

Pozitif Tam Sayı Kuvvet Toplamlarının Kapalı Formları ve Kombinatorik Özellikleri

Doruk Üstündağ ^{*1}

13 Eylül 2025

Özet

Bu konuşmada, ilk olarak klasik kuvvet toplamları $S_k(n) = \sum_{i=1}^n i^k$ incelenmekte ve bu ifadelerin aritmetik yapısı ile büyüme davranışları tanıtılmaktadır. Ardından, bu toplamların Faulhaber polinomları aracılığıyla ifade edilmesiyle elde edilen kapalı formlar sunulmakta ve bu polinomların Bernoulli sayılarıyla olan ilişkisi açıklanmaktadır. Kuvvet toplamı polinomlarının yapısı, ikinci tür Stirling Sayıları ve binom baz üzerinden yeniden yorumlanmakta; böylece bu polinomların hem cebirsel hem de kombinatorik doğası ortaya konmaktadır. Kuvvet toplamlarının binom bazda ifade edilmesiyle birlikte, kuvvet toplamı polinomlarının katsayılarının bu bazla nasıl bağlantılı olduğu gösterilmekte ve bu yapının genel bir formülasyonla nasıl oluşturulabileceği üzerinde durulmaktadır. Konuşmanın bir diğer odağı, SageMath desteği ile bu polinomların nasıl hızlı bir şekilde oluşturulabileceğini ve bölünebilirlik bağlantılarının nasıl "Güvenli Asallar" ile bağlantılı olacağıdır. Konu hakkında yapılan çalışmalar Deniz Göksu (İYTE) ile ortak çalışmadır.

Konu sınıf no: 11B68, 11B65, 11B75

Anahtar kelime: Kuvvet Toplamları, Kombinatorik

Adres: İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Fen Fakültesi, Matematik Bölümü, 35430-İzmir, Türkiye ^{*1} (sorumlu yazar); dorukustundag5@hotmail.com

Kaynaklar

- [1] E. Büyükaşık, H. Göral, D. Sertbaş *A NOTE ON VARIANTS OF EULER'S ϕ -FUNCTION*, Publicationes Mathematicae Debrecen **105**, 2024.
- [2] D. Göksu ve D. Üstündağ, *Notes on Combinatorial Interpretations of Power Sum Polynomials*, Ön Baskı, 2025.

- [3] A. W. F. Edwards, *Sums of powers of integers: A little of the history*, The Mathematical Gazette, 66(435), **22**, <https://doi.org/10.2307/3617302>, 1982.
- [4] M. J. Wang, S. Goel, & G. Mao *A new algorithm to generate a formula for the sum of integer powers*, In Proceedings of the 2014 ACM Southeast Conference (ACMSE '14) (Article 50, pp. 1–4), Association for Computing Machinery, <https://doi.org/10.1145/2638404.2638525>, 2014.
- [5] D. E. Knuth, *Johann Faulhaber and sums of powers*, Mathematics of Computation, 61(203), 277–294. <https://doi.org/10.1090/S0025-5718-1993-1197512-7>, 1993.