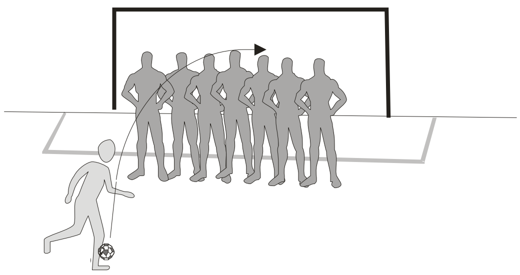
PROBLEMA TEORICO No. 1 (vale 10 puntos)

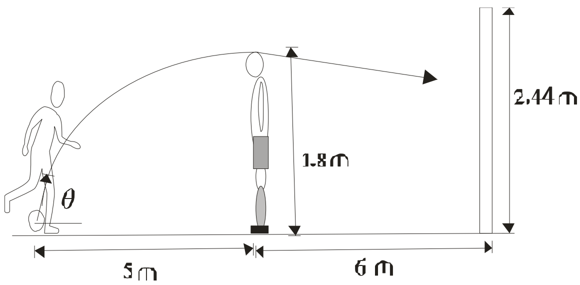
Maradona (El D*10*S Argentino)

Después de 13 años de no poder vencer a la *Juventus*, el 3 de noviembre de 1985 la escuadra del *Napoli* ganó uno a cero. El único gol del partido fue producto de un tiro espectacular de Diego Armando Maradona al minuto 72.

La jugada se realizó de la siguiente manera: El árbitro del partido marco un tiro indirecto dentro del área a favor del *Napoli*. Los jugadores de la "*Juve*" formaron una barrera muy cerca de donde se iba a cobrar la falta (aproximadamente a 5 metros del balón). Un jugador del *Napoli* cobró la falta rápidamente tocando ligeramente el balón para que Maradona que estaba parado junto a la pelota la pateara. El balón paso rozando la cabeza de un jugador de la barrera defensiva (el defensa no tocó el balón, sólo lo rozó sin desviarlo). La pelota entró a la portería de la *Juventus* sin tocar el suelo.



Perspectiva de la jugada



Vista lateral

¡Qué precisión del "gran pibe"! dijeron los que vieron el gol. Maradona impulsó al balón con el ángulo correcto y a la velocidad correcta. La pregunta que nos hacemos es ¿qué tanto margen tuvo Maradona para meter ese gol?

Suponiendo que el balón puede considerarse como puntual, y que se patea con una velocidad inicial v a un ángulo con la horizontal θ, como se muestra en la figura, responda las siguientes preguntas:

1	¿Cuál es el intervalo de valores de θ para que el balón entre a la portería sin tocar el piso?	4.0
2	Considerando tal intervalo de ángulos ¿Cuáles son las velocidades máxima y mínima a la que tiene que salir disparado el balón?	3.0
3	¿Cuál es el tiempo mínimo que le tomaría al balón para entrar a la portería?	3.0

Considere además que la jugada se desarrolla tan rápido que ningún jugador de la barrera salta y que el balón pasa rozando la cabeza de alguno de los jugadores que están en la barrera, y que éste tiene una estatura de 1.80 m. Desprecie la fricción del aire y suponga que el balón es un punto que describe una trayectoria parabólica.

Parámetros:

Aceleración de la gravedad en la superficie terrestre = g = 9.8 m s^{-2}

SOLUCIONES

1	Escribimos las ecuaciones de la posición del balón en x y en y como $x = v\cos(\theta)\,t$; $y = v\,sen(\theta)\,t - (1/2)\,g\,t^2$, donde v es la velocidad inicial del balón, θ es el ángulo inicial de la trayectoria con respecto a la superficie terrestre, t es el tiempo transcurrido a partir de la patada, y g es la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre. Despejando t de la primera ecuación y sustituyendo su valor en la segunda ecuación nos queda que: $y = x\tan(\theta) - \frac{1}{2}\,g\,\frac{x^2}{v^2\cos^2(\theta)}$ (1) Para encontrar el valor de θ necesitamos evaluar la ecuación anterior en los puntos (x_1, y_1), el punto donde el balón roza la cabeza del defensa, y (x_2, y_2), el punto donde el balón entra a la portería. Esto nos permite eliminar v del sistema de dos ecuaciones y obtenemos $\tan(\theta) = \frac{y_1 x_2^2 - y_2 x_1^2}{x_1 x_2^2 - x_2 x_1^2}$ (2) Evaluando la ecuación (2) para $x_1 =$ 5; $y_1 =$ 1.8 (el punto donde el balón roza la cabeza del defensa), y $x_2 =$ 11; $y_2 =$ 2.44 (el punto más alto de la portería), obtenemos $\theta_{alto} = 25.4$ o mientras que para $x_1 =$ 5; $y_1 =$ 1.8 (el punto donde el balón roza la cabeza del defensa), y $x_2 =$ 11; $y_2 =$ 0 (el punto más bajo de la portería), obtenemos $\theta_{bajo} = 33.4$ o	4.0

2	Tomamos la ecuación (1) del inciso anterior, la evaluamos en los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) y obtenemos v en la forma: $v^2 = \frac{g\,x_1\,x_2\,(x_2 - x_1)}{2\cos^2(\theta)\,(y_1\,x_2 - y_2\,x_1)}$ (3) Evaluando para los dos valores del inciso anterior nos queda: $v_{alto} = 16.1\,m\,s^{-1}$ $v_{bajo} = 10.8\,m\,s^{-1}$	3.0

3	De la ecuación $x = v\cos(\theta)\,t$ tenemos que $t_2 = \frac{x_2}{v\cos(\theta)}$, donde t_2 es el tiempo en que tarda en llegar el balón a la	3.0

	portería. De la ecuación (3) despejamos $v\cos(\theta)$ para obtener $t_2 = \frac{[2\,x_2\,(y_1x_2 - y_2x_1)]^{1/2}}{[g\,x_1(x_2 - x_1)]^{1/2}}$ de donde podemos ver que mientras más grande y_2, más pequeño es t_2. Entonces el balón llega más rápido si tiramos a la parte alta de la portería. Para los valores del problema se obtiene $t_2 = 0.75\ s$.	

PROBLEMA TEORICO No. 2 (vale 10 puntos)

DETERMINANDO LA LUMINOSIDAD Y TEMPERATURA DEL SOL

La luminosidad del Sol es la cantidad de energía que este astro emite por unidad de tiempo en forma de ondas electromagnéticas, mayoritariamente radiación visible (luz), infrarroja, y ultravioleta. Un físico expone un pequeño recipiente conteniendo una masa de $M =$ 0.25 kilogramos de agua y un termómetro (ver Figura) a la radiación solar, con el Sol en el cenit (el punto más alto del cielo) en un día despejado.

Pasado un intervalo de tiempo $\Delta t =$ 205 segundos, el físico nota que la temperatura del agua ha aumentado $\Delta T =$ 1 grado Kelvin. Suponga que la parte superior del recipiente es un círculo con radio $r =$ 0.04 metros y que el agua absorbe toda la radiación electromagnética que le llega del Sol, sin tener pérdidas durante el breve período de observación.

1	¿Cuál es la irradiancia solar I (la energía incidente por unidad de tiempo y por unidad de área) en la superficie terrestre?	3.0

No toda la radiación solar llega a la superficie de la Tierra, puesto que la atmósfera solo deja pasar una fracción $f = 0.7$ de esta radiación a la superficie, reflejando al espacio la fracción restante.

2	¿Cuál es la luminosidad (energía emitida por unidad de tiempo) total del Sol, L_S?	3.0

3	Visto desde la Tierra, el Sol subtiende un diámetro angular de 0.5 grados en el cielo. ¿Cuál es el radio del Sol, R_S?	1.0

4	Suponga que el Sol radía como un cuerpo negro. ¿Cuál es la temperatura de la superficie del Sol, T_S, en grados K?	3.0

Parámetros:

Calor específico del agua líquida = $c = 4.2\times10^{3}\ J\ kg^{-1}\ K^{-1}$

Distancia Sol-Tierra = $D = 1.5\times10^{11}\ m$

Constante de Stefan-Boltzmann = $\sigma = 5.7\times10^{-8}\ J\ s^{-1}\ m^{-2}\ K^{-4}$

SOLUCIONES

1	Igualamos la energía absorbida por el agua a la irradiancia multiplicada por el área de la parte superior del recipiente y por el tiempo transcurrido: $M\,c\,\Delta T = I\,\pi\,r^{2}\,\Delta t$, de donde $I = M\,c\,\Delta T/(\pi\,r^{2}\,\Delta t) = 1.0\times10^{3}\ J\ s^{-1}\ m^{-2} = 1.0\times10^{3}\ W\ m^{-2}$	3.0

2	Dividimos la irradiancia sobre 0.7 para corregir por la radiación reflejada por la atmósfera y multiplicamos por el área de una superficie esférica centrada en el Sol y con un radio igual a la distancia Tierra-Sol: $L_S = (I/0.7)\,4\pi\,D^{2} = 4.0\times10^{26}\ W$	3.0

3	Este es un simple cálculo geométrico que tomando en cuenta que el diámetro angular del Sol es mucho más pequeño que la circunferencia da: $R_S = \frac{0.5}{2}\,\frac{2\pi}{360}\,D = 6.5\times10^{8}\ m$	1.0

4	Como $L_S = 4\pi\,R_S^{2}\,\sigma\,T_S^{4}$ despejamos para obtener $T_S = \left(\frac{L_S}{4\pi\,R_S^{2}\,\sigma}\right)^{1/4} = 6000\ K$	3.0

PROBLEMA TEORICO No. 3 (vale 10 puntos)

Circuitos eléctricos

Este problema consiste de una serie de conexiones entre un conjunto de foquitos incandescentes del tipo usado en las linternas de mano. Los foquitos, todos iguales entre sí, están conectados a una pila eléctrica ideal, es decir la pila no tiene un límite en la cantidad de corriente que puede proporcionarnos y además no ofrece resistencia interna. Al conectarse los foquitos para formar un circuito eléctrico a la pila eléctrica, algunos de ellos van a brillar más que otros, otros tal vez menos y otros quizás permanecerán apagados, dependiendo de su posición en el circuito eléctrico. Suponga que el brillo de cada foquito es proporcional a la cantidad de corriente que circula a través de él.

Antes de darle el enunciado del problema que debe resolver, le damos un ejemplo de un problema similar, para que vea como debe contestar el problema.

Ejemplo: Examine los circuitos mostrados en las figuras 1 y 2.

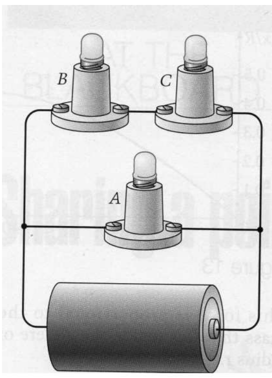


Figura 1

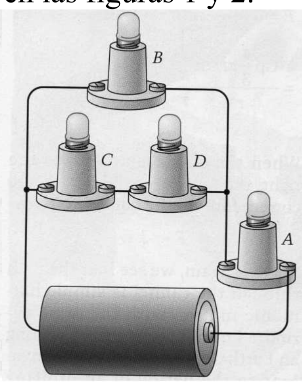


Figura 2

En cada caso ¿Cuáles focos son los más brillantes? y ¿Cuáles son los más obscuros? ¿Cuáles están apagados?

Respuesta: En la siguiente tabla hemos escrito las respuestas a los ejemplos usando solo una de las siguientes expresiones: Más brillante, brillante, menos brillante y apagado. Hemos contestado el caso de las Figuras 1 y 2.

	Foco A	Foco B	Foco C	Foco D
Figura 1	Más brillante	Brillante	Brillante	____
Figura 2	Más brillante	Brillante	Menos brillante	Menos brillante

Problema a resolver. Examine ahora el circuito mostrado en la Figura 3 y para las situaciones propuestas responda ¿Cuáles focos son los más brillantes? y ¿Cuáles son los menos brillantes o están apagados? Escriba sus respuestas (Más brillante, Brillante, Menos brillante o Apagado) en la tabla inferior para cada una de las siguientes cinco situaciones descritas.

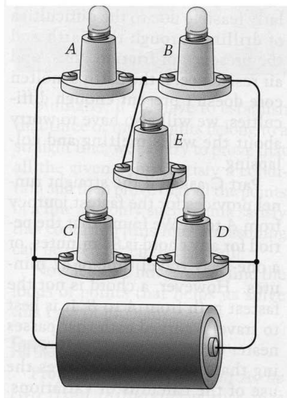


Figura 3

1	El circuito está conectado como se muestra en la Figura 3.	2.0

2	El foquito A se ha quitado de su base	2.0

3	Ahora se vuelve a conectar el foquito A y se quita el foquito E.	2.0

4	Se quitan simultáneamente A y E.	2.0

5	Se vuelven a conectar todos los foquitos y además se conecta un alambre entre las dos terminales de la base del foquito A.	2.0

Tabla de Respuestas

Recuerde usar solo las expresiones: Más brillante, Brillante, Menos brillante o apagado en cada casilla. Una sola expresión por casilla.

Situación	Foco A	Foco B	Foco C	Foco D	Foco E
1					
2					
3					
4					
5					

SOLUCION
Problema Teórico 3

Tabla de Respuestas

	Foco A	Foco B	Foco C	Foco D	Foco E
1	Brillante	Brillante	Brillante	Brillante	Apagado
2	Apagado	Menos brillante	Más brillante	Brillante	Menos brillante
3	Brillante	Brillante	Brillante	Brillante	Apagado
4	Apagado	Apagado	Brillante	Brillante	Apagado
5	Apagado	Más brillante	Menos brillante	Brillante	Brillante