

BÀI TẬP CHƯƠNG 13. SÓNG CƠ VÀ SÓNG ĐIỆN TỪ

TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Các đặc trưng của sóng

- **Vận tốc sóng**: là quãng đường mà sóng truyền được sau một đơn vị thời gian.

Đối với sóng dọc: $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, trong đó E – suất đàn hồi (suất Young), ρ là khối lượng riêng của môi trường.

Đối với sóng ngang: $v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$, trong đó G – suất trượt của môi trường.

Đối với ứng suất ta có công thức sau: $G = \frac{F}{S}$, trong đó F là lực tác dụng, S là tiết diện.

- **Chu kỳ T và tần số ν** của sóng: là chu kỳ và tần số của dao động của các phần tử môi trường.

- **Bước sóng λ** là quãng đường mà sóng truyền được sau một khoảng thời gian bằng một chu kỳ:

$\lambda = vT = \frac{v}{\nu}$ (bước sóng là khoảng cách ngắn nhất giữa các điểm có dao động cùng pha).

2. Hàm sóng

$$u_M(x, t) = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi \right]$$

Chọn $\varphi = 0$ ta có hàm sóng:

$$u_M = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$$

$$u_M = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$u_M = A \cos \left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} \right)$$

3. Phương trình truyền sóng

$$\Delta u_M = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u_M}{\partial t^2}, \text{ trong đó } \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \text{toán tử Laplace}$$

4. Năng lượng sóng

Năng lượng sóng trong phần thể tích vô cùng bé δV được tính theo biểu thức:

$$\delta W = \delta V \rho \omega^2 A^2 \sin^2 \left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} \right)$$

5. Mật độ năng lượng sóng

Là phần năng lượng có trong một đơn vị thể tích của môi trường, tức là:

$$w = \frac{\delta W}{\delta V} = \rho \omega^2 A^2 \sin^2 \left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} \right)$$

Mật độ năng lượng trung bình: $\bar{w} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2$

6. Năng thông sóng

Năng thông sóng P qua một mặt nào đó trong môi trường là một đại lượng về trị số bằng năng lượng sóng gửi qua mặt đó trong một đơn vị thời gian: $P = wSv$

Giá trị trung bình của năng thông sóng: $\bar{P} = \bar{w}Sv = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 Sv$

7. Mật độ năng thông trung bình

Mật độ năng thông trung bình $\bar{\mathcal{P}}$ là năng thông trung bình gửi qua một đơn vị diện tích:

$$\bar{\mathcal{P}} = \frac{\bar{P}}{S} = \bar{w} \cdot v$$

Dưới dạng véc-tơ: $\vec{\mathcal{P}} = \bar{w} \cdot \vec{v}$ - véc-tơ Umov – Poiting: là véc-tơ biểu diễn mật độ năng thông trung bình được truyền đi theo chiều của vận tốc \vec{v}

8. Giao thoa sóng

Với 2 nguồn kết hợp, dao động cùng pha, thì những điểm thỏa mãn điều kiện: $d_2 - d_1 = k\lambda$ là những điểm cực đại.

Những điểm thỏa mãn: $d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$ là những điểm cực tiểu.

Trong đó k là những số nguyên, r_1 và r_2 lần lượt là khoảng cách từ điểm đang xét đến 2 nguồn.

Chú ý: ứng với $k = 0$, có cực đại chính – là đường trung trực của đoạn thẳng nối 2 nguồn. Các cực đại ở hai bên đối xứng nhau, gọi là cực đại bậc 1 ($k = \pm 1$), bậc 2 ($k = \pm 2$),...

Không có cực tiểu giữa, ứng với cực tiểu bậc 1 ($k=0$), bậc 2 ($k=1$),...

Ghi nhớ: các kết quả $k\lambda$ hay $\left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$ đối với cực đại và cực tiểu chỉ đúng cho trường hợp này (tức là trường hợp 2 nguồn dao động cùng pha), các trường hợp khác thì kết quả sẽ khác. Cụ thể, nếu 2 nguồn dao động ngược pha. Các kết quả nêu trên đảo ngược lại, tức là tại những điểm hiệu khoảng cách là $k\lambda$ là những điểm cực tiểu, những điểm mà hiệu khoảng cách là $\left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$ là những điểm cực đại.

9. Sóng dừng

Khoảng cách giữa 2 nút sóng liên tiếp, 2 bụng sóng liên tiếp là $\frac{\lambda}{2}$, khoảng cách giữa bụng và nút sóng kề nhau là $\frac{\lambda}{4}$.

Điều kiện của một sợi dây có 2 đầu cố định có sóng dừng là: $l = \frac{k\lambda}{2}$

Điều kiện của một sợi dây có 1 đầu cố định, 1 đầu tự do là: $l = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$

10. Dao động âm và sóng âm

Cường độ âm: $I = \mathcal{P} = \frac{1}{2}\rho v a^2 \omega^2$

Mức cường độ âm: $L = 10\lg\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ (dB)}$

I_0 là âm cơ sở.

11. Hiệu ứng Doppler

$$v' = \frac{v + u'}{v - u} v$$

Trong đó v' là tần số mà máy thu nhận được,

v là tần số mà máy phát phát ra.

u là vận tốc của máy phát. Quy ước nếu máy phát đang tiến đến máy thu thì $u > 0$ và ngược lại.

u' là vận tốc của máy thu. Quy ước nếu máy thu đang tiến đến máy phát thì $u' > 0$ và ngược lại.

Chú ý các dạng bài tập thường gặp:

- Dạng 1: cho hết các đại lượng và tính tần số máy thu nhận được.

- Dạng 2: bài toán của “con dơi” và mấy “cá vàng” bắn tốc độ. Tức là máy phát và máy thu là 1. Phải xét 2 giai đoạn, giai đoạn 1 máy phát phát sóng, máy thu là “chướng ngại vật” hoặc các “quái xế”. Giai đoạn 2 máy phát đóng vai trò máy thu, còn chướng ngại vật và quái xế đóng vai trò máy phát.

- Dạng 3: viên đạn “vọt” qua đầu người hoặc đoàn tàu vọt qua người đứng yên. Bài toán này có 2 giai đoạn, 1 giai đoạn “máy phát” đang tiến đến gần “máy thu”, giai đoạn 2 là máy phát đang “bye bye” máy thu.

12. Sóng điện từ

Xét sóng điện từ tự do, nghĩa là sóng điện từ trong môi trường không dẫn (không có dòng điện) và không có điện tích (tức là $\vec{j} = \vec{0}; \rho = 0$)

Hệ phương trình Maxwell của sóng điện từ:

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}; \quad \text{rot}\vec{H} = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t};$$

$$\text{div}\vec{D} = 0; \quad \text{div}\vec{B} = 0$$

$$\vec{D} = \epsilon_0\epsilon\vec{E}; \quad \vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}$$

- Vận tốc truyền sóng điện từ trong môi trường đồng chất, đẳng hướng:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\epsilon\mu_0\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{c}{n}, \quad \epsilon \text{ và } \mu \text{ lần lượt là hằng số điện môi và độ từ thẩm của môi trường.}$$

Như vậy: $\sqrt{\epsilon\mu} = n$ - là chiết suất tuyệt đối của môi trường.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} - \text{ vận tốc ánh sáng trong chân không.}$$

Phương trình sóng điện từ phẳng đơn sắc:

$$E = E_m \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$$

$$H = H_m \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$$

- Hai véc tơ \vec{E} và \vec{H} luôn vuông góc với nhau
- Ba véc-tơ \vec{E} , \vec{H} và \vec{v} theo thứ tự tạo thành một tam diện thuận.
- \vec{E} và \vec{H} luôn dao động cùng pha nhau, tức là trị số luôn tỷ lệ với nhau:

Mật độ năng lượng sóng điện từ:

$$w = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon E^2 + \frac{1}{2} \mu_0 \mu H^2$$

Đối với sóng điện từ phẳng đơn sắc: $\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} |\vec{E}| = \sqrt{\mu_0 \mu} |\vec{H}| \Rightarrow \epsilon_0 \epsilon E^2 = \mu_0 \mu H^2$

$$w = \epsilon_0 \epsilon E^2 = \mu_0 \mu H^2 = \sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E \sqrt{\mu_0 \mu} H$$

BÀI TẬP

Các bài tập cần làm: 9.1, 9.2, 9.3, 9.5, 9.7, 9.8, 9.15, 9.16, 9.17, 9.18, 9.19, 9.20, 9.21.

Bài 9.2. Dao động âm, tần số 500 Hz, biên độ $a = 0,25$ mm, truyền trong không khí với bước sóng $\lambda = 70$ cm. tìm:

- vận tốc truyền sóng âm;
- vận tốc dao động cực đại của các phần tử không khí.

Bài giải:

a) vận tốc $v = \lambda f = 0,7.500 = 350$ (m / s)

b) vận tốc dao động cực đại: $v = \omega a = 2\pi f a = 2.3,14.500.0,25.10^{-3} = 0,785$ (m / s)

Bài 9.3. Một nguồn sóng O dao động với phương trình $x = 2,5 \sin \pi t$ (cm). Tìm li độ của một điểm M cách nguồn 20 m tại thời điểm 1 s. Biết vận tốc truyền sóng $v = 100$ m/s.

Bài giải:

Phương trình sóng có dạng:

$$x_M = \sin 2,5\pi \left(t - \frac{x}{v} \right)$$

Tại thời điểm $t = 1$, $x = 20$ m:

$$x_M = \sin 2,5\pi \left(1 - \frac{20}{100}\right) = \sin 2\pi = 0$$

Tức là tại thời điểm đó tại điểm M dao động đang đi qua vị trí cân bằng.

Bài 9.8. một đoàn sóng có phương trình: $x = 0,05 \sin(1980t - 6y)$ (cm)

Tìm:

- a) tần số dao động
- b) vận tốc truyền sóng và bước sóng
- c) vận tốc cực đại của phần tử dao động

bài giải:

a) tần số: $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1980}{2\pi} = \frac{990}{\pi} \approx 315$ (Hz)

b) vận tốc truyền sóng

so sánh hệ số ta thấy: $6 = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{\pi}{3}$ (cm) $\Rightarrow v = \lambda f = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{990}{\pi} = 330$ (cm / s)

c) vận tốc cực đại của các phần tử dao động:

$$v_{\max} = \omega a = 1980 \cdot 0,05 = 99 \text{ (cm / s)}$$

Bài 9.16. Một con dơi bay theo hướng tới vuông góc với một bức tường với vận tốc 5 m/s. Dơi phát ra một tia siêu âm có tần số $4,5 \cdot 10^4$ Hz. Hỏi dơi nhận được âm phản xạ có tần số là bao nhiêu? Biết vận tốc truyền âm trong không khí là 340 m/s.

Bài giải:

Hiệu ứng Doppler:

$$v' = \frac{v + u'}{v - u} v$$

Với bài toán này ta phải áp dụng 2 lần công thức trên, vì trong trường hợp này “máy thu” và “máy phát” là một.

1. Ta tính tần số do tường nhận được:

- ta có: “máy phát” – là con dơi có vận tốc $u = + 5$ m/s.

- “máy thu” – là tường có vận tốc $u' = 0$;

- suy ra: $v_1 = \frac{v}{v-6}v$

2. Ta tính tần số do con dơi nhận được từ tường:

- máy phát – là tường có vận tốc $u = 0$;

- máy thu – là con dơi có vận tốc $u' = +5\text{m/s}$

- suy ra: $v' = \frac{v+u'}{v-u}v_1 = \frac{v+6}{v-0} \frac{v}{v-6}v = \frac{v+6}{v-6}v = \frac{340+6}{340-6} \cdot 4,5 \cdot 10^4 = 4,66 \cdot 10^4 \text{ (Hz)}$

Bài 9.18. Một tàu hỏa chuyển động với vận tốc 60 km/h và một người quan sát đứng yên. Khi đi qua người quan sát, tàu kéo một hồi còi. Hỏi:

a) Người quan sát cảm giác gì về âm thanh khi tàu vụt qua?

b) Độ biến thiên của tần số so với khi tàu đứng yên? Cho vận tốc truyền âm trong không khí là 340 m/s.

bài giải:

a) Vẫn với công thức $v' = \frac{v+u'}{v-u}v$

Ở đây có 2 giai đoạn:

- giai đoạn 1 lúc tàu đang tiến lại gần người quan sát: $u'=0$, $u > 0$ nên ta có: $v' > v$ tức là người quan sát thấy còi tàu có tần số cao hơn tần số phát ra.

- giai đoạn 2 lúc tàu vụt qua người, lúc này $u'=0$, $u < 0$ nên ta có $v' < v$ tức là người quan sát thấy còi tàu có tần số thấp hơn tần số phát ra. Tức là đang nghe âm rất cao bị giảm xuống thấp đột ngột.

Các tính toán cũng chia làm 2 giai đoạn:

- giai đoạn khi tàu đang tiến đến, ta có:

$$v' = \frac{v}{v-60/3,6}v \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{v}{v-60/3,6} \Rightarrow \frac{v'-v}{v} = \frac{\Delta v_1}{v} = \frac{60/3,6}{v-60/3,6} = \frac{60}{3,6v-60}$$

- giai đoạn khi tàu đang rời xa, ta có:

$$v'' = \frac{v}{v+60/3,6}v \Rightarrow \frac{v''}{v} = \frac{v}{v+60/3,6} \Rightarrow \frac{v''-v}{v} = \frac{\Delta v_2}{v} = \frac{-60/3,6}{v+60/3,6} = \frac{-60}{3,6v+60}$$

Sai số tổng hợp:

$$\frac{\Delta v}{v} = 60 \left(\frac{1}{3,6v - 60} - \frac{1}{3,6v + 60} \right) = 60 \left(\frac{1}{3,6.340 - 60} - \frac{1}{3,6.340 + 60} \right) = 5\%$$

Bài 9.20. Một mạch phát sóng điện từ có điện dung $C = 9.10^{-10}$ F, hệ số tự cảm $L = 2.10^{-3}$ H. Tìm bước sóng điện từ tương ứng.

Bài giải:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{2\pi c}{\omega} = 2\pi c \sqrt{LC} = 2\pi.3.10^8 \sqrt{2.10^{-3}.9.10^{-10}} = 2,5.10^3 \text{ (m)}$$

Bài 9.21. Một mạch dao động điện từ gồm một ống dây có hệ số tự cảm $L = 3.10^{-5}$ H mắc nối tiếp với một tụ điện phẳng có diện tích các cốt $S = 100 \text{ cm}^2$. Khoảng cách giữa các cốt là $d = 0,1 \text{ mm}$. Hằng số điện môi của môi trường chứa đầy trong khoảng không gian giữa hai cốt tụ điện là bao nhiêu? Biết mạch dao động cộng hưởng với sóng có bước sóng 750 m

Bài giải:

Xảy ra cộng hưởng nghĩa là tần số dao động của sóng điện từ bằng với tần số dao động riêng của mạch LC:

$$\frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega = 2\pi f = \frac{2\pi c}{\lambda} \Rightarrow C = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 L}$$

$$\text{Lại có: } C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$$

$$\text{Suy ra: } C = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 L} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} \Rightarrow \epsilon = \frac{\lambda^2 d}{4\epsilon_0 \pi^2 c^2 S L} = \frac{750^2.0,1.10^{-3}}{4.8,86.10^{-12}.\pi^2.(3.10^8)^2 100.10^{-4}.3.10^{-5}} = 5,96$$