

La course demi-fond: Les Clés d'une Stratégie Gagnante



Mokline Mohamed Iyed
CPGE [MPOption SI] 2023/2024

► Problématique



Comment exploiter les données physiologiques d'un coureur pour optimiser sa performance, spécialement pour la course de 1500 m ?

Plan

- I. Position du problème et modélisation
- II. Analyse d'un Modèle de Stratégie Gagnante
- III. Conclusions et limites du modèle



I. Proposition du problème & modélisation

Objectif & Hypothèse de base

- Pour un temps absolu minimal, il faut minimiser T :
$$D = \int_0^T v(t) dt = 1500m$$
- La valeur de la force résistive est prise égale à 25% ($\alpha=0,25$) du terme d'avancement de la force propulsive, une hypothèse valable seulement pour un mouvement accéléré, qu'il soit rectiligne ou circulaire.



Bilan des forces :

Le coureur est assimilé à un solide, étudié dans le référentiel terrestre en tenant compte de l'hypothèse formulée telle que $\alpha = 0,25$:

Pour les deux lignes droites :

$$\blacktriangleright \vec{P} = -mg\vec{e}_z$$

$$\blacktriangleright \vec{N}$$

$$\blacktriangleright \vec{F}_{\text{propulsive}} = f(t)\vec{e}_x$$

$$\blacktriangleright \vec{F}_{\text{résistive}} = -\alpha f(t)\vec{e}_x$$

$$\blacktriangleright \vec{F}_{\text{air}} = -\frac{1}{2}C_x S v^2 \vec{e}_x$$

Pour les deux demi-cercles :

$$\blacktriangleright \vec{P} = -mg\vec{e}_z$$

$$\blacktriangleright \vec{N}$$

$$\blacktriangleright \vec{F}_{\text{propulsive}} = f(t)$$

$$\blacktriangleright \vec{F}_{\text{résistive}} = -\alpha f_{\theta}(t)\vec{e}_{\theta}$$

$$\blacktriangleright \vec{F}_{\text{air}} = -\frac{1}{2}C_x S v^2 \vec{e}_{\theta}$$

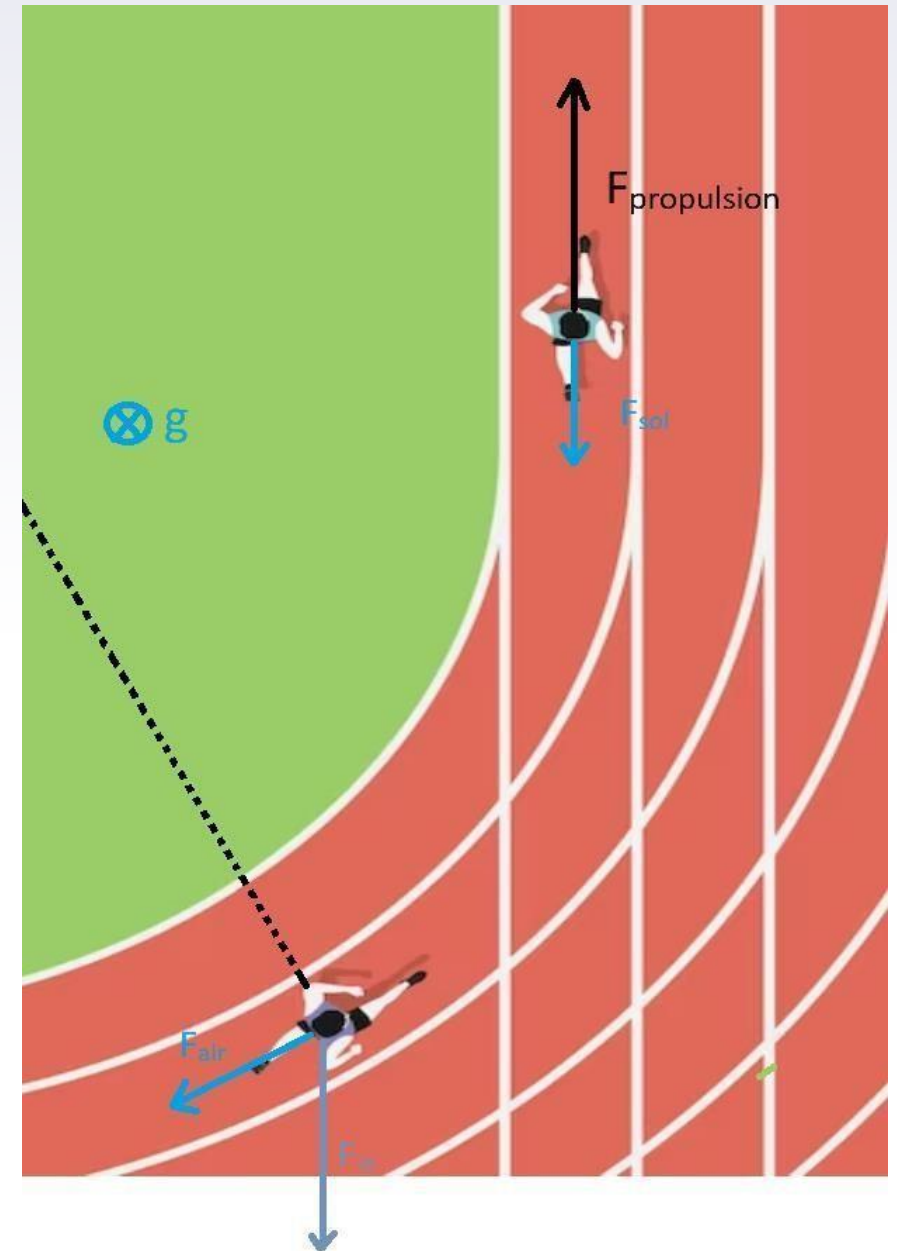


Figure 1 : Bilan des forces appliquées

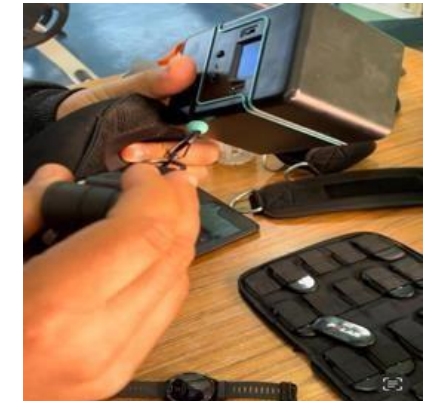
Osama AL AJILI- *coureur national formé par l'ancien champion olympique « Sofiane Labidi » qui détient le record de la Tunisie en 400m depuis plus de 20 ans, 45 s 19*



La mesure des données physiologiques essentielles pour la modélisation, du coureur « Oussema Aajili » au centre national de la médecine et des sciences à « El Menzah - Tunis »



Quelques appareils de mesure utilisés et paramètres mesurés extraits du rapport (voir annexe)



$$m=61\text{kg}$$

$$e_0=19,5\text{kcal}$$

$$\sigma_r=5,68\text{ W/kg (VO2rep=16,23ml/min/kg)}$$

$$\sigma_{\max}=22,05$$

$$\text{W/kg (VO2max=63,00ml/min/kg)}$$

$$\sigma_f=19,37\text{ W/kg (VO2f=55,34ml/min/kg)}$$

$$f_{\max}=59,3\text{ kgf}$$

$$C=19,9\text{ kgf.s}^{-1}$$

Appliquons le théorème de la résultante cinétique au coureur assimilé à un solide dans le référentiel terrestre supposé galiléen

- $\frac{dv}{dt} \vec{e}_x = \left(-\frac{\alpha f(t)}{m} - \frac{C_x S v^2}{2m} + \frac{f(t)}{m} \right) \vec{e}_x$ (Pour les deux lignes droites)

- $-\frac{v^2}{R} \vec{e}_r + \frac{dv}{dt} \vec{e}_\theta = \left(-\frac{C_x S v^2}{2m} - \frac{\alpha f_\theta(t)}{m} \right) \vec{e}_\theta + \frac{\vec{f}(t)}{m}$ (Pour les deux demi-cercles)

$$|f| \leq f_{\max}$$

$C_x = 0,294$ (selon
GIGACALCULATOR)

coefficient de
pénétration dans l'air

$$S = 0,86 \text{ m}^2$$

(considérée comme
50% de la surface
corporelle totale

établie à partir de la
Formule de Mosteller)

$$f_{\max} = 578,6 \text{ N}$$

$$C = 186,3 \text{ N.s}^{-1}$$

$$R = \frac{100}{\pi} = 31,83 \text{ m}$$

Taux de
développement
de la force
(RFD) :

$$\left| \frac{df}{dt} \right| \leq C$$

Equation de contrôle énergétique :

- Energie aérobie infinie (respiration), variation temporelle σ
- Energie anaérobie limitée , variation temporelle $\frac{d(e_0 - e)}{dt} = -\frac{de}{dt}$
 - **Energie anaérobie nulle**
 \leftrightarrow **épuisement**

Equation de la conservation d'énergie

selon Keller :
$$\frac{fv}{m} = \sigma - \frac{de}{dt}$$

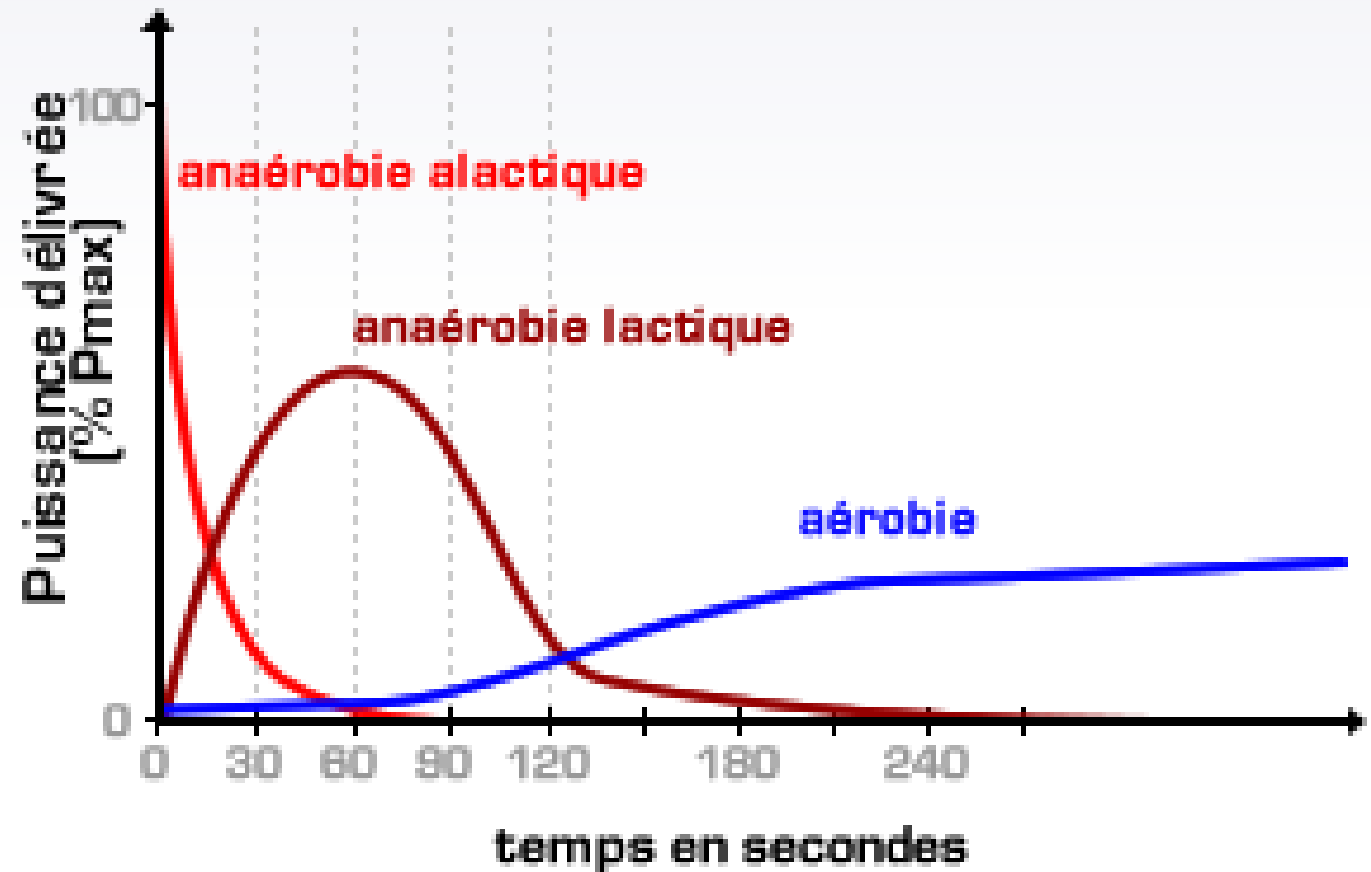


Figure 2 : Filière énergétique

Modélisation du débit aérobie uniformément variable selon Amandine Aftalion et Frédéric Bonnans

$$\sigma(e) = \begin{cases} \sigma_f + \frac{\sigma_{max} - \sigma_f}{e_{cr}} e & \text{si } e < e_{cr} \\ \sigma_{max} & \text{si } e_{cr} \leq e \leq e_{\varphi} \\ \sigma_r + \frac{\sigma_{max} - \sigma_r}{e_0 - e_{\varphi}} (e_0 - e) & \text{si } e_{\varphi} < e < e_0 \end{cases}$$

- $\sigma_r = 5,68 \text{ W/kg}$
- $\sigma_{max} = 22,05 \text{ W/kg}$
- $\sigma_f = 19,37 \text{ W/kg}$
- $e_0 = 1337,5 \text{ J/kg}$
- $e_{cr} = 0,3 \times e_0 = 401,25 \text{ J/kg}$
- $e_{\varphi} = 0,5 \times e_0 = 668,75 \text{ J/kg}$

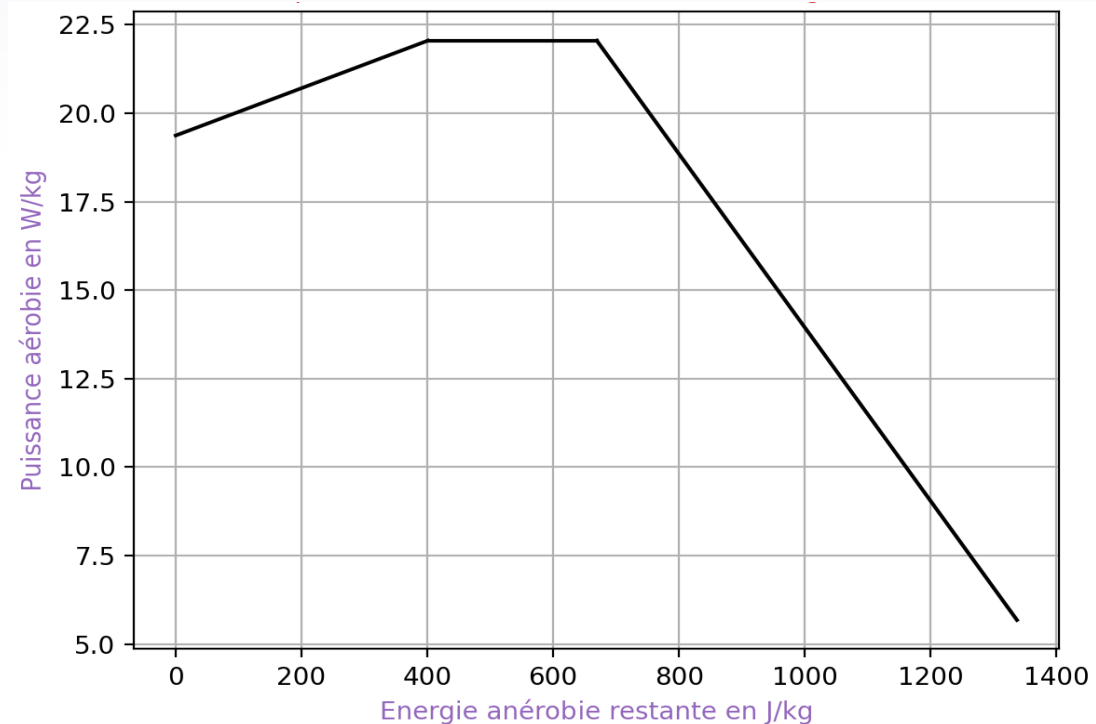


Figure 3 : Evolution de la puissance aérobie en fonction de l'énergie anaérobie restante

Terme de récupération dans l'équation du contrôle énergétique

- Par ailleurs, selon Amandine Aftalion et Camilla Fiorini, une deuxième modification est introduite dans l'équation énergétique : pour des courses suffisamment longues, il a été observé que le ralentissement recrée une partie de l'énergie anaérobie. D'où le terme de récupération:

$$\eta(v) = \begin{cases} 0 & \text{si } \frac{dv}{dt} > 0 \\ c_n \left(\frac{dv}{dt}\right)^2 & \text{si } \frac{dv}{dt} \leq 0 \end{cases}$$

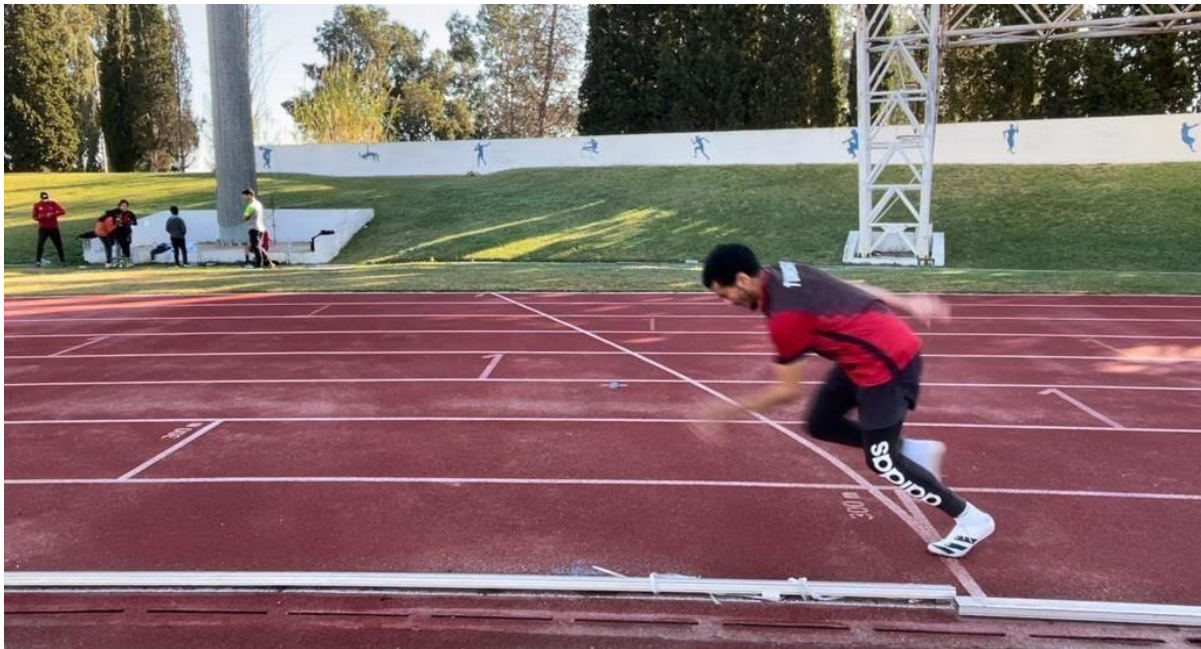
- Avec $c_n = 4s$

Bilan de modélisation

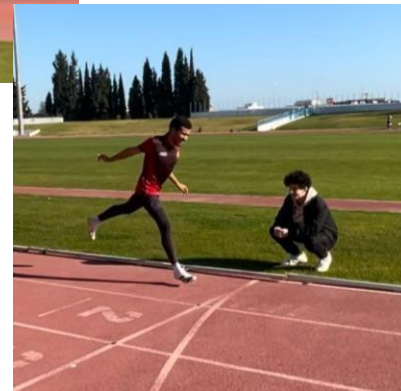
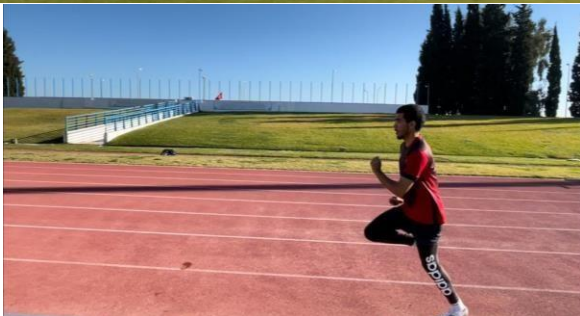
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pour les deux lignes droites : } f(t) = \frac{4m}{3} \frac{dv}{dt} + \frac{2}{3} C_x S v^2 \\ \text{Pour les deux demi-cercles : } |f(t)| = \sqrt{\frac{m^2 v^4}{R^2} + \left(\frac{4m}{3} \frac{dv}{dt} + \frac{2}{3} C_x S v^2 \right)^2} \\ \frac{de}{dt} = \sigma(e) + \eta(t) - \frac{|f(t)| v(t)}{m} \\ e(t) > 0, \forall t \in [0, T] ; \quad |f(t)| \leq f_{\max}; \quad \left| \frac{df}{dt} \right| \leq c \end{array} \right.$$

II. Analyse d'un Modèle de Stratégie Gagnante pour l'Optimisation de la Performance sur 1500m

- ▷ Évaluation de la performance des 1500 mètres (3 tours et $\frac{3}{4}$ de 400m) par le coureur national « Osama AL AJILI », sur la piste d'athlétisme olympique de Rades



Un seul essai après deux jours de repos



Performance :
 $T=3\text{min}52\text{s}91\text{ms}$
 $\pm 0,58\text{ms}$

Modèle stratégique

L'exploitation du ralentissement pour la récréation d'énergie anaérobie: un modèle suggéré par Aftalion et Fiorini

- *Recréation énergétique : vers une vitesse harmonique en quête d'exploiter la phase de décélération*

- Prenons $V(t)=V_0+A\sin(\omega t)$; avec V_0 , A et ω *des paramètres à optimiser afin de minimiser T*

Résolution numérique avec python pour la recherche d'un quadruplet (V_0, A, ω, T) optimisé afin de battre le T expérimental, en exploitant la méthode d'Euler explicite, et les fonctions minimize, NonlinearConstraint à partir de la bibliothèque `scipy.optimize`

Contraintes à valider :

- $e(t) > 0$ telle que $\frac{de}{dt} = \sigma(e) + \eta(t) - \frac{|f(t)|v(t)}{m}$
 - $|f| \leq f_{\max}$
 - $\left| \frac{df}{dt} \right| \leq C$

Les résultats du modèle

- Obtention de l'expression $v(t) = 6,76 + 0,473 \times \sin\left(\frac{4\pi}{25}t\right)$ qui permet au coureur de terminer en **3 min 41 s 65**, qui est en avantage par rapport au coureur réel (qui a terminé les 1500m en **3 min 52 s 91**), avec un écart de **11 s 26**.

Résultat de l'optimisation:

$V_0 = 6.760500678882389$

$A = 0.47323504752192025$

$w = 0.500000000000000093$

$T = 221.64651651000005$

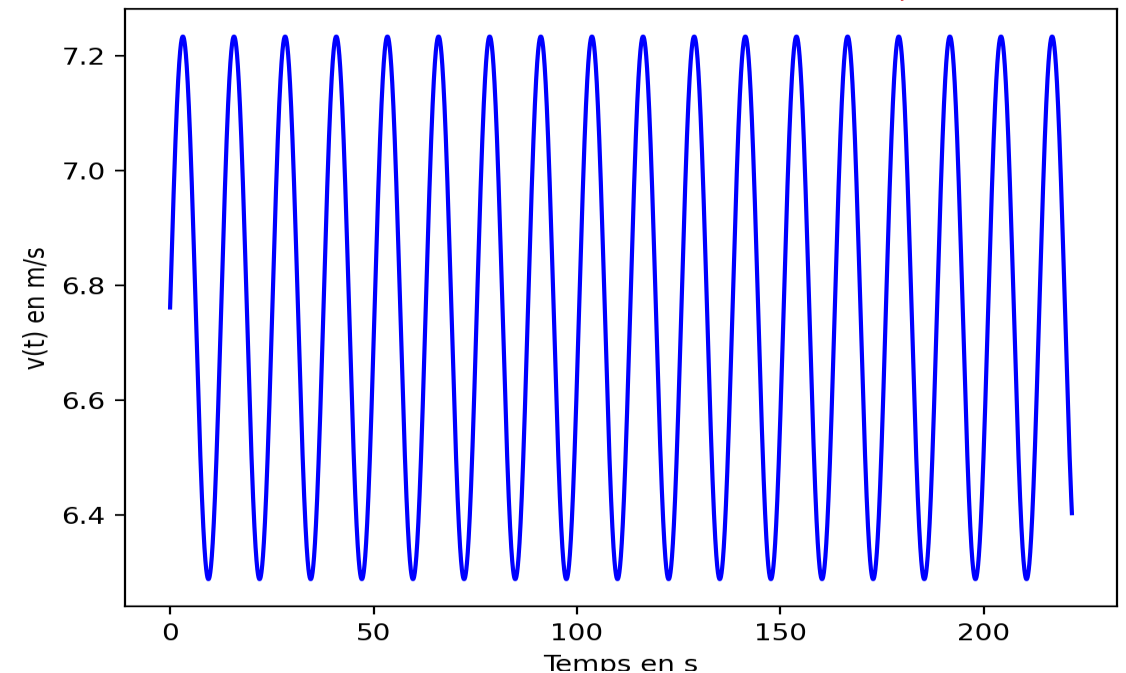


Figure 4 : Evolution de la vitesse en fonction du temps

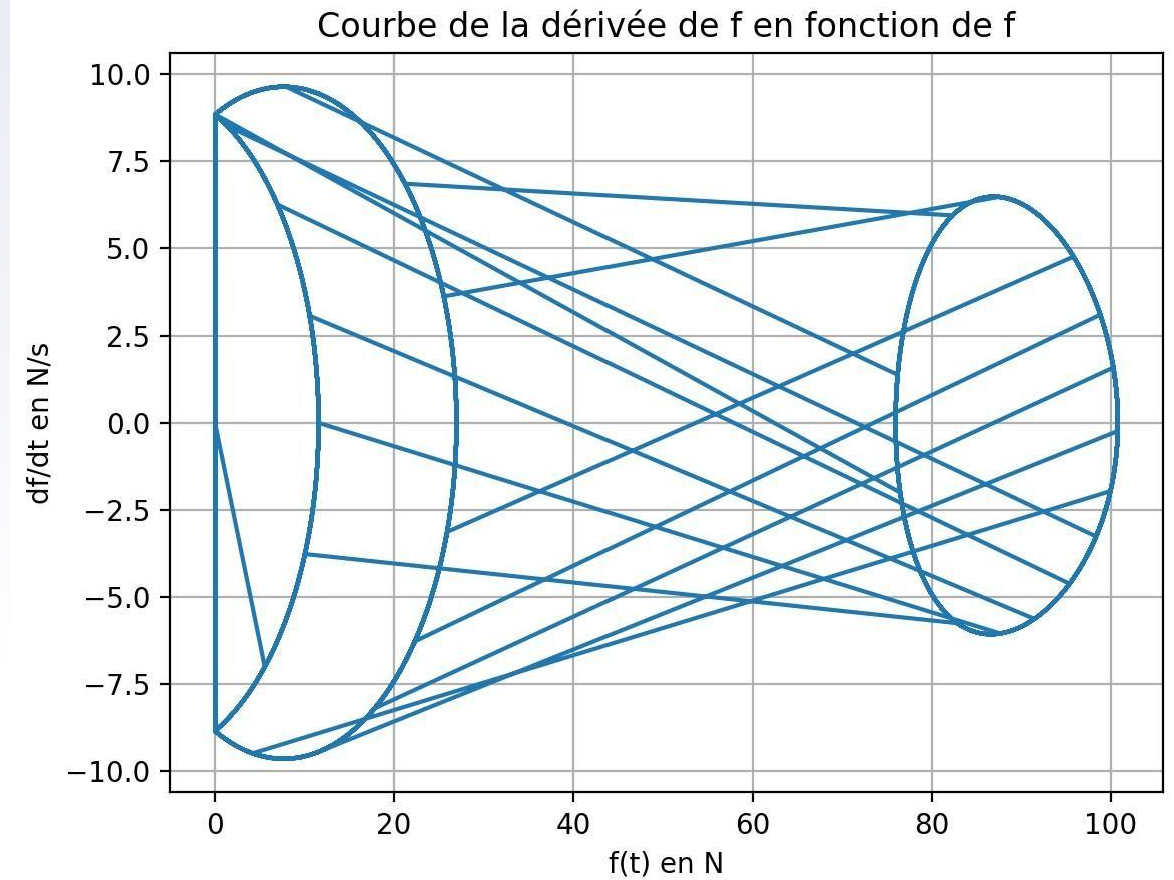
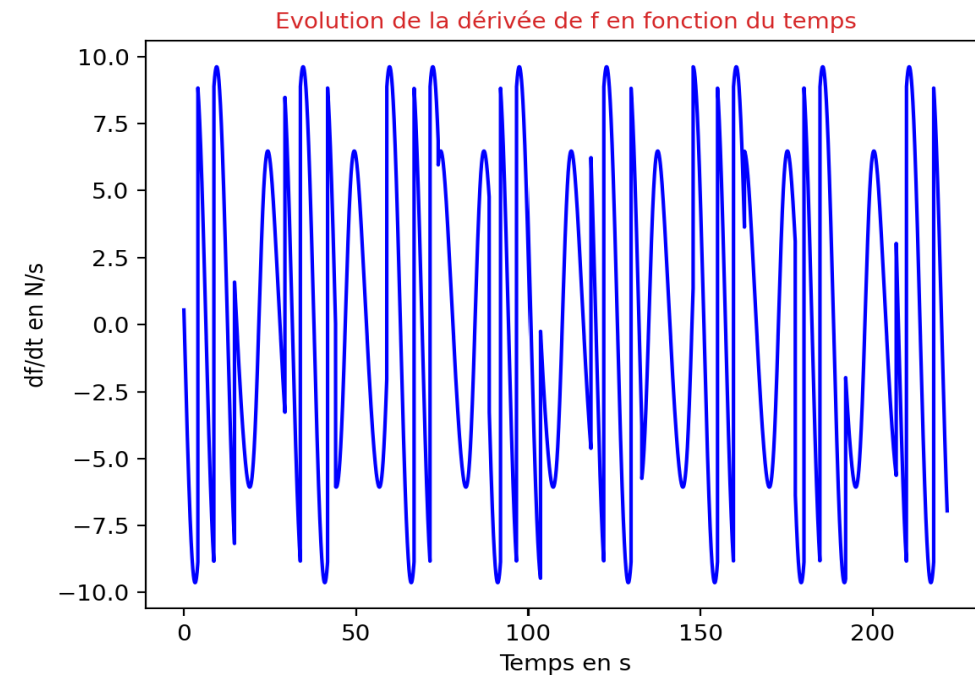
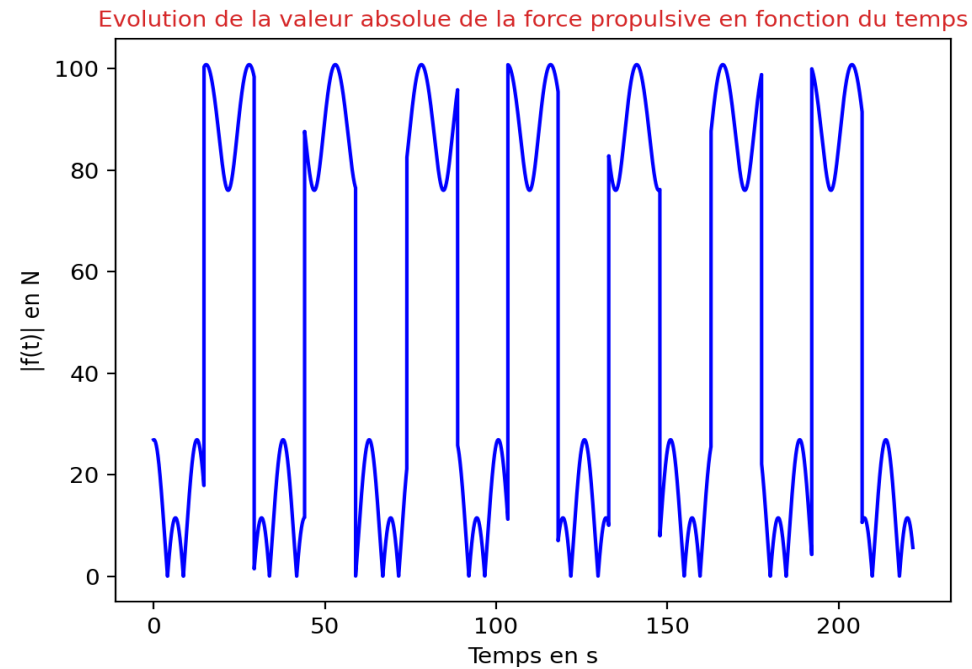


Figure 5 : Evolution de la force propulsive et sa dérivée par rapport au temps

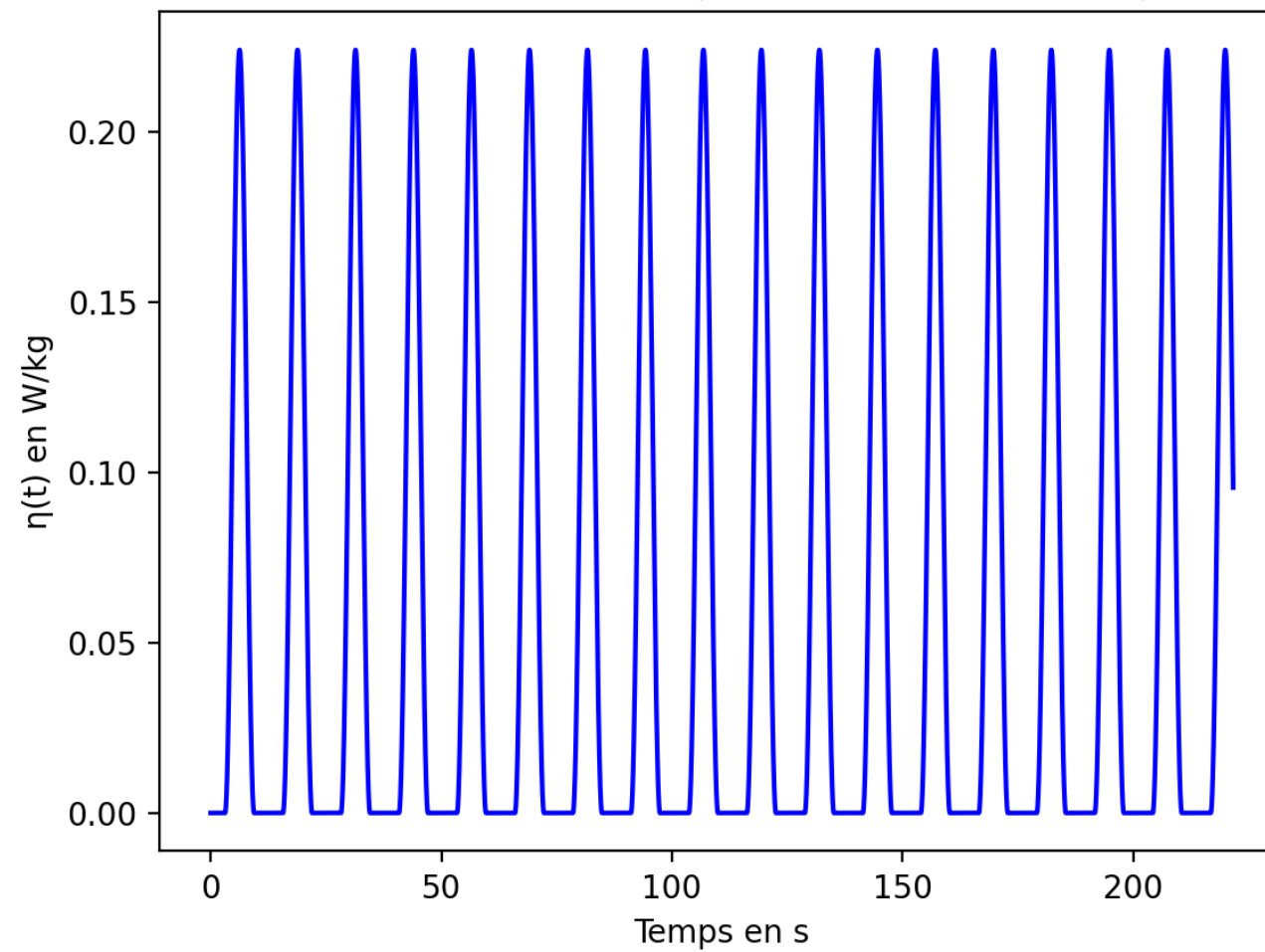
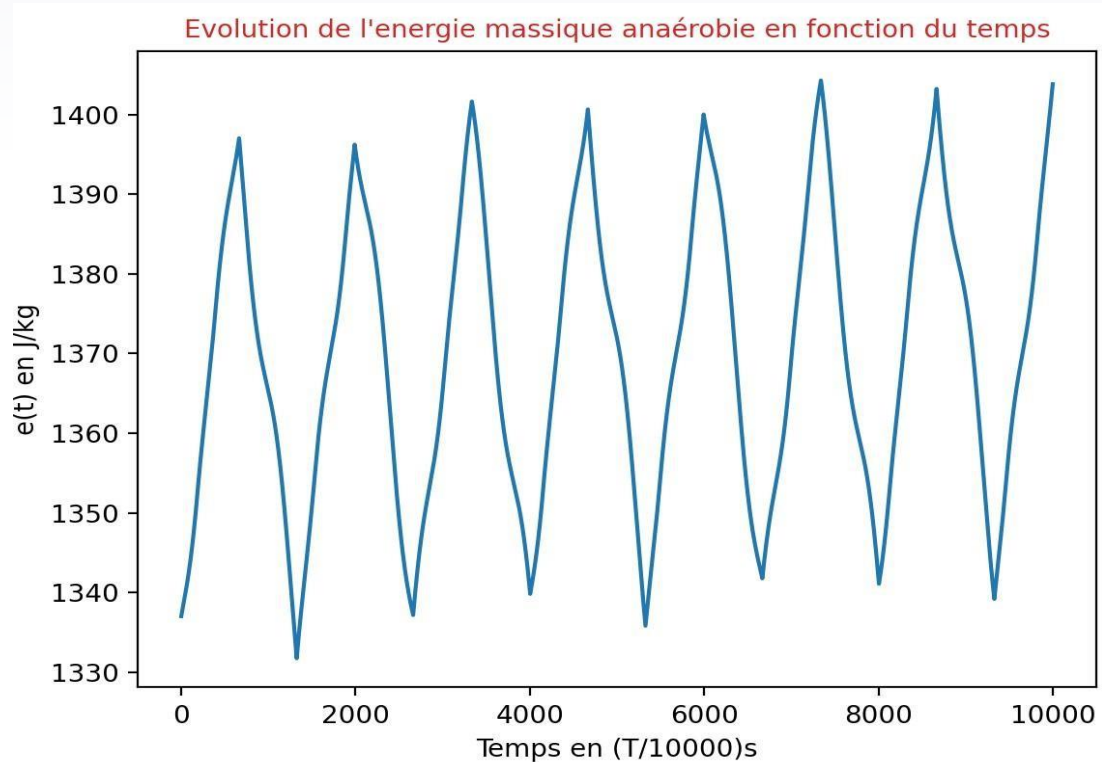


Figure 6 : Evolution du terme de récupération d'énergie en fonction du temps

Courbe de l'évolution de l'énergie
massique anaérobie pour $\alpha=0,25$:

➤ Physiquement inacceptable



Modification de α pour obtenir des courbes
plus cohérentes et physiquement

- Observation des 18 pics du terme de récupération
- Augmentations locales de l'énergie anaérobie

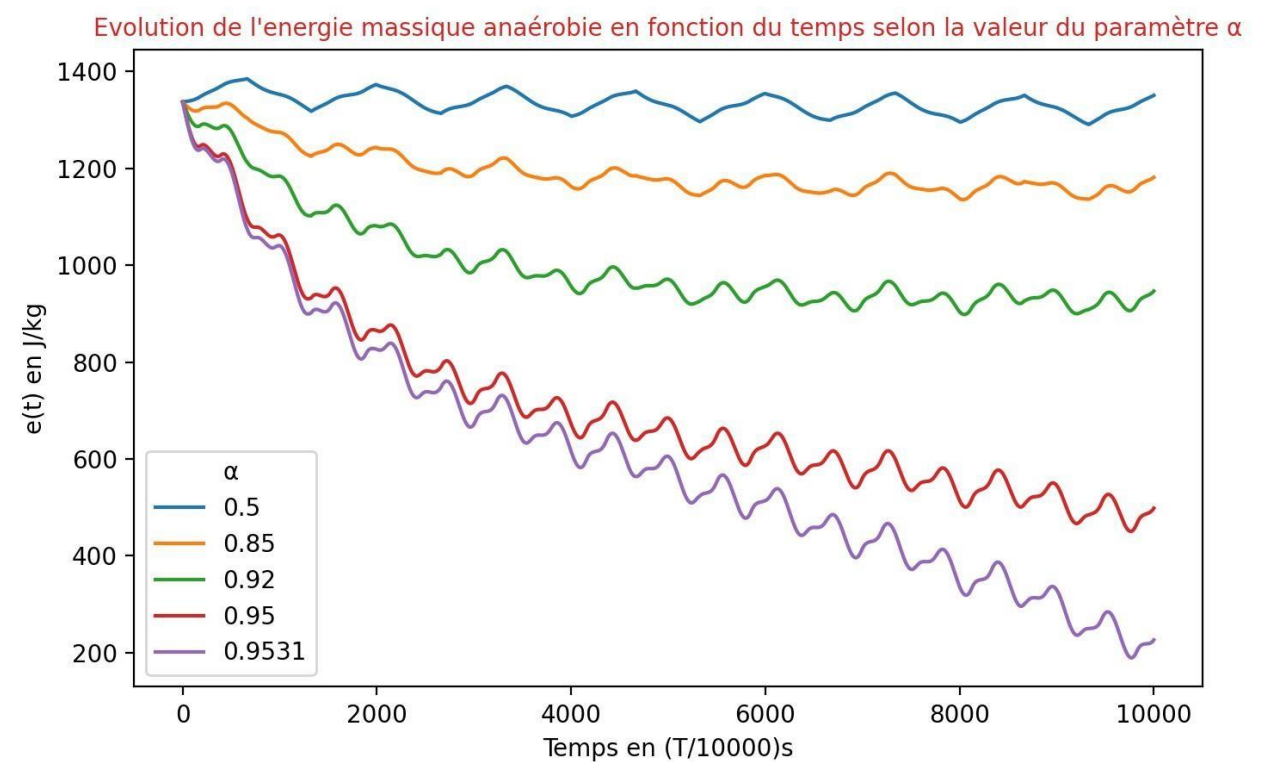


Figure 7 : Evolution de l'énergie massique anaérobie

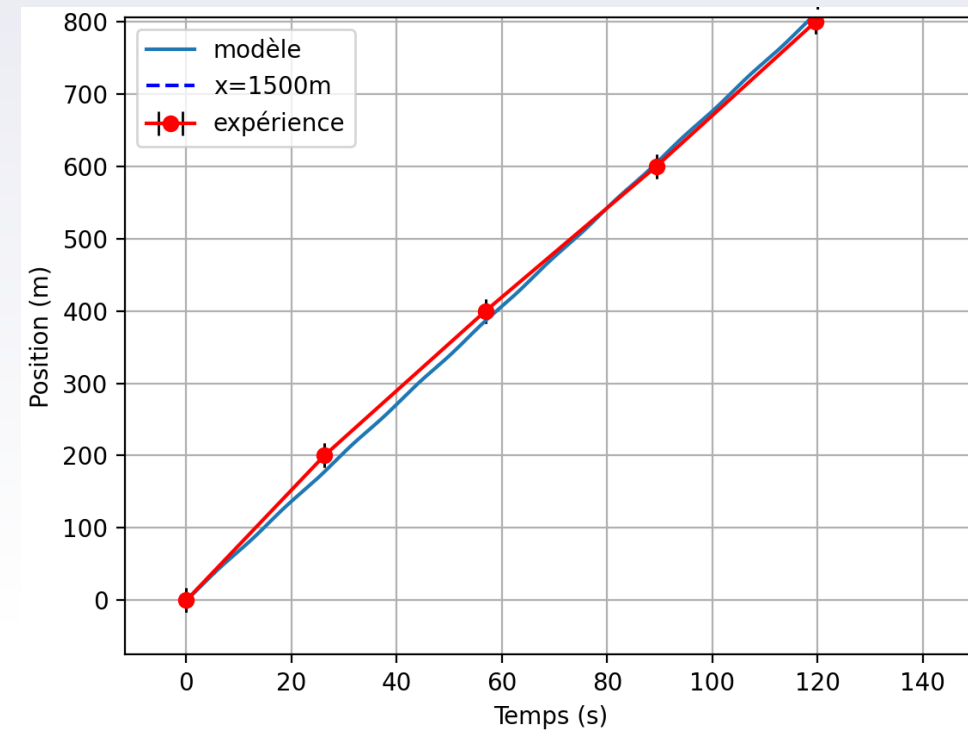
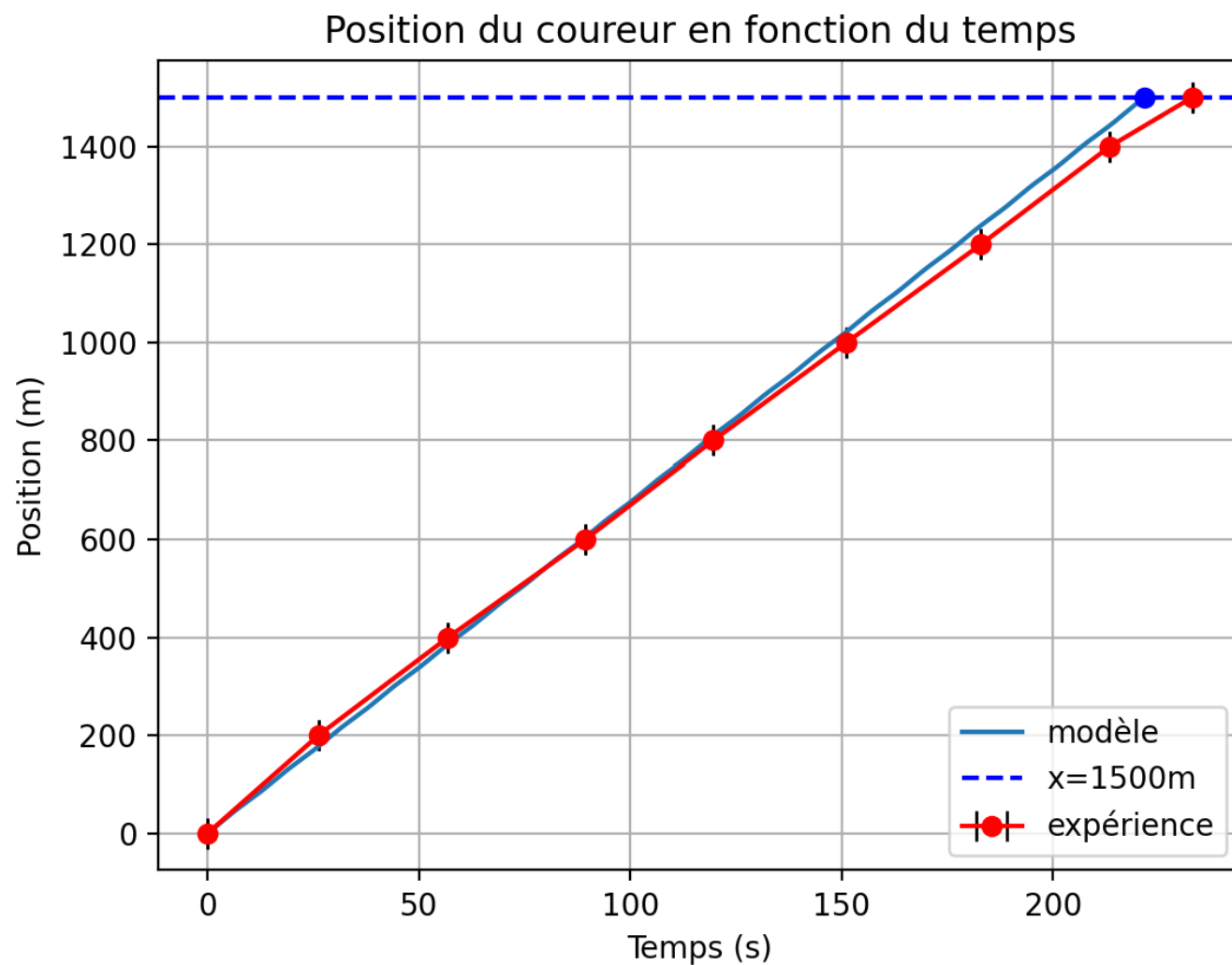
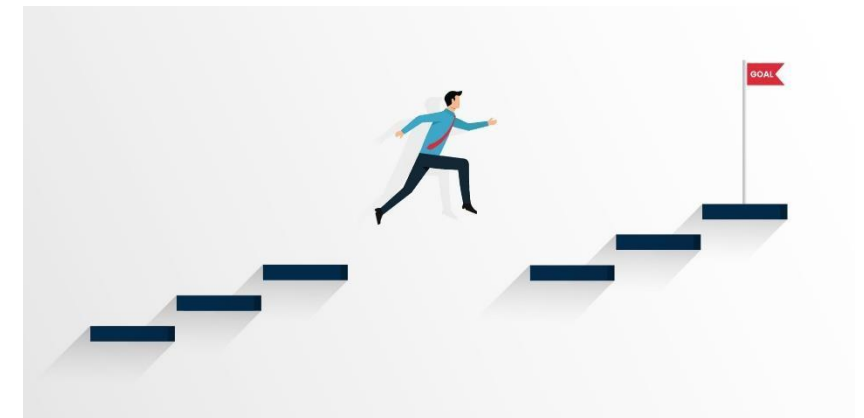


Figure 8 : Evolution de la position du coureur réel en comparaison avec le coureur fictif

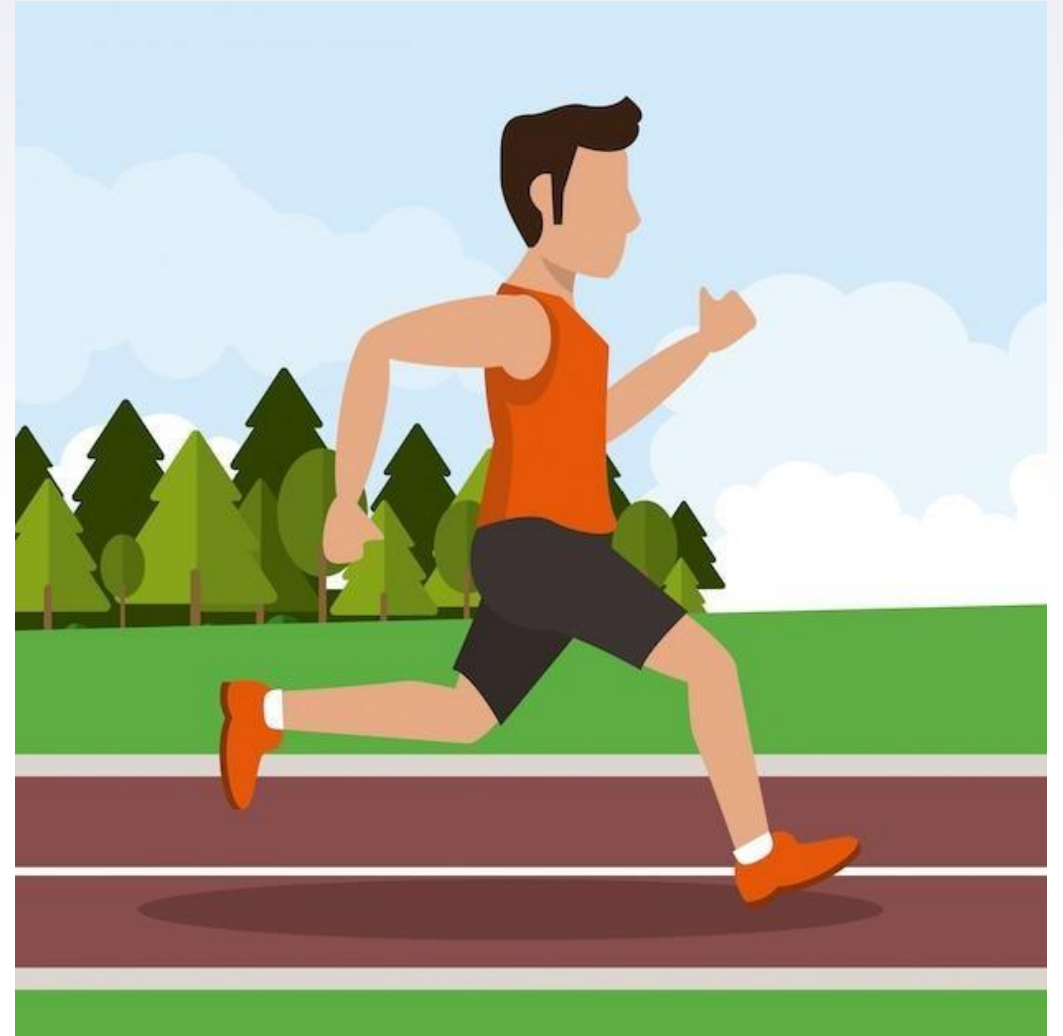
III. Limites du modèle

- A 25% de la force propulsive pour les mouvements rectilignes et circulaires.
- Cette hypothèse aurait été discutée plus rigoureusement si les résultats expérimentaux avaient été plus fiables.
- Bien que ces outils suffisent pour des évaluations générales, ils ne sont pas adaptés pour des études scientifiques rigoureuses
- L'athlète, détenteur de records nationaux en 400m et 800m, a ajouté une dimension intéressante en participant à une course de 1500m.
- Le joueur n'était pas en situation de compétition



Conclusion

Notre étude, basée sur la loi de la quantité de mouvement et la conservation de l'énergie, a révélé qu'accepter des réductions de vitesse locales est essentiel pour optimiser la performance d'un coureur sur 1500m. Ces résultats promettent de nouvelles voies pour améliorer les performances des athlètes de demi-fond, soulignant l'importance d'une stratégie tactique dans la quête de vitesse maximale.





**Merci pour votre
attention**