

# 1 Olimpiada Asiática de Física

Karawaci, Indonesia 2000

## Problema 1: Eclipses del satélite de Júpiter

Hace mucho tiempo, antes de que los científicos pudieran medir la velocidad de la luz con precisión, O Römer, un astrónomo Danés estudió los eclipses del satélite de Júpiter. Fue capaz de determinar la velocidad de la luz a partir de los periodos observados del satélite alrededor del planeta Júpiter. La Figura 1 muestra la órbita de la Tierra E alrededor del Sol S y uno de los satélites M alrededor de Júpiter J. (Él observó el tiempo transcurrido entre dos apariciones sucesivas del satélite M desde atrás de Júpiter).

Una larga serie de observaciones de los eclipses permitió una evaluación precisa del periodo de M. Periodo observado  $T$  depende de la posición relativa de la Tierra respecto al marco de referencia con SJ como uno de sus ejes principales. El tiempo promedio de revolución es  $T_0 = 42 \text{ h } 28 \text{ m } 16 \text{ s}$  y el máximo periodo observado es  $(T_0 + 15) \text{ s}$ .

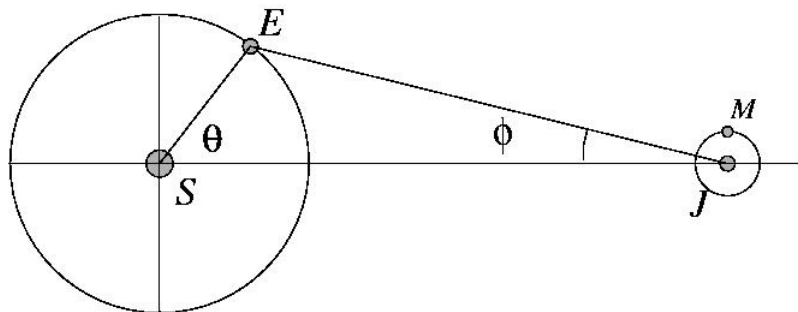


Figura 1: La órbitas de la Tierra E alrededor del Sol S y del satélite M alrededor de Júpiter J. La distancia promedio de la Tierra al Sol es  $R_E = 149.6 \times 10^6 \text{ km}$ . La máxima distancia es  $R_{E,\text{max}} = 1.015 R_E$ . El periodo de revolución de la Tierra es de 365 días y el de Júpiter es de 11.9 años. La distancia del satélite M al planeta Júpiter es  $R_M = 422 \times 10^3 \text{ km}$ .

- a. Use la ley de gravitación de Newton para estimar la distancia de Júpiter al Sol. Determine la velocidad angular relativa  $\omega$  de la Tierra respecto al marco de referencia Sol-Júpiter (SJ). Calcule la velocidad de la Tierra respecto a SJ.
- b. Tome un nuevo marco de referencia en el que Júpiter está en reposo respecto al Sol. Determine la velocidad angular relativa  $\omega$  de la Tierra respecto al marco de referencia Sol-Júpiter (SJ). Calcule la velocidad de la Tierra respecto a SJ.
- c. Suponga que un observador vio a M comenzar a emerger desde la sombra cuando su posición estaba en  $\theta_k$  y que la siguiente aparición fue en  $\theta_{k+1}$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots$ . A partir de estas observaciones obtuvo los periodos aparentes de revolución  $T(t_k)$  como función del tiempo  $t_k$  de la Figura 1. Use una expresión aproximada para explicar cómo la distancia influye en los periodos observados de la revolución de M. Estime el error relativo de su distancia aproximada.
- d. Encuentre la relación entre  $d(t_k)$  y  $T(t_k)$ . Grafique el periodo  $T(t_k)$  en función del tiempo de observación  $t_k$ . Encuentre las posiciones de la Tierra cuando observó los periodos máximo, mínimo y verdadero del satélite M.
- e. Estime la velocidad de la luz a partir del resultado anterior. Señale las fuentes de error de su estimación y calcule el orden de magnitud del error.
- f. Sabemos que la masa de la tierra es de  $5.98 \times 10^{24}$  kg y que  $1 \text{ mes} = 27 \text{ d } 7 \text{ h } 3 \text{ m}$ . Encuentre la masa del planeta Júpiter.

## Problema 2: Detección de partículas alfa

Estamos constantemente expuestos a la radiación, ya sea natural o artificial. Con el avance de los reactores nucleares y la utilización de radioisótopos en la agricultura, la industria, la biología y la medicina, la cantidad de fuentes radioactivas artificiales está creciendo cada año. Un tipo de radiación emitida por materiales radioactivos son las partículas alfa ( $\alpha$ ) (núcleos de helio doblemente ionizados con dos unidades de carga positiva y cuatro unidades de masa nuclear).

La detección de las partículas  $\alpha$  por medios eléctricos se basa en su habilidad para producir ionización cuando pasan a través de un gas u otra sustancia. Para una partícula  $\alpha$  en el aire a presión atmosférica normal hay una relación empírica entre el rango medio  $R_\alpha$  y su energía  $E$

$$R_\alpha = 0.318E^{3/2} \quad (1)$$

Donde  $R_\alpha$  está medido en cm y  $E$  en MeV.

Para monitorear la radiación  $\alpha$ , uno puede usar una cámara de ionización, que es un detector lleno de gas que opera bajo el principio de la separación de las cargas positivas y negativas creadas durante la ionización de los átomos del gas debida a la partícula  $\alpha$ . La colección de cargas creadas produce un pulso que puede ser detectado, amplificado y luego registrado. La diferencia de voltaje entre el ánodo y el cátodo se mantiene lo suficientemente alta para que haya una cantidad despreciable de recombinación de cargas durante su paso a los ánodos.

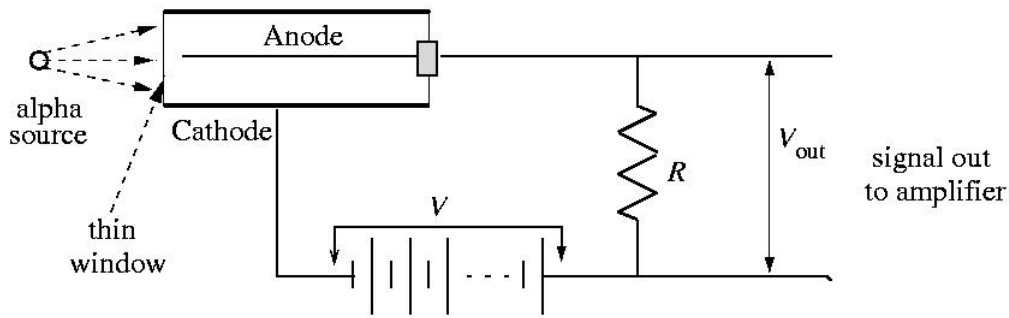


Figura 1: Diagrama esquemático del circuito de la cámara de ionización.

- a. Un sistema de un electrómetro de cámara de ionización con capacitancia de 45 picofaradios es usado para detectar partículas  $\alpha$  que tienen un rango  $R_\alpha$  de 5.50 cm. Asuma que la energía requerida para producir un par de iones (que consiste en un ligero electrón negativo y un ión negativo más pesado, cada uno con una carga eléctrica de magnitud  $e = 1.6 \times 10^{-19}$  C) es de 35 eV. ¿Cuál será la magnitud del voltaje producido por cada partícula  $\alpha$ ?
- b. Los pulsos de voltaje debidos a la partícula  $\alpha$  en el problema anterior ocurren a través de una resistencia  $R$ . La mínima corriente de saturación (una condición en la que la corriente es más o menos constante, mostrando que la carga es recolectada al mismo ritmo con el que es producida por la partícula  $\alpha$  incidente) detectable con este instrumento es  $10^{-12}$  ampere. Calcule la mínima actividad  $A$  (el ritmo de desintegración del radioisótopo emisor) de la fuente  $\alpha$  que podría ser detectada con este instrumento si el rango  $R_\alpha$  es 5.50 cm, asumiendo una eficiencia de 10 % por la geometría del detector.
- c. La cámara de ionización anterior puede usarse para contar pulsos con una constante de tiempo  $\tau = 10^{-3}$  s. Calcule la resistencia y también la amplificación de voltaje necesaria para producir una señal de 0.25 V.
- d. La cámara de ionización tiene la geometría de un contador cilíndrico, el cable central de metal (ánodo) y la delgada vaina metálica externa (cátodo) tienen diámetros  $d$  y  $D$ , respectivamente. Encuentre la expresión para el campo eléctrico  $E(r)$  y potencial  $V(r)$  a una distancia radial  $r$  (con  $\frac{d}{2} \leq r \leq \frac{D}{2}$ ) desde el eje central cuando el cable lleva una carga por unidad de longitud  $\lambda$ . Luego deduzca la capacitancia por unidad de longitud del tubo. La fuerza del campo de ruptura eléctrica del aire  $E_b$  es  $3 \text{ MV m}^{-1}$  (para fuerzas del campo de ruptura mayores a  $E_b$  se tiene un campo eléctrico máximo en la sustancia). Si  $d = 1 \text{ mm}$  y  $D = 1 \text{ cm}$ , calcule la diferencia de potencial entre el cable y la vaina en la que la ruptura eléctrica ocurre.

Datos:

$$1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV};$$

$$1 \text{ picofaradio} = 10^{-12} \text{ F};$$

$$1 \text{ Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ desintegraciones/s} = 10^6 \mu\text{Ci} \text{ (Curie, la unidad fundamental del SI de la actividad } A);$$

$$\int \frac{dr}{r} = \ln r + C.$$

### Problema 3: Efecto Stewart-Tolman

En 1917, Stewart y Tolman descubrieron un flujo de corriente a través de una espira enrollada alrededor de un cilindro rotado axialmente con cierta aceleración angular.

Considere un gran número de anillos, con radio  $r$  cada uno, hechos de delgado cable metálico y con resistencia  $R$ . Los anillos se han puesto de manera uniforme en un muy largo cilindro de vidrio, que está al vacío por dentro. Sus posiciones en el cilindro son fijadas encolando los anillos al cilindro. El número de anillos por unidad de longitud a lo largo del eje de simetría es  $n$ . Los planos que contienen a los anillos son perpendiculares al eje de simetría del cilindro.

En algún momento el cilindro comienza un movimiento rotacional alrededor de su eje de simetría con aceleración  $\alpha$ . Encuentre el valor del campo magnético  $B$  en el centro del cilindro (después de un tiempo lo suficientemente largo). Asumimos que la carga del electrón  $e$  y la masa del electrón  $m$  son conocidas.