

XỬ LÝ TÍN HIỆU SỐ

Tuần 9

Giảng viên: Lê Ngọc Thúy

Nội dung

CHƯƠNG 3: BIẾN ĐỔI FOURIER RỜI RẠC

- ☐ Biến đổi Fourier của dãy tuần hoàn
- ☐ DFT của dãy có chiều dài hữu hạn
- ☐ Giải thuật FFT

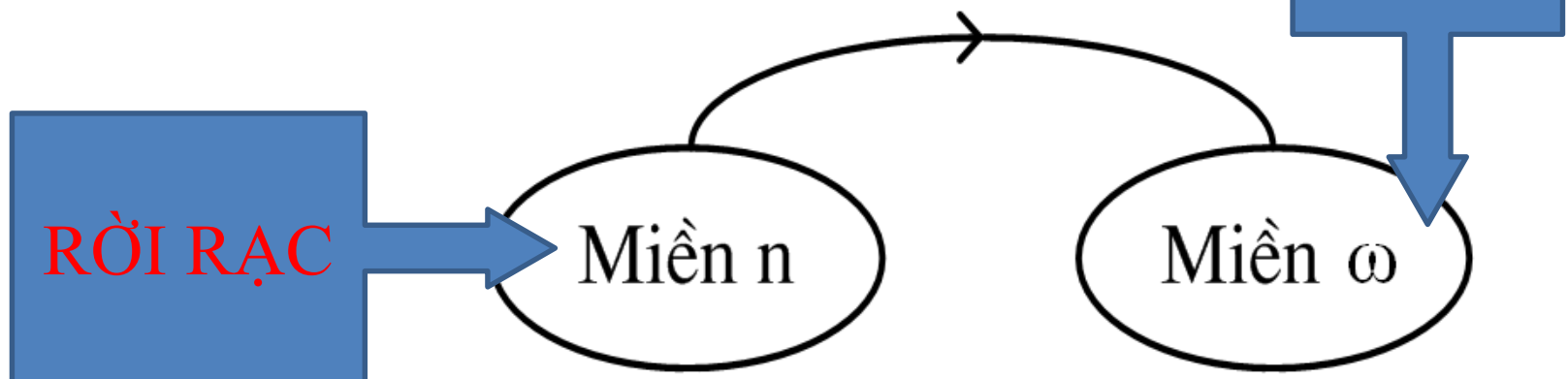
Biến đổi Fourier

✓ Biến đổi Fourier: biểu diễn tín hiệu dựa trên các tín hiệu hình sin \Rightarrow biểu diễn trong miền tần số

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j\omega n}$$

$$FT[x(n)] = X(\omega)$$

Biến đổi Fourier



Biến đổi Fourier của dãy tuần hoàn

Biến đổi Fourier của dãy tuần hoàn

✓ Biểu diễn tín hiệu tuần hoàn theo hàm mũ phức:

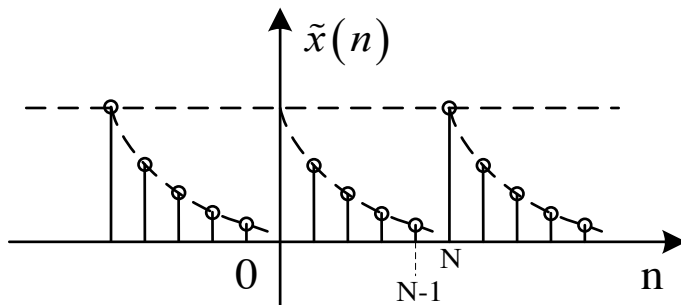
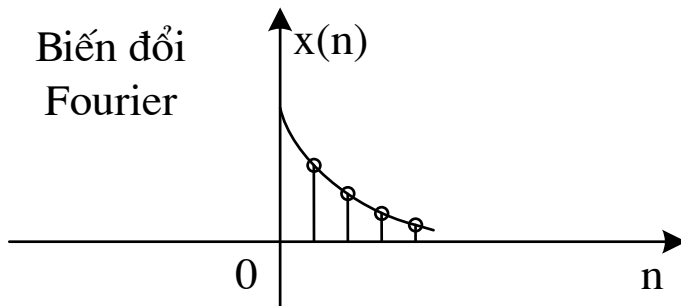
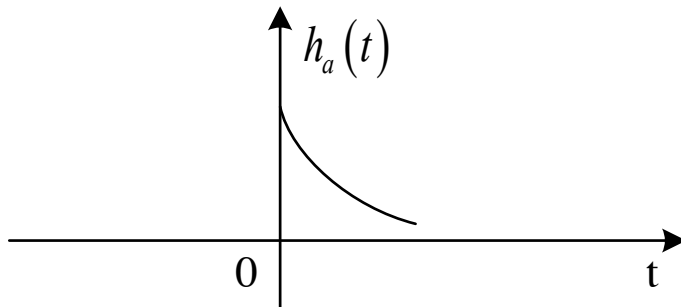
$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{j2\pi kn/N}$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi ln/N} = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{j2\pi (k-l)n/N}$$

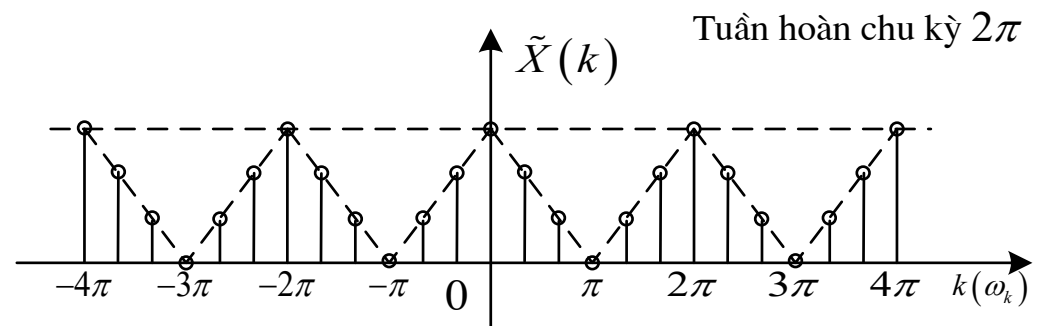
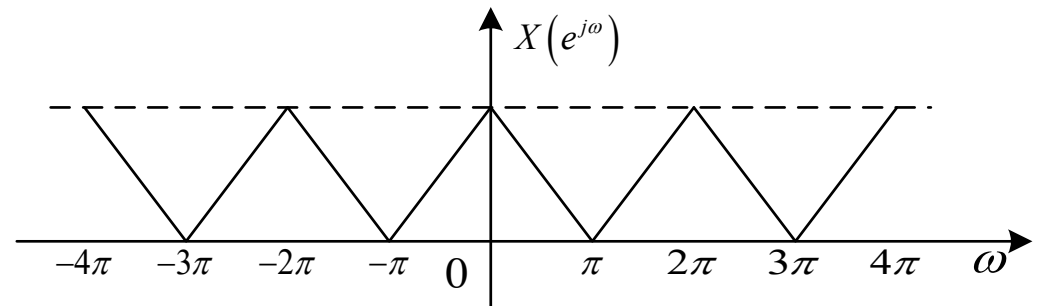
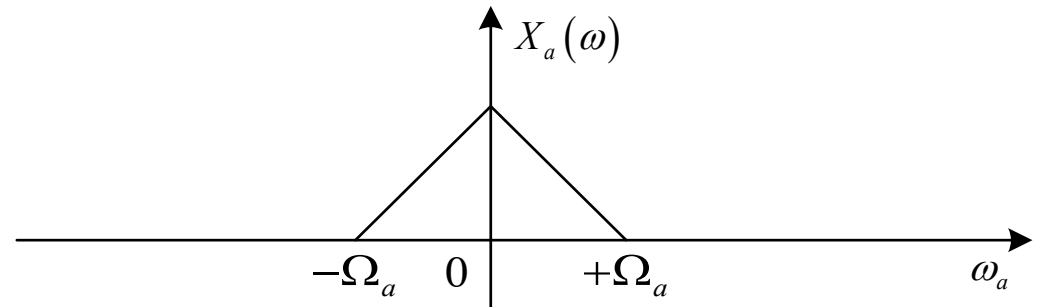
$$c_l = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi ln/N}$$

Biến đổi Fourier của dãy tuần hoàn

Miền biến số

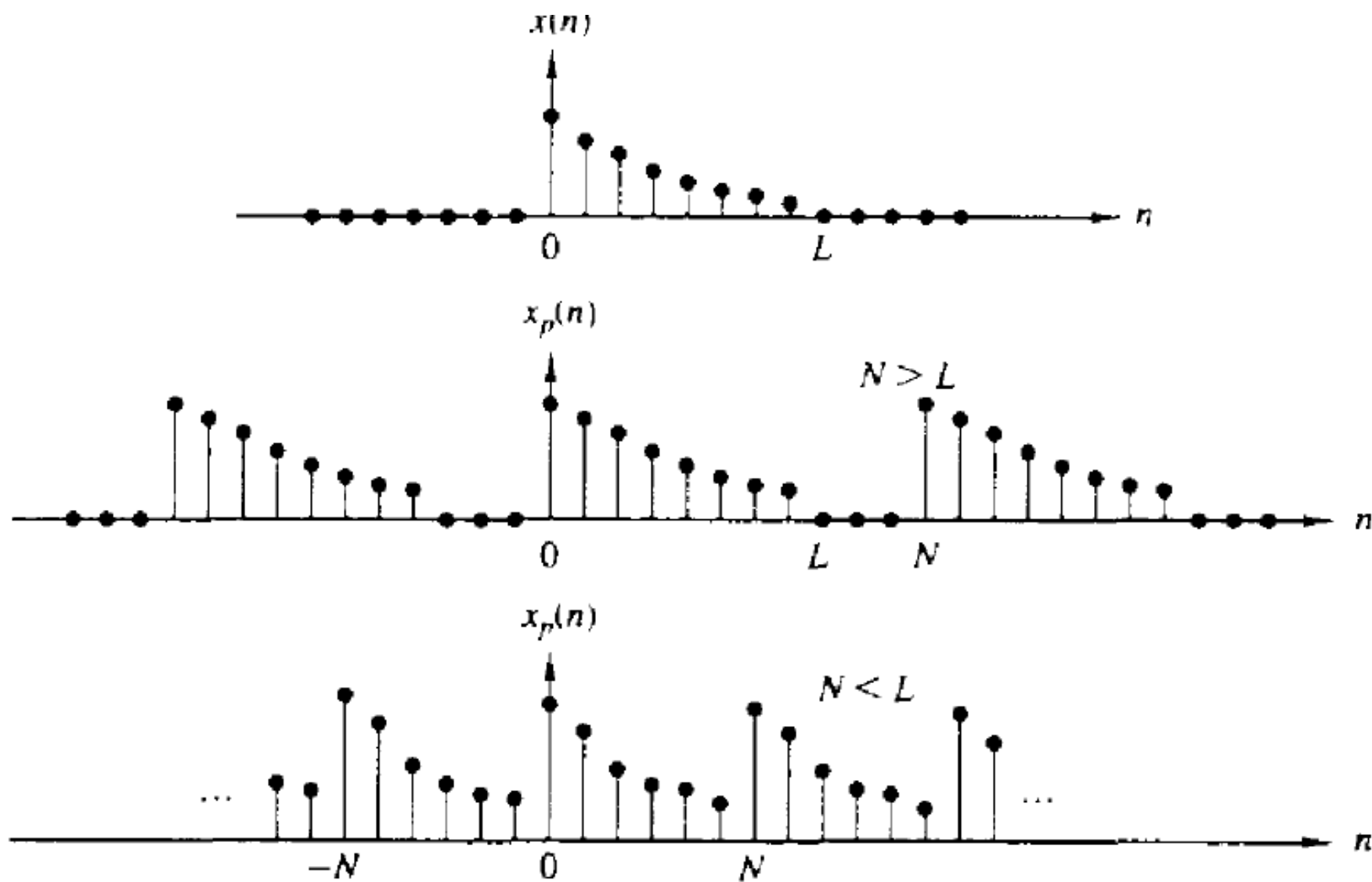


Miền tần số



DFT của dãy hữu hạn

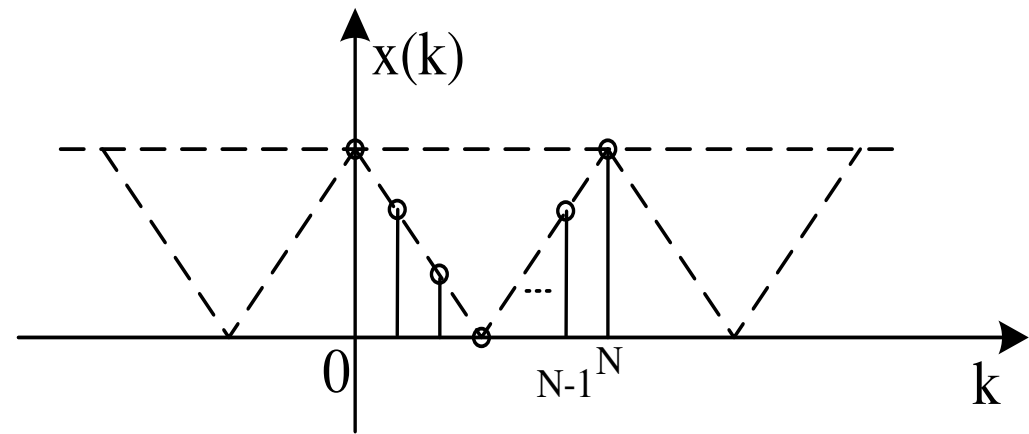
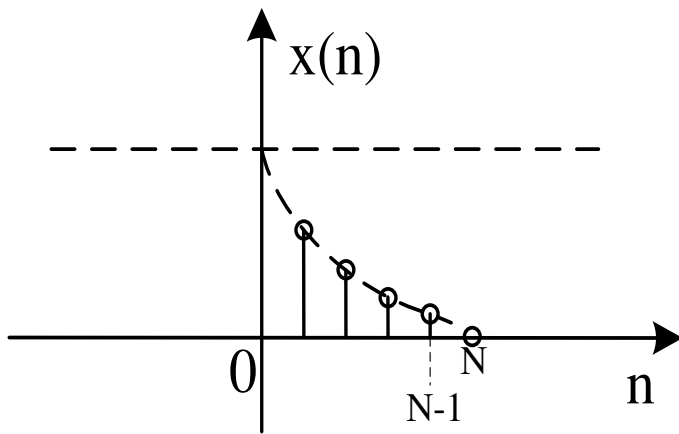
DFT của dãy hữu hạn



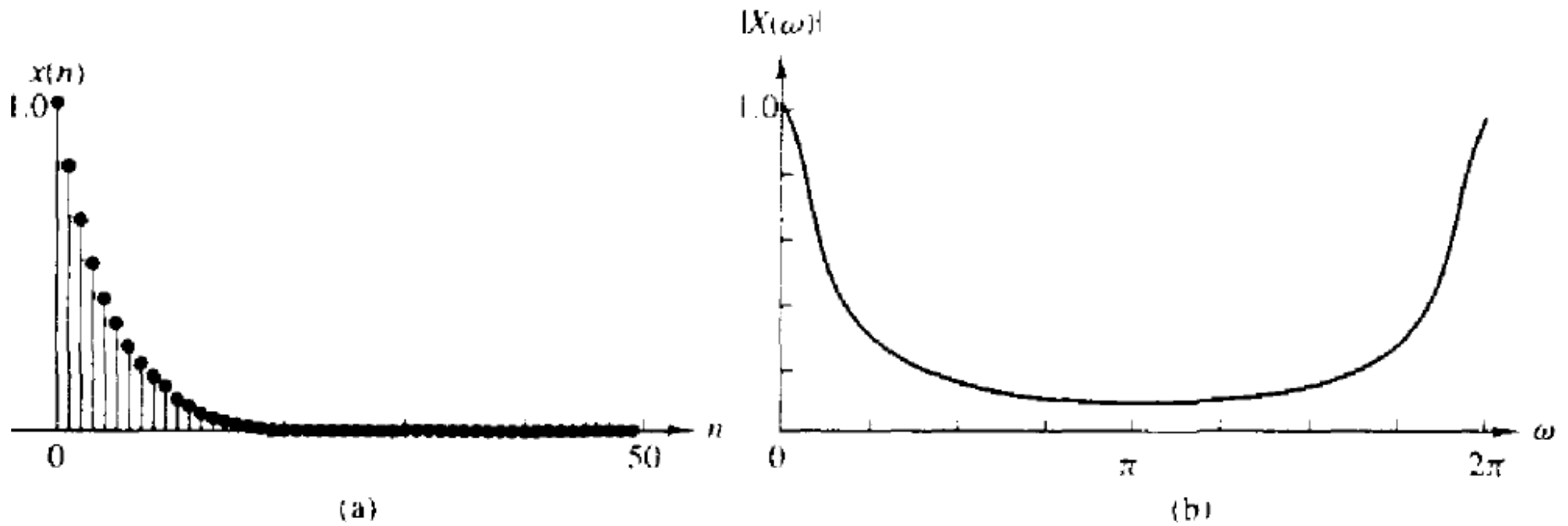
DFT của dãy hữu hạn

✓ Biểu thức định nghĩa:

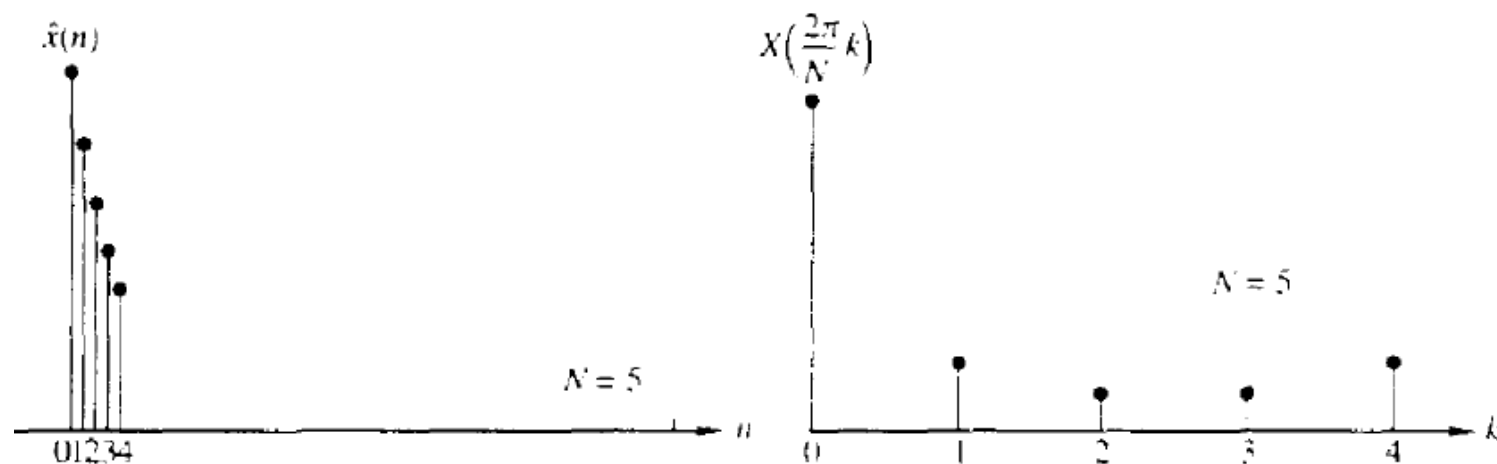
$$X(k) = DFT[x(n)] = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot kn}$$



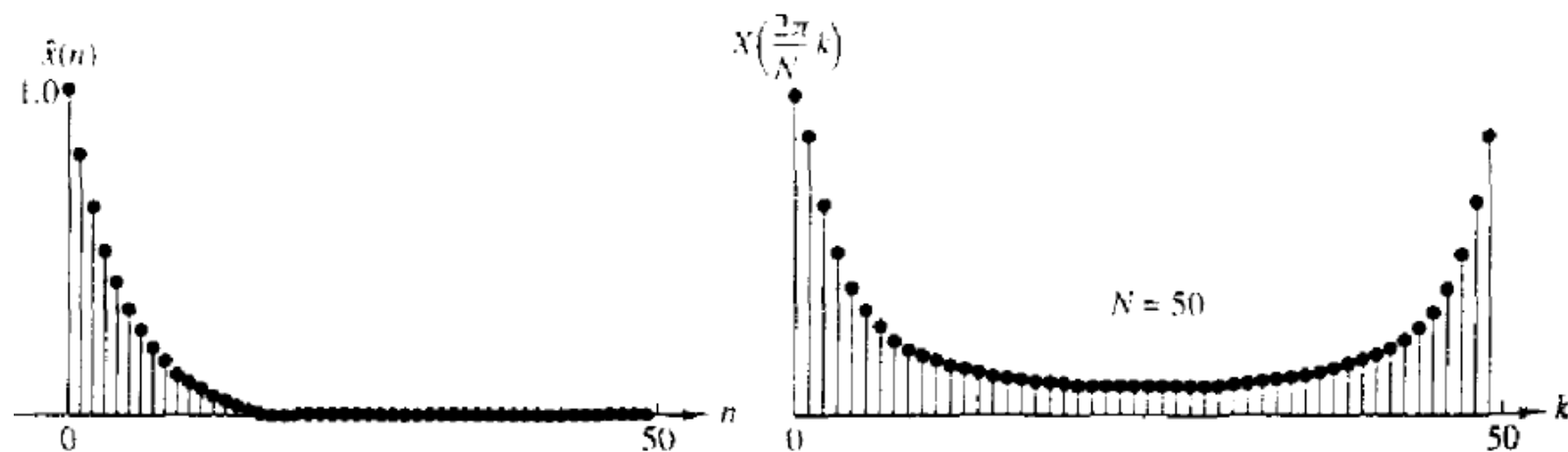
DFT của dãy hữu hạn



DFT của dãy hữu hạn



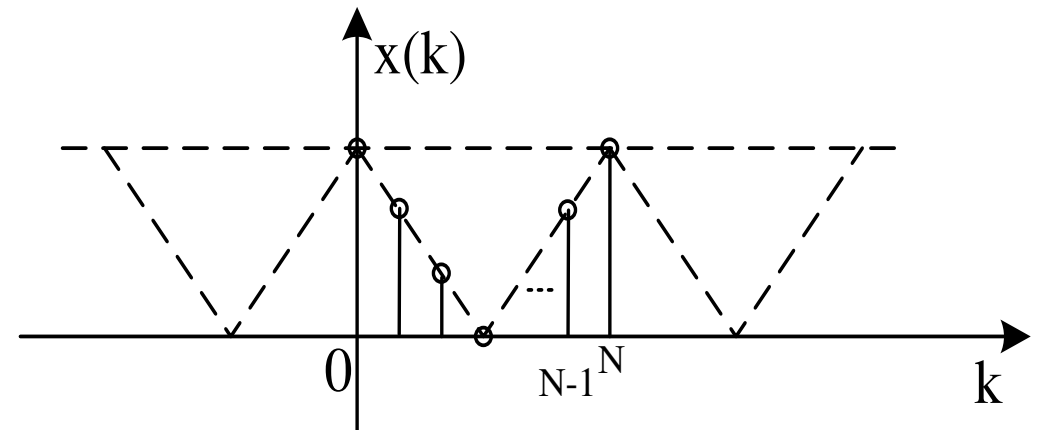
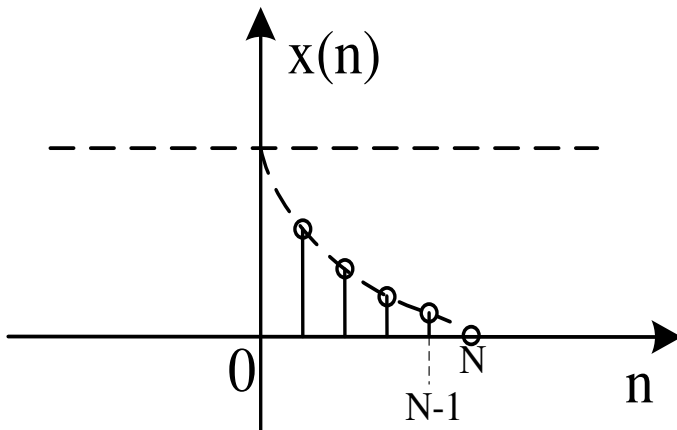
(c)



IDFT của dãy hữu hạn

✓ Biểu thức định nghĩa:

$$x(n) = IDFT[X(k)] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cdot e^{j \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot kn}$$



Dạng ma trận của DFT

$$X(k) = DFT[x(n)] = \sum_{n=0}^{N-1} x(n).e^{-j.\frac{2\pi}{N}.kn} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n).W_N^{kn}$$

$$X(k) = \begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ \vdots \\ X(N-1) \end{bmatrix} \quad x(n) = \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ x(2) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{bmatrix} \quad W_N = \begin{bmatrix} W_N^0 & W_N^0 & W_N^0 & \dots & W_N^0 \\ W_N^0 & W_N^1 & W_N^2 & \dots & W_N^{(N-1)} \\ W_N^0 & W_N^2 & W_N^4 & \dots & W_N^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_N^0 & W_N^{(N-1)} & W_N^{2(N-1)} & \dots & W_N^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix}$$

$$X(k) = W_N.x(n)$$

Dạng ma trận của IDFT

$$x(n) = IDFT[X(k)] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cdot e^{j \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot kn} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cdot W_N^{-kn}$$

$$X(k) = \begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ \vdots \\ X(N-1) \end{bmatrix} \quad x(n) = \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ x(2) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{bmatrix} \quad W_N^* = \begin{bmatrix} W_N^{-0} & W_N^{-0} & W_N^{-0} & \dots & W_N^{-0} \\ W_N^{-0} & W_N^{-1} & W_N^{-2} & \dots & W_N^{-(N-1)} \\ W_N^{-0} & W_N^{-2} & W_N^{-4} & \dots & W_N^{-2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_N^{-0} & W_N^{-(N-1)} & W_N^{-2(N-1)} & \dots & W_N^{-(N-1)(N-1)} \end{bmatrix}$$

$$x(n) = \frac{1}{N} W_N^* \cdot X(k)$$

Phép chập vòng

Tính chất của DFT

Miền n	Miền tần số rời rạc k
$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) W_N^{-kn}$	$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn}$
$ax_1(n) + bx_2(n) = x_3(n)$	$aX_1(k) + bX_2(k) = X_3(k)$
$x(n - n_0)_N$	$W_N^{kn_0} X(k)_N$
$W_N^{-k_0 n} x(n)$	$X(k - k_0)_N$
$\sum_{m=0}^{N-1} x_1(m)_N x_2(n - m)_N = x_1(n)_N (*)_N x_2(n)_N$	$X_1(k)_N X_2(k)_N$
$x_1(n)_N x_2(n)_N$	$\frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} X_1(l)_N X_2(k - l)_N$

Tính chất của DFT

Miền n	Miền tần số rời rạc k
$x^*(n)_N$	$X^*(-k)_N$
$x^*(-n)_N$	$X^*(k)_N$
$\text{Re}[x(n)_N]$	$\frac{1}{2}X(k)_N + \frac{1}{2}X^*(-k)_N$
$j\text{Re}[x(n)_N]$	$\frac{1}{2}X(k)_N - \frac{1}{2}X^*(-k)_N$
Với $x(n)_N$ thực	$X(k)_N = X^*(-k)_N$
	$X^*(k)_N = X(-k)_N$
	$\text{Re}[X(k)_N] = \text{Re}[X(-k)_N]$
	$\text{Im}[X(k)_N] = -\text{Im}[X(-k)_N]$
	$ X(k)_N = X(-k)_N $
	$\arg[X(k)_N] = -\arg[X(-k)_N]$
$\sum_{n=0}^{N-1} x(n) ^2$	$\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k)_N ^2$

Tổng kết

- ❑ Biến đổi Fourier của dãy tuần hoàn
- ❑ DFT của dãy có chiều dài hữu hạn
- ❑ Giải thuật FFT
- ❑ Bài tập: 2.20 – 2.26