

Nguồn rời rạc

① Entropy

$$H(X) = - \sum_{k=1}^N p(x_k) \log p(x_k)$$

② Entropy đồng thời

$$H(X, Y) = - \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^M p(x_k, y_l) \log p(x_k, y_l)$$

③ Entropy có điều kiện

$$H(X|Y) = - \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^M p(x_k, y_l) \log p(x_k|y_l)$$

④ $H(Y|X) = \dots$

⑤ Lượng tin tương hỗ giữa các nguồn

$$I(X; Y) = \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^M p(x_k, y_l) \log \frac{p(x_k, y_l)}{p(x_k)p(y_l)}$$

⑥ Tương tự với các tính chất

$$0 \leq H(X) \leq \log |X| = \log N$$

$$H(X) = H(p)$$

$$0 \leq H(X|Y) \leq H(X)$$

$$0 \leq H(Y|X) \leq H(Y)$$

$$\begin{aligned} H(X, Y) &= H(X) + H(Y|X) \\ &= H(Y) + H(X|Y) \\ &\leq H(X) + H(Y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I(X; Y) &= H(X) - H(X|Y) \\ &= H(Y) - H(Y|X) \\ &= H(X) + H(Y) - H(X, Y) \\ &\leq H(X) \\ &\leq H(Y) \end{aligned}$$

Nguồn liên tục

① Entropy vi phân

$$h(X) = - \int_S f(x) \log f(x) dx$$

② Entropy vi phân đồng thời

$$h(X, Y) = - \iint f(x, y) \log f(x, y) dx dy$$

③ Entropy vi phân có điều kiện

$$h(X|Y) = - \iint f(x, y) \log f(x|y) dx dy$$

$$h(Y|X) = - \iint f(x, y) \log f(y|x) dx dy$$

④ Lượng tin tương hỗ giữa các nguồn

$$I(X; Y) = \iint f(x, y) \log \frac{f(x, y)}{f(x)f(y)} dx dy$$

$$h(X) \leq \log \sqrt{2\pi e \sigma_x^2}$$

vô thức âm

$$h(X) = h(f)$$

$$h(X|Y) \leq h(X)$$

$$h(Y|X) \leq h(Y)$$

$$\begin{aligned} h(X, Y) &= h(X) + h(Y|X) \\ &= h(Y) + h(X|Y) \\ &\leq h(X) + h(Y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I(X; Y) &= h(X) - h(X|Y) \\ &= h(Y) - h(Y|X) \\ &= h(X) + h(Y) - h(X, Y) \\ &\leq h(X) \\ &\leq h(Y) \end{aligned}$$