

Problema Teórico No. 1

XIII Olimpiada Iberoamericana de Física, 2008, Morelia, Michoacán, México

Rayos en una tormenta eléctrica

Introducción

La fascinación y temor por los fenómenos meteorológicos es un hecho que nos acompaña desde la antigüedad. Los antiguos griegos, por ejemplo, asociaban los rayos con Zeus, su dios más poderoso. Según la mitología nórdica, el dios Thor producía los relámpagos al cortar con su espada las nubes en su lucha contra otros dioses.

Por otro lado, el hecho de que haya tantas tormentas eléctricas en el planeta y que los rayos lleven consigo tanta energía, resultan peligrosos para el hombre. En los Estados Unidos, por ejemplo, mueren unas 100 personas al año a causa del impacto por rayos, siendo el estado de Florida el que presenta un mayor número de casos, con un número mayor de muertes al causado por los huracanes y tornados combinados.

El rayo corresponde a una descarga eléctrica en la atmósfera, que se produce entre una nube y la superficie, o entre dos nubes. El aire, desde el punto de vista eléctrico es un buen aislante. Sin embargo, cuando la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos supera un cierto valor límite, en torno a los 30000 V para una distancia aproximada de 1 cm, se produce la ruptura dieléctrica de éste, haciendo que el aire sea conductor eléctrico y se produzca una masiva descarga eléctrica en la forma de un chispazo.



En su trayectoria, el rayo transporta corrientes eléctricas que pueden llegar a varios miles de amperios durante milésimas de segundo con potenciales que se han llegado a estimar en valores que sobrepasaban los 15 millones de voltios. En el hogar, las intensidades eléctricas están en torno a unos cuantos amperios con voltajes de entre 110 y 220 V.

El paso brusco de los electrones por la atmósfera ioniza a las moléculas de aire que, al regresar a su estado normal, producen la luz que se conoce como relámpago. El aumento de temperatura (hasta un valor cercano a 30000 °C) en la zona por donde pasa la descarga y el brusco aumento de presión debido al

calentamiento producen las ondas de sonido que constituyen el trueno. La velocidad de propagación del sonido en el aire es del orden de 1200 km/h, de modo que el tiempo transcurrido entre el avistamiento del relámpago y el trueno permite estimar la distancia del observador al punto de ocurrencia del rayo.

La forma en que modelan los físicos e ingenieros a los rayos en la atmósfera que caen sobre la tierra, es considerando a las nubes y a la tierra como un gran condensador (capacitor) de placas paralelas que se descarga directamente a través del aire, produciendo un gran chispazo.

Problema:

Parte I: Antecedentes de laboratorio.

En un laboratorio de física se obtuvo que el voltaje necesario para producir la chispa a través del aire, en un condensador de placas paralelas de área $3.5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ (35 cm^2), como función de la distancia no varía linealmente. Los resultados se grafican en la figura 1 donde se muestran los puntos experimentales y la línea

continua que ajusta a los puntos experimentales con la curva $V = m \left(\frac{d}{d_0} \right)^\alpha$, donde $m = 5140.0 \text{ V}$, $\alpha = 0.75$,

$d_0 = 10^{-3} \text{ m}$.

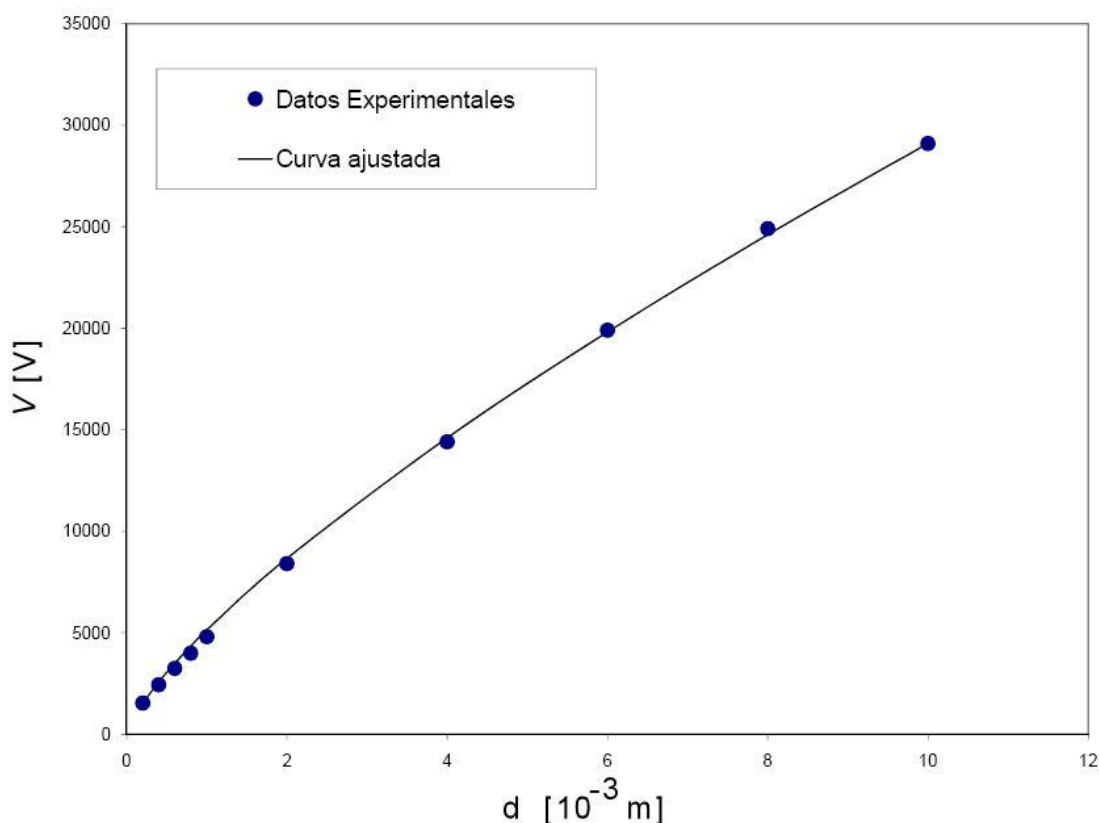


Figura 1. Rompimiento en un condensador
Para la distancia $d = 1 \times 10^{-2} \text{ m}$:

(I.a) Calcule la carga y densidad superficial de carga sobre una de las placas para el instante antes de que ocurra el chispazo. [1.0 punto]

(I.b) ¿Cuánto vale el campo eléctrico entre las placas en ese instante? [1.0 punto]

(I.c) Calcule la energía disipada en la descarga del condensador. [1.0 punto]

(I.d) Calcule la fuerza entre las placas. [1.0 punto]

(I.e) Calcule la corriente eléctrica involucrada al paso de electrones de una placa a otra, suponiendo que la descarga ocurre en 1×10^{-4} s. [1.0 punto]

Parte II: Rayos de una nube típica en una tormenta

Una nube típica que produce rayos es la conocida como *Cumulonimbus* que puede tener una base de 4 km de diámetro, y estar a una altura de 2 km sobre la superficie. Esta nube tiene un crecimiento vertical muy grande que puede alcanzar varios kilómetros desde su base. Un tiempo típico para la duración de la descarga de un rayo, desde esa altura, es de 10 milésimas de segundo.

Usando el modelo anterior de condensador de placas paralelas para un rayo que sale de esta nube y cae sobre la tierra:

(II.a) Calcule la diferencia de potencial entre la nube y la tierra para que se produzca el rayo. [1.0 punto]

(II.b) Calcule la corriente eléctrica involucrada en el rayo. [0.5 punto]

(II.c) ¿Cuál es la cantidad de electrones para dar una corriente equivalente? [1.0 punto]

(II.d) En la literatura de divulgación sobre los rayos, se encuentran aseveraciones como que la energía involucrada en el rayo es tal que podría iluminar a una ciudad de tamaño medio durante un año.

Suponiendo que una ciudad de tamaño medio utiliza aproximadamente 2000 GWh para su iluminación durante 1 año, ¿es cierta la aseveración? Calcule la energía involucrada en el rayo para justificar su respuesta.

[1.0 punto]

(II.e) El consumo mundial de energía al año es de 10^{21} J. Suponiendo que caen a la tierra 100 rayos por segundo, calcule la energía involucrada en las tormentas de rayos en un año. ¿Qué porcentaje del consumo mundial de energía podría sustituirse por esta fuente alternativa de energía?

[0.5 punto]

(II.f) Considere que un 50% de la energía que libera el rayo se disipa en la trayectoria en forma de calor. Suponga que la trayectoria fuese un cilindro recto de 0.1 m de diámetro. El calor específico del aire puede considerarse como constante. Calcule el aumento de temperatura en el aire en esa zona suponiendo que el volumen es constante.

[1.0 punto]

Calor específico del aire: 1214 J/m³ K.

$$\varepsilon_0 = 8.9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Rayos en una tormenta eléctrica

Parte I: Antecedentes de laboratorio.

Usando la formula $V = md^\alpha$, con $m = 5140.0 \text{ V}$, $\alpha = 0.75$ para una distancia $d = 10 \text{ mm}$ (1 cm), da el voltaje $V = 28900 = 2.9 \times 10^3 \text{ V}$.

La capacitancia C de un capacitor de placas planas paralelas es $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$ con $\varepsilon_0 = 8.9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$ la

constante de permitividad, d la separación entre las placas, A el área de las placas.

Por otro lado, se tiene que $q = CV$ donde q es la carga del capacitor y V la diferencia de potencial.

RESPUESTA

VALOR CALIF.

(I.a) La carga y densidad superficial de carga son:

	1.0	
--	-----	--

(I.b) El campo eléctrico entre las placas es:

	1.0	
--	-----	--

(I.c) La energía disipada en la descarga es:

	1.0	
--	-----	--

(I.d) La fuerza entre las placas es:

	1.0	
--	-----	--

(I.e) La corriente entre una placa y la otra:

	1.0	
--	-----	--

Parte II: Rayos de una nube típica en una tormenta

(II.a) La diferencia de potencial es:

	0.5	
--	-----	--

(II.b) La corriente eléctrica involucrada es:

	1.0	
--	-----	--

(II.c) La cantidad de electrones es:

	0.5	
--	-----	--

(II.d) La energía involucrada en el rayo es:

	1.0	
--	-----	--

(II.e) El porcentaje de energía es:

	1.0	
--	-----	--

(II.f) El aumento de temperatura es:.

	1.0	
--	-----	--

Folio:	Número de Página:	Total de Páginas:
--------	-------------------	-------------------

*Problema Teórico No. 2**XIII Olimpiada Iberoamericana de Física, 2008, Morelia, Michoacán, México***¿Cuánta energía tienen y de qué tan lejos provienen los Rayos Cósmicos Ultraenergéticos?****Introducción:**

El proyecto Auger es una colaboración internacional que busca entender a los rayos cósmicos ultraenergéticos, partículas que viajan por el espacio a velocidades muy cercanas a la de la luz. Estas partículas se detectan indirectamente, por los chubascos (lluvias) de otras partículas y de fotones que se producen al llegar a la parte alta de nuestra atmósfera y chocar con las moléculas del aire ahí existentes (ver Figura 2.1). Sus energías son de muchos órdenes de magnitud mayores que las de las partículas más energéticas creadas en los aceleradores terrestres y existe gran interés en comprender cómo se aceleran a estas velocidades tan cercanas a las de la luz y de qué cuerpos cósmicos provienen.

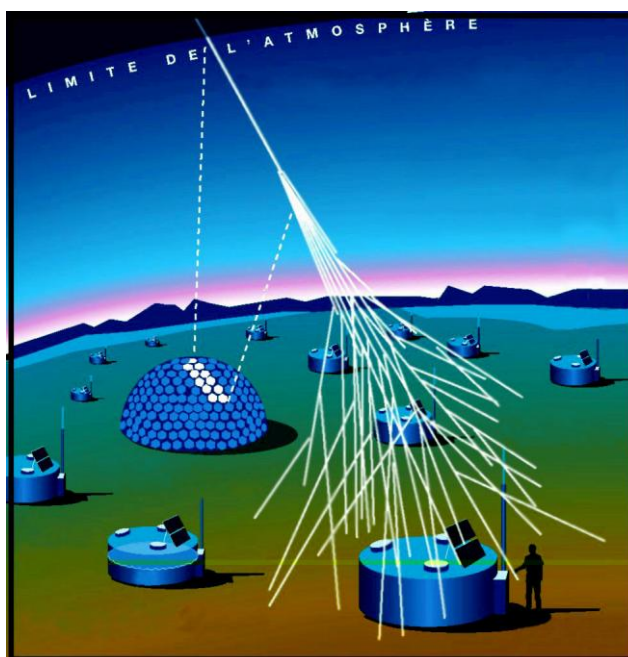


Fig. 2.1 Diagrama artístico del proyecto Auger, en construcción en Argentina.

Se sabe que los rayos cósmicos por encima de cierto umbral de energía NO pueden provenir de cuerpos cósmicos muy remotos. Esto se debe a que por encima de una cierta energía (conocida como el “corte” GZK por las iniciales de los físicos que predijeron este efecto en 1966), estos rayos

Folio:	Número de Página:	Total de Páginas:
--------	-------------------	-------------------

cósmicos ultraenergéticos pueden chocar con fotones de la radiación cósmica de fondo, perdiendo parte de su energía al crear nuevas partículas. En otras palabras, en estas colisiones dejan de ser ultraenergéticos.

En este problema calculamos cuál es el umbral de energía para que los rayos cósmicos puedan tener estas colisiones que los degradan a menores energías y la distancia que pueden recorrer como ultraenergéticos, antes de sufrir una de estas colisiones.

Problema:*Parte I: Características de los fotones de la radiación cósmica de fondo.*

La radiación cósmica de fondo es una energía en forma de fotones que llena el espacio y se produjo cuando el Universo era muy joven. Su intensidad como función de la longitud de onda del fotón se ajusta a un cuerpo negro con temperatura T de 2.7 K. La radiación de cuerpo negro tiene la propiedad, descrita por la ley de desplazamiento de Wien, en la cual su máximo de emisión ocurre a una longitud de onda λ_{\max} inversamente proporcional a la temperatura:

$$\lambda_{\max} = \frac{0.0029}{T},$$

donde λ_{\max} está en metros y T en Kelvin.

(I.a) Suponga que los fotones de λ_{\max} son típicos de la radiación de cuerpo negro de fondo y calcule esta longitud de onda.

[0.3 puntos]

(I.b) Calcule la energía de un fotón típico de la radiación cósmica de fondo. La constante de Planck es $h = 6.6 \times 10^{-34}$ J s y la velocidad de la luz es $c = 3.0 \times 10^8$ m s⁻¹.

[0.7 puntos]

Parte II: Colisiones entre protones ultraenergéticos y fotones de la radiación cósmica de fondo.

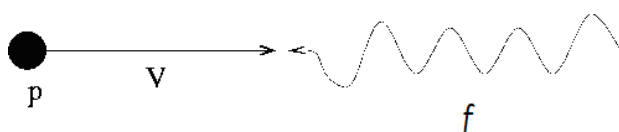
Por simplicidad suponga que el proceso de pérdida de energía es debido a que un protón (p) colisiona de frente con uno de los fotones (f) de la radiación cósmica de fondo, resultando de esta colisión el protón más un pión neutro (π^0):

Folio:	Número de Página:	Total de Páginas:
--------	-------------------	-------------------

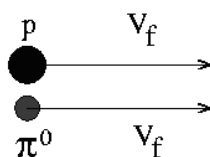
$$p + f \rightarrow p + \pi^0$$

Las situaciones inicial y final se muestran en la siguiente figura:

SITUACION INICIAL:



SITUACION FINAL:



La velocidad inicial del protón es V y su momento es $\gamma m_p V$, donde $\gamma = \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-1/2}$. Las masas de las partículas son:

$$m_p = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m_{\pi^0} = 2.4 \times 10^{-28} \text{ kg}$$

Suponga que el problema es en una sola dimensión y que el protón y el pión neutro se mueven con la misma velocidad V_f después de la colisión. Se trata de determinar cuál es la energía mínima que debe de tener el protón para lograr producir al pión neutro.

(II.a) Escriba las ecuaciones que rigen la colisión.

[2.0 puntos]

Folio:	Número de Página:	Total de Páginas:
--------	-------------------	-------------------

(II.b) Determine la energía inicial del protón ultraenergético, $\gamma m_p c^2$. Dado que $V \approx c$, puede usar la aproximación $1 + \frac{V}{c} \approx 2$.

[3.0 puntos]

(II.c) Encuentre el valor de la energía inicial del protón ultraenergético en Joules y en electronVolts. Para esto necesita saber que $1 \text{ J} = 6.2 \times 10^{18} \text{ eV}$. Los protones a ésta y mayores energías son considerados ultraenergéticos porque pueden producir partículas al chocar con los fotones de la radiación cósmica de fondo.

[1.0 puntos]

Parte III: Camino libre medio para una colisión

(III.a) La densidad de energía (la energía en fotones por unidad de volumen) de la radiación cósmica de fondo está dada por:

$$u_E = a T^4$$

donde $a = 7.6 \times 10^{-16} \text{ J m}^{-3} \text{ K}^{-4}$ es la constante de radiación. Calcule la densidad de energía de la radiación cósmica de fondo.

[0.3 puntos]

(III.b) Determine la densidad de fotones u_f (el número de fotones por unidad de volumen) de la radiación cósmica de fondo.

[1.0 puntos]

(III.c) La sección eficaz para estas colisiones entre protones y fotones es $\sigma = 2.0 \times 10^{-32} \text{ m}^2$. El camino libre medio está definido como la distancia promedio que recorre una partícula entre una colisión y la siguiente y puede estimarse como la altura de un cilindro que tiene como base la sección eficaz de colisión y que contiene a un fotón en su volumen. Los protones ultraenergéticos no pueden viajar distancias mucho más grandes que este camino libre medio sin perder energía y dejar de ser ultraenergéticos.

Estime el camino libre medio l , de un protón antes de sufrir una colisión con un fotón.

Folio:	Número de Página:	Total de Páginas:
--------	-------------------	-------------------

[1.2 puntos]

(III.d) Los cuásares son objetos cósmicos que tienen fenómenos de altas energías y que podrían ser responsables de la producción de los rayos cósmicos ultraenergéticos. Los cuásares son objetos lejanos, el más cercano está a una distancia de 2.0×10^{25} m . ¿Pueden los rayos cósmicos ultraenergéticos provenir de los cuásares o no? ¿Por qué?

[0.5 puntos]

J = Joule = Julio

K = grado Kelvin

Folio:	Número de Página:	Total de Páginas:
--------	-------------------	-------------------

¿Cuánta energía tienen y de qué tan lejos provienen los Rayos Cósmicos Ultraenergéticos?

Parte I: Características de los fotones de la radiación cósmica de fondo.

(I.a) La longitud de onda λ_{max} de un fotón típico de la radiación cósmica de fondo es:

RESPUESTA

VALOR CALIF.

	0.3	
--	-----	--

(I.b) La energía de un fotón típico de la radiación cósmica de fondo es:

	0.7	
--	-----	--

Parte II: Colisiones entre protones ultraenergéticos y fotones de la radiación cósmica de fondo.

(II.a) Las ecuaciones que rigen la colisión son:

	2.0	
--	-----	--

(II.b) La energía inicial del protón ultraenergético, $\gamma m_p c^2$, es

	3.0	
--	-----	--

(II.c) La energía inicial del protón ultraenergético en Joules y en electronVolts es:

Folio:	Número de Página:	Total de Páginas:
--------	-------------------	-------------------

	1.0	
--	-----	--

Parte III: Camino libre medio para una colisión

(III.a) La densidad de energía de la radiación cósmica de fondo es:

	0.3	
--	-----	--

(III.b) La densidad de fotones de la radiación cósmica de fondo es:

	1.0	
--	-----	--

(III.c) El camino libre medio para una colisión es:

	1.2	
--	-----	--

(III.d) Comparación entre el camino libre medio y la distancia a los cuerpos lejanos en el Universo:

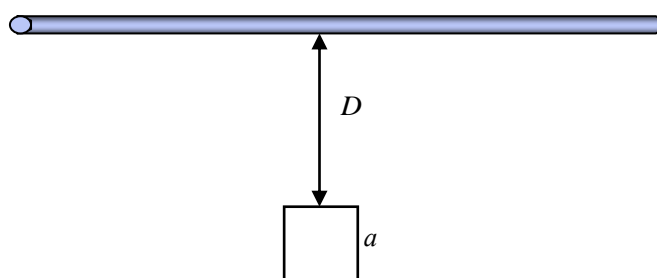
	0.5	
--	-----	--

Problema Teórico No. 3

XIII Olimpiada Iberoamericana de Física, 2008, Morelia, Michoacán, México

Levitación de una espira (loop) conductora

En un alambre largo horizontal circula una corriente I que decrece con el tiempo. Una espira conductora es suspendida durante un intervalo de tiempo Δt pequeño. En ese intervalo la espira se mantiene en equilibrio. La espira se encuentra en un plano vertical a una distancia D por debajo del alambre, como se muestra en la figura. La espira es un cuadrado de lado a , masa m y resistencia R . La distancia D es mucho mayor que a . Desprecie la autoinductancia de la espira.



a) Haga un diagrama del sistema indicando claramente las corrientes, campos magnéticos y fuerzas involucradas.

[1.0 punto]

b) Haciendo las aproximaciones que considere oportunas, encuentre la corriente inducida en la espira en función de $\Delta I / \Delta t$.

[3.0 puntos]

c) Encuentre la fuerza magnética neta sobre la espira, indicando su magnitud (módulo), dirección y sentido.

[3.0 puntos]

Sugerencia: $\frac{1}{(1+x)^n} \approx 1 - nx$

d) Calcule la condición que debe satisfacer el producto $I \frac{\Delta I}{\Delta t}$ en función de las cantidades dadas y constantes electromagnéticas, para que la espira se mantenga levitando. Sea muy cuidadoso con los signos de las cantidades involucradas.

[3.0 puntos]

Levitación de una espira conductora

Código del estudiante:	Número de Página:	Total de Páginas:
------------------------	-------------------	-------------------

RESPUESTA

VALOR CALIF.

a) Diagrama del sistema	1.0	
-------------------------	-----	--

b) La corriente inducida en la espira	3.0	
---------------------------------------	-----	--

c)	3.0	
----	-----	--

d)	3.0	
----	-----	--