

**33 OLIMPIADA INTERNACIONAL DE FÍSICA
BALI, INDONESIA, 2002**

Problema 1 (Radar de Penetración Terrestre). El radar de penetración terrestre(GPR) es usado para detectar y localizar objetos bajo el suelo cerca de la superficie por medio de transmisión de ondas electromagnéticas en el suelo y recibiendo las ondas reflejadas de estos objetos. La antena y el detector están directamente sobre el suelo y están localizados en el mismo punto.

Una onda electromagnética plana polarizada linealmente de frecuencia angular ω propagándose en la dirección z esta representada por la siguiente expresión para su campo:

$$(1) \quad E = E_0 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z)$$

donde E_0 es constante, α es el coeficiente de atenuación y β es el número de ondas expresada respectivamente como sigue

$$(2) \quad \alpha = \omega \left\{ \frac{\mu \varepsilon}{2} \left[\left(1 + \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2 \omega^2} \right)^{1/2} - 1 \right] \right\}^{1/2}, \quad \beta = \omega \left\{ \frac{\mu \varepsilon}{2} \left[\left(1 + \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2 \omega^2} \right)^{1/2} + 1 \right] \right\}^{1/2}$$

con μ , ε y σ denotando la permeabilidad magnética, la permeabilidad eléctrica, y la conductividad eléctrica respectivamente.

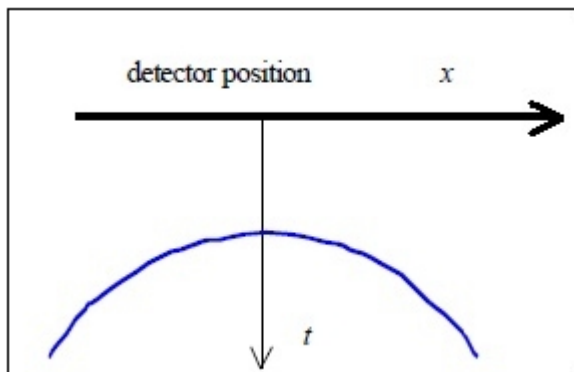
La señal se convierte en no detectada cuando la amplitud de la señal del radar llega a los objetos caídos por debajo de $1/e$ ($\approx 37\%$) de su valor inicial. Una onda electromagnética de frecuencia variable(10 MHz - 1000 MHz) es generalmente usado para permitir el ajuste del rango y resolución de detección.

El rendimiento del GPR depende de su resolución. La resolución está dada por la separación mínima entre los dos reflectores adyacentes a ser detectadas. La separación mínima debe dar lugar a una diferencia mínima de fase de 180° entre las dos ondas reflejadas en el detector.

Preguntas:

Dados: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m y $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ F/m

1. Asumir que el suelo no es magnético($\mu = \mu_0$) satisfaciendo la condición $\left(\frac{\sigma}{\omega \varepsilon}\right)^2 \ll 1$. Calcular la expresión de la velocidad de propagación v en términos de μ y ε usando las ecuaciones (1) y (2).[**1.0 puntos**]
2. Determinar la profundidad máxima de detección de un objeto en el suelo con conductividad de 1.0 mS/m y permitividad de $9\varepsilon_0$, satisfaciendo la condición $\left(\frac{\sigma}{\omega \varepsilon}\right)^2 \ll 1$, ($S=\text{ohm}^{-1}$; usar $\mu = \mu_0$).[**2.0 puntos**]
3. Considerar dos varillas conductoras paralelas enterradas horizontalmente. Las varillas están a 4 metros de profundidad. El suelo se sabe que tiene conductividad de 1.0 mS/m y permitividad de $9\varepsilon_0$. Supongamos que la medición GPR se lleva a cabo a una posición aproximadamente por encima de una de las varillas. Asumir el punto detector es usado. Determinar la frecuencia mínima requerida para obtener una resolución lateral de 50 cm.[**3.5 puntos**]
4. Para determinar la profundidad de una varilla enterrada d en el mismo suelo, considerar las mediciones llevadas a cabo a lo largo de una línea perpendicular a la varilla. El resultado está descrito por la siguiente figura:



Gráfica del tiempo de viaje t vs posición del detector x , $t_{min} = 100$ ns

Calcular t como una función de x y determinar d . [3.5 puntos]

Problema 2 (Detectando Señales Eléctricas). Algunos animales marinos tienen la capacidad de detectar otras criaturas a cierta distancia lejana debido a las corrientes eléctricas producidas por las criaturas durante los procesos de respiración u otros procesos que implica la contracción muscular. Algunos depredadores utilizar esta señal eléctrica para localizar a sus presas, incluso cuando son enterrados bajo las arenas.

El mecanismo físico que subyace en la generación de corriente en la presa y su detección por el depredador se puede modelar como se describe en la Figura II-1. La corriente generada por la presa fluye entre dos esferas con potencial positivo y negativo en el cuerpo de la presa. La distancia entre los centros de las dos esferas es l_s , cada una teniendo un radio de r_s , el cual es mucho menor que l_s . La resistividad del agua de mar es ρ . Supongamos que la resistividad del cuerpo de la presa es la misma que el agua de mar que lo rodea, lo que implica que el límite que rodea a la presa en la figura puede ser ignorado.

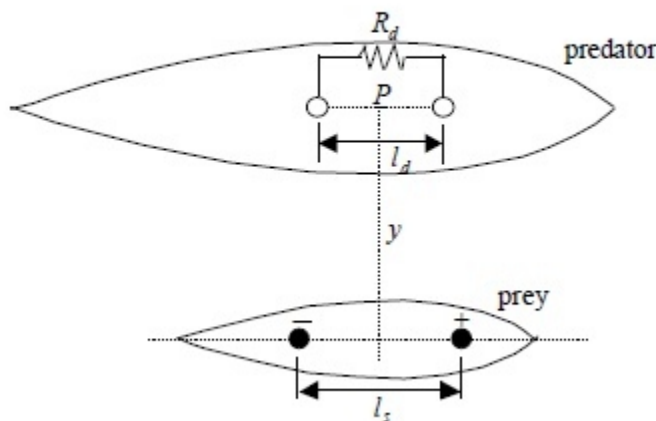


Figura II-1. Un modelo describiendo la detección de energía eléctrica que proviene a partir de una presa por su depredador.

Con el fin de describir la detección de energía eléctrica por el depredador que proviene de la presa, el detector se modela de manera similar por dos esferas en el cuerpo del depredador y en contacto con agua de mar que lo rodea, situada en paralelo a la pareja en el cuerpo de la presa. Están separados por una distancia de l_d , cada una teniendo un radio de r_d , el cual es mucho menor que l_d . En este caso, el centro del detector se encuentra a una distancia y derecho por encima de la fuente y la línea que conecta las dos esferas es paralela al campo eléctrico como se muestra en la Figura II-1. Tanto l_s y l_d son también mucho menores que y . La fuerza del campo eléctrico a lo largo de la línea que conecta las dos esferas se supone que es constante. Por lo

tanto el detector de forma un sistema de circuito cerrado conectando la presa, el agua de mar que lo rodea y el depredador como se describe en la Figura II-2.

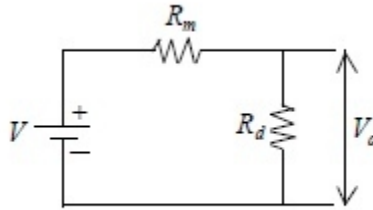


Figura II-2. El sistema de circuito cerrado equivalente que implica la detección del depredador, la presa y el agua de mar que los rodea.

En la figura, V es la diferencia de voltaje entre las esferas del detector debido al campo eléctrico inducido por la presa, R_m es la resistencia interna debido al agua de mar que lo rodea. Además, V_d y R_d son respectivamente la diferencia de voltaje entre la detección de las esferas y la resistencia del elemento de detección en el depredador.

Preguntas:

1. Determinar el vector de la densidad de la corriente j (corriente por unidad de área) causado por un punto fuente de corriente I_s en una distancia r en un medio infinito. [1.5 puntos]
2. Basado en la ley $\vec{E} = \rho \vec{j}$, determinar la fuerza del campo eléctrico \vec{E}_p en medio de las esferas de detección (en el punto P) para una corriente dada I_s que fluye entre las dos esferas en el cuerpo de la presa. [2.0 puntos]
3. Determinar para la misma corriente I_s , la diferencia de voltaje entre las esferas fuente (V_s) en la presa [1.5 puntos]. Determinar la resistencia entre las dos esferas fuente (R_s) [0.5 puntos] y la energía producida por la fuente (P_s) [0.5 puntos]
4. Determinar R_m [0.5 puntos], V_d [1.0 puntos] en la Figura II-2 y calcular también la energía transferida de la fuente al detector (P_d) [0.5 puntos]
5. Determinar el valor óptimo de R_d que conduce a la máxima potencia detectada [1.5 puntos] y determinar también la energía máxima [0.5 puntos].

Problema 3 (Un Vehículo Pesado en Movimiento Sobre una Carretera Inclinada).

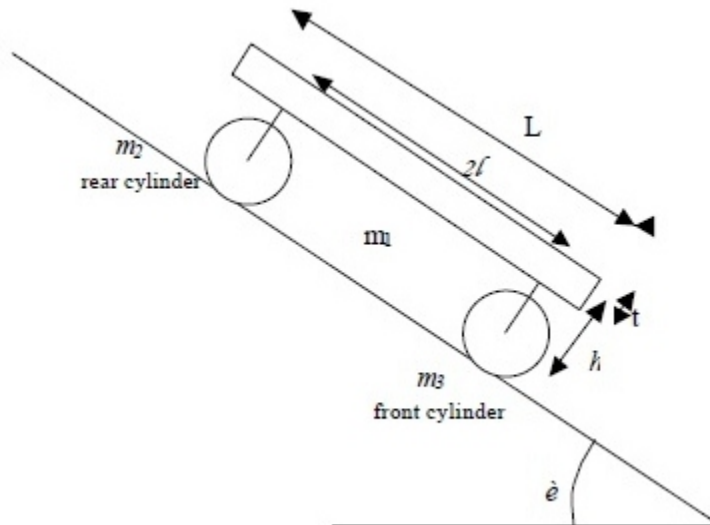


Figura III-1: : Un modelo simplificado de un vehículo pesado en movimiento en una carretera inclinada.

La figura de arriba es un modelo simplificado de un vehículo pesado (aplanadora) con un cilindro trasero y un cilindro delantero como sus ruedas sobre una carretera inclinada con un ángulo de inclinación de θ como se muestra en la Figura III-1. Cada uno de los dos cilindros tiene una masa total M ($m_2 = m_3 = M$) y se compone de un armazón cilíndrico de radio exterior R_o , radio interior $R_i = 0.8 R_o$ y ocho números de radios con masa total de $0.2 M$. La masa de apoyo de aterrizaje del cuerpo del vehículo es insignificante. El cilindro puede ser modelado como se muestra en la Figura III-2. El vehículo se está moviendo hacia abajo de la carretera bajo la influencia de las fuerzas gravitacional y de fricción. El cilindro delantero y trasero están posicionado simétricamente con respecto al vehículo. Los coeficientes de fricción estática y cinética entre el

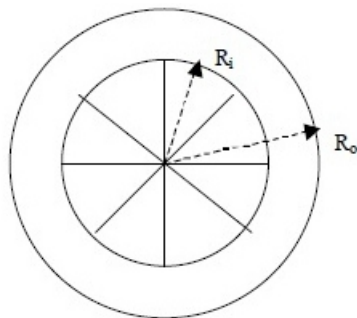


Figura III-2: Un modelo simplificado de cilindros.

cilindro y la carretera son μ_s y μ_k , respectivamente. El cuerpo del vehículo tiene una masa de $5 M$, longitud de L y espesor de t . La distancia entre el cilindro delantero y trasero es $2l$, mientras que la distancia desde el centro del cilindro a la base del cuerpo del vehículo es h . Supongamos que la fricción de rodadura entre el cilindro y su eje es despreciable.

Preguntas:

1. Calcular el momento de inercia de cualquier cilindro [**1.5 puntos**]
2. Sacar todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, el cilindro delantero y trasero. Escribir las ecuaciones de movimiento para cada parte de ellos [**2.5 puntos**]
3. El vehículo está asumido para moverse desde el reposo, se mueven libremente en influencia gravitacional. Indicar todos los posibles tipos de movimiento del sistema y calcular sus aceleraciones en función de las magnitudes físicas dadas [**4.0 puntos**]
4. Supongamos que, después de que el vehículo viaja una distancia d por rodadura pura desde el vehículo en reposo entra en una sección de la carretera con todos los coeficientes de fricción para menores valores constantes pequeños μ'_s y μ'_k de tal manera que los dos cilindros comienzan a deslizarse. Calcular las velocidades lineal y angular de cada cilindro después de que el vehículo ha recorrido una distancia total de s metros. Aquí se supone que d y s es mucho mayor que la dimensión del vehículo [**2.0 puntos**]