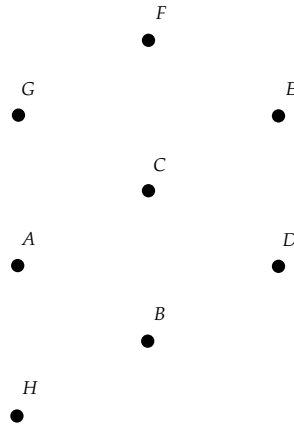


Triangoli in un piano colorato

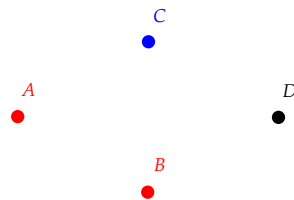
Isabella Bosia

Teorema 1. *Su un piano colorato di rosso e blu esiste un triangolo equilatero con i vertici dello stesso colore.*

Dimostrazione. Supponiamo che la tesi sia falsa e prendiamo una tassellazione triangolare del piano. Si considerino i seguenti punti A, B, C, D, E, F, G e H .

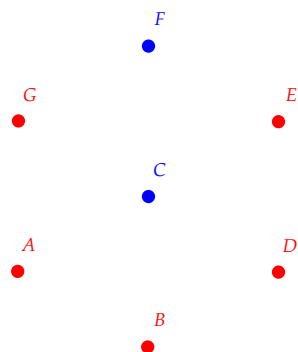


Consideriamo i punti A, B e C : se fossero dello stesso colore sarebbe assurdo. Allora, siano A e B rossi e C blu e consideriamo il punto D .

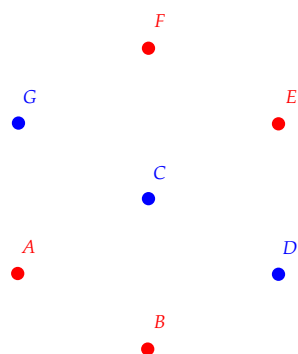


Abbiamo i casi D rosso e D blu.

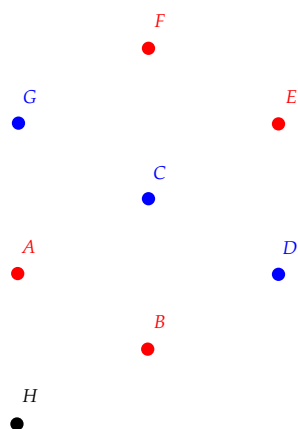
Nel caso D sia rosso, allora F deve essere blu, altrimenti ADF sarebbe un triangolo equilatero con i vertici dello stesso colore, dunque assurdo. Ma se F è blu, allora E e G devono essere rossi per evitare CEF e CFG . Quindi il controesempio è il triangolo BEG .



Nel caso D sia blu, allora E deve essere rosso per evitare CDE . Allora E deve essere rosso per CDE , dunque G deve essere blu per BEG , e dunque F deve essere rosso per CFG .



Allora H deve essere blu per ABH e rosso per DGH , assurdo.



□