26 OLIMPIADA INTERNACIONAL DE FÍSICA
CANBERRA, AUSTRALIA, 1995

Problema 1 (Cambio Gravitacional Rojo y la Medición de la Masa Estelar). (a) (3 puntos)

Un fotón de frecuencia f posee una masa inercial efectiva m determinada por su energía. Supongamos que tiene una masa gravitacional igual a esta masa inercial. En consecuencia, un fotón emitido en la superficie de una estrella se pierde energía cuando se escapa del campo de gravedad de la estrella. Muestra que el cambio de frecuencia Δf del fotón cuando se escapa de la superficie de la estrella al infinito está dada por

$$\frac{\Delta f}{f} \simeq -\frac{GM}{Rc^2}$$

para $\Delta f << f$ donde:

1. $G =$ constante gravitacional
2. $R =$ radio de la estrella
3. $c =$ velocidad de la luz
4. $M =$ masa de la estrella.

Así, el cambio-rojo de una línea espectral conocida medido lejos de la estrella se puede utilizar para medir la razón M/R. El conocimiento de R permitirá que la masa de la estrella se determine.

(b) (12 puntos)

Una nave espacial no tripulada se lanza en un experimento para medir tanto la masa M y radio R de una estrella en nuestra galaxia. Los fotones son emitidos desde los iones He^+ en la superficie de la estrella. Estos fotones pueden ser monitoreados a través de la absorción resonante por iones He^+ contenidos en una cámara de prueba en la nave espacial. De acuerdo a la absorción resonante sólo si los iones He^+ se dan a una velocidad hacia la estrella para permitir precisamente para el cambio-rojo.

A medida que la nave se aproxima a la estrella radialmente, la velocidad relativa de la estrella ($v = \beta_c$) de las iones He^+ en la cámara de prueba en la resonancia de absorción se mide como una función de la distancia d desde la superficie (más cercano) de la estrella. Los datos experimentales se muestran en la tabla adjunta.

Utilizar totalmente los datos para determinar gráficamente la masa M y radio R de la estrella. No hay necesidad de estimar las incertidumbres en su respuesta.

Datos para la condición resonante

Parámetro de velocidad	$\beta = v/c(\times 10^{-5})$	3.352	3.279	3.195	3.077	2.955
Distancia de la superficie de las estrella	$d(\times 10^8)$ m	38.90	19.98	13.32	8.99	6.67

(c) (5 puntos)

Con el fin de determinar R y M en un experimento, es habitual considerar la corrección de la frecuencia debido a la retracción del átomo emisor. [Movimiento térmico hace que las líneas de emisión que se amplió sin desplazar a las emisiones máximas, y por lo tanto podemos suponer que todos los efectos térmicos han tenido que llevarse en cuenta.]

(i) (4 puntos)

Suponga que los átomos se desintegra en reposo, produciendo un fotón y un átomo de retroceso. Obtener la expresión relativista para la energía hf de un fotón emitido en términos de ΔE(la diferencia de energía en reposo entre los dos niveles atómicos) y la masa en reposo inicial m_0 del átomo.

(ii) (1 punto)

Por lo tanto hacer una estimación numérica de la frecuencia relativista de cambio $\left(\frac{\Delta f}{f}\right)$ para el caso de los iones He^+. Su respuesta debe llegar a ser mucho más pequeño que el cambio gravitacional rojo obtenido en la parte (b).

Datos:

Velocidad de la luz $c = 3.0\times10^8\ \mathrm{ms}^{-1}$
Energía de reposo de He $m_0c^2 = 4 \times 938(\mathrm{MeV})$
Energía de Bohr $E_n = -\dfrac{13.6Z^2}{n^2}(\mathrm{eV})$
Constante gravitacional $G = 6.7\times10^{-11}\ \mathrm{Nm}^2\ \mathrm{kg}^{-2}$

Problema 2 (Propagación del sonido). *Introducción*
La velocidad de propagación del sonido en el océano varía con la profundidad, la temperatura y la salinidad. La figura 1(a) muestra la variación de la velocidad del sonido c con la profundidad z para un caso donde un valor de velocidad mínimo c_0 se produce a mitad de camino entre la superficie del océano y el fondo del mar. Nótese que por conveniencia $z = 0$ en la profundidad de esta mínima velocidad del sonido, $z = z_S$ en la superficie y $z = -z_b$ en el fondo del mar. Por encima de $z = 0$, c esta dada por

$$c = c_0 + b_z$$

A continuación $z = 0$, c está dada por

$$c = c_0 - b_z$$

En cada caso $b = |\dfrac{dc}{dz}|$,es decir, b es la magnitud del gradiente de velocidad del sonido con la profundidad, b se supone constante.

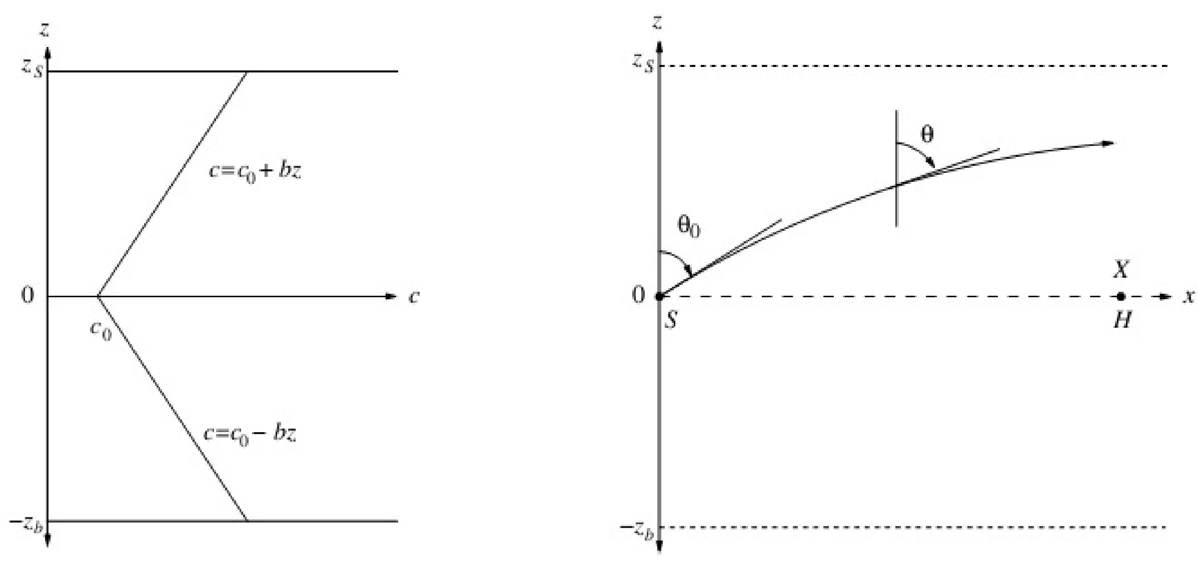


Figure 1 (a) Figure 1 (b)

Figura 1(b) muestra una sección del plano $x - y$ a través del océano, en donde x es una dirección horizontal. La variación de c con respecto a z se muestra en la figura 1(a). En la posición $z = 0$, $x = 0$, una fuente de sonido está situado. Un "rayo sonido" se emite desde S en un ángulo θ_0 como se muestra. Debido a la variación de c con z, el rayo se refracta.

(a) (6 puntos)
Muestra que la trayectoria del rayo, dejando a la fuente S y limitado al plano $z - x$ forma un arco de un círculo con radio R, donde

$$R = \frac{c_0}{b\sin\theta_0}$$

para $0 \le \theta_0 < \dfrac{\pi}{2}$

(b) (3 puntos)
Calcular una expresión involucrando z_S, c_0 y b para dar el menor valor del ángulo θ_0 de los rayos dirigidos hacia arriba que pueden ser transmitidas sin la onda sonora reflejada de la superficie del mar.

(c) (4 puntos)
La figura 1(b) muestra la posición de un receptor de sonido H que se encuentra en la posición $z = 0$, $x = X$. Deducir una expresión que contenga b, X y c_0 para dar la serie de ángulos θ_0 requeridos para el rayo emergente de sonido S para llegar al receptor H. Supongamos que z_S y z_b son suficientemente grandes como para eliminar la posibilidad de reflexión de la superficie del mar o el fondo marino.

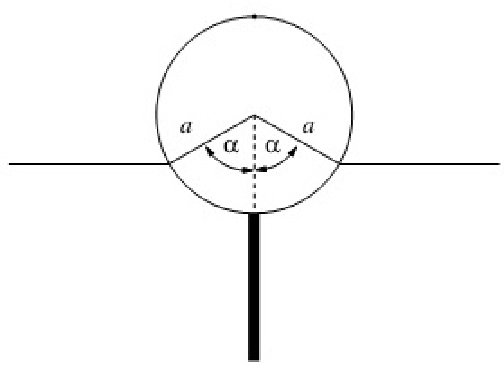
(d) (2 puntos)
Calcular los 4 valores pequeños de θ_0 para los rayos refractados de S al llegar a H cuando
1. $X = 10000$ m
2. $c_0 = 1500$ ms^{-1}
3. $b = 0.02000$ s^{-1}

(e) (5 puntos) Calcular una expresión para dar el tiempo necesario para que el sonido viaje de S a H siguiendo la trayectoria del rayo asociado con el valor más pequeño de ángulo θ_0, como se determina en la parte (c). Calcular el valor de este tiempo de tránsito para las condiciones dadas en la parte (d). El siguiente resultado puede ser de ayuda:

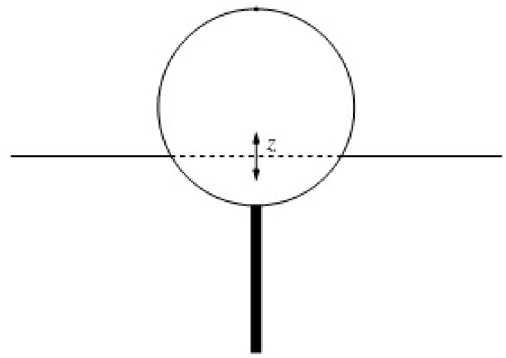
$$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \tan\left(\frac{x}{2}\right)$$

Calcular el tiempo que tarda el rayo directo para viajar de S a H a lo largo de $z = 0$. ¿Cuál de los dos rayos llegará primero, el rayo para el cual $\theta_0 = \pi/2$, o el rayo con el menor valor de θ_0 según los cálculos de la parte (d)?

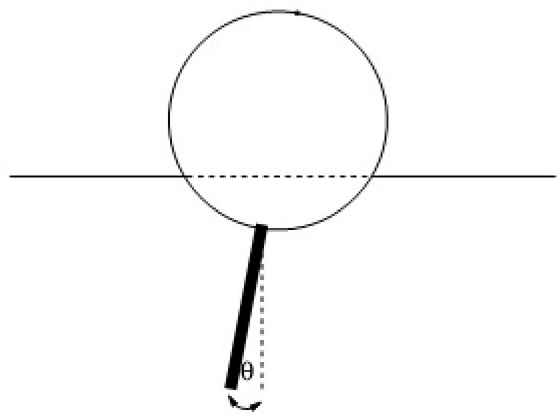
Problema 3 (Boyas Cilíndricas). (a) (3 puntos)
Una boya consta de un cilindro sólido, radio a, longitud l, hecho de material ligero de densidad uniforme d con una varilla uniforme rígida que sobresale hacia el exterior, directamente desde el fondo hasta la mitad a lo largo de la longitud. La masa de la varilla es igual a la del cilindro, su longitud es el mismo que el diámetro del cilindro y la densidad de la varilla es mayor que la del agua de mar. Esta boya es flotante en el agua de mar de densidad ρ.
En equilibrio obtener una expresión que relaciona el ángulo flotante α, prolongado, a d/ρ. Despreciar el volumen de la varilla.



(b) (4 puntos)
Si la boya, debido a alguna perturbación, está depresionado verticalmente por una pequeña cantidad z, experimentarán una fuerza neta, lo que hará que comience a oscilar verticalmente sobre la posición de equilibrio flotante. Determinar la frecuencia de este modo vertical de vibración en términos de α, g y a, donde g es la aceleración debida a la gravedad. Supongamos que la influencia del movimiento del agua en la dinámica de la boya es tal como para aumentar la masa efectante de la boya por un factor de un tercio. Usted puede asumir que α no es pequeño.



(c) (8 puntos)
En la aproximación que las oscilaciones del cilindro alrededor de su eje horizontal central, determinar la frecuencia de oscilación de nuevo en términos de g y a. Despreciar la dinámica y la viscosidad del agua en este caso. El ángulo de oscilación se supone que es pequeña.



(d) (5 puntos)
La boya contiene acelerómetros sensibles que pueden medir los movimientos verticales y movimientos oscilatorios y pueden transmitir esta información por radio a la orilla. En aguas relativamente tranquilas se registra que el período de oscilación vertical es de aproximadamente 1 segundo y el período de oscilación oscilante es alrededor de 1.5 segundos. A partir de esta información, mostrar que el ángulo flotante α es de aproximadamente 90° y calcular así el radio de la boya y su masa total, dado que la longitud del cilindro l es igual a a. [Es posible considerar que $\rho \simeq 1000$ kgm^{-3} y $g \simeq 9.8$ ms^{-2}]