

一：求解如下递归式，已知 $T(1)=1$ 。

(1) $T(n)=2T(n-1)+n$

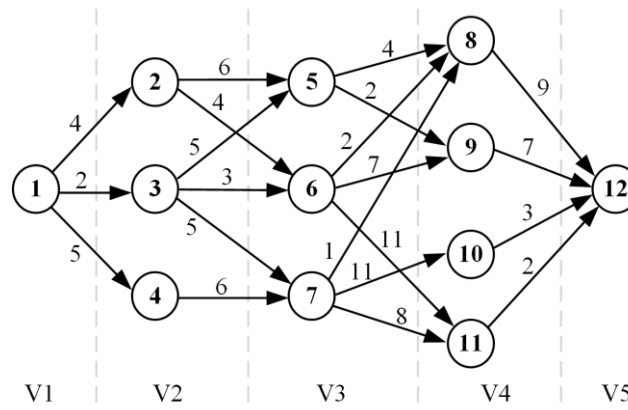
(2) $T(n)=4T(n/2)+n^3$

二：硬件厂商 A 公司宣称他们最新研制的微处理运行速度为其竞争对手 B 公司同类产品的 64 倍。对于计算复杂性分别为 n , n^2 , n^3 和 2^n 的各算法，若用 B 公司的计算机能在 1 小时内能解输入规模为 n 的问题，那么用 A 公司的计算机在 1 小时内分别能解输入规模为多大的问题？

三：一个机器人每步可以走 1 米、2 米或 3 米，计算机器人走 n 米路有多少种走法（考虑步骤的次序）。要求实现算法的时间复杂度不超过 $O(n)$ ，编程语言为 C 或 C++。

四：详细论述 Prim 算法和 Kruskal 算法选择下一个节点的标准分别是什么？对于一个有 n 个节点和 e 条边的无向连通图，这两个算法的求解时间复杂度分别是什么？

五：在一个多段图中（如下图所示），用动态规划算法找出结点 1 到结点 12 的最短路径及成本，要求写出详细的求解过程。



六：归并排序是一种经典的排序算法，其主要思想是什么，属于稳定排序算法吗？如何理解归并排序是最坏情况下的最好排序算法，并证明。

七：已知元素 a , b , c 依次有成功检索概率 $P(1:3)=(1, 2, 4)$ ，不成功检索概率 $Q(0:3)=(1, 1, 3, 2)$ ，请使用动态规划法建立其最优二分检索树并画出最优二分检索树的形态，要求写出详细的求解过程。

注：所有概率值等比例放大为整数，整个求解过程中按整数处理即可。

参考的递推公式

$$W(i, j) = P(j) + Q(j) + W(i, j-1)$$

$$C(i, j) = \min_{i < k \leq j} \{C(i, k-1) + C(k, j)\} + W(i, j)$$

第 8 题：（15 分）请详细论述分治法、贪心法和动态规划法成立的条件是什么？分别适用于解决什么特征的问题？