

## P1 Patinaje sobre hielo en Jaca (15 puntos)

Jaca ha sido varias veces sede de los Campeonatos Mundiales de Patinaje Artístico sobre hielo para profesionales. Suponga que asiste a los ejercicios que realiza una pareja de patinadores sobre una pista horizontal. Las masas del chico y de la chica son  $M_A = 75 \text{ kg}$  y  $M_B = 50 \text{ kg}$ , respectivamente.

La fuerza de rozamiento entre los patines y la pista se supone despreciable en todos los apartados excepto en el apartado **1.b**.

- 1) En un instante de su actuación, los dos patinadores se mueven en la misma línea recta y en el mismo sentido de forma que el chico, que se mueve con una velocidad  $v_A = 8,0 \text{ m/s}$ , alcanza a la chica cuya velocidad es  $v_B = 6,0 \text{ m/s}$ , y a partir de ese momento se mueven juntos.
  - 1.a) Calcule la velocidad de los patinadores cuando se mueven juntos.
  - 1.b) Con esta velocidad, los patinadores cruzan los patines, apareciendo una fuerza de rozamiento, por lo que se detienen en  $5,0 \text{ m}$ . Calcule el coeficiente de rozamiento cinético  $\mu_c$  entre los patines y la pista. Calcule también el tiempo de frenado,  $t_f$ .
- 2) Otro número de su actuación consiste en moverse a lo largo de rectas paralelas separadas  $1,5 \text{ m}$ , con velocidades de igual módulo,  $v'_A = v'_B = 1,4 \text{ m/s}$ , pero de sentido opuesto. Al cruzarse, los patinadores extienden sus brazos, se agarran de las manos y continúan rígidamente unidos, manteniendo entre ellos la distancia de  $1,5 \text{ m}$ .
  - 2.a) Considere el sistema formado por los dos patinadores. ¿Con qué velocidad se mueve su centro de masas? ¿Con qué velocidad angular giran los patinadores en torno al centro de masas?
  - 2.b) Haga una representación gráfica de la trayectoria de cada patinador respecto al centro de masas del sistema.
  - 2.c) Calcule la energía cinética del sistema.
- 3) Tras dar una vuelta completa, los patinadores encogen los brazos hasta acercarse a una distancia de  $1,0 \text{ m}$ , dan otra vuelta completa y se sueltan, saliendo en la misma dirección inicial.
  - 3.a) Antes de soltarse, determine la nueva velocidad angular de rotación en torno al centro de masas.
  - 3.b) Calcule el trabajo realizado por los patinadores en el proceso de aproximación relativa y la fuerza media que han tenido que ejercer.
  - 3.c) Tras soltarse, calcule la velocidad de cada patinador respecto a la pista.



## P2 El gran condensador del Instituto de Ciencias de Materiales de Aragón (15 puntos)

La figura 1 muestra el esquema de un condensador ("capacitor") plano de características fuera de lo corriente. Sus placas tienen un área  $A = 1,40 \cdot 10^5 \text{ m}^2$  y están separadas una distancia  $d_0 = 0,100 \text{ mm}$ . El condensador ha sido cargado con una fuente de tensión  $V = 7,10 \text{ kV}$ , que posteriormente se ha desconectado. Entre las placas inicialmente hay aire, de permitividad  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ C}^2$ .

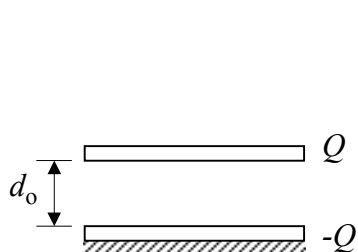


Figura 1

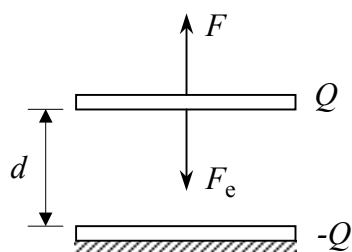


Figura 2

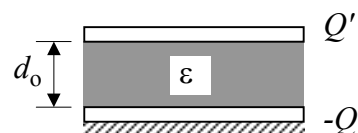


Figura 3

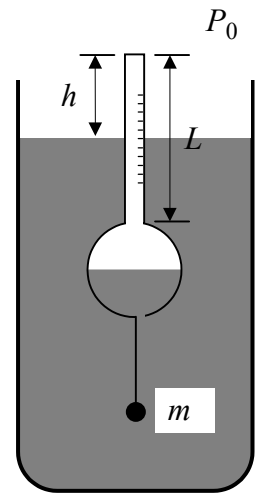
- 1) Calcule la carga  $Q$  de las placas y el campo eléctrico entre ellas,  $E$ .
- 2) Suponga que la placa inferior del condensador está fija y que separamos la superior hasta una distancia  $d > d_0$  entre ambas (véase la figura 2). Obtenga, en función de  $d$ , una expresión para la energía eléctrica almacenada por el condensador,  $U(d)$ .
- 3) A partir de la variación de energía eléctrica entre la situación inicial (fig. 1) y la final (fig. 2), calcule la fuerza  $F$  con que hay que actuar sobre la armadura superior para contrarrestar la fuerza de atracción eléctrica,  $F_e$ , que ejerce sobre ella la placa inferior. ¿Depende  $F_e$  de  $d$ ?

La fuerza  $F_e$  es muy grande, por lo que no parece muy fácil ni práctico mantener separadas las placas haciendo actuar continuamente la fuerza  $F$ . Otra solución más sencilla es colocar entre las placas una hoja de papel aislante, de grosor  $d_0$ , que impida que se junten dichas placas (véase la figura 3). Pero el papel tiene una permitividad  $\epsilon = 3,70 \epsilon_0$  que cambia las características electrostáticas del sistema. Suponga que la hoja de papel se ha situado entre las placas del condensador antes de cargarlo con la misma fuente de tensión  $V$  y, posteriormente, desconectarlo.

- 4) Calcule los nuevos valores de la carga en las placas del condensador,  $Q'$ , del campo entre ellas,  $E'$ , y de la energía eléctrica del sistema,  $U'$ .
- 5) Calcule la fuerza de compresión a la que está sometido el papel,  $F'_e$ , debido a las fuerzas electrostáticas.

### P3 Un termómetro flotante (10 Puntos)

El sistema de la figura es un ligero flotador de vidrio formado por un tubo cilíndrico, cerrado en su extremo superior, y unido a una ampolla esférica. Ésta tiene, en su parte inferior, un orificio por el que puede entrar y salir el agua. A este dispositivo está unida una pequeña bola de plomo de manera que, en las condiciones de presión atmosférica  $P_0 = 1,01 \cdot 10^5$  Pa y temperatura  $T_0 = 17,0$  °C, flota con la ampolla llena de agua exactamente hasta la mitad y sobresaliendo la mitad del tubo de la superficie del agua.



Datos: diámetro de la ampolla,  $D = 6,00$  cm; diámetro y longitud del tubo,  $d = 1,00$  cm,  $L = 10,0$  cm.

- 1) Calcule la masa  $m$  de plomo necesaria para que el termómetro flote en las condiciones descritas. Por simplicidad, considere despreciables la masa y el grosor de las paredes del vidrio así como la masa del aire contenido en la cámara y la del hilo que sujeta el plomo. Densidad del plomo y agua:  $\rho_p = 11,3$  g/cm<sup>3</sup> y  $\rho = 1,00$  g/cm<sup>3</sup>, respectivamente.
- 2) Calcule la presión absoluta  $P_c$  en la cámara de aire.

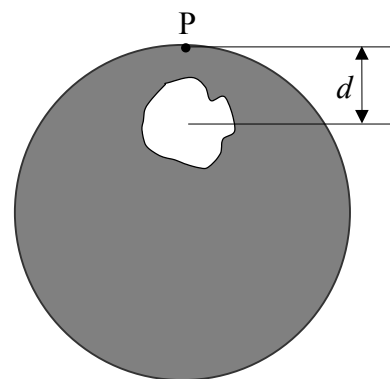
Está claro que, a presión atmosférica constante, un aumento de la temperatura producirá un aumento del volumen de la cámara de aire y el conjunto emergerá un poco. Observando la altura  $h$  de la parte de tubo que sobresale del agua y grabando una escala en su pared habremos construido un termómetro.

- 3) Con una presión atmosférica  $P_0$ , calcule la separación de las marcas de la escala termométrica para que esté graduada en grados Celsius. Para unificar notaciones, llame  $V_0$  al volumen de la cámara de aire a presión  $P_c$  y temperatura  $T_0$ . Considere al aire como un gas perfecto.

#### P4 Un uso práctico de la medida de la gravedad

(10 puntos)

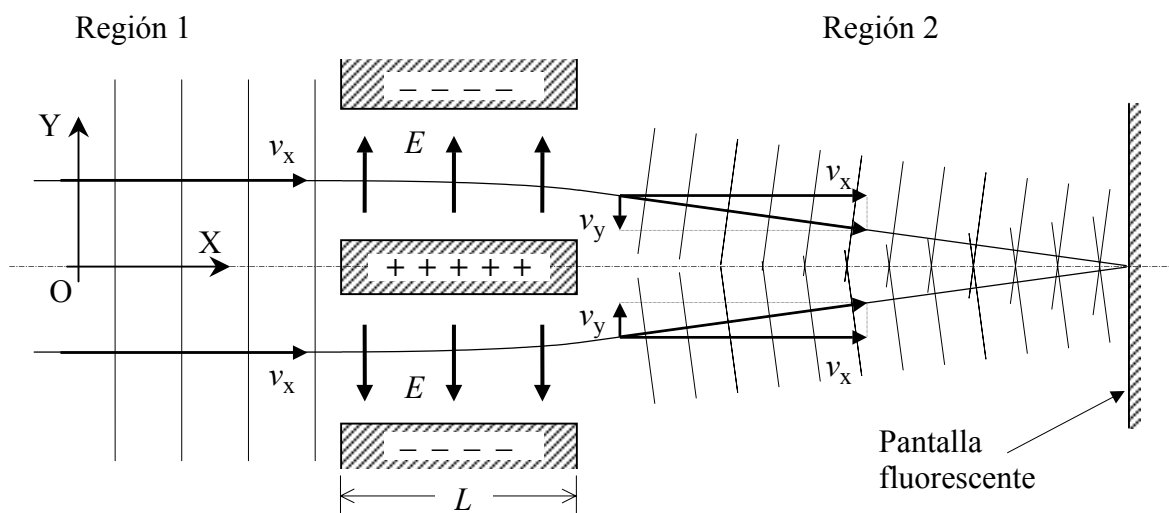
Prospecciones geofísicas indican que a una cierta profundidad de la corteza terrestre existe una cavidad aproximadamente esférica de radio medio  $R = 2,1$  km. En su interior se supone que hay gas metano, con una densidad muy inferior a la de la Tierra. Una medida precisa de la gravedad en el punto P de la superficie más próximo a la cavidad da el valor  $g = 0,99997g_0$ , donde  $g_0$  sería el valor de la gravedad en P supuesta la Tierra esférica y homogénea, de radio  $R_T = 6370$  km. Por simplicidad no se tendrá en cuenta el efecto de la rotación de la Tierra.



- 1) Haga una estimación de la distancia  $d$  entre el centro de la cavidad y el punto P de la superficie terrestre.
- 2) Suponga ahora que quiere medir  $g$  mediante un péndulo simple, cuya longitud conoce exactamente. Calcule la precisión relativa,  $\Delta T/T$ , con la que debe medir el período para poder obtener  $g$  con un error  $\Delta g = 10^{-4}$  N/kg.

## P5 Interferencias de electrones. (10 puntos)

En la figura se esquematiza un aparato construido por Möllenstedt y Düker en los años cincuenta para poner de manifiesto que los electrones, además de ser partículas, se comportan también como ondas. El aparato consta básicamente de tres placas planas cargadas de longitud  $L$  que crean campos eléctricos uniformes de módulo  $E$  en los espacios intermedios, tal como se indica en la figura. Por la izquierda de las placas (región 1) incide un haz colimado de electrones con velocidad  $v_x$  paralela a las placas.



- 1) Calcule la componente transversal  $v_y$  de la velocidad de los electrones a la salida de las placas (región 2). Datos:  $L = 5,0 \text{ mm}$ ;  $E = 570 \text{ V/m}$ ;  $v_x = 1,24 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ;  $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ . No es necesario el cálculo relativista.
- 2) El haz de electrones en la región 1 puede ser considerado como una onda plana. Llamando  $A$  a su amplitud y  $k_x$  a su número de ondas ( $k_x = 2\pi/\lambda_1$ , siendo  $\lambda_1$  la longitud de onda asociada y  $p = \frac{h}{2\pi}k$ ), esta onda puede expresarse en un instante dado,  $t = 0$ , en la forma:

$$\Phi_1(x) = A \cos(k_x x).$$

En la región 2 se superponen las dos ondas planas asociadas a los electrones desviados entre las placas. Por tanto, la onda resultante, en  $t = 0$ , puede expresarse en la forma:

$$\Phi_2(x, y) = A \{ \cos(k_x x + k_y y) + \cos(k_x x - k_y y) \}.$$

Determine  $k_x$  y  $k_y$  en la región 2.

Dato:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ .

- 3) Se sitúa como indica la figura una pantalla fluorescente, que brilla con una intensidad proporcional a la intensidad de la onda de electrones que llega a cada uno de sus puntos. En la pantalla se detectan franjas de interferencia perpendiculares al plano de la figura. Obtenga una expresión para la distribución de intensidad en la pantalla,  $I(y)$ , y determine la distancia interfranja.

Nota:  $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$