michele è una mucca  $\rightarrow$  **Tutte** le mucche hanno le ali  $\rightarrow$  Michele ha le ali
  - ▶ Se  $x > 2$  allora  $x^2 > 4 \rightarrow x = 3 \rightarrow x^2 = 9 > 4$
  - ▶ Se  $P(B|A) = 1$ , e  $P(C|B) = 1$  allora  $P(C|A) = 1$
- ▶ Induttiva diretta: da modello noto a probabilità di osservazioni
  - ▶ questa una pallina  $\rightarrow$  alcune palline sono vincenti  $\rightarrow$  calcolo la probabilità che sia vincente

# Tre modalità di inferenza

- ▶ Deduttiva: da premesse date a conclusioni necessarie
  - ▶ Se  $A \Rightarrow B$  e  $B \Rightarrow C$ , allora  $A \Rightarrow C$
  - ▶ Socrate è un uomo ( $S \Rightarrow U$ )  $\rightarrow$  **Tutti** gli uomini sono mortali ( $U \Rightarrow M$ )  $\rightarrow$  Socrate è mortale ( $S \Rightarrow M$ )
  - ▶ Michele è una mucca  $\rightarrow$  **Tutte** le mucche hanno le ali  $\rightarrow$  Michele ha le ali
  - ▶ Se  $x > 2$  allora  $x^2 > 4 \rightarrow x = 3 \rightarrow x^2 = 9 > 4$
  - ▶ Se  $P(B|A) = 1$ , e  $P(C|B) = 1$  allora  $P(C|A) = 1$
- ▶ Induttiva diretta: da modello noto a probabilità di osservazioni
  - ▶ questa una pallina  $\rightarrow$  alcune palline sono vincenti  $\rightarrow$  calcolo la probabilità che sia vincente
  - ▶ Michele è un uomo  $\rightarrow$  **Alcuni** uomini hanno l'allele APOE  $\epsilon 4 \rightarrow 0 < P(\text{APOE } \epsilon 4 \mid \text{Michele}) < 1$

# Tre modalità di inferenza

- ▶ Deduttiva: da premesse date a conclusioni necessarie
  - ▶ Se  $A \Rightarrow B$  e  $B \Rightarrow C$ , allora  $A \Rightarrow C$
  - ▶ Socrate è un uomo ( $S \Rightarrow U$ )  $\rightarrow$  **Tutti** gli uomini sono mortali ( $U \Rightarrow M$ )  $\rightarrow$  Socrate è mortale ( $S \Rightarrow M$ )
  - ▶ Michele è una mucca  $\rightarrow$  **Tutte** le mucche hanno le ali  $\rightarrow$  Michele ha le ali
  - ▶ Se  $x > 2$  allora  $x^2 > 4 \rightarrow x = 3 \rightarrow x^2 = 9 > 4$
  - ▶ Se  $P(B|A) = 1$ , e  $P(C|B) = 1$  allora  $P(C|A) = 1$
- ▶ Induttiva diretta: da modello noto a probabilità di osservazioni
  - ▶ questa una pallina  $\rightarrow$  alcune palline sono vincenti  $\rightarrow$  calcolo la probabilità che sia vincente
  - ▶ Michele è un uomo  $\rightarrow$  **Alcuni** uomini hanno l'allele APOE  $\epsilon 4 \rightarrow 0 < P(\text{APOE } \epsilon 4 \mid \text{Michele}) < 1$
- ▶ Induttiva inversa (statistica): da dati osservati a modello incognito

# Tre modalità di inferenza

- ▶ Deduttiva: da premesse date a conclusioni necessarie
  - ▶ Se  $A \Rightarrow B$  e  $B \Rightarrow C$ , allora  $A \Rightarrow C$
  - ▶ Socrate è un uomo ( $S \Rightarrow U$ )  $\rightarrow$  **Tutti** gli uomini sono mortali ( $U \Rightarrow M$ )  $\rightarrow$  Socrate è mortale ( $S \Rightarrow M$ )
  - ▶ Michele è una mucca  $\rightarrow$  **Tutte** le mucche hanno le ali  $\rightarrow$  Michele ha le ali
  - ▶ Se  $x > 2$  allora  $x^2 > 4 \rightarrow x = 3 \rightarrow x^2 = 9 > 4$
  - ▶ Se  $P(B|A) = 1$ , e  $P(C|B) = 1$  allora  $P(C|A) = 1$
- ▶ Induttiva diretta: da modello noto a probabilità di osservazioni
  - ▶ questa una pallina  $\rightarrow$  alcune palline sono vincenti  $\rightarrow$  calcolo la probabilità che sia vincente
  - ▶ Michele è un uomo  $\rightarrow$  **Alcuni** uomini hanno l'allele APOE  $\epsilon 4 \rightarrow 0 < P(\text{APOE } \epsilon 4 \mid \text{Michele}) < 1$
- ▶ Induttiva inversa (statistica): da dati osservati a modello incognito
  - ▶ Estraggo 10 palline  $\rightarrow$  6 palline sono vincenti  $\rightarrow$  com'è composta l'urna?

# Tre modalità di inferenza

- ▶ Deduttiva: da premesse date a conclusioni necessarie
  - ▶ Se  $A \Rightarrow B$  e  $B \Rightarrow C$ , allora  $A \Rightarrow C$
  - ▶ Socrate è un uomo ( $S \Rightarrow U$ )  $\rightarrow$  **Tutti** gli uomini sono mortali ( $U \Rightarrow M$ )  $\rightarrow$  Socrate è mortale ( $S \Rightarrow M$ )
  - ▶ Michele è una mucca  $\rightarrow$  **Tutte** le mucche hanno le ali  $\rightarrow$  Michele ha le ali
  - ▶ Se  $x > 2$  allora  $x^2 > 4 \rightarrow x = 3 \rightarrow x^2 = 9 > 4$
  - ▶ Se  $P(B|A) = 1$ , e  $P(C|B) = 1$  allora  $P(C|A) = 1$
- ▶ Induttiva diretta: da modello noto a probabilità di osservazioni
  - ▶ questa una pallina  $\rightarrow$  alcune palline sono vincenti  $\rightarrow$  calcolo la probabilità che sia vincente
  - ▶ Michele è un uomo  $\rightarrow$  **Alcuni** uomini hanno l'allele APOE  $\epsilon 4 \rightarrow 0 < P(\text{APOE } \epsilon 4 \mid \text{Michele}) < 1$
- ▶ Induttiva inversa (statistica): da dati osservati a modello incognito
  - ▶ Estraggo 10 palline  $\rightarrow$  6 palline sono vincenti  $\rightarrow$  com'è composta l'urna?
  - ▶ Osservo 100 persone  $\rightarrow$  53 hanno l'allele APOE  $\epsilon 4 \rightarrow$  com'è composta l'urna?

# Inferenza statistica

- ▶ Trasforma osservazioni parziali in conoscenza generalizzabile

# Inferenza statistica

- ▶ Trasforma osservazioni parziali in conoscenza generalizzabile
- ▶ Richiede un linguaggio formale per esprimere incertezza

# Inferenza statistica

- ▶ Trasforma osservazioni parziali in conoscenza generalizzabile
- ▶ Richiede un linguaggio formale per esprimere incertezza
- ▶ Formalizza una capacità innata nell'uomo



# Campione e Campionamento

- ▶ Tutta l'inferenza parte dall'osservazione di un campione

# Campione e Campionamento

- ▶ Tutta l'inferenza parte dall'osservazione di un campione
- ▶ Il campione è al fonte principale di informazione

# Campione e Campionamento

- ▶ Tutta l'inferenza parte dall'osservazione di un campione
- ▶ Il campione è al fonte principale di informazione
- ▶ Rappresenta (idealmente) qualcosa di più grande

# Campioni Casuali

- ▶ La casualità nella selezione garantisce generalizzabilità

# Campioni Casuali

- ▶ La casualità nella selezione garantisce generalizzabilità
- ▶ Senza casualità: rischio di distorsione sistematica

# Campioni Casuali

- ▶ La casualità nella selezione garantisce generalizzabilità
- ▶ Senza casualità: rischio di distorsione sistematica
- ▶ La probabilità permette di misurare l'incertezza

# Inferenza da popolazioni finite

- ▶ Popolazioni chiuse, elencabili (es. censimenti)

# Inferenza da popolazioni finite

- ▶ Popolazioni chiuse, elencabili (es. censimenti)
- ▶ Necessario un registro completo della popolazione



# Inferenza da popolazioni finite

- ▶ Popolazioni chiuse, elencabili (es. censimenti)
- ▶ Necessario un registro completo della popolazione
- ▶ Richiede disegno campionario, strumenti di rilevazione, controllo qualità

# Inferenza da popolazioni finite

- ▶ Popolazioni chiuse, elencabili (es. censimenti)
- ▶ Necessario un registro completo della popolazione
- ▶ Richiede disegno campionario, strumenti di rilevazione, controllo qualità
- ▶ Tipica delle statistiche ufficiali (ISTAT, Eurostat, OCSE)

## Esempi di indagini su popolazioni finite

- ▶ Forze di lavoro (ISTAT): tasso di occupazione, 77 000 famiglie/trim.

## Esempi di indagini su popolazioni finite

- ▶ Forze di lavoro (ISTAT): tasso di occupazione, 77 000 famiglie/trim.
- ▶ Consumi delle famiglie (ISTAT): diario spese, 30 000 famiglie/anno

## Esempi di indagini su popolazioni finite

- ▶ Forze di lavoro (ISTAT): tasso di occupazione, 77 000 famiglie/trim.
- ▶ Consumi delle famiglie (ISTAT): diario spese, 30 000 famiglie/anno
- ▶ EU-SILC (Eurostat/ISTAT): redditi e disuguaglianze, >20 000 famiglie

## Esempi di indagini su popolazioni finite

- ▶ Forze di lavoro (ISTAT): tasso di occupazione, 77 000 famiglie/trim.
- ▶ Consumi delle famiglie (ISTAT): diario spese, 30 000 famiglie/anno
- ▶ EU-SILC (Eurostat/ISTAT): redditi e disuguaglianze, >20 000 famiglie
- ▶ PISA (OCSE): competenze studenti quindicenni, 11 000 studenti/3 anni

## Esempi di indagini su popolazioni finite

- ▶ Forze di lavoro (ISTAT): tasso di occupazione, 77 000 famiglie/trim.
- ▶ Consumi delle famiglie (ISTAT): diario spese, 30 000 famiglie/anno
- ▶ EU-SILC (Eurostat/ISTAT): redditi e disuguaglianze, >20 000 famiglie
- ▶ PISA (OCSE): competenze studenti quindicenni, 11 000 studenti/3 anni
- ▶ PIAAC (OCSE): competenze adulti 16-65 anni, 5 000 individui

## Esempi di indagini su popolazioni finite

- ▶ Forze di lavoro (ISTAT): tasso di occupazione, 77 000 famiglie/trim.
- ▶ Consumi delle famiglie (ISTAT): diario spese, 30 000 famiglie/anno
- ▶ EU-SILC (Eurostat/ISTAT): redditi e disuguaglianze, >20 000 famiglie
- ▶ PISA (OCSE): competenze studenti quindicenni, 11 000 studenti/3 anni
- ▶ PIAAC (OCSE): competenze adulti 16-65 anni, 5 000 individui
- ▶ TALIS (OCSE): condizioni di lavoro degli insegnanti, 3 000 insegnanti



# Inferenza da popolazioni infinite

- ▶ Popolazioni non enumerate, concettualmente infinite

# Inferenza da popolazioni infinite

- ▶ Popolazioni non enumerate, concettualmente infinite
- ▶ I dati sono realizzazioni di una variabile aleatoria

# Inferenza da popolazioni infinite

- ▶ Popolazioni non enumerate, concettualmente infinite
- ▶ I dati sono realizzazioni di una variabile aleatoria
- ▶ Si adotta un approccio modellistico probabilistico

# Esempi di popolazioni non enumerate

- ▶ I consumatori abituali degli spaghetti Barilla

## Esempi di popolazioni non enumerate

- ▶ I consumatori abituali degli spaghetti Barilla
- ▶ Le aziende con un gestionale più vecchio di 10 anni

# Esempi di popolazioni non enumerate

- ▶ I consumatori abituali degli spaghetti Barilla
- ▶ Le aziende con un gestionale più vecchio di 10 anni
- ▶ Le formiche presenti in una foresta tropicale

## Esempi di popolazioni non enumerate

- ▶ I consumatori abituali degli spaghetti Barilla
- ▶ Le aziende con un gestionale più vecchio di 10 anni
- ▶ Le formiche presenti in una foresta tropicale
- ▶ I malati di diabete nel mondo

# Esempi di inferenza da popolazioni infinite

- ▶ Processi fisici e ambientali (es. temperatura, inquinanti)



# Esempi di inferenza da popolazioni infinite

- ▶ Processi fisici e ambientali (es. temperatura, inquinanti)
- ▶ Produzione industriale (pezzi futuri)

# Esempi di inferenza da popolazioni infinite

- ▶ Processi fisici e ambientali (es. temperatura, inquinanti)
- ▶ Produzione industriale (pezzi futuri)
- ▶ Eventi ripetibili (click, richieste a server)

# Inferenza non parametrica e parametrica

- ▶ Non parametrica: osservazioni IID, nessuna ipotesi sulla distribuzione

# Inferenza non parametrica e parametrica

- ▶ Non parametrica: osservazioni IID, nessuna ipotesi sulla distribuzione
- ▶ Parametrica: ipotesi su una famiglia di distribuzioni

# Inferenza non parametrica e parametrica

- ▶ Non parametrica: osservazioni IID, nessuna ipotesi sulla distribuzione
- ▶ Parametrica: ipotesi su una famiglia di distribuzioni
- ▶ Scelta = compromesso tra flessibilità e precisione