

30 OLIMPIADA INTERNACIONAL DE FÍSICA
PADOVA, ITALY, 1999

Problema 1 (La absorción de la radiación por un gas). Un recipiente cilíndrico, con su eje vertical, contiene un gas molecular en el equilibrio termodinámico. La base superior del cilindro se puede desplazar libremente y está hecho de una placa de vidrio; supongamos que no hay fugas de gas y que la fricción entre la placa de vidrio y las paredes del cilindro sólo son suficiente para amortiguar las oscilaciones pero no implica ninguna significativa pérdida de energía con respecto a las otras energías implicadas. Inicialmente, la temperatura del gas es igual a la del medio ambiente circundante. El gas puede ser considerado como perfecto dentro de una buena aproximación. Asumamos que las paredes del cilindro (incluyendo las bases) tienen una conductividad térmica y capacidad muy baja, y por lo tanto la transferencia de calor entre el gas y el medio ambiente es muy lenta, y se puede despreciar en la solución de este problema.

A través de la placa de vidrio se envía en el cilindro la luz emitida por un láser de potencia constante; esta radiación se transmite fácilmente por el aire y el vidrio, pero está completamente absorbido por el gas en el interior del recipiente. Al absorber esta radiación las moléculas alcanzan estados agitados, donde rápidamente emiten radiación infrarroja volviendo en pasos para el estado fundamental molecular; esta radiación infrarroja, sin embargo, se ve absorbida por otras moléculas y es reflejada por las paredes del recipiente, incluyendo la placa de vidrio. La energía absorbida por el láser es trasladada en un tiempo muy corto en movimiento térmico (caos molecular) y después se mantiene en el gas durante un tiempo suficientemente largo.

Se observa que la placa de vidrio se mueve hacia arriba, después de un tiempo de irradiación cambiar el láser y medir este desplazamiento.

1. Utilizando los datos de abajo - si es necesario - aquellos en la hoja con constantes físicas, calcular la temperatura y la presión del gas después de la irradiación. **[2 puntos]**
2. Calcular el trabajo mecánico realizado por el gas como consecuencia de la absorción de la radiación. **[1 punto]**
3. Calcular la energía radiante absorbida durante la irradiación. **[2 puntos]**
4. Calcular la potencia emitida por el láser que es absorbida por el gas, y el correspondiente número de fotones (y por tanto de los procesos de absorción elementales) por unidad de tiempo. **[1.5 puntos]**
5. Calcular la eficiencia del proceso de conversión de la energía óptica en un cambio de energía mecánica potencial de la placa de vidrio. **[1 punto]**

Posteriormente, el eje del cilindro es girado lentamente por 90° , introduciéndolo en una dirección horizontal. Los intercambios de calor entre el gas y el recipiente todavía puede ser descuidado.

6. Argumentando si la presión y/o la temperatura del cambio de gas como una consecuencia de dicha rotación, y - si ese es el caso - cuál es su nuevo valor. **[2.5 puntos]**

Datos

Presión ambiente: $p_0 = 101.3 \text{ kPa}$

Temperatura ambiente: $T_0 = 20.0^\circ\text{C}$

Diámetro interior del cilindro: $2r = 100 \text{ mm}$

Masa de la placa de vidrio: $m = 800 \text{ g}$

Cantidad de gas dentro del recipiente: $n = 0.100 \text{ mol}$

Calor específico molar a volumen constante del gas: $c_v = 20.8 \text{ J}/(\text{mol K})$

Emisión de la longitud de onda del láser: $\lambda = 514 \text{ nm}$

Tiempo de irradiación: $\Delta t = 10.0 \text{ s}$

desplazamiento de la placa después de la irradiación: $\Delta s = 30.0 \text{ mm}$

Las constantes físicas y datos generales

Además de los datos numéricos dados en el texto de los problemas individuales, el conocimiento de algunos datos generales y constantes físicas pueden ser útiles, y usted puede encontrarlos entre los siguientes. Estos son casi los datos más precisos disponibles en la actualidad, y tienen por tanto un gran número de dígitos; se espera, sin embargo, para escribir los resultados con un número de dígitos que deben ser apropiados para cada problema.

Velocidad de la luz en el vacío: $c = 299792458 \text{ ms}^{-1}$

La permeabilidad magnética del vacío: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$

Constante dieléctrica del vacío: $\varepsilon_0 = 8.8541878 \text{ pF}\cdot\text{m}^{-1}$

Constante de gravitación: $G = 6.67259 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg s}^2)$

Constante del gas: $R = 8.314510 \text{ J}/(\text{mol K})$

La constante de Boltzmann: $k = 1.380658 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

Constante Stefan: $\sigma = 56.703 \text{ nW}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$

Carga del Proton: $e = 1.60217733 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Masa del electrón: $m_e = 9.1093897 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

La constante de Planck: $h = 6.6260755 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$

Base de la escala centígrada: $T_K = 273.15 \text{ K}$

Masa del Sol: $M_S = 1.991 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Masa de la Tierra: $M_E = 5.979 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Radio medio de la Tierra: $r_E = 6.373 \text{ Mm}$

Semieje mayor de la órbita de la Tierra: $R_E = 1.4957 \cdot 10^{11} \text{ m}$

Día Sideral: $d_S = 86.16406 \text{ ks}$

Año: $y = 31.558150 \text{ Ms}$

Valor estándar del campo gravitacional en la superficie de la Tierra: $g = 9.80665 \text{ m s}^{-2}$

Valor estándar de la presión atmosférica a nivel del mar: $p_0 = 101325 \text{ Pa}$

índice de refracción del aire por la luz visible, a presión normal y 15°C : $n_{air} = 1.000277$

Constante solar: $S = 1355 \text{ W m}^{-2}$

Masa de Júpiter: $M = 1.901 \cdot 10^{27} \text{ kg}$

Radio ecuatorial de Júpiter: $R_B = 69.8 \text{ Mm}$

Radio medio de la órbita de Júpiter: $R = 7.783 \cdot 10^{11} \text{ m}$

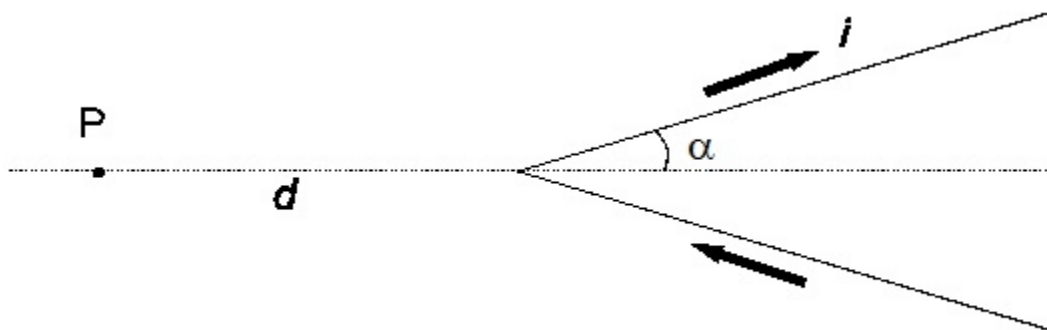
Día Joviano: $d_J = 35.6 \text{ ks}$

Año Joviano: $y_J = 374.32 \text{ Ms}$

π : 3.14159265

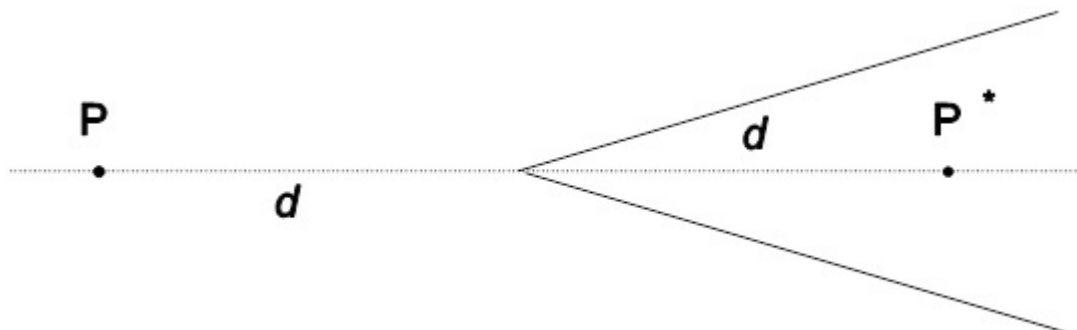
Problema 2 (El campo magnético con un alambre en forma de V). *Entre los primeros éxitos de la interpretación de Ampère de los fenómenos magnéticos, tenemos el cálculo del campo magnético \mathbf{B} generado por los cables que transportan la corriente eléctrica, en comparación con las primeras suposiciones hechas originalmente por Biot y Savart.*

Un caso particularmente interesante es el de un alambre delgado muy largo, que lleva una corriente constante i , formado por dos secciones rectilíneas y doblados en forma de "V", con ángulo de medio período α (ver figura). De acuerdo con cálculos de Ampère, la magnitud \mathbf{B} del campo magnético en un punto dado P tendido en el eje de la "V", fuera de ella y en una distancia d de su vértice, es proporcional a $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$. Trabajo de Ampère se incorporó más tarde en la teoría electromagnética de Maxwell, y es aceptada universalmente.



Usando nuestro conocimiento actual del electromagnetismo,

1. Encuentra la dirección del campo \mathbf{B} en P. [1 punto]
2. Sabiendo que el campo es proporcional a $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$, encontrar el factor de proporcionalidad k en $|\mathbf{B}(P)| = k \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$. [1.5 puntos]
3. Calcular el campo \mathbf{B} en un punto P^* simétrico a P con respecto al vértice, i.e. a lo largo del eje y a la misma distancia d , pero dentro de la "V" (véase la figura). [2 puntos]



4. Con el fin de medir el campo magnético, ponemos en P una aguja magnética pequeña con momento de inercia I y momento dipolar magnético μ ; que oscila alrededor de un punto fijo en un plano que contiene la dirección de \mathbf{B} . Calcular el período de pequeñas oscilaciones de esta aguja como una función de B . [2.5 puntos]

En las mismas condiciones de Biot y Savart habían asumido en lugar de que el campo magnético en P podría haber sido (usamos aquí la notación moderna), $B(P) = \frac{i\mu_0\alpha}{\pi^2 d}$, donde μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío. De hecho se trató de decidir con un experimento entre las dos interpretaciones (Ampère y Biot y Savart), midiendo el período de oscilación de la aguja magnética como una función del tramo "V". Para algunos valores α , sin embargo, las diferencias son demasiado pequeñas para ser fácilmente medible.

5. Si, a fin de distinguir experimentalmente entre las dos predicciones para los períodos de oscilación de las agujas magnéticas T en P, se necesita una diferencia de al menos 10 %, es decir, $T_1 \neq 1.10T_2$ (T_1 siendo la predicción de Ampère y T_2 la predicción de Biot-Savart) estado en el que van, aproximadamente, debemos elegir el medio-tramo "V" para poder decidir entre las dos interpretaciones. [3 puntos]

SUGERENCIA

Dependiendo de qué camino seguir en su solución, la ecuación trigonométrica siguiente podría ser útil:

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

Problema 3 (Una sonda espacial a Júpiter). Consideramos en este problema un método utilizado frecuentemente para acelerar las sondas espaciales en la dirección deseada. La sonda espacial vuela por un planeta, y

puede aumentar significativamente su velocidad y modificar considerablemente su dirección de vuelo, mediante la eliminación de una cantidad muy pequeña de la energía del movimiento orbital del planeta. Analizamos este efecto de una sonda espacial que pasa cerca de Júpiter.

La órbita del planeta Júpiter alrededor del Sol a lo largo de una trayectoria elíptica, se puede aproximar por una circunferencia de radio promedio R , con el fin de continuar con el análisis de la situación física, en primer lugar debe:

1. Encontrar la velocidad V del planeta a lo largo de su órbita alrededor del Sol. **[1.5 puntos]**
2. Cuando la sonda se encuentra entre el Sol y Júpiter (en el segmento de Sol-Júpiter), encontrar la distancia de Júpiter, donde la atracción gravitacional del Sol se equilibra por Júpiter. **[1 punto]**

Una sonda espacial de masa $m = 825$ kg vuela por Júpiter. Por simplicidad suponemos que la trayectoria de la sonda espacial es enteramente en el plano de la órbita de Júpiter, de esta manera descuidamos el importante caso en el que se expulsó a la sonda espacial del plano orbital de Júpiter.

Sólo tenemos en cuenta lo que sucede en la región donde la atracción de Júpiter desborda todas las otras fuerzas gravitacionales.

En el marco de referencia del centro del Sol de masa M la velocidad inicial de la sonda espacial es $v_0 = 1.00 \cdot 10^4$ m/s (a lo largo de la dirección positiva y), mientras que la velocidad de Júpiter es a lo largo de la dirección negativa x (ver figura 1), por la "velocidad inicial" nos referimos a la velocidad de la sonda espacial cuando está en el espacio interplanetario, todavía lejos de Júpiter, pero ya en la región donde la atracción del Sol es insignificante con respecto a la de Júpiter. Suponemos que el encuentro se produce en un tiempo suficientemente corto para permitir dejar de lado el cambio de dirección de Júpiter en su órbita alrededor del sol. También se asume que la sonda pasa por detrás de Júpiter, es decir, la coordenada x es mayor para la sonda que para Júpiter cuando la coordenada y es la misma.

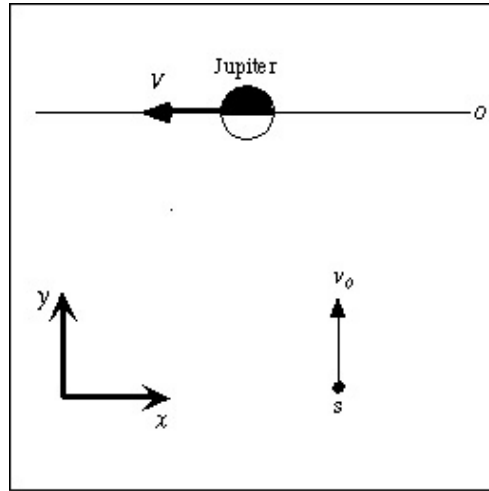


Figura 1: Vista en el centro del Sol del sistema de masa. O denota la órbita de Júpiter, s es la sonda espacial.

3. Encontrar la dirección de la sonda espacial de movimiento (como el ángulo φ entre su dirección y el eje x) y su velocidad v' en el marco de referencia de Júpiter, cuando todavía está muy lejos de Júpiter. **[2 puntos]**
4. Encontrar el valor de la energía mecánica total de la sonda espacial E en el marco de referencia de Júpiter, poniendo - como siempre - igual a cero el valor de su energía potencial a una distancia muy grande, en este caso, cuando es lo suficiente para mover con velocidad casi constante debido a la pequeñez de todas las interacciones gravitacionales. **[1 punto]**

La trayectoria de la sonda espacial en el marco de referencia de Júpiter es una hipérbola y su ecuación en coordenadas polares en este marco de referencia es

$$(1) \quad \frac{1}{r} = \frac{GM}{v'^2 b^2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2E v'^2 b^2}{G^2 M^2 m}} \cos \theta \right)$$

donde b es la distancia entre una de las asíntotas y Júpiter (el llamado parámetro de impacto), E es la energía mecánica total de la sonda en el marco de referencia de Júpiter, G es la constante gravitacional, M es la masa de Júpiter, r y θ son la coordenadas polares (la distancia radial y el ángulo polar).

La figura 2 muestra las dos ramas de una hipérbola como se ha descrito por la ecuación (1); las asíntotas y la coordenadas polares se muestran también. Tenga en cuenta que la ecuación (1) tiene su origen en el "foco atractivo" de la hipérbola. La trayectoria de la sonda espacial es la trayectoria atractiva (la rama enfatizada).

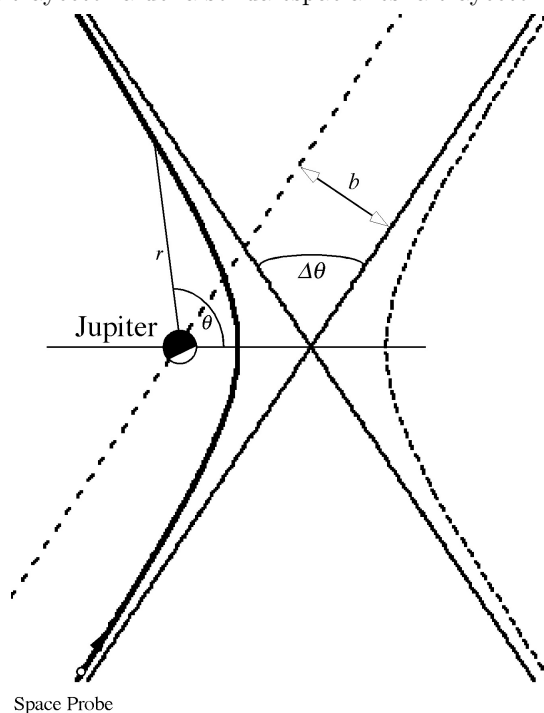


Figura 2

5. Utilizando la ecuación (1) describir la trayectoria de la sonda espacial, encontrar la desviación angular total $\Delta\theta$ en el marco de referencia de Júpiter (como se muestra en la figura 2) y expresarla como una función de la velocidad inicial v' y el parámetro de impacto b . **[2 puntos]**
6. Supongamos que la sonda no puede pasar a Júpiter a una distancia inferior que tres radios Júpiter desde el centro del planeta; encontrar el parámetro mínimo de posible impacto y la máxima desviación angular posible. **[1 punto]**
7. Encontrar una ecuación para la velocidad final v'' de la sonda en el marco de referencia del Sol como una única función de la velocidad de Júpiter V , la velocidad inicial de la sonda v_0 y el ángulo de desviación $\Delta\theta$. **[1 punto]**
8. Utilice el resultado anterior para encontrar el valor numérico de la velocidad final v'' en el marco de referencia del Sol, cuando la desviación angular tiene su valor máximo posible. **[0.5 puntos]**

SUGERENCIA

Dependiendo de qué camino seguir en su solución, las fórmulas trigonométricas siguientes pueden ser útiles:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$