Ragionamenti

Isabella Bosia

Digressioni varie su argomenti interessosi.

1 Filtri e ultrafiltri

1.1 FIP e non oltre

Sia $\mathcal F$ un ultrafiltro che estende il filtro cofinito. Abbiamo che $\mathcal F$ contiene il complementare di ogni singoletto, quindi l'intersezione di tutti gli insiemi di $\mathcal F$ è vuota.

1.2 Assioma della scelta?

Sia \mathcal{F} un filtro non principale su \mathcal{M} . Possiamo trovare una catena di filtri che contengono \mathcal{F} e per il lemma di Zorn la catena ha un massimale, che è un ultrafiltro che estende \mathcal{F} . Si dimostra che l'esistenza di un ultrafiltro non principale non può essere provata senza l'assioma della scelta.

Procediamo in un altro modo: al posto che estendere il filtro verso l'alto, riduciamo l'insieme verso il basso. Preso \mathcal{F} , consideriamo l'insieme dei complementari $\mathcal{G} = \{x \in \mathcal{M} : x^c \in \mathcal{F}\}$. Ora \mathcal{F} è un ultrafiltro su $\mathcal{F} \cup \mathcal{G}$, e continua ad essere non principale(?) Dov'è stato usato l'assioma della scelta?