

# XỬ LÝ TÍN HIỆU SỐ

---

Tuần 12

Giảng viên: Lê Ngọc Thúy

# Nội dung

---

## **CHƯƠNG 5: BỘ LỌC SỐ**

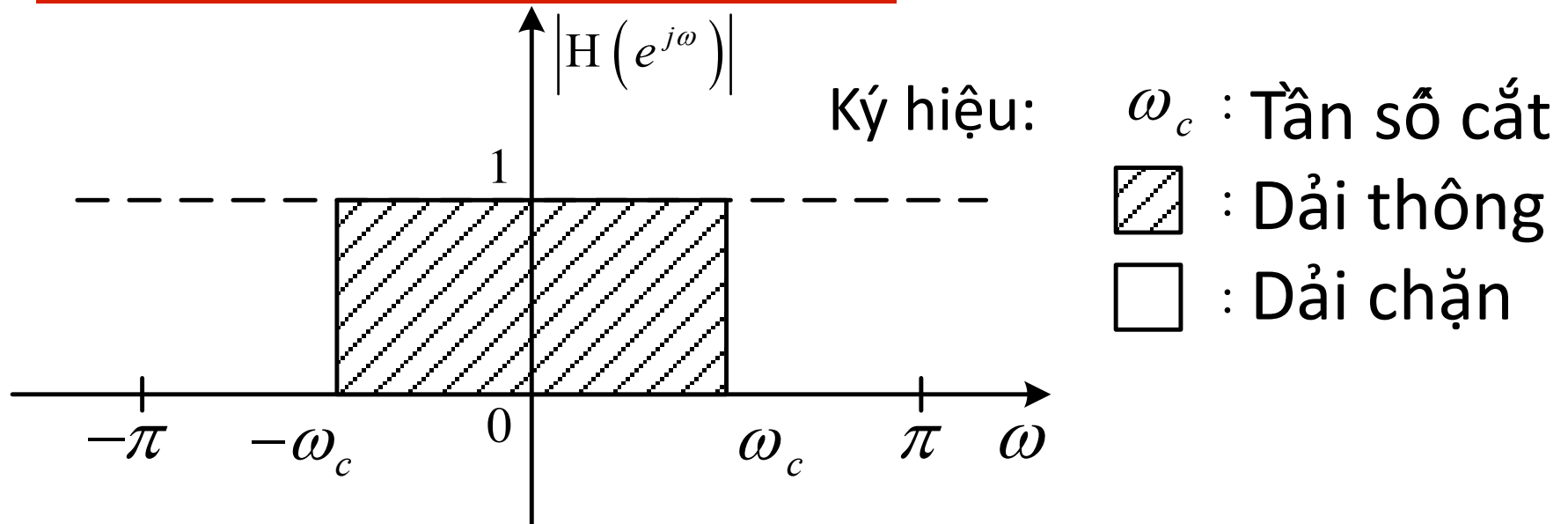
- ☐ Bộ lọc số lý tưởng
- ☐ Bộ lọc số FIR pha tuyến tính
- ☐ Bộ lọc số IIR

---

# **Bộ lọc số lý tưởng**

---

# Bộ lọc thông thấp lý tưởng (Low Pass Filter - LPF)



$$|H(\omega)| = \begin{cases} 1 & -\omega_c \leq \omega \leq \omega_c \\ 0 & \omega \neq \end{cases}$$

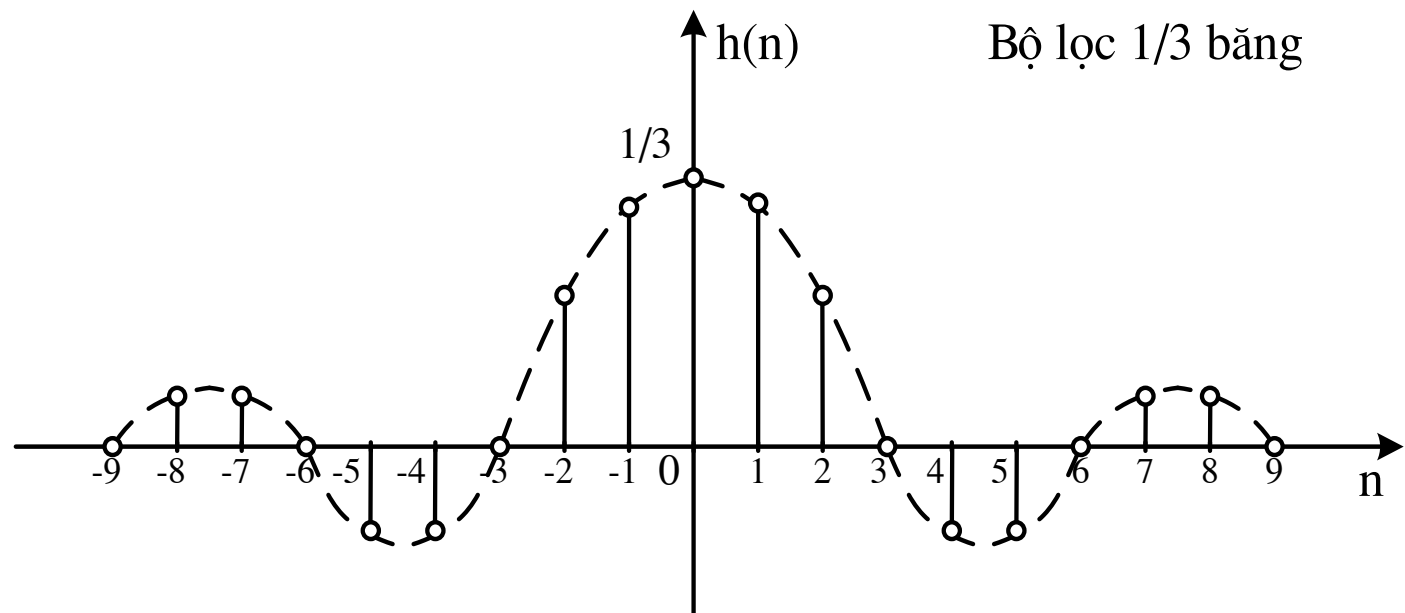
$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & -\omega_c \leq \omega \leq \omega_c \\ 0 & \omega \neq \end{cases}$$

# Bộ lọc thông thấp lý tưởng (Low Pass Filter - LPF)

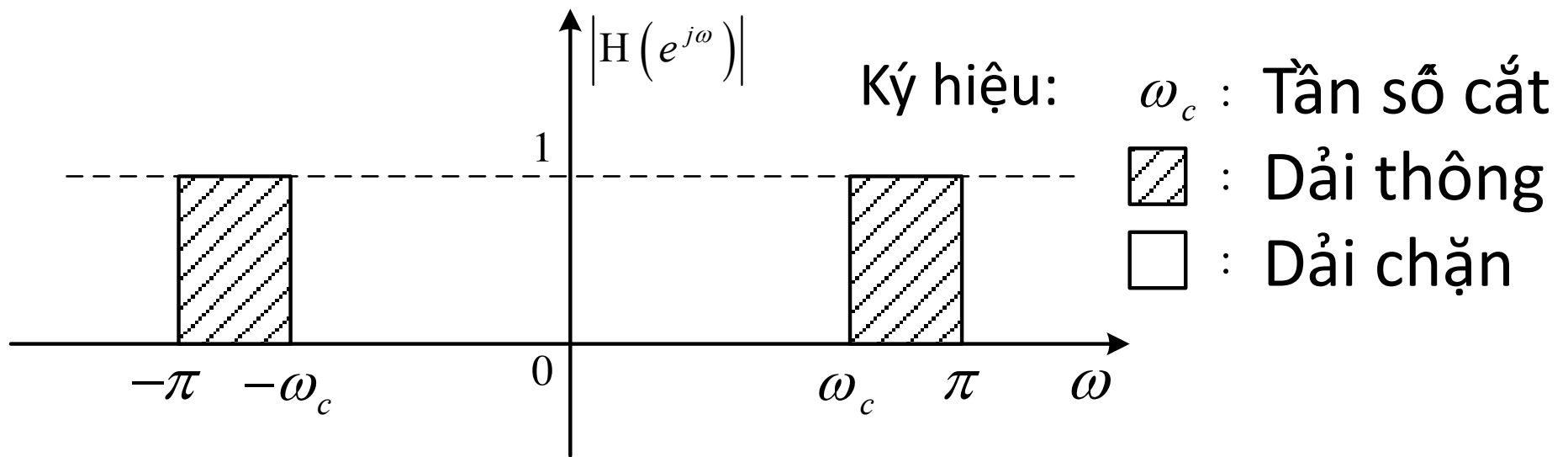
$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & -\omega_c \leq \omega \leq \omega_c \\ 0 & \omega \neq \end{cases}$$

$$h(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{j\omega n} d\omega = \frac{1}{2\pi jn} e^{j\omega n} \Big|_{-\omega_c}^{\omega_c} = \frac{1}{2\pi jn} (e^{j\omega_c n} - e^{-j\omega_c n})$$

$$h(n) = \frac{1}{\pi n} \sin \omega_c n = \frac{\omega_c}{\pi} \frac{\sin \omega_c n}{\omega_c n} = \frac{\omega_c}{\pi} \text{sinc}(\omega_c n)$$



# Bộ lọc thông cao lý tưởng (High Pass Filter - HPF)



$$|H(\omega)| = \begin{cases} 0 & -\omega_c \leq \omega \leq \omega_c \\ 1 & \omega \neq \end{cases}$$

$$H(\omega) = \begin{cases} 0 & -\omega_c \leq \omega \leq \omega_c \\ 1 & \omega \neq \end{cases}$$

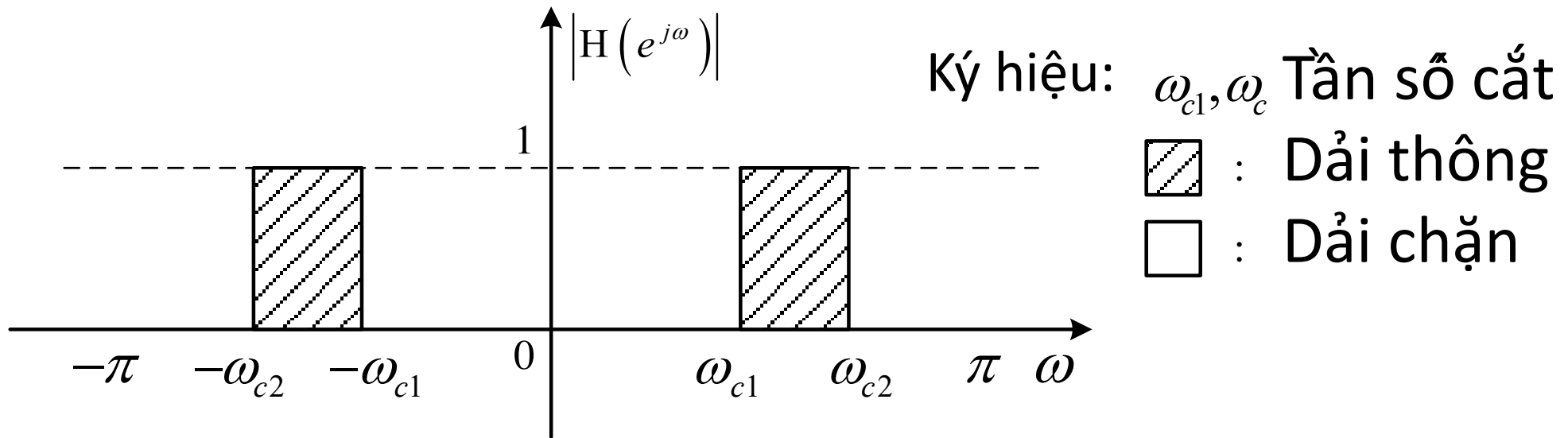
# Bộ lọc thông cao lý tưởng (High Pass Filter - HPF)

---

$$H(\omega) = 1 - \begin{cases} 1 & -\omega_c \leq \omega \leq \omega_c \\ 0 & \omega \neq \end{cases}$$

$$h(n) = \delta(n) - \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{j\omega n} d\omega = \delta(n) - \frac{\omega_c}{\pi} \text{sinc}(\omega_c n)$$

# Bộ lọc thông dải lý tưởng (Band Pass Filter - BPF)



$$|H(\omega)| = \begin{cases} 1 & -\omega_{c2} \leq \omega \leq -\omega_{c1} \\ & \omega_{c1} \leq \omega \leq \omega_{c2} \\ 0 & \omega \neq \end{cases}$$

$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & -\omega_{c2} \leq \omega \leq -\omega_{c1} \\ & \omega_{c1} \leq \omega \leq \omega_{c2} \\ 0 & \omega \neq \end{cases}$$



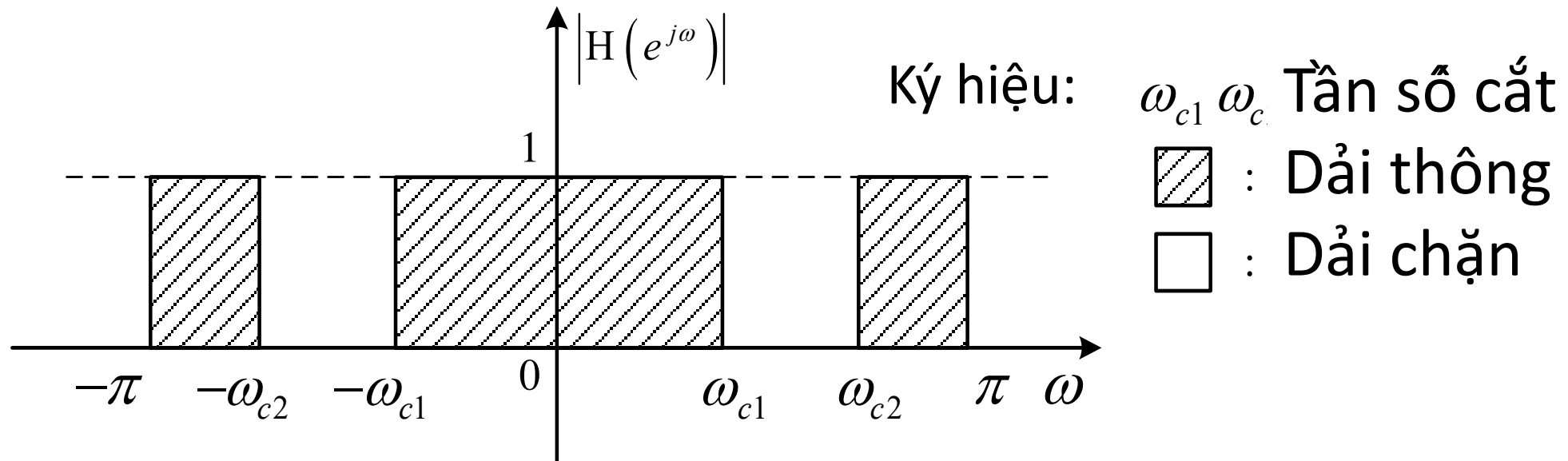
# Bộ lọc thông dải lý tưởng (Band Pass Filter - BPF)

---

$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & -\omega_{c2} \leq \omega \leq -\omega_{c1} \\ & \omega_{c1} \leq \omega \leq \omega_{c2} \\ 0 & \omega \neq \end{cases}$$

$$h(n) = \frac{\omega_{c2}}{\pi} \frac{\sin \omega_{c2} n}{\omega_{c2} n} - \frac{\omega_{c1}}{\pi} \frac{\sin \omega_{c1} n}{\omega_{c1} n}$$

# Bộ lọc chặn dải lý tưởng (Band Stop Filter - BSF)



$$|H(\omega)| = \begin{cases} 0 & -\omega_{c2} \leq \omega \leq -\omega_{c1} \\ & \omega_{c1} \leq \omega \leq \omega_{c2} \\ 1 & \omega \neq \end{cases}$$

$$H(\omega) = \begin{cases} 0 & -\omega_{c2} \leq \omega \leq -\omega_{c1} \\ & \omega_{c1} \leq \omega \leq \omega_{c2} \\ 1 & \omega \neq \end{cases}$$

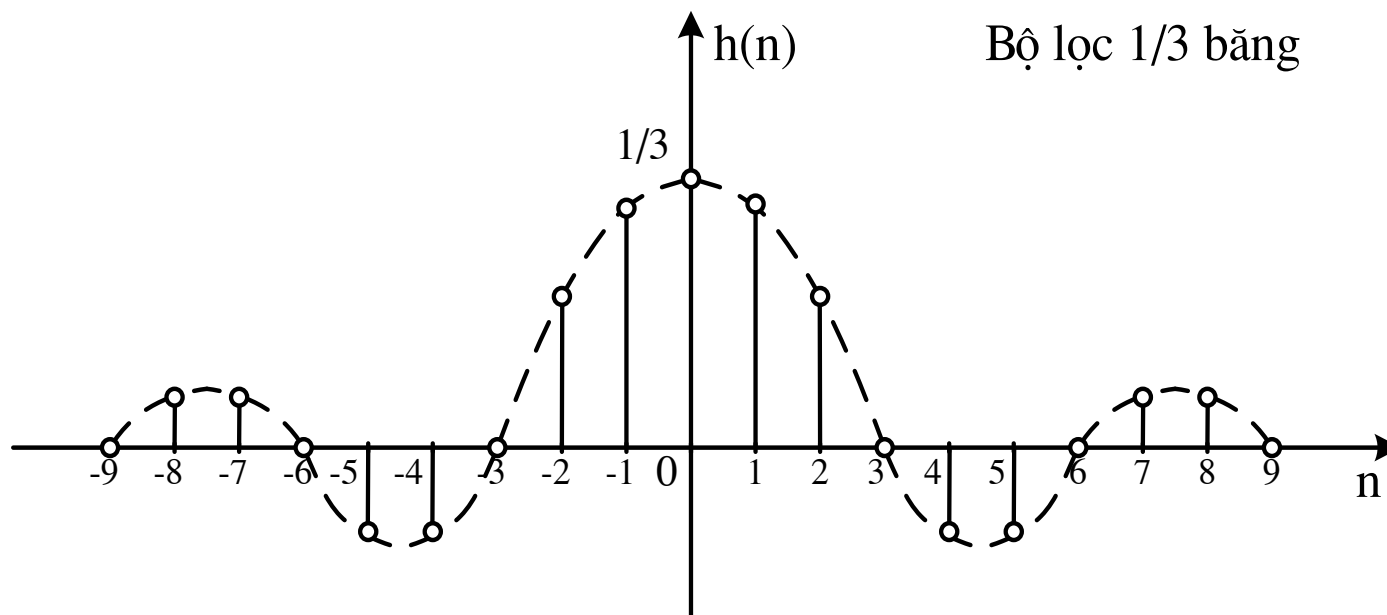
# Bộ lọc chặn dải lý tưởng (Band Stop Filter - BSF)

---

$$H(\omega) = 1 - \begin{cases} 1 & -\omega_{c2} \leq \omega \leq -\omega_{c1} \\ & \omega_{c1} \leq \omega \leq \omega_{c2} \\ 0 & \omega \neq \end{cases}$$

$$h(n) = \delta(n) + \frac{\omega_{c1}}{\pi} \frac{\sin \omega_{c1} n}{\omega_{c1} n} - \frac{\omega_{c2}}{\pi} \frac{\sin \omega_{c2} n}{\omega_{c2} n}$$

# Bộ lọc FIR pha tuyến tính



# Đáp ứng tần số của bộ lọc FIR pha tuyến tính

---

$$L[h(n)] = [0, N-1] = N \Rightarrow H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) z^{-n}$$

$$H(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) e^{-jn\omega} = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)} \Rightarrow A(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) e^{-j[n\omega + \varphi(\omega)]}$$

$$\varphi(\omega) = \beta - \alpha\omega$$

$$A(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \cos[\omega(\alpha - n) - \beta] + j \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \sin[\omega(\alpha - n) - \beta]$$

$$A(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \cos[\omega(\alpha - n) - \beta]$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} h(n) \sin[\omega(\alpha - n) - \beta] = 0$$

# Bộ lọc FIR pha tuyến tính loại 1

---

$$N = 2 * M + 1 \Rightarrow \alpha = \frac{N-1}{2} = M; \beta = 0$$

$$h(n) = h(N-1-n) \forall n \Rightarrow h(M-n) = h(M+n) \forall n$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega) = -M\omega$$

$$\Rightarrow A(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \cos[\omega(M-n)] = h(M) + 2 \sum_{n=0}^{M-1} h(n) \cos[\omega(M-n)]$$

$$\Rightarrow H(\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$$

## Bộ lọc FIR pha tuyến tính loại 2

---

$$N = 2 * M \Rightarrow \alpha = \frac{N-1}{2} = M - \frac{1}{2}; \beta = 0$$

$$h(n) = h(N-1-n) \forall n \Rightarrow h(M-1-n) = h(M+n) \forall n = [1 \dots (M-1)]$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega) = -\alpha\omega = -(M - \frac{1}{2})\omega = -\frac{N-1}{2}\omega$$

$$\Rightarrow A(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \cos[\omega(\alpha - n)] = 2 \sum_{n=0}^{M-1} h(n) \cos[\omega(\alpha - n)]$$

$$\Rightarrow H(\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$$

# Bộ lọc FIR pha tuyến tính loại 3

---

$$N = 2 * M + 1 \Rightarrow \alpha = \frac{N-1}{2} = M; \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$h(n) = -h(N-1-n) \forall n \Rightarrow h(M-n) = -h(M+n) \forall n; h(M) = 0$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - M\omega$$

$$\Rightarrow A(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \cos[\omega(M-n) - \frac{\pi}{2}] = 2 \sum_{n=0}^{M-1} h(n) \sin[\omega(M-n)]$$

$$\Rightarrow H(\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$$



# Bộ lọc FIR pha tuyến tính loại 4

---

$$N = 2 * M \Rightarrow \alpha = \frac{N-1}{2} = M - \frac{1}{2}; \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$h(n) = -h(N-1-n) \forall n \Rightarrow h(M-1-n) = -h(M+n) \forall n = [1 \dots (M-1)]$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \alpha\omega = \frac{\pi}{2} - (M - \frac{1}{2})\omega = \frac{\pi}{2} - \frac{N-1}{2}\omega$$

$$\Rightarrow A(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \cos[\omega(\alpha - n) - \frac{\pi}{2}] = \sum_{n=0}^{M-1} h(n) \sin[\omega(\alpha - n)]$$

$$\Rightarrow H(\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$$

# Các phương pháp thiết kế bộ lọc FIR

---

- ✓ Phương pháp cửa sổ
- ✓ Phương pháp mẫu tần số
- ✓ Phương pháp lặp tối ưu

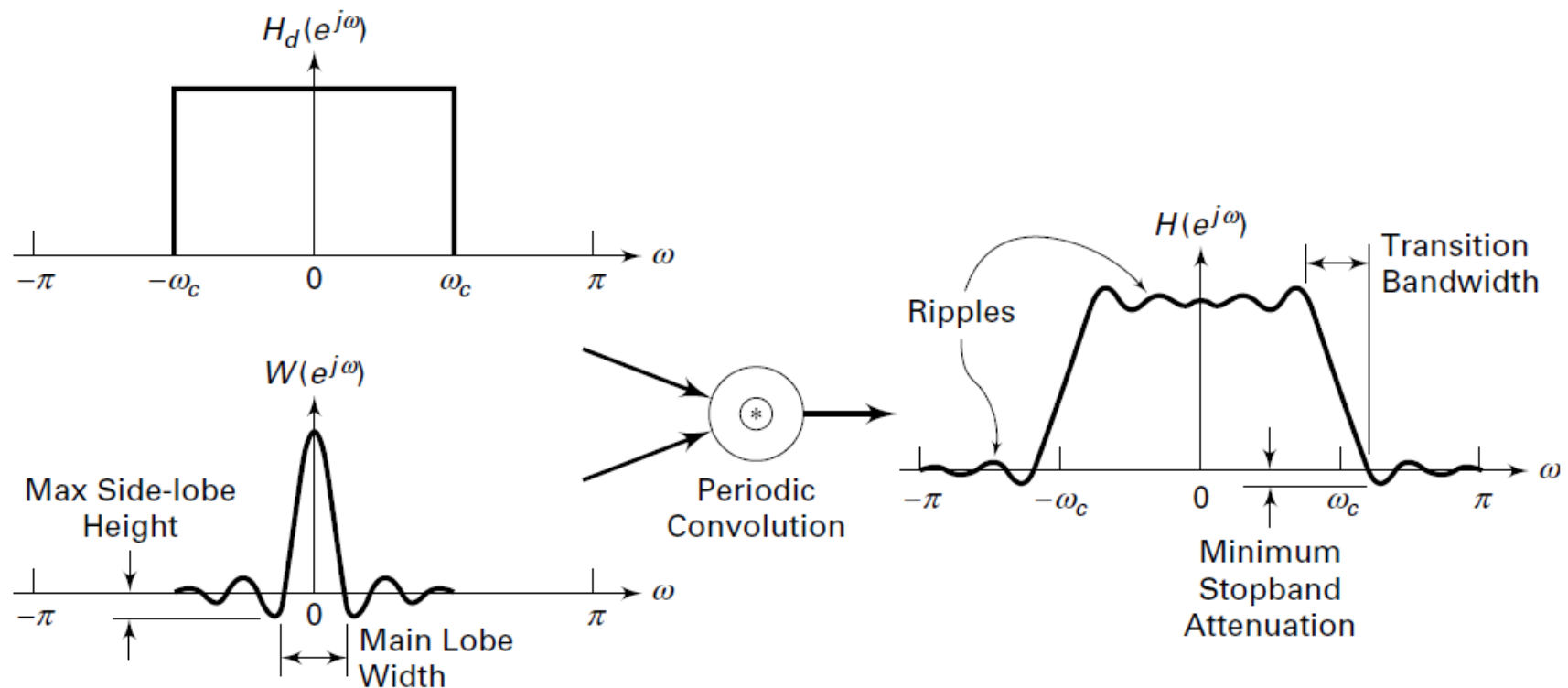
# Phương pháp cửa sổ

---

- ✓ Bước 1: Đưa ra chỉ tiêu kỹ thuật trong miền tần số.
- ✓ Bước 2: Xác định loại bộ lọc và bộ lọc lý tưởng pha không tương ứng.
- ✓ Bước 3: Xác định loại cửa sổ.
- ✓ **Bước 4: Xác định đáp ứng xung của bộ lọc.**
- ✓ **Bước 5: Tính hàm truyền đạt, đáp ứng tần số và xác định sơ đồ cấu trúc bộ lọc.**
- ✓ So sánh với các chỉ tiêu kỹ thuật, nếu không đạt thì quay lại bước thứ 2.

# Phương pháp cửa sổ - Ứng dụng thực tế

✓ Tài liệu tham khảo [3]



✓ Tích của hai tín hiệu trong miền thời gian tương ứng với Tích chập trong miền tần số

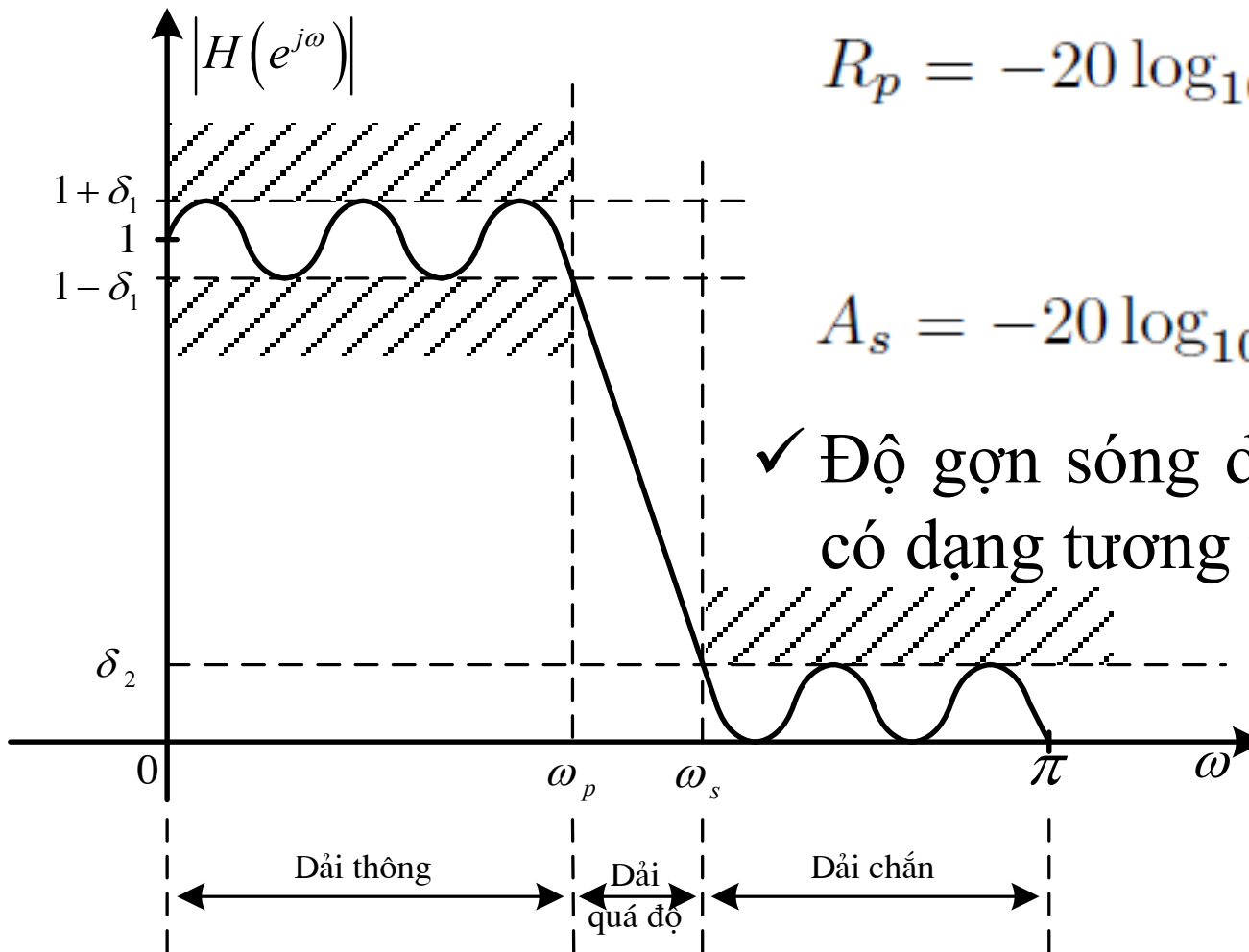
# Các chỉ tiêu kỹ thuật của bộ lọc

✓ Độ gợn dải thông và dải chặn (dB)

$$R_p = -20 \log_{10} \frac{1 - \delta_1}{1 + \delta_1} > 0 (\approx 0)$$

$$A_s = -20 \log_{10} \frac{\delta_2}{1 + \delta_1} > 0 (\gg 1)$$

✓ Độ gợn sóng dải thông và dải chặn có dạng tương tự nhau



# Một số hàm cửa sổ thông dụng

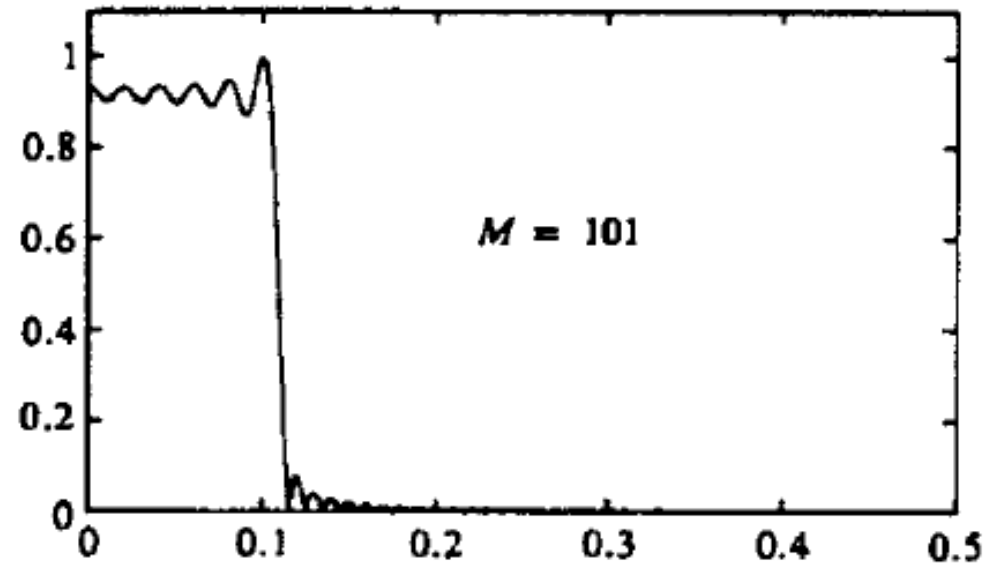
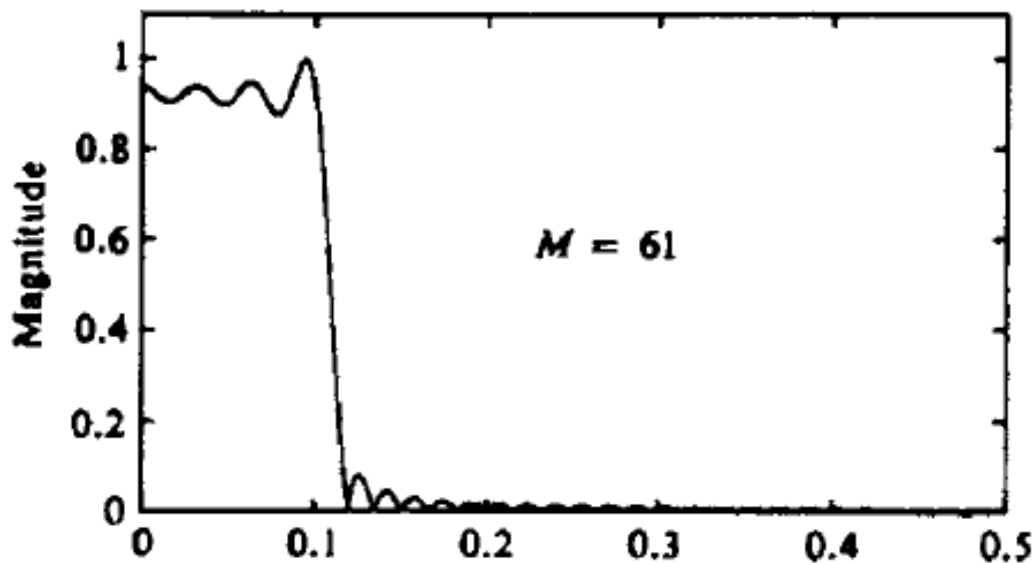
Tên cửa sổ	Hàm trong miền $n$ với $0 \leq n \leq N-1$
Bartlett (Tam giác)	$1 - \frac{2 \left( n - \frac{N-1}{2} \right)}{N-1}$
Hamming	$0.54 - 0.46 \cos \frac{2\pi n}{N-1}$
Hanning	$\frac{1}{2} \left( 1 - \cos \frac{2\pi n}{N-1} \right)$
Blackman	$0.42 - 0.5 \cos \frac{2\pi n}{N-1} + 0.08 \cos \frac{4\pi n}{N-1}$
Kaiser	$\frac{I_0 \left[ \alpha \sqrt{\left( \frac{N-1}{2} \right)^2 - \left( n - \frac{N-1}{2} \right)^2} \right]}{I_0 \left[ \alpha - \left( \frac{N-1}{2} \right) \right]}$

# Các thông số của cửa sổ

<i>Window Name</i>	<i>Transition Width <math>\Delta\omega</math> Approximate</i>	<i>Exact Values</i>	<i>Min. Stopband Attenuation</i>
Rectangular	$\frac{4\pi}{M}$	$\frac{1.8\pi}{M}$	21 dB
Bartlett	$\frac{8\pi}{M}$	$\frac{6.1\pi}{M}$	25 dB
Hann	$\frac{8\pi}{M}$	$\frac{6.2\pi}{M}$	44 dB
Hamming	$\frac{8\pi}{M}$	$\frac{6.6\pi}{M}$	53 dB
Blackman	$\frac{12\pi}{M}$	$\frac{11\pi}{M}$	74 dB

## Ví dụ: Bộ lọc thông thấp

Thiết kế bộ lọc thông thấp sử dụng cửa sổ chữ nhật độ rộng  $M$





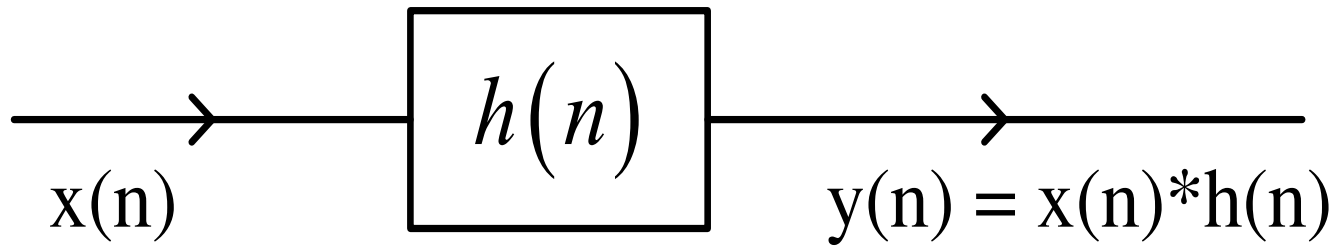
---

# **Bộ lọc số IIR**

---

# Bộ lọc số IIR

---

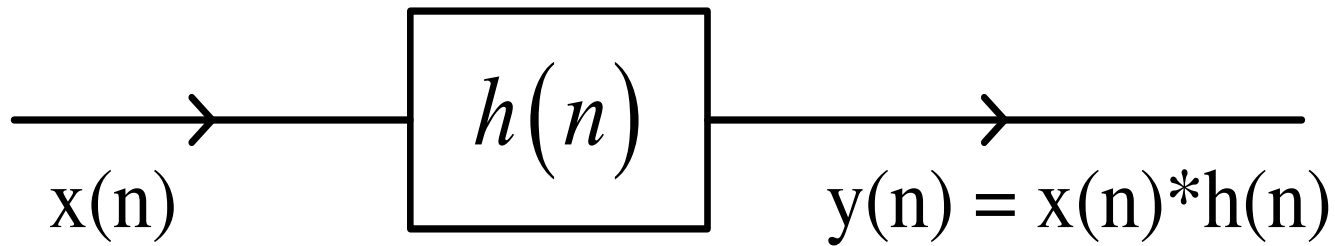


$$y(n) = \sum_{l=0}^M b_l x(n-l) - \sum_{k=1}^N a_k y(n-k) \qquad y(n) = \sum_{k=0}^{+\infty} h(k) x(n-k)$$

$$H(Z) = \frac{\sum_{l=0}^M b_l Z^{-l}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k Z^{-k}}$$

# Chuyển đổi từ tương tự sang số

---



$$H_a(s) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-st} dt$$

$$\sum_{k=0}^N \alpha_k \frac{d^k y(t)}{dt^k} = \sum_{r=0}^M \beta_r \frac{d^r x(t)}{dt^r}$$

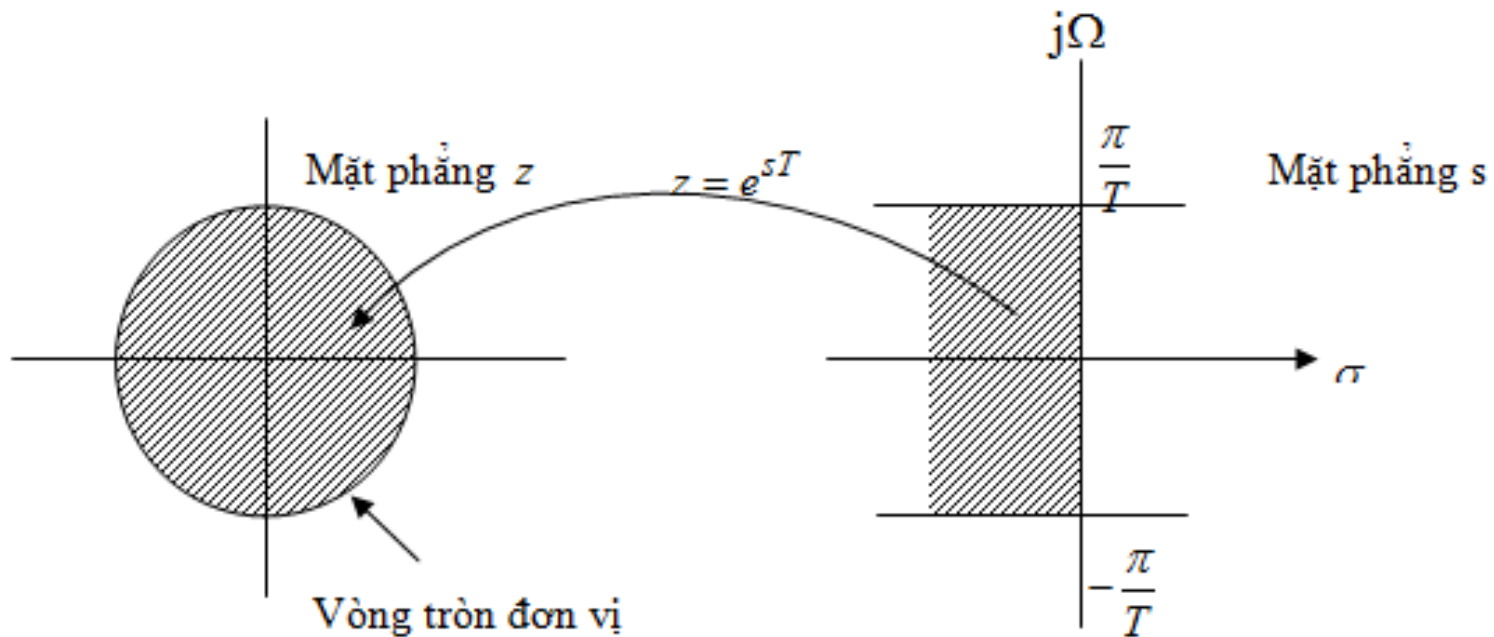
$$H_a(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{\sum_{k=0}^M \beta_k s^k}{\sum_{k=0}^N \alpha_k s^k} \Rightarrow H(Z) = \frac{\sum_{l=0}^M b_l Z^{-l}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k Z^{-k}}$$

# Tổng hợp bộ lọc số IIR

---

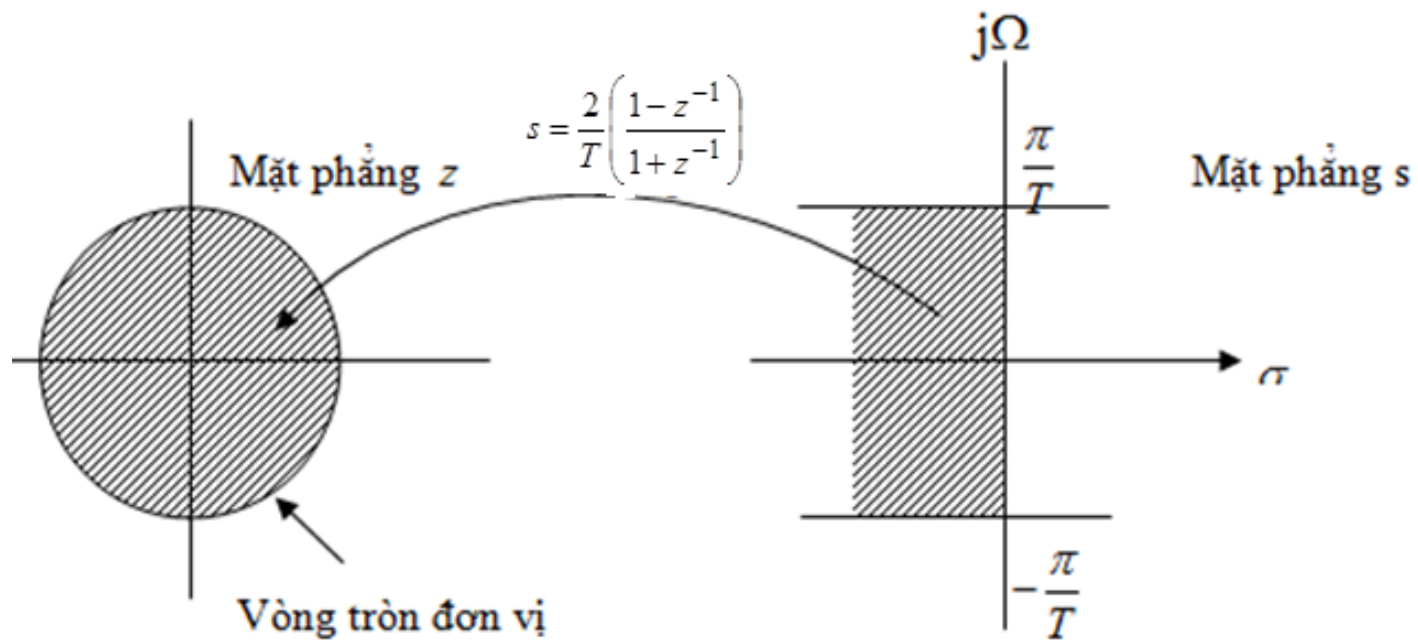
- ✓ Phương pháp bất biến xung
- ✓ Phương pháp biến đổi song tuyến tính
- ✓ Phương pháp tương đương vi phân

# Phương pháp bất biến xung



$$H_a(s) = \sum_{k=1}^N \frac{A_k}{s - s_{pk}} \Rightarrow H(z) = \sum_{k=1}^N \frac{A_k}{1 - e^{s_{pk}T} z^{-1}}$$

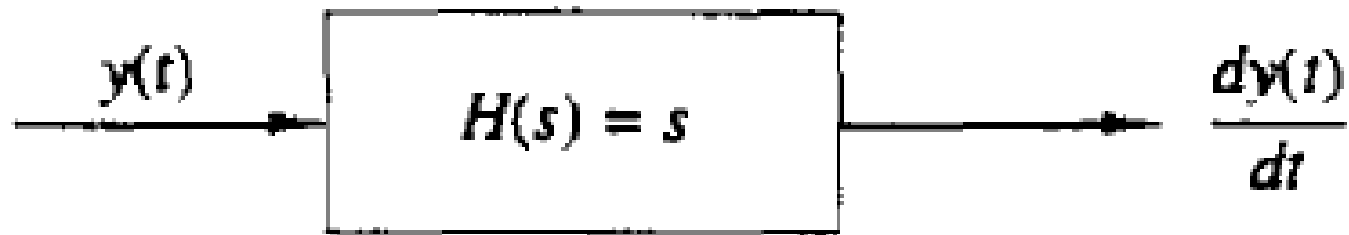
# Phương pháp biến đổi song tuyến tính



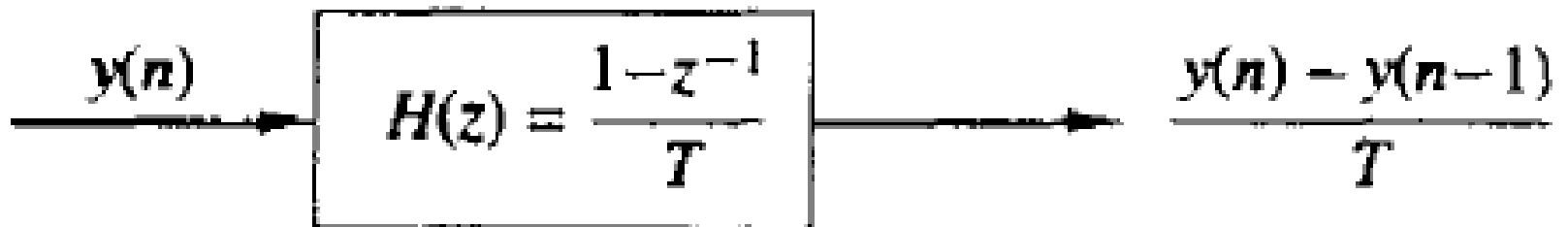
$$H(z) = H_a(s) \Big|_{s = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$$

# Phương pháp tương đương vi phân

---



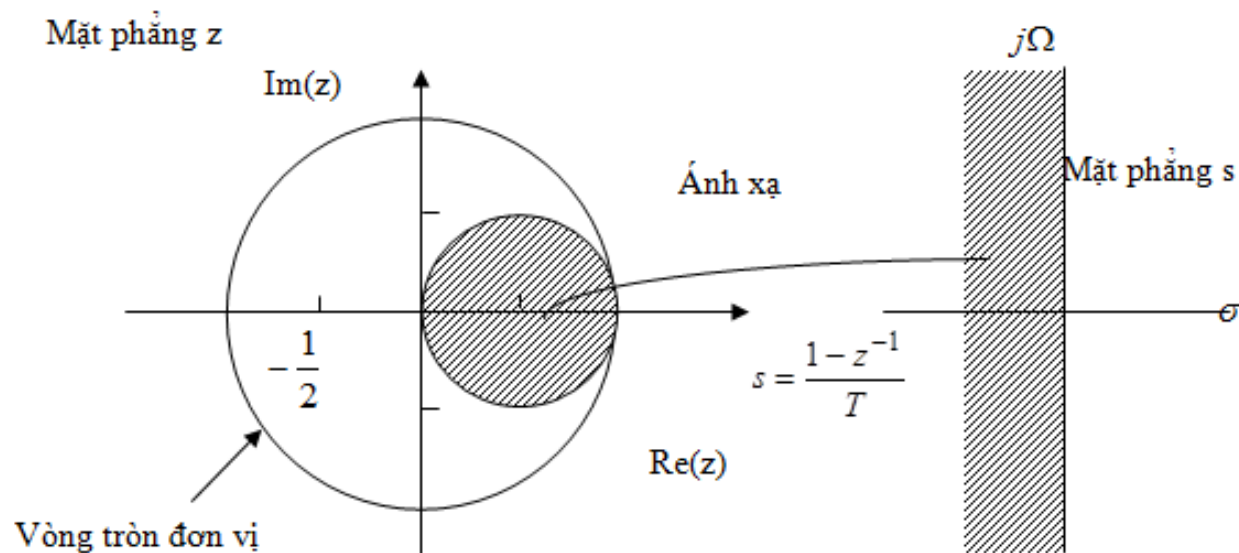
(a)



(b)

# Phương pháp tương đương vi phân

$$H(z) = H_a(s) \Big|_{s = (1-z^{-1})/T}$$





# Tổng kết

---

- ❑ Bộ lọc số lý tưởng
- ❑ Bộ lọc số FIR pha tuyến tính
- ❑ Bộ lọc số IIR
- ❑ Bài tập: 2.16 – 2.19, 3.1 – 3.16 (FIR),  
3.17 – 3.20 (IIR)