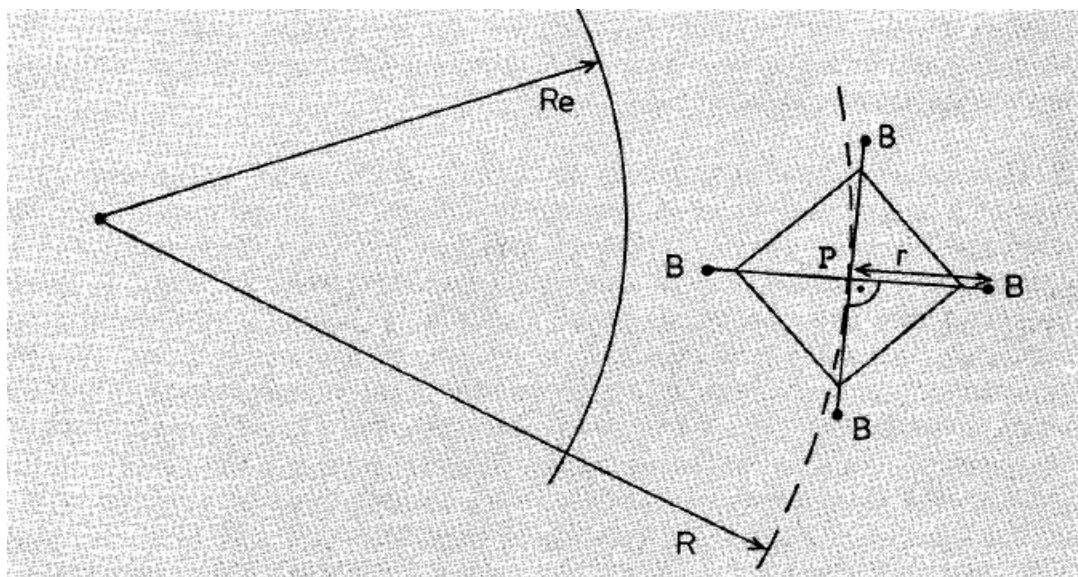


23 OLIMPIADA INTERNACIONAL DE FÍSICA
HELSINKI, FINLAND, 1992

Problema 1 (Los átomos de enfriamiento por láser). La figura muestra un satélite que está girando la Tierra en una órbita aproximadamente circular en el plano ecuatorial de la Tierra. El satélite se compone de un cuerpo central P sin masa y cuatro pequeños cuerpos periféricos B . Los cuatro cuerpos B tienen cada uno masa m : que se fijan a P a través de largos cables finos de longitud r que no se estiran. Todos estos cinco cuerpos, P y los cuatro cuerpos B , son coplanares con el plano ecuatorial, y pueden girar dentro de este plano. Los cuatro cables radiales están conectados entre sí por otros alambres delgados que mantienen los ángulos entre los alambres radiales constante a 90° .



Las alambres de enlace están incluidos en el sistema con el fin de evitar el movimiento oscilatorio de los cuerpos individuales B que de otro modo hacer el análisis de los movimientos es extremadamente complicado. Todos los cuerpos B giran alrededor de P a la misma velocidad angular, que es ω con respecto a las estrellas fijas. Por lo tanto, el satélite se comporta como un cuerpo rígido.

Analizar las siguientes preguntas para el caso general, teniendo en cuenta todas las situaciones posibles, incluidos los dos sentidos de rotación de los cuerpos B . También obtener valores numéricos para algunas de las cantidades que se encuentran en las preguntas (1) y (2)—las cantidades requeridas y los datos numéricos necesarios se enumeran al final del problema.

- 1) El dibujo muestra el satélite en la posición donde para los diferentes cables, r es paralelo, anti-paralelo o perpendicular a R . (El vector r va desde el cuerpo P a el cuerpo B y tiene longitud r ; el vector R corre desde el centro de la masa de la tierra a el cuerpo P)

Determinar la fuerza ejercida por un alambre radial sobre uno de los cuerpos B en cada una de estas cuatro posiciones. Estas posiciones corresponden aproximadamente a las fuerzas máximas y mínimas.

- 2) Dentro de los cuatro cuerpos B , hay cuatro máquinas idénticas, impulsado por la energía solar, conectada a los cables radiales. Cada máquina tira del alambre en, hacia B , por un corto período de tiempo cada vez que hay fuerza máximo cerca en el cable (como se indica en la pregunta anterior), y permite la misma longitud de alambre de nuevo cuando la tensión está en un mínimo. La longitud de cable que se tira y deja salir es 1 % de la longitud media del cable radial. La longitud media no cambia con el tiempo.

¿Cuál es la potencia neta convertida por una máquina, un promedio de un giro del satélite?

La potencia neta se define como $\frac{W_1 - W_2}{T}$, donde W_1 es el trabajo que la máquina realiza en el alambre cuando se tira, W_2 es el trabajo que el cable realiza en la máquina cuando se enrolla hacia fuera y T es el período de rotación.

- 3) Discuta los cambios en el movimiento del satélite que son causados por la acción de las máquinas. En particular, analizar los cambios que pueden ocurrir en cada una de las situaciones enumeradas en el cuadro siguiente.

Completa la tabla con los resultados y los comentarios, y no se olvide de entregarlo.

Datos:

Las respuestas numéricas se requieren en la siguiente situación:

El radio de la órbita del cuerpo central está dado por $R = R_E + 500$ km

La longitud media de los cables radiales es $r = 100$ km

Así el diámetro del sistema del satélite es 200 km

Los cuerpos B tienen masas $m = 1000$ kg

Inicialmente, los cuatro cuerpos B giran, que se refiere a las estrellas, alrededor del cuerpo central P a 10 revoluciones por hora.

Las masas de los cables son insignificantes, y el cuerpo central P es sin masa.

Consejo:

Considerar ambos sentidos de rotación para ω .

Soluciones exactas no se esperan. Los resultados con 5 % de precisión, son totalmente aceptables.

No haga caso de los efectos gravitacionales de la luna y el sol.

Datos Útiles

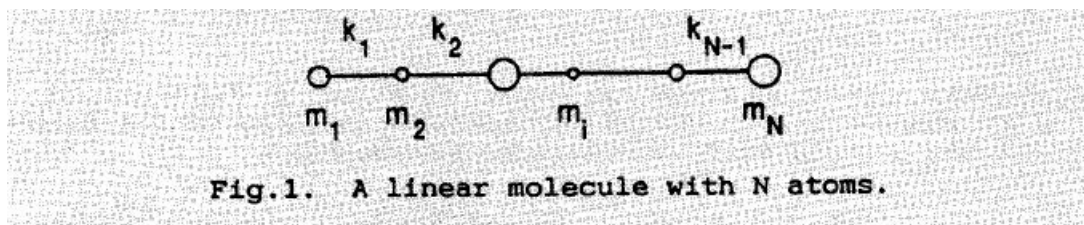
Masa de la Tierra $M_E = 5.97 \times 10^{24}$ kg

Constante gravitacional $G = 6.673 \times 10^{-11}$ m³ kg⁻¹ s⁻²

Radio de la Tierra $R_E = 6378$ km

Denotar el producto $M_E G$ por K . $K = 3.983 \times 10^{14}$ m³ s⁻²

Problema 2 (El Movimiento Longitudinal de una Molécula Lineal). En este problema se analizará el movimiento longitudinal de una molécula lineal, es decir, el movimiento a lo largo del eje molecular. El movimiento de rotación y la flexión de la molécula no se consideran. La molécula se supone que consiste de N átomos de masa m_1, m_2, \dots, m_N , respectivamente. Cada átomo se supone que se conecta a sus vecinos por un enlace químico. Cada enlace se aproxima por un resorte sin masa que obedece la ley de Hooke con las constantes de resorte k_1, k_2, \dots, k_{N-1} . La molécula se muestra en la fig. 1.



Utilice los siguientes hechos al solucionar este problema: el movimiento longitudinal de vibración de una molécula lineal consisten en una superposición de distintos movimientos vibratorios llamados vibraciones normales, o modos normales. En un modo normal todos los átomos vibran en movimiento armónico simple con la misma frecuencia y pasan a través de sus posiciones de equilibrio de forma simultánea.

Preguntas

- 1) Sea x_i el desplazamiento del átomo i desde su posición de equilibrio. Expresé la fuerza F_i que actúa sobre cada átomo i como una función de los desplazamientos x_1, x_2, \dots, x_N y las constantes de resorte k_1, k_2, \dots, k_{N-1} . ¿Qué relación hay entre las fuerzas F_1, F_2, \dots, F_N ? Utilizando esta relación, establecer una relación entre los desplazamientos x_1, x_2, \dots, x_N , y dar una interpretación física de esta relación.
- 2) Analizar el movimiento de una molécula diatómica AB (figura 2). El valor de la constante de resorte es k . Calcule una expresión para las fuerzas que actúan sobre los átomos A y B . Determine las frecuencias de vibración correspondientes e interpretar el resultado. En particular, ¿Cómo es posible que los átomos vibren con la misma frecuencia, aunque sus masas no son iguales?

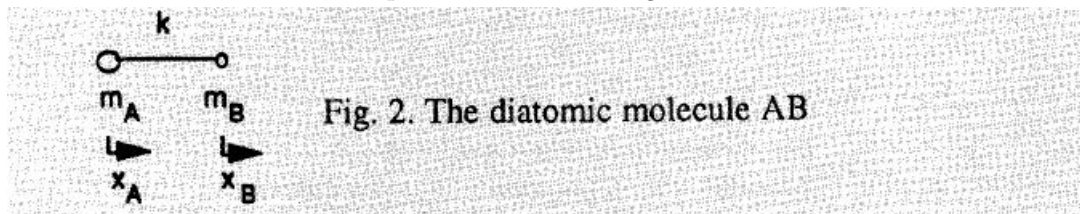
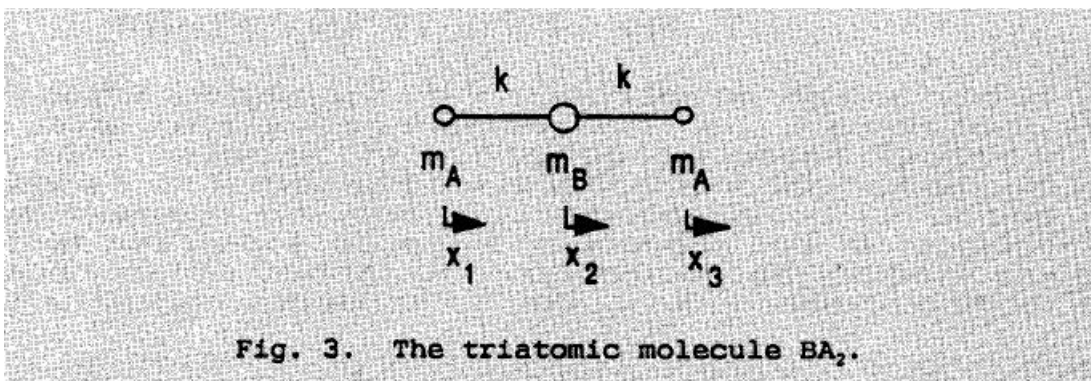


Fig. 2. The diatomic molecule AB

- 3) Analizar el movimiento de la molécula triatómica BA_2 (Fig. 3).



Expresé la fuerza neta sobre cada átomo como una función de solamente su desplazamiento. Deducir los movimientos posibles de la molécula y las frecuencias de vibración correspondientes.

- 4) Las frecuencias de los dos modos longitudinales de vibración de la molécula CO_2 son 3.998×10^{13} Hz y 7.042×10^{13} Hz, respectivamente. Determinar un valor numérico de la constante de resorte del enlace CO .

¿Qué tan bien usted cree que esta aproximación a la estructura de enlace de la molécula describe el movimiento de vibración de la molécula de verdad?

La masa atómica del átomo de carbono = 12 amu y la del átomo de oxígeno = 16 amu. La unidad de masa atómica = 1.660×10^{-27} kg.

Problema 3 (Un Satélite en la Luz del Sol). En este problema se calculará la temperatura de un satélite espacial. El satélite se supone que es una esfera con un diámetro de 1 m. Todo el satélite se mantiene a una temperatura uniforme. Toda la superficie esférica del satélite está recubierto con el mismo tipo de recubrimiento. El satélite se encuentra cerca de la tierra, pero no está en la sombra de la tierra.

La temperatura de la superficie del sol (su temperatura de cuerpo negro) $T_{sol} = 600$ K y su radio es 6.96×10^8 m. La distancia entre el Sol y la Tierra es 1.5×10^{11} m. La luz del sol calienta el satélite a una temperatura a la cual la emisión de cuerpo negro desde el satélite es igual a la potencia absorbida de la luz solar. La energía por unidad de área emitida por un cuerpo negro viene dada por la ley de Stefan-Boltzmann $P = \sigma T^4$, donde σ es la constante universal 5.67×10^{-8} W m⁻² K⁻⁴. En la primera aproximación, se puede asumir que tanto el sol y el satélite absorben toda la radiación electromagnética incidente sobre ellos.

- 1) Encuentra una expresión para la temperatura T del satélite. ¿Cuál es el valor numérico de esta temperatura?
- 2) La espectro de radiación del cuerpo negro $u(T, f)$ de un cuerpo a temperatura T obedece la ley de radiación de Planck

$$u(T, f)df = \frac{8\pi k^4 T^4}{c^3 h^3} \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1}$$

Donde $\eta = hf/kT$ y $u(T, f)df$ es la densidad de energía de la radiación electromagnética en un intervalo de frecuencia $[f, f + df]$. En la ecuación $h = 6.6 \times 10^{-34}$ J s es la constante de Planck, y $c = 3.0 \times 10^8$ m s⁻¹ es la velocidad de la luz.

El espectro del cuerpo negro, integrada en todas las frecuencias f y las direcciones de emisión, da el total de la potencia radiada por unidad de área $P = \sigma T^4$ como se expresa en la ley de Stefan-Boltzmann dada anteriormente

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}$$

La figura muestra el espectro normalizada

$$\frac{c^3 h^3}{8\pi k^4} \frac{u(T, f)}{T^4}$$

como una función de η .

En muchas aplicaciones es necesario mantener el satélite lo más frío posible. Para enfriar el satélite, los ingenieros utilizan una capa reflectora que refleja la luz por encima de una frecuencia de corte, pero no impide que la radiación de calor con una frecuencia menor se escape. Supongamos que este (en punto) la frecuencia de corte corresponde a $hf/k = 1200$ K.

¿Cuál es la temperatura de equilibrio de la nueva vía satélite? La respuesta exacta no es necesario. Por lo tanto, no realizar ninguna integración tediosa; hacer aproximaciones en caso necesario. La integral sobre toda la gama es

$$\int_0^\infty \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

y el máximo de $\eta^3/(e^\eta - 1)$ se produce en $\eta \approx 2.82$. Para valores pequeños de η se puede ampliar la función exponencial como $e^\eta \approx 1 + \eta$.

- 3) Si ahora tenemos un satélite real, con la extensión de los paneles solares que generan electricidad, el calor disipado en los componentes electrónicos dentro de los actos de satélite como una fuente adicional de calor. Suponiendo que la potencia de la fuente de calor interno es 1 kW, ¿Qué es la temperatura de equilibrio del satélite en el caso anterior 2?
- 4) Un fabricante anuncia una pintura especial de la siguiente manera:

“Esta pintura refleja más del 90 % de toda la radiación entrante (tanto la luz visible e infrarroja), pero se irradia en todas las frecuencias (luz visible e infrarroja) como un cuerpo negro, eliminando así gran cantidad de calor desde el satélite. Así, la pintura le ayudará a mantener el satélite lo más fresco posible.”

¿Puede tal pintura existir? ¿Por qué o por qué no?

- 5) ¿Qué propiedades debe tener un recubrimiento con el fin de elevar la temperatura de un cuerpo esférico similar a la del satélite considerado aquí por encima de la temperatura calculada en 1?

