GIỚI THIỆU MÔN HỌC

- **Tên môn học:** XỬ LÝ TÍN HIỆU SỐ.
- **Tên tiếng Anh:** DIGITAL SIGNAL PROCESSING.
- **Mã môn học:** ELE 1330.
- **Số tín chỉ:** 2.
- **Loại môn học:** Bắt buộc.
- **Môn học trước:** Giải tích 1, 2; Đại số.
- **Mục tiêu môn học.**
  - Sinh viên nắm được kỹ năng phân tích và thiết kế hệ thống xử lý tín hiệu số.
  - Sinh viên có tư duy hệ thống và nắm được kỹ năng giải các bài toán xử lý tín hiệu số.

NỘI DUNG MÔN HỌC

- Chương 1: Tín hiệu và hệ thống rời rạc
- Chương 2: Biểu diễn tín hiệu và hệ thống trong miền Z
- Chương 3: Biểu diễn tín hiệu và hệ thống trong miền tần số liên tục
- Chương 4: Biểu diễn tín hiệu và hệ thống trong miền tần số rời rạc
- Chương 5 : Bộ lọc số

Chương 1. TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG RỜI RẠC

1.1. Khái niệm chung

1.2. Tín hiệu rời rạc

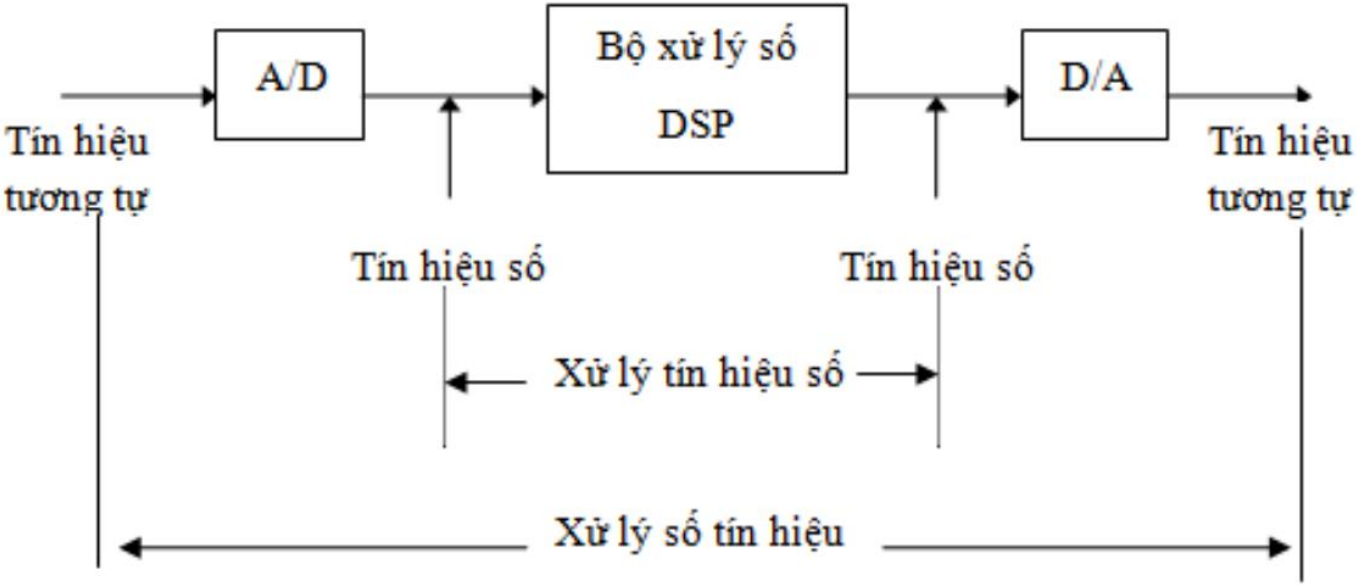
1.3. Hệ thống rời rạc

1.4. Phương trình sai phân tuyến tính

Xử lý tín hiệu (signal processing): Các công việc hay các phép toán được thực hiện trên tín hiệu nhằm đạt một mục đích nào đó

1.1. Khái niệm chung

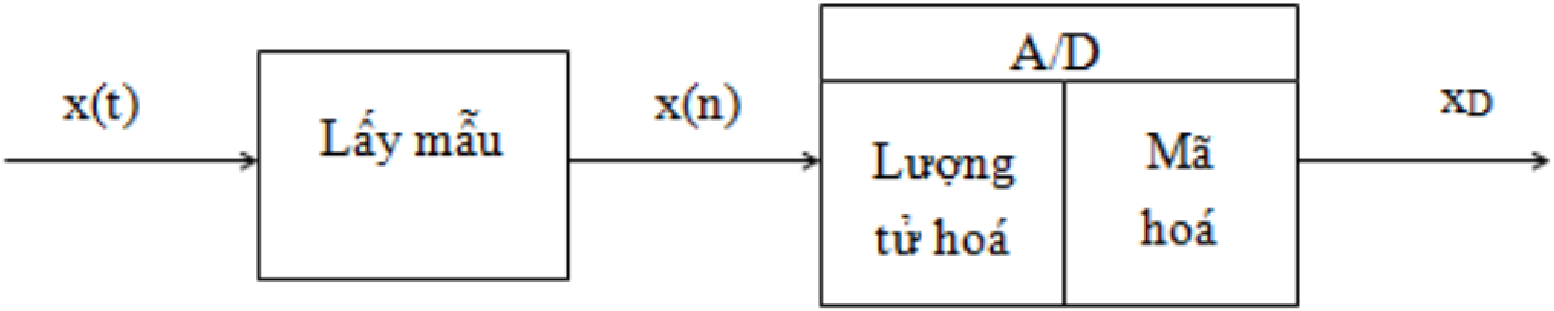
1.1.1. Các hệ thống xử lý tín hiệu



Ưu điểm của xử lý số so với xử lý tương tự

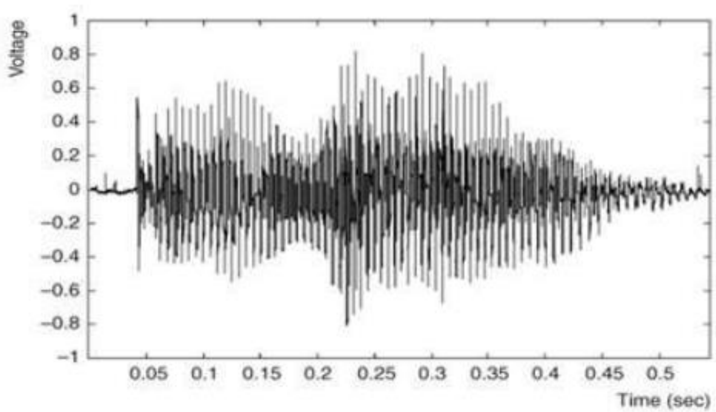
- ❖Hệ thống số có thể lập trình được, cấu hình lại các hoạt động xử lý bằng cách đơn giản là thay đổi chương trình.
- ❖Tín hiệu số dễ dàng lưu trữ, có thể truyền đi xa và có thể được xử lý từ xa.
- ❖Thực hiện các thuật toán xử lý tín hiệu tinh vi phức tạp .
- ❖Giá thành thấp hơn do các phần cứng số rẻ hơn và do tính mềm dẻo trong xử lý số.

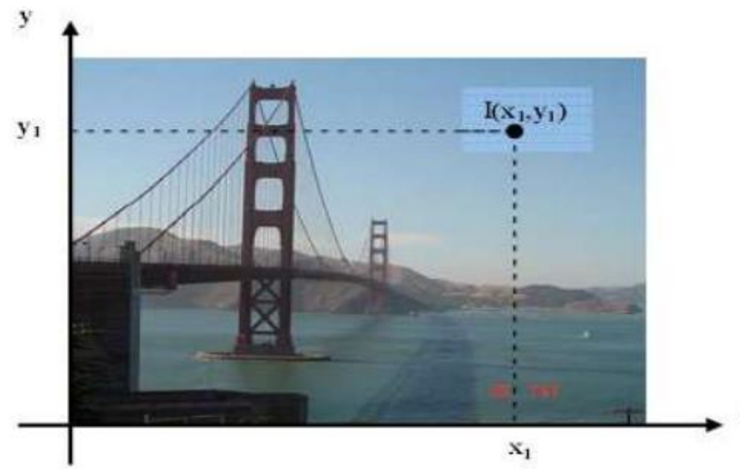
1.1.2. Lấy mẫu tín hiệu

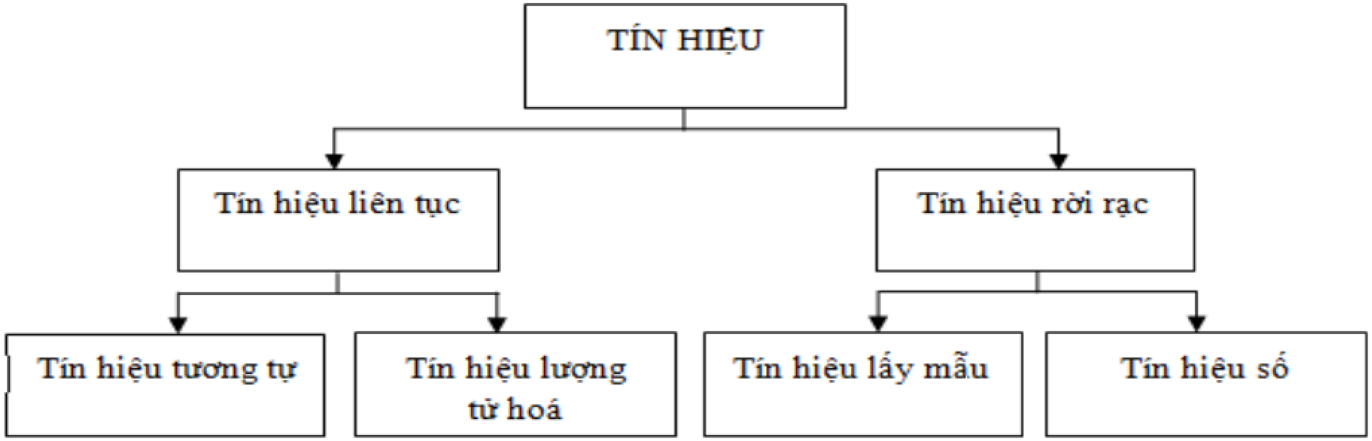


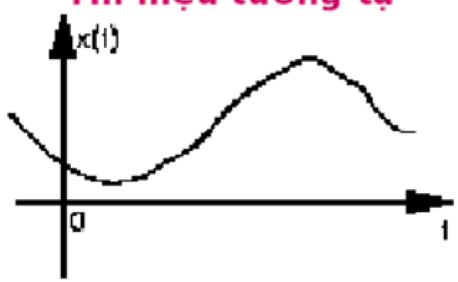
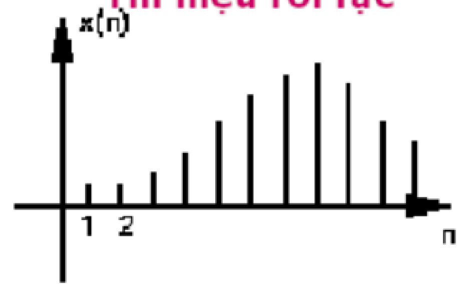
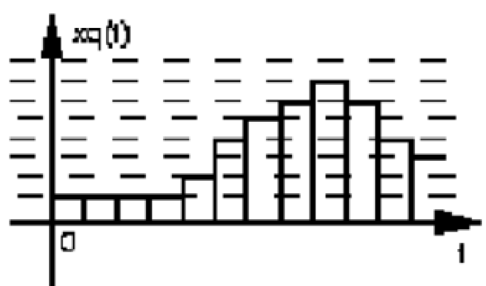
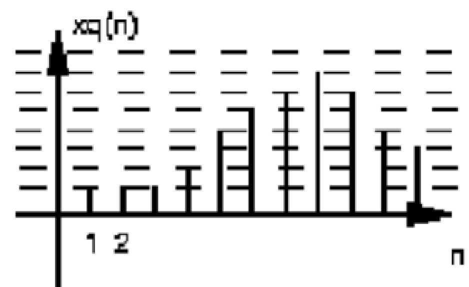
Tín hiệu (signal) dùng để chỉ một đại lượng vật lý mang tin tức và ta có thể mô tả bằng một hàm toán học nào đó:

VD: $x(t) = 20t^2$ $s(x, y) = 3x + 5xy + y^2$

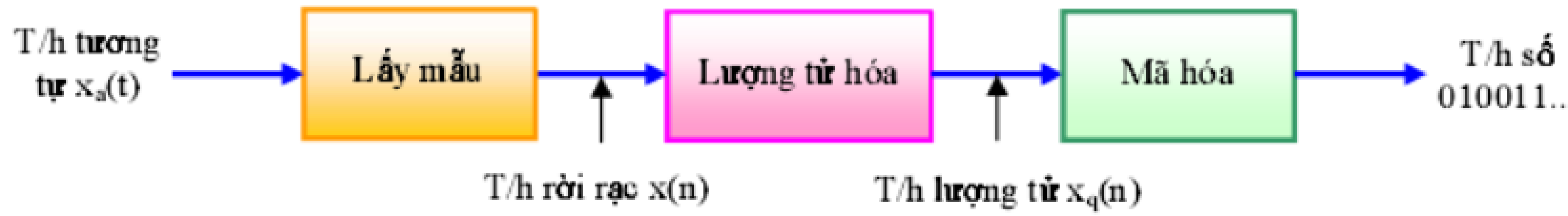


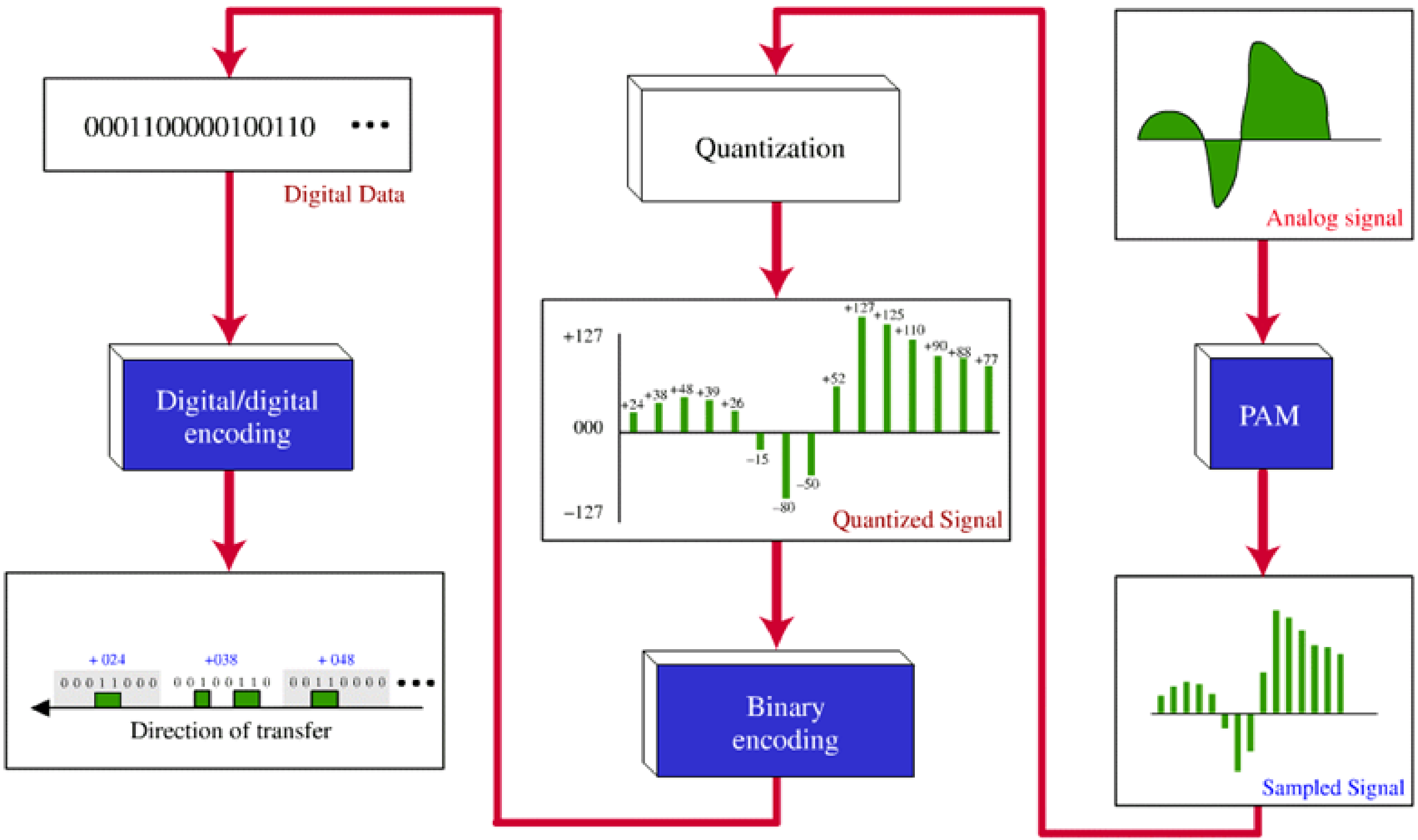




	Thời gian liên tục	Thời gian rời rạc
Biên độ liêntục	Tín hiệu tương tự 	Tín hiệu rời rạc 
Biên độ rời rạc	 Tín hiệu lượng tử hóa	 Tín hiệu số

Biến đổi ADC

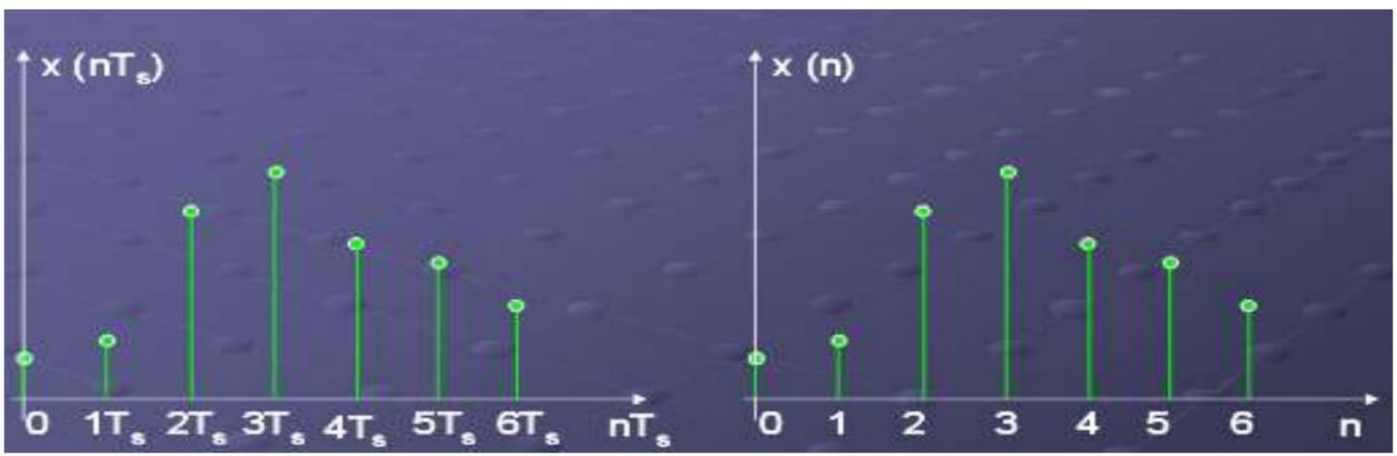

T/h tương tự $x_a(t)$
Lấy mẫu
Lượng tử hóa
Mã hóa
T/h số 010011...
T/h rời rạc x(n)
T/h lượng tử $x_q(n)$


0001100000100110 •••
Digital Data
Digital/digital encoding
+024
+038
+048
Direction of transfer
Quantization
+127
000
−127
Quantized Signal
Binary encoding
Analog signal
PAM
Sampled Signal

1.2. Tín hiệu rời rạc

1.2.1. Biểu diễn tín hiệu rời rạc

- Tín hiệu tương tự x(t) được lấy mẫu đều với chu kỳ Ts, giá trị của x(t) tại mỗi $t_n = nT_s$ là $x(nT_s)$
- Chuẩn hóa trục thời gian theo chu kỳ T_s với x(n) là thứ n của tín hiệu rời rạc thời gian chuẩn hóa: $\frac{t_n}{T_s} = \frac{nT_s}{T_s} = n$



Biểu diễn theo toán học

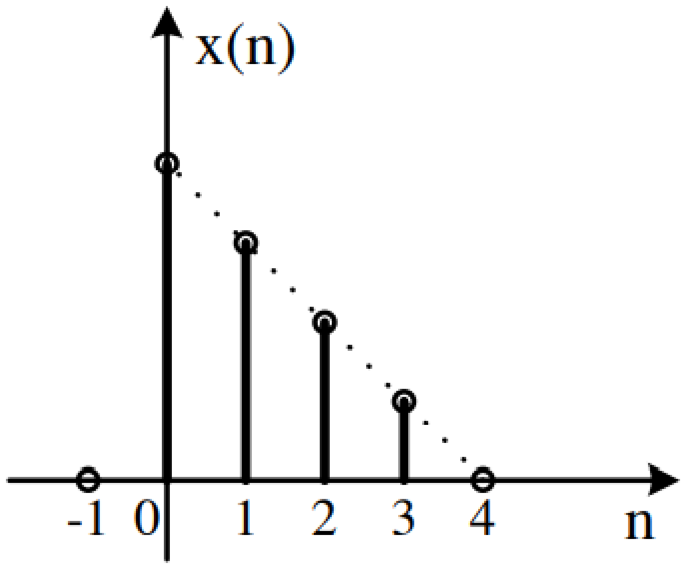
$$x(n)=\begin{cases} f(n) & N_1\le n\le N_2 \\ 0 & n \end{cases}$$

Ví dụ

$$x(n)=\begin{cases} 1-\dfrac{n}{4} & 0\le n\le 4 \\ 0 & n\ne \end{cases}$$

x(0)=1; x(1)=3/4; x(2)=1/2; x(3)=1/4; x(4)=0.

Biểu diễn bằng đồ thị



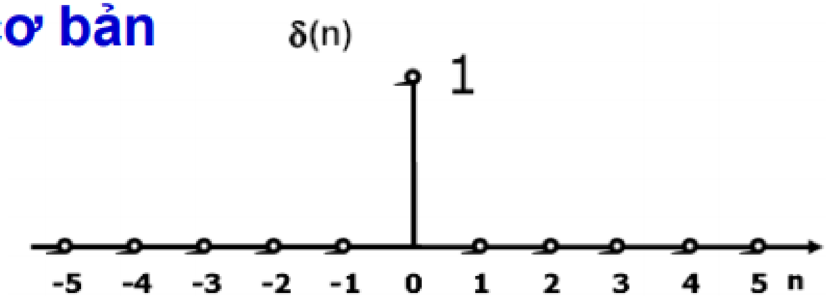
Biểu diễn bằng dãy số

$$x(n)=\{\ldots,x(n-1),\overrightarrow{x(n)},x(n+1),\ldots\}$$

$$x(n)=\left\{\vec{1},\frac{3}{4},\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right\}$$

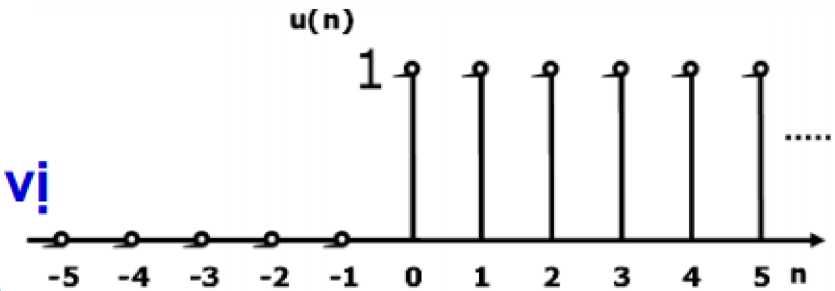
1.2.2. Một số tín hiệu (dãy) cơ bản

a. Dãy xung đơn vị

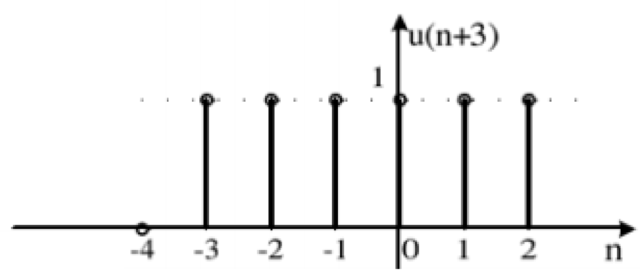


$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & (n = 0) \\ 0 & (n \neq 0) \end{cases}$$

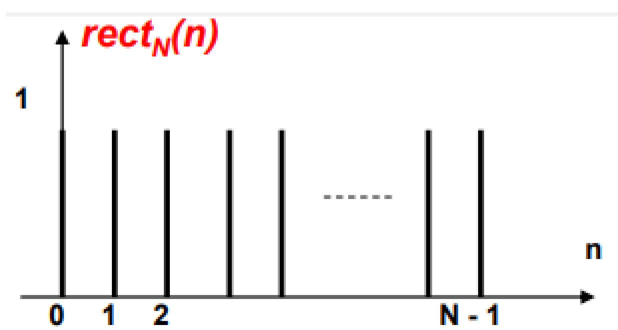
b. Dãy bước nhảy đơn vị



$$u(n) = \begin{cases} 1 & (n \geq 0) \\ 0 & (n < 0) \end{cases}$$



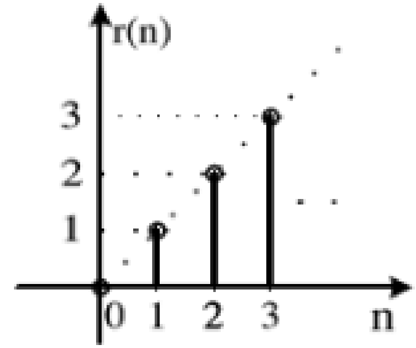
c. Dãy chữ nhật

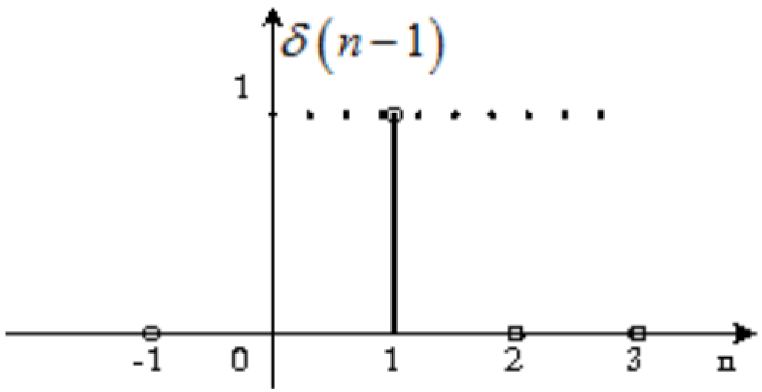


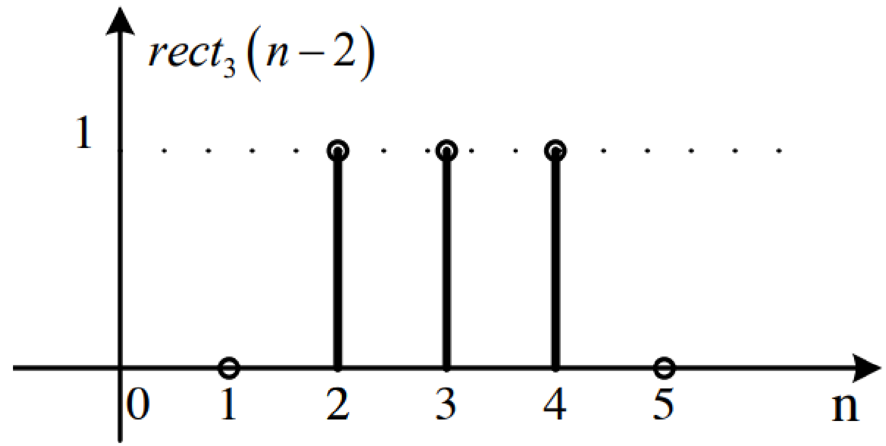
$$\mathrm{rect}_N(n) = \begin{cases} 1 & (0 \leq n \leq N-1) \\ 0 & (n < 0 \vee n \geq N) \end{cases}$$

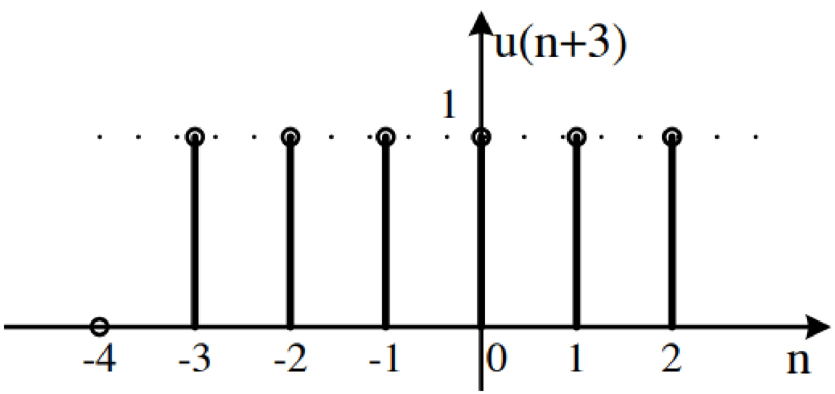
d. Dãy dốc đơn vị

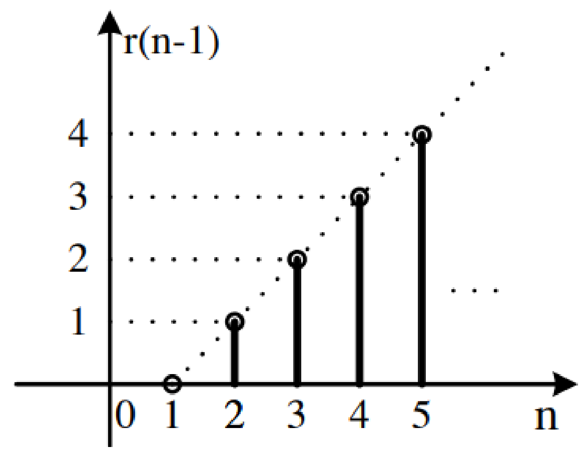
$$r(n) = \begin{cases} n & (n \geq 0) \\ 0 & (n < 0) \end{cases}$$







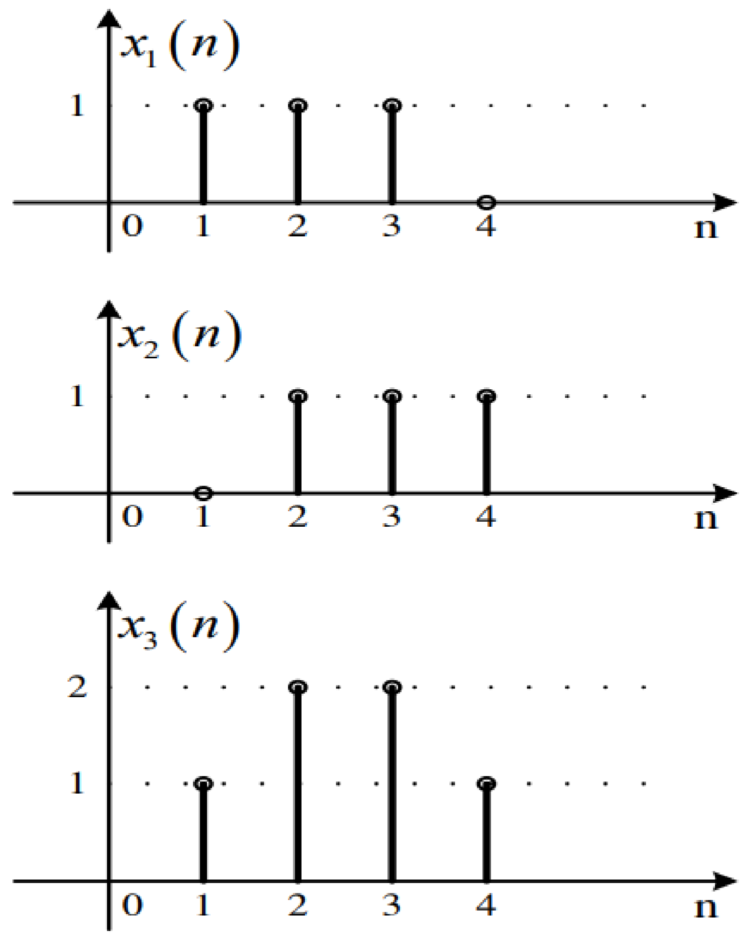




1.2.3. Các phép toán cơ bản với dãy số

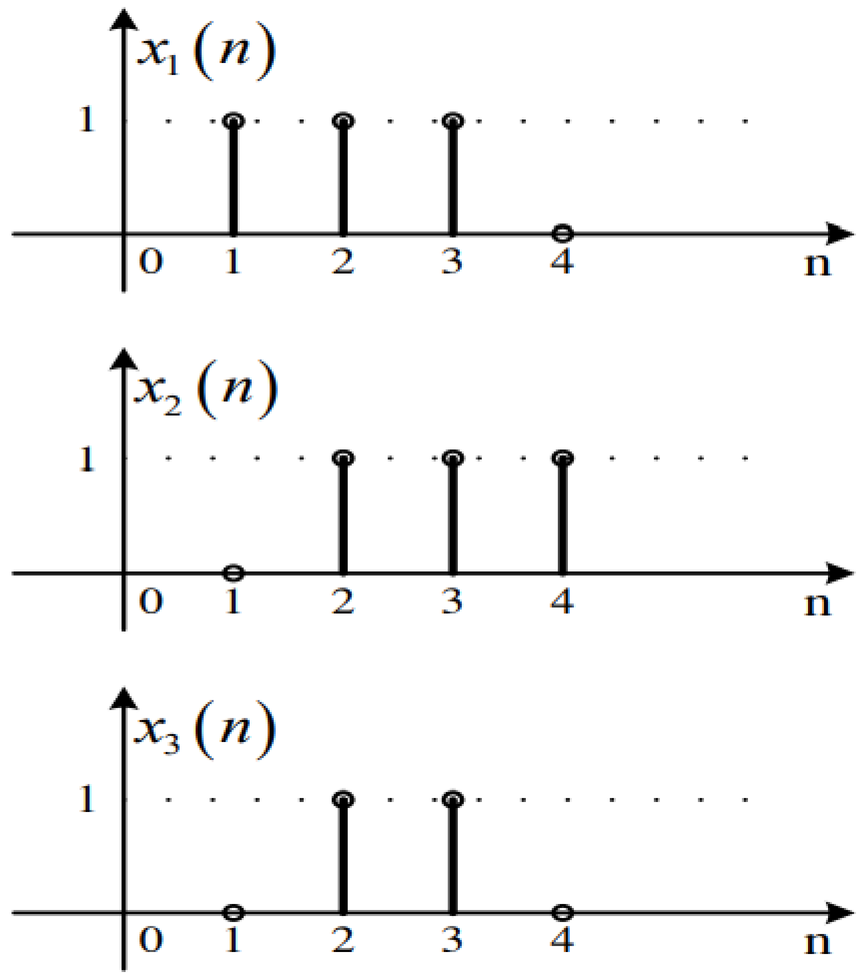
Tổng của 2 dãy

$$x_3(n) = x_1(n) + x_2(n)$$



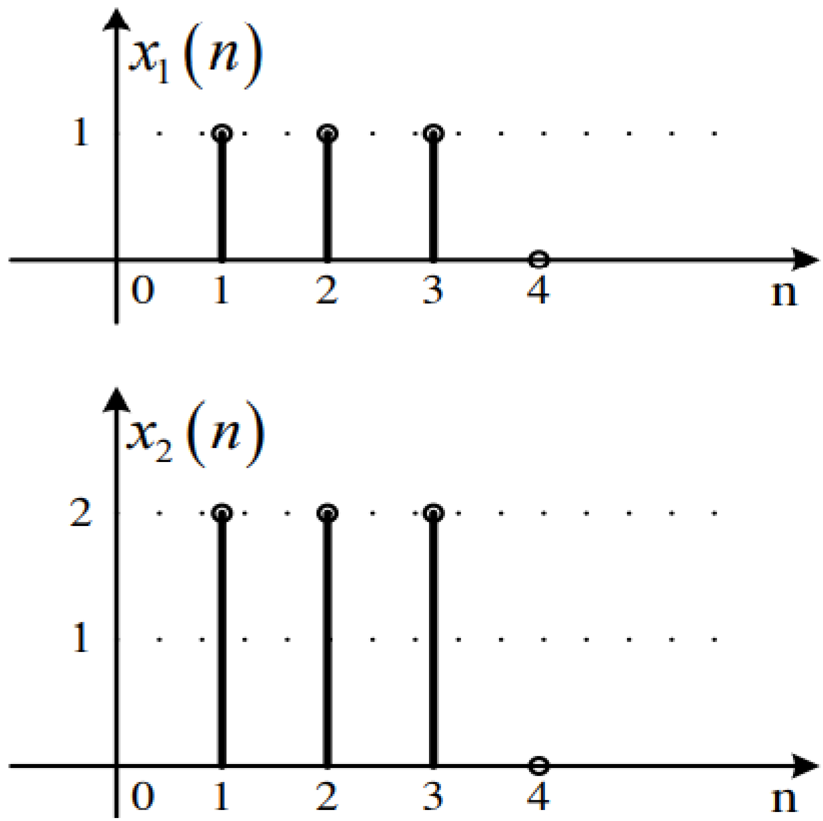
Tích của 2 dãy:

$$x_3(n) = x_1(n).x_2(n)$$



Tích của một dãy với hằng số

$$x_2(n) = \alpha . x_1(n), \ \alpha \text{ là hằng số}$$



Trễ

$$x(n)=\delta(n)+\frac{3}{4}\delta(n-1)+\frac{1}{2}\delta(n-2)+\frac{1}{4}\delta(n-3)$$

$$x_2(n)=x_1(n-n_0)$$

n_0 : nguyên

Mọi dãy *x(n)* đều có thể biểu diễn dưới dạng

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k).\delta(n-k) = x(n) * \delta(n)$$

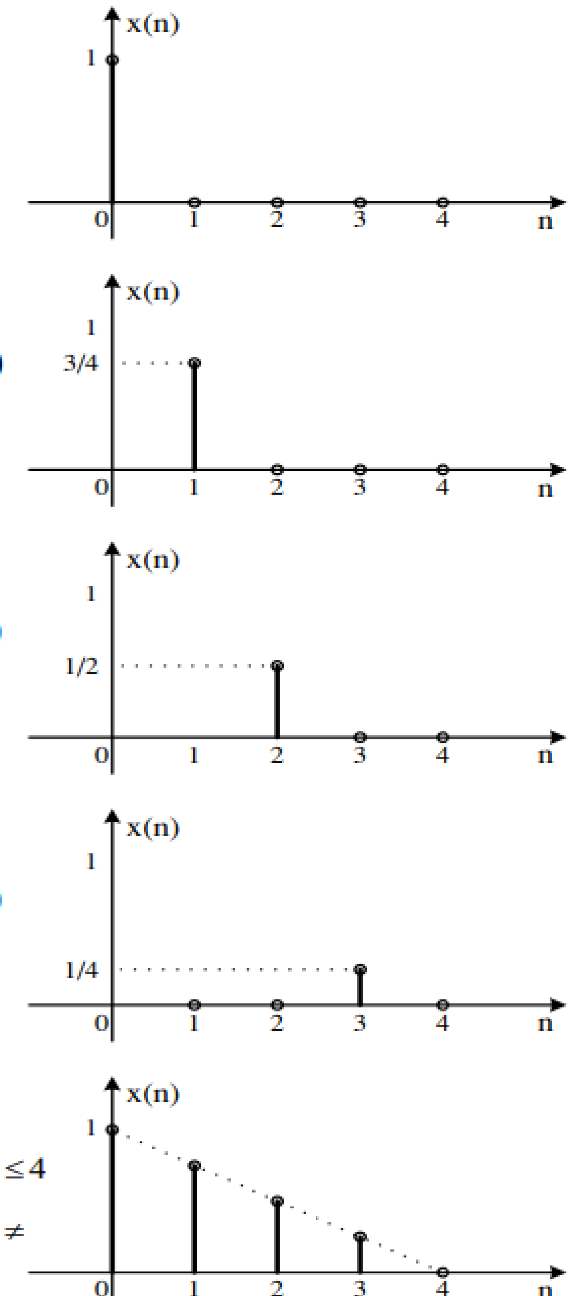
$\delta(n)$

$\frac{3}{4}\delta(n-1)$

$\frac{1}{2}\delta(n-2)$

$\frac{1}{4}\delta(n-3)$

$$x(n)=\begin{cases}1-\frac{n}{4} & 0\le n\le 4\\ 0 & n\ne\end{cases}$$



Phép nội suy và phép phân chia tín hiệu

Phép nội suy: thực chất là phép tăng tần số lấy mẫu lên một hệ số lần.

Phép phân chia: thực chất là phép giảm tần số lấy mẫu đi một hệ số lần.

$$x(n) = \{1, 2, 3, \vec{4}, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

Phép nội suy với hệ số 2 của x(n)

$$x\left(\frac{n}{2}\right) = \{1, 0, 2, 0, 3, 0, \vec{4}, 0, 5, 0, 6, 0, 7, 0, 8, 0, 9\}$$

Phép phân chia với hệ số 2 của x(n)

$$x(2n) = \{2, \vec{4}, 6, 8\}$$

Phép tương quan tín hiệu

Tương quan chéo (cross – correlation)

$$R_{xy}(n) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m).y(m-n)$$

Tự tương quan (auto – correlation)

$$R_{xx}(n) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m).x(m-n)$$

Ví dụ

$$x(n) = \{\ldots, 0, 0, 2, -1, 3, 7, \vec{1}, 2, -3, 0, 0, \ldots\}$$

$$y(n) = \{\ldots, 0, 0, 1, -1, 2, -2, \vec{4}, 1, -2, 5, 0, 0, \ldots\}$$

- Đối với $n = 0$, ta có

$$R_{xy}(0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(m)y(m) \qquad R_{xy}(0) = 7$$

- Đối với $n > 0$, ta dịch $y(n)$ sang phải n đơn vị so với $x(m)$ tính tích $x(m)y(m-n)$ và lấy tổng theo tất cả giá trị của tích

Kết quả ta có

$R_{xy}(1) = 13 \quad R_{xy}(2) = -18 \quad R_{xy}(3) = 16 \quad R_{xy}(4) = -7$

$R_{xy}(5) = 5 \quad R_{xy}(6) = -3 \quad R_{xy}(n) = 0 \qquad n \geq 7$

- Đối với $n < 0$, ta dịch $y(n)$ sang trái n đơn vị so với $x(m)$ tính tích $x(m)y(m-n)$ và lấy tổng theo tất cả giá trị của tích.

Kết quả ta có:

$R_{xy}(-1) = 0 \quad R_{xy}(-2) = 33 \quad R_{xy}(-3) = -14 \quad R_{xy}(-4) = 36$

$R_{xy}(-5) = 19 \quad R_{xy}(-6) = -9 \quad R_{xy}(-7) = 10 \quad R_{xy}(n) = 0, \; n \leq -8$

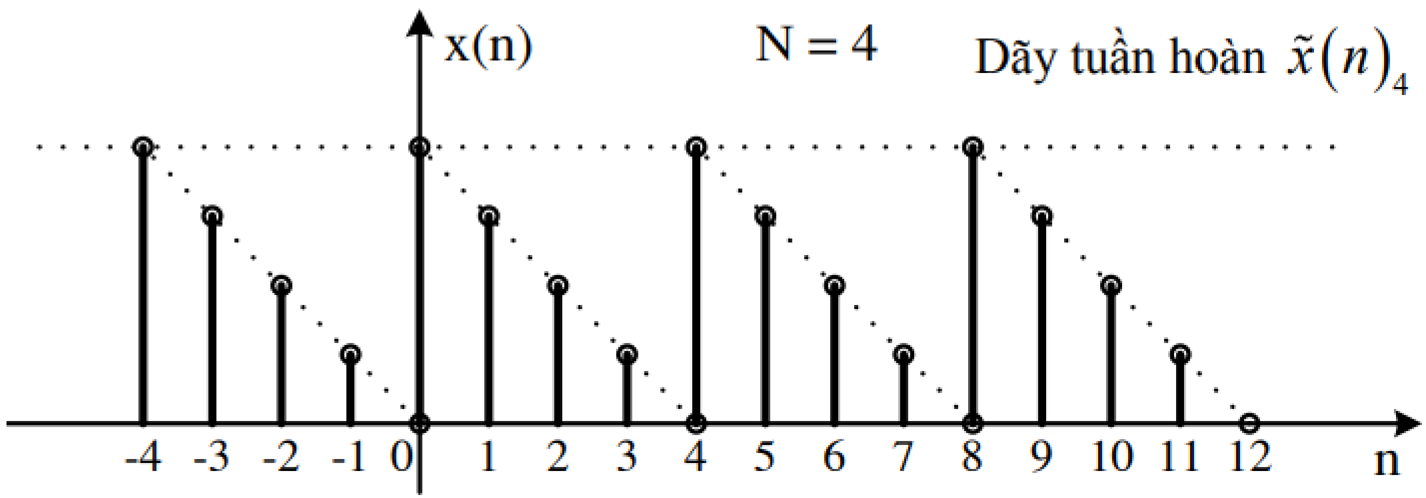
$$R_{xy}(n) = \{10, -9, 19, 36, -14, 33, 0, \vec{7}, 13, -18, 16, -7, 5, -3\}$$

1.2.4. Các đặc trưng cơ bản của dãy số

Dãy tuần hoàn với chu kỳ N

$x(n) = x(n + N) = x(n + lN)$ l: số nguyên; N: chu kỳ

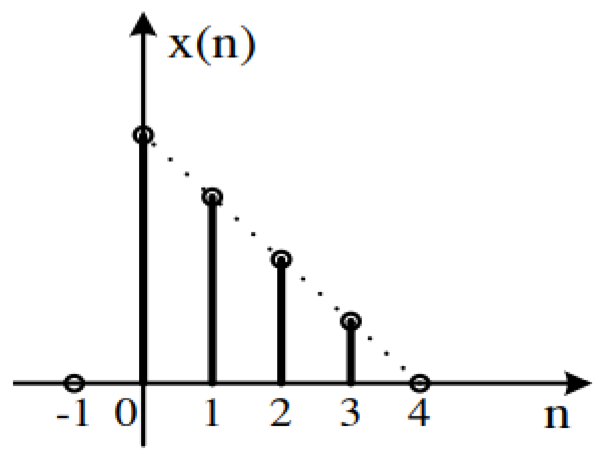
$\tilde{x}(n)_N$



Dãy có chiều dài hữu hạn L

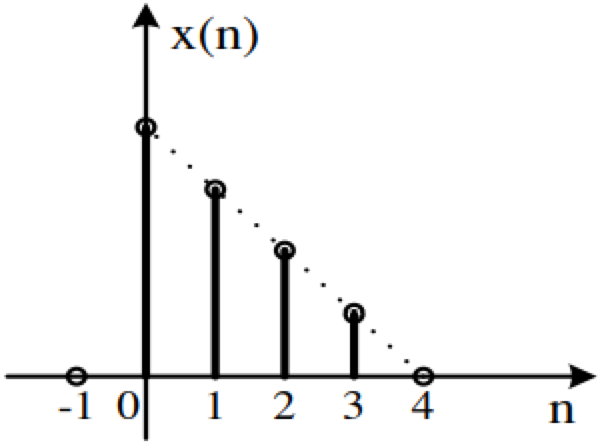
L: Toán tử chiều dài

$L[x(n)] = [0, 3] = 4$



Năng lượng của dãy

$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2$$



Ví dụ

$$x_1(n) = \delta(n)$$

$$x_2(n) = rect_N(n)$$

$$x_3(n) = u(n)$$

$$E_{x_1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\delta(n)|^2 = 1$$ Dãy có năng lượng hữu hạn

$$E_{x_2} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |rect_N(n)|^2 = N$$ Dãy có năng lượng hữu hạn

$$E_{x_3} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |u(n)|^2 = \infty$$ Dãy có năng lượng vô hạn (không tồn tại thực tế)

Dãy có năng lượng hữu hạn là dãy năng lượng

Công suất trung bình của một tín hiệu

$$P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} |x(n)|^2$$

năng lượng của tín hiệu $x(n)$ trong một khoảng hữu hạn $-N \le n \le N$

$$E_N = \sum_{n=-N}^{N} |x(n)|^2$$

Thì có thể biểu diễn năng lượng tín hiệu E

$$E \equiv \lim_{N\to\infty} E_N$$

công suất trung bình của tín hiệu $x(n)$

$$P \equiv \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} E_N$$

nếu E là hữu hạn thì $P = 0$

nếu E là vô hạn P có thể là hữu hạn hoặc vô hạn

Nếu P là hữu hạn (và không zero) *tín hiệu công suất*

Dãy có công suất hữu hạn là dãy công suất

1.3. HỆ THỐNG RỜI RẠC

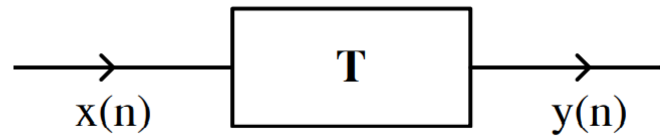
1.3.1. Hệ thống tuyến tính

Kích thích và đáp ứng:

Toán tử T:

$$T\left[x(n)\right]=y(n)$$

$$x(n)\xrightarrow{T}y(n)$$



Hệ thống tuyến tính:

toán tử T phải tuân theo nguyên lý xếp chồng

$$T\left[a.x_1(n)+b.x_2(n)\right]=a.T\left[x_1(n)\right]+b.T\left[x_2(n)\right]=a.y_1(n)+b.y_2(n)$$

Đáp ứng xung của hệ thống tuyến tính:

tín hiệu đầu vào $x(n)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x(k).\delta(n-k)$

Đáp ứng xung của hệ thống tuyến tính:

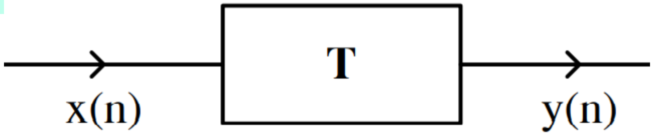
$$y(n)=T[x(n)]=T\left[\sum_{k=-\infty}^{\infty}x(k).\delta(n-k)\right]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x(k).T[\delta(n-k)]$$

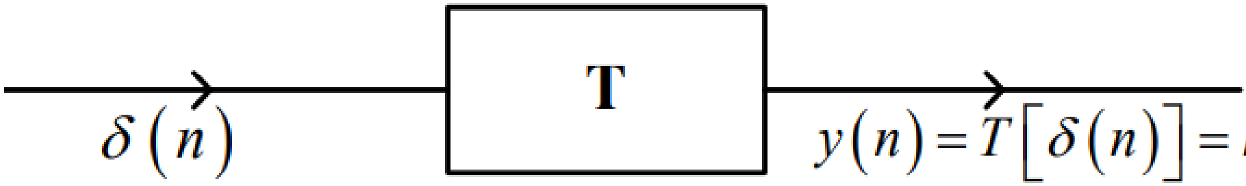
$$y(n)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x(k).h_k(n)$$

$h_k(n)=T[\delta(n-k)]$ được gọi là ***đáp ứng xung***

1.3.2. Hệ thống tuyến tính bất biến

$$T[x(n-k)] = y(n-k)$$





$\delta(n)$ $\quad$ $y(n)=T[\delta(n)]=h(n)$

$\delta(n-k)$ $\quad$ $T[\delta(n-h)]=h(n-k)$

Phép chập:

$$x(n) \longrightarrow \boxed{h(n)} \longrightarrow y(n) = x(n)*h(n)$$

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k).h(n-k)$$

$$y(n) = x(n)*h(n)$$

(*) ký hiệu phép chập

h(n) gọi là đáp ứng xung của hệ thống tuyến tính bất biến (TTBB)

Phương pháp tính phép chập

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k).h(n-k) \qquad (n: -\infty \rightarrow \infty)$$

$$n = 0 \Rightarrow y(0) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k).h(0-k)$$

$$n = 1 \Rightarrow y(1) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k).h(1-k)$$

$$n = -1 \Rightarrow y(-1) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k).h(-1-k)$$

n=2 ... đến giá trị $n = \infty$

n = -2 và phải tính đến giá trị $n = -\infty$

Các bước tính phép chập bằng đồ thị:

Bước 1: Đổi biến n thành biến k, x(n) -> x(k), h(n) -> h(k), cố định h(k)

Bước 2: Quay h(k) đối xứng qua trục tung để thu được h(-k), tức h(0-k) ứng với n=0.

Bước 3: Dịch chuyển h(-k) theo từng giáa trị n, nếu n>0 dịch chuyển về bên phải, nếu n<0 dịch chuyển về phía trái ta thu được h(n-k).

Bước 4: Thực hiện phép nhân x(k).h(n-k) theo từng mẫu đối với tất cả các giá trị của k.

Bước 5: Cộng các giá trị thu được ta có một giá trị của y(n), tổng hợp các kết quả ta có dãy y(n) cần tìm.

Ví du Hãy tìm đáp ứng ra của hệ thống y(n)?

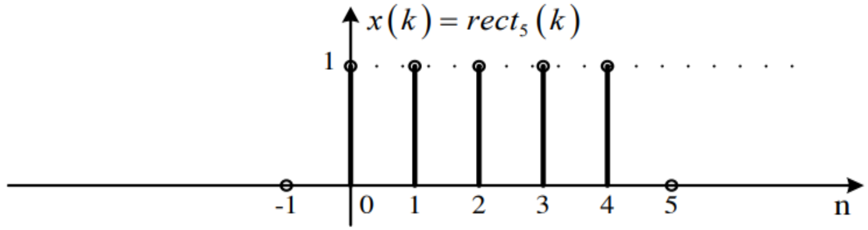
Cho một HTTTBB có: $x(n) = rect_5(n); h(n) = \begin{cases} 1 - \dfrac{n}{4} & 0 \le n \le 4 \\ 0 & n \text{ còn lai} \end{cases}$

+ Đổi biến n thành biến k

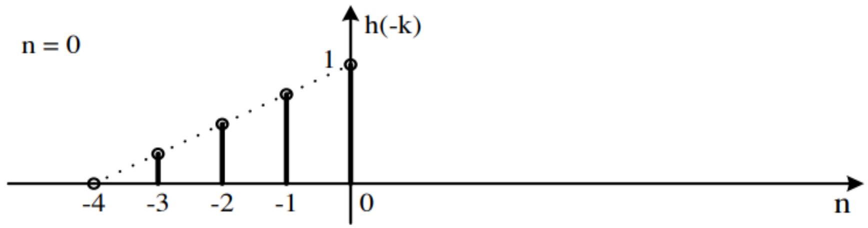
+ Giữ nguyên x(k), lấy đối xứng h(k) thành h(-k)

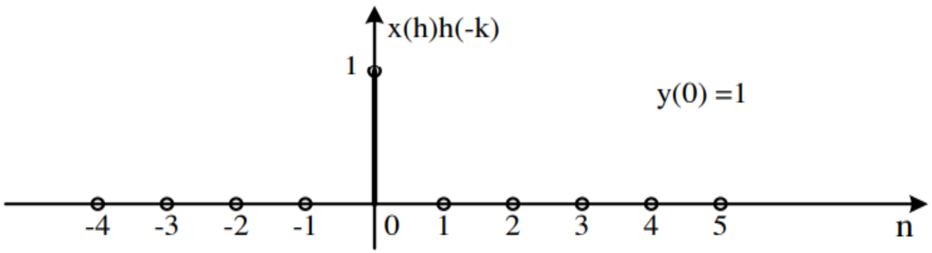
+ Dịch h(-k) sang trái (n<0) hoặc sang phải (n>0) theo từng mẫu

tính y(n) ứng với từng n cụ thể



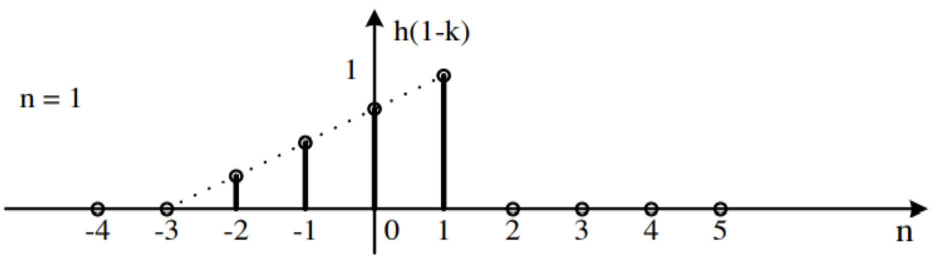
n = 0

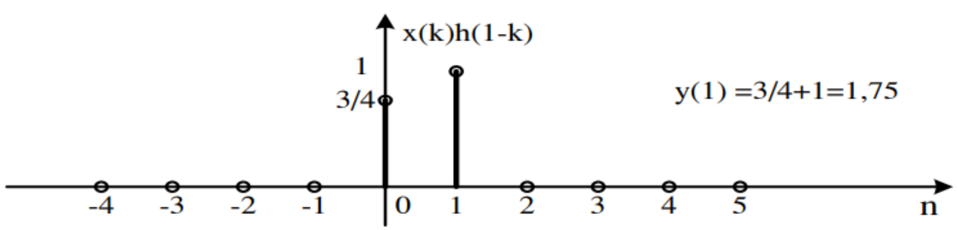




y(0) =1

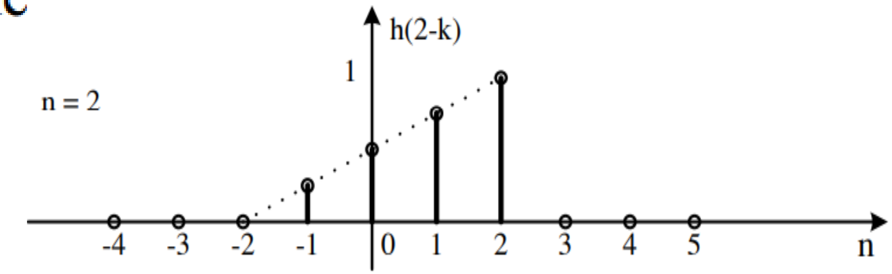
n = 1

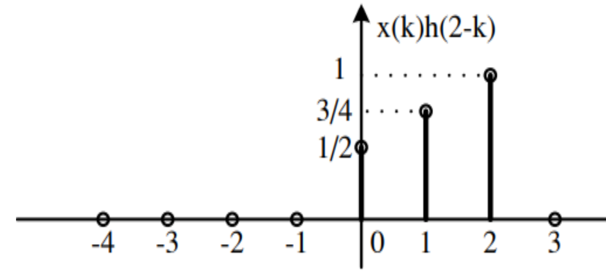




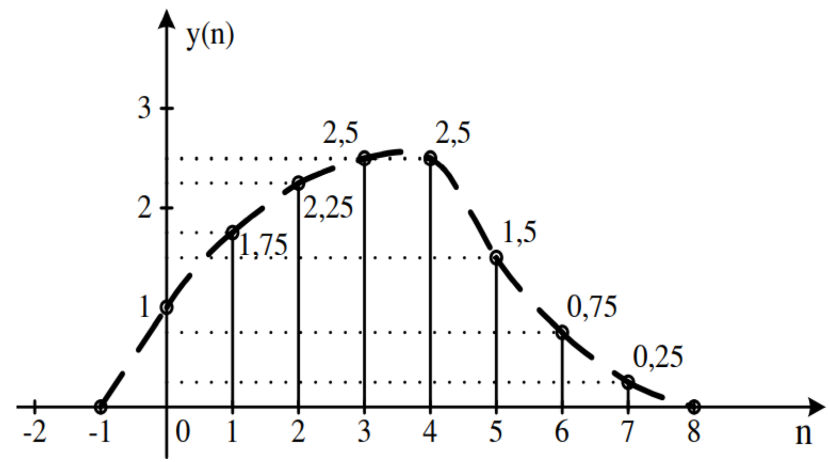
y(1) =3/4+1=1,75

n = 2





y(1) =1/2+3/4+1=2,25



y(3) = 2,5 y(4) = 2,5 y(5) = 1,5

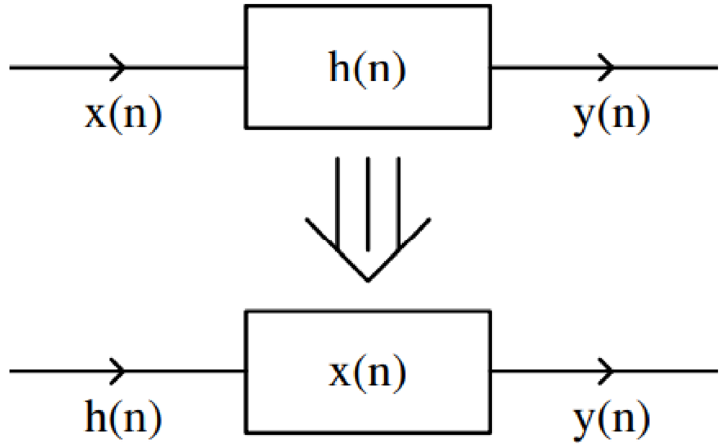
y(6) = 0,75 y(7) = 0,25 y(8) = 0

y(-1) = 0 ... y(-∞) = 0 ... y(∞) = 0

Các tính chất của phép chập:

- **Tính giao hoán:** $y(n) = x(n) * h(n) = h(n) * x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k)$

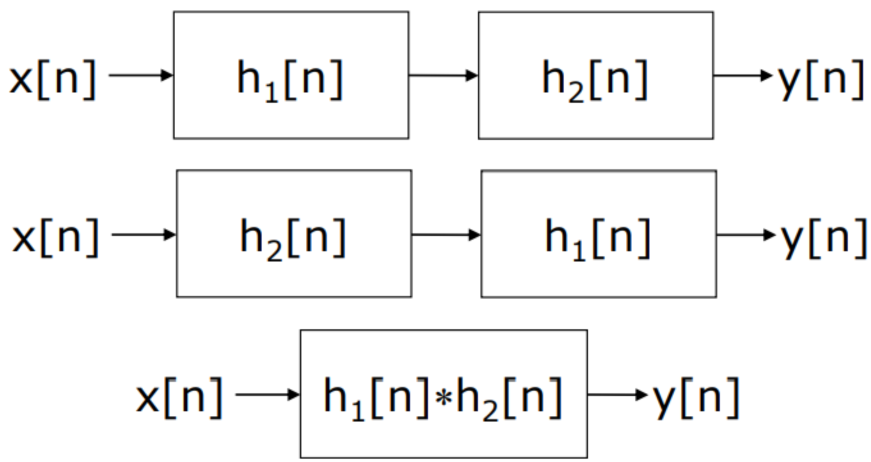
Ý nghĩa:



- **Tính kết hợp:**

Ý nghĩa:

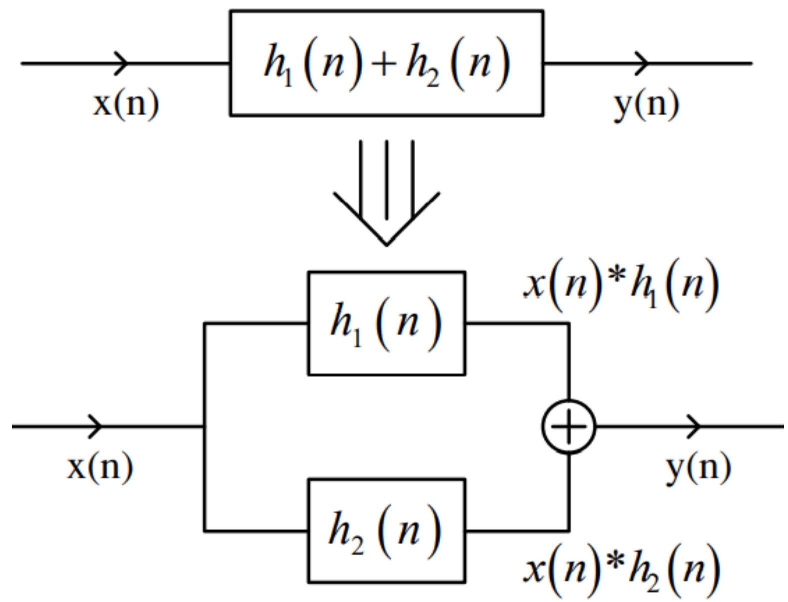
$$y(n) = x(n) * \left[h_1(n) * h_2(n)\right] = \left[x(n) * h_1(n)\right] * h_2(n)$$



- Tính phân phối (chập và cộng):

$$y(n) = x(n) * \left[h_1(n) + h_2(n)\right] = \left[x(n) * h_1(n)\right] + \left[x(n) * h_2(n)\right]$$

Ý nghĩa:



Hàm tương quan của dãy y(n) đối với dãy x(n)

$$r_{xy}(m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n).y(n-m) = y(m)*x(-m) = x(-m)*y(m)$$

so sánh dãy x(n) với dãy y(n) ta dùng hàm tương quan:

$$r_{yx}(m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n).x(n-m) = x(m)*y(-m) = y(-m)*x(m)$$

$$r_{xy}(m) = r_{yx}(-m)$$

Hàm tự tương quan $r_x(m)$ của dãy x(n) được xác định

$$r_x(m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n).x(n-m) = x(n)*x(-n)$$

Hàm tự tương quan $r_x(m)$ đạt giá trị cực đại tại m = 0

$$r_x(0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n).x(n) = E_x$$

1.3.3. Hệ thống tuyến tính bất biến và nhân quả

- **Hệ xử lý số nhân quả** là hệ có đáp ứng chỉ phụ thuộc vào tác động ở các thời điểm quá khứ và hiện tại, không phụ thuộc vào tác động ở các thời điểm tương lai.
- Hệ xử lý số nhân quả luôn thỏa mãn điều kiện :

Nếu : Tác động $x(n) = 0$ với mọi $n < k$

Thì : đáp ứng $y(n) = 0$ với mọi $n < k$

- Hệ xử lý số TTBB là nhân quả nếu và chỉ nếu đặc tính xung h(n) của nó thoả mãn điều kiện

$$h(n) = 0 \qquad \text{với mọi } n < 0$$

- **Định nghĩa dãy nhân quả :** Dãy x(n) là dãy nhân quả nếu và chỉ nếu $x(n) = 0$ với $\forall\ n < 0$.

$$x(n) = \sum_{k=0}^{\infty} x(k).\delta(n-k)$$

- **Định nghĩa dãy phản nhân quả :** Dãy x(n) là dãy phản nhân quả nếu và chỉ nếu x(n) = 0 với ∀ n > 0 .

$$x(n) = \sum_{k=0}^{\infty} x(k).\delta(n-k)$$

- **Định nghĩa dãy không nhân quả :** Dãy x(n) là dãy không nhân quả nếu và chỉ nếu x(n) không thỏa mãn các điều kiện trên.

1.3.4. Hệ thống tuyến tính bất biến và ổn định

Định nghĩa

Một hệ thống tuyến tính bất biến gọi là ổn định nếu ứng với dãy vào bị chặn ta cũng có dãy ra bị chặn (biên độ bị hạn chế $\neq \pm\infty$ *)*

$|x(n)| < \infty \rightarrow |y(n)| < \infty$ gọi là hệ thống BIBO (Bounded Input Bounde Output)

- **Định lý ổn định:** Điều kiện đủ để hệ xử lý số TTBBNQ ổn định là :

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} |h(n)| < \infty$$

Ví dụ Xét sự ổn định của các hệ thống có đáp ứng xung sau:

$$h_1(n) = u(n)$$

$$h_2(n) = \begin{cases} a^n & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

1.4. PHƯƠNG TRÌNH SAI PHÂN TUYẾN TÍNH

1.4.1. Phương trình sai phân tuyến tính hệ số biến đổi

$$\sum_{k=0}^{N} a_k(n)\,y(n-k) = \sum_{r=0}^{M} b_r(n)\,x(n-r)$$

$$a_0(n)\,y_0(n) + \sum_{k=1}^{N} a_k(n)\,y(n-k) = \sum_{r=0}^{M} b_r(n)\,x(n-r)$$

$$y(n) = \sum_{r=0}^{M} \frac{b_r(n)}{a_0(n)}\,x(n-r) - \sum_{k=1}^{N} \frac{a_k(n)}{a_0(n)}\,y(n-k)$$

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\,h_k(n)$$

$a_k(n)$, $b_r(n)$ hệ số phương trình

1.4.2. Phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng

$$\sum_{k=0}^{N} a_k\,y(n-k) = \sum_{r=0}^{M} b_r\,x(n-r)$$

a_k , b_r hệ số hằng

N: Bậc của phương trình

$$y(n) = \sum_{r=0}^{M} \frac{b_r}{a_0}\,x(n-r) - \sum_{k=1}^{N} \frac{a_k}{a_0}\,y(n-k)$$

$a_0 = 1 \qquad y(n) = \sum_{r=0}^{M} b_r x(n-r) - \sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k)$

b_r , a_k đặc trưng cho hệ thống, thay cho đáp ứng xung

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) h(n-k)$$

đáp ứng xung h(n) đặc trưng cho hệ thống

Nếu đầu vào là xung đơn vị $\delta(n)$ *thì đầu ra ta có đáp ứng xung h(n).*

$$\xrightarrow[x(n)=\delta(n)]{} \boxed{h(n)} \xrightarrow[y(n)=h(n)]{}$$

Có hai phương pháp giải phương trình sai phân để xác định y(n) h(n)

- Phương pháp thế
- Phương pháp tìm nghiệm tổng quát: tìm nghiệm thuần nhất

  nghiệm riêng

Ví dụ Cho phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng sau:

$$y(n) = Ay(n-1) + x(n)$$

Hãy tìm đáp ứng xung h(n) với điều kiện: $y(-1) = 0$.

Ví dụ

Hãy xác định đáp ứng $y(n), n \geq 0$ của hệ được biểu diễn bởi phương trình sai phân

$$y(n) - 3y(n-1) - 4y(n-2) = x(n) + 2x(n-1)$$

khi đầu vào là: $x(n) = 4^n$ và điều kiện đầu: $y(-1) = y(-2) = 0$

1.4.4. Thực hiện hệ thống tuyến tính, bất biến từ phương trình sai phân

Hệ thống số không đệ quy

- Hệ thống TTBB rời rạc không đệ quy được biểu diễn bằng một phương trình sai phân tuyến tính bất biến bậc 0:

$$a_0 y(n) = \sum_{r=0}^{M} b_r x(n-r) \qquad \mathrm{N} = 0$$

$a_0 = 1$:

$$y(n) = \sum_{r=0}^{M} b_r x(n-r)$$

- Đáp ứng xung của hệ thống không đệ quy

$$h(n) = \begin{cases} b_n & (0 \le n \le M) \\ 0 & (n < 0 \,|\, n > M) \end{cases}$$

- Hệ thống TTBB rời rạc không đệ quy có đáp ứng xung độ dài hữu hạn nên còn gọi là hệ thống có đáp ứng xung độ dài hữu hạn (FIR).
- Hệ thống có đáp ứng xung độ dài hữu hạn là hệ thống luôn ổn định.

FIR (Finite-Duration Impulse Response)

$$x(n) \longrightarrow \boxed{F\left[x(n), x(n-1), \ldots, x(n-M)\right]} \longrightarrow y(n)$$

Hệ thống số đệ quy

- Hệ thống TTBB rời rạc đệ quy được biểu diễn bằng một phương trình sai phân tuyến tính bất biến bậc N > 0.

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k) = \sum_{r=0}^{M} b_r x(n-r)$$

Nếu N > 0, $a_0 = 1$: $$y(n) = \sum_{r=0}^{M} b_r x(n-r) - \sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k)$$

- Hệ thống TTBB rời rạc đệ quy có đáp ứng xung độ dài vô hạn nên còn được gọi là hệ thống có đáp ứng xung độ dài vô hạn (IIR).

$$y(n) = F\left[x(n), x(n-1), \ldots, x(n-M), y(n-1), y(n-2), \ldots, y(n-N)\right]$$

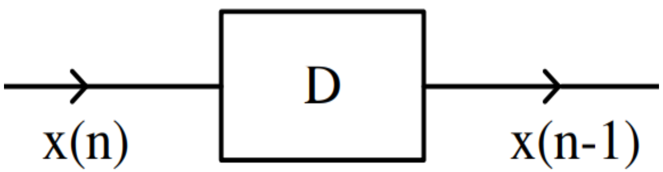
Nếu N > 0, M = 0: hệ thống đệ quy thuần túy.

$$a_0 = 1: \quad y(n) = b_0 x(n) - \sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k)$$

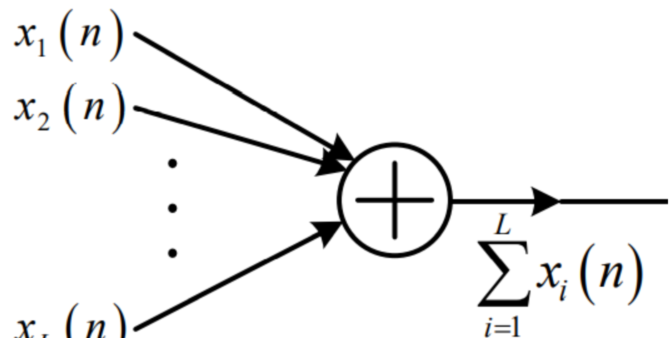
hệ thống đệ quy có thể ổn định hoặc không ổn định

Thực hiện hệ thống **Các phần tử cơ bản**

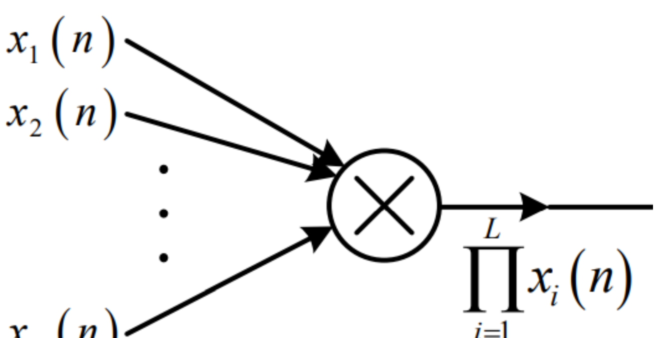
+ Phần tử trễ:



+ Phần tử cộng:

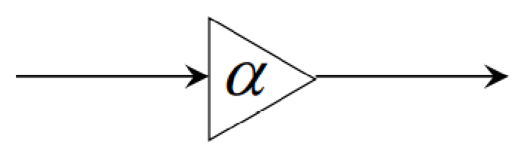


+ Phần tử nhân:



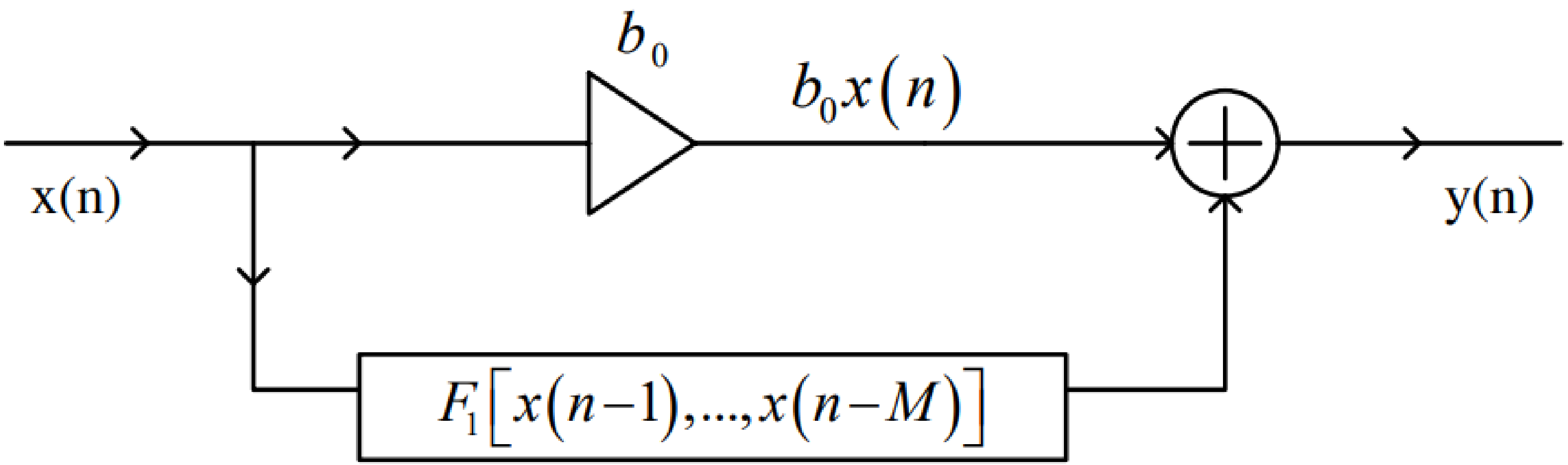
Bộ nhân hằng số

$$y(n) = \alpha x(n)$$



Hệ thống không đệ qui:

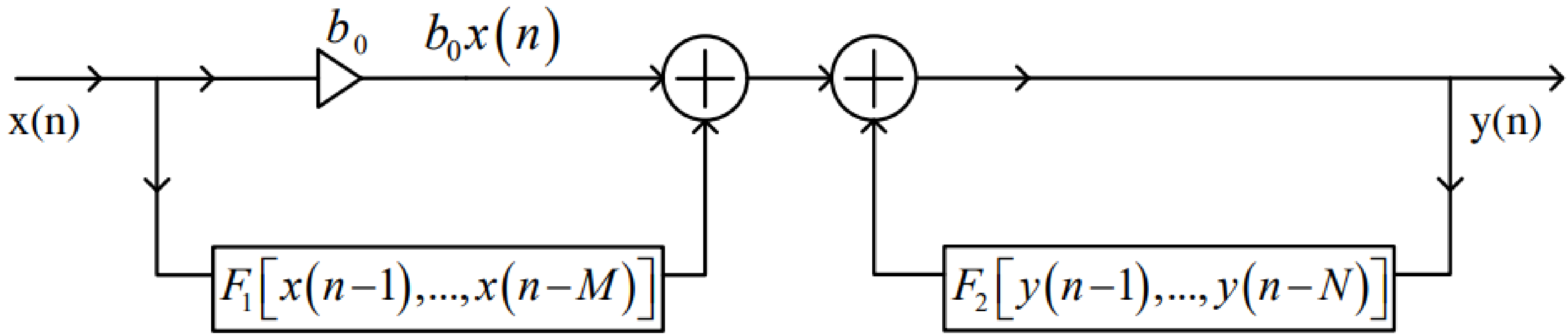
$$y(n)=\sum_{r=0}^{M} b_r x(n-r) = b_0 x(n) + \sum_{r=1}^{M} b_r x(n-r)$$



$$\sum_{r=1}^{M} b_r x(n-r) = F_1\left[x(n-1),\dots,x(n-M)\right]$$

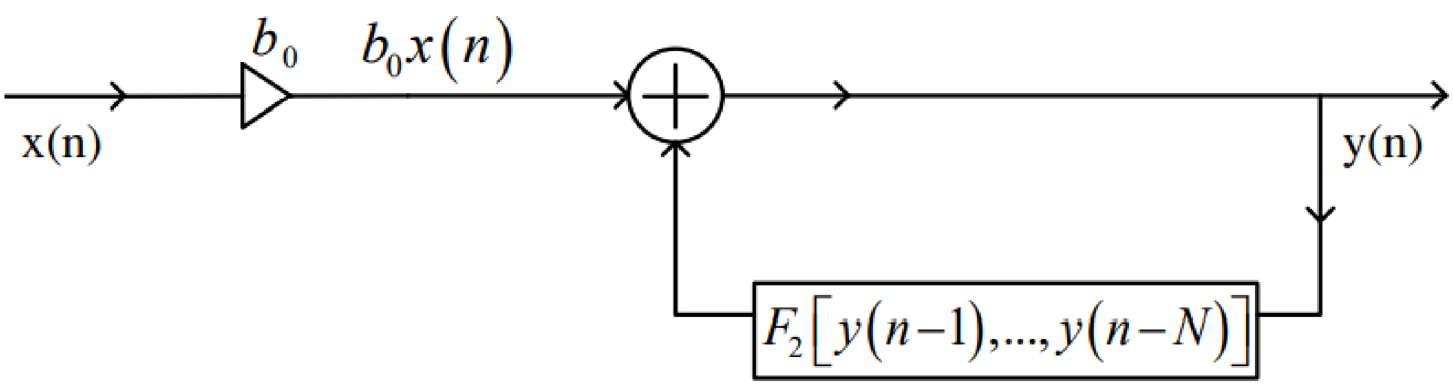
Hệ thống đệ qui:

$$y(n) = b_0 x(n) + \sum_{r=1}^{M} b_r x(n-r) + \sum_{k=1}^{N} (-a_k) y(n-k)$$

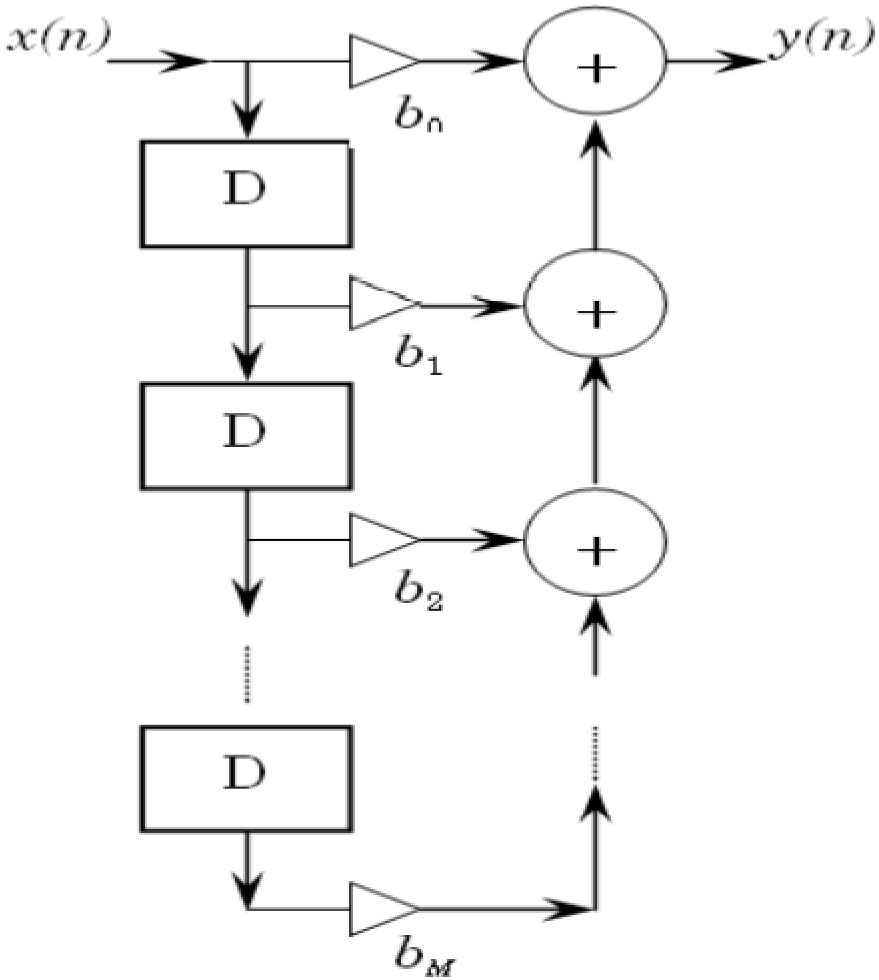


$$\sum_{r=1}^{M} b_r x(n-r) = F_1[x(n-1),...,x(n-M)] \qquad \sum_{k=1}^{N} (-a_k) y(n-k) = F_2[y(n-1),...,y(n-N)]$$

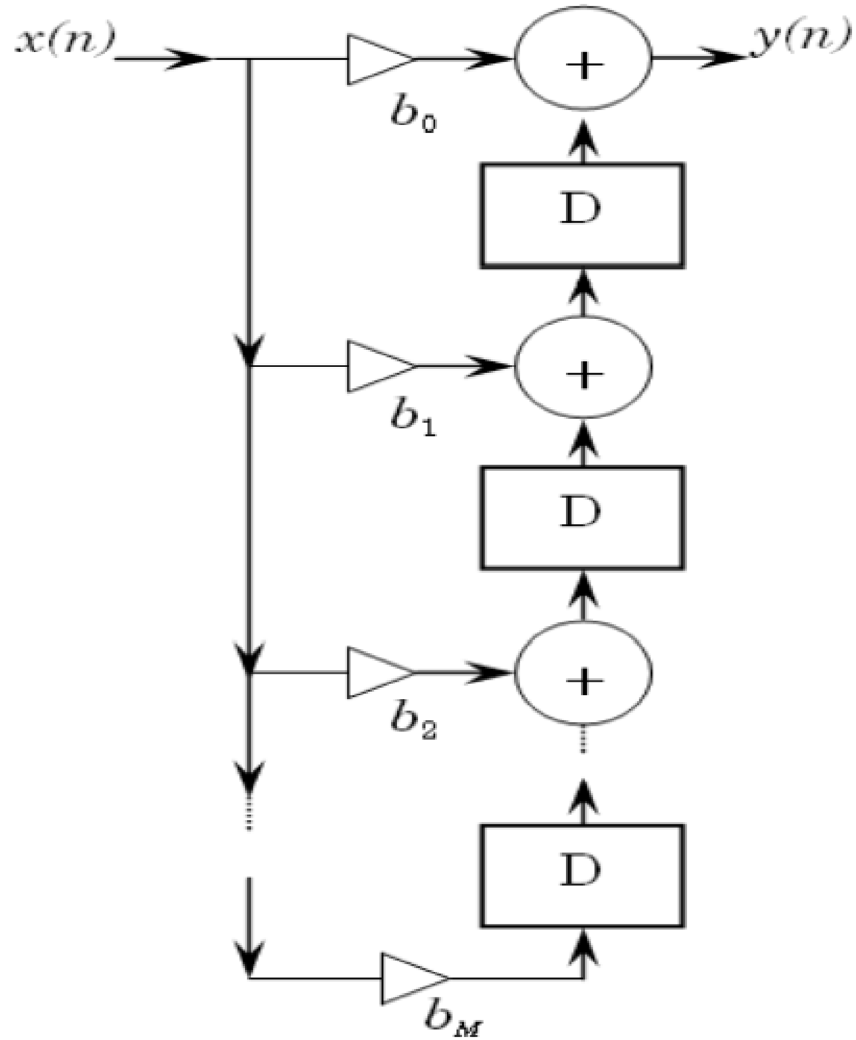
Hệ thống đệ qui thuần túy: $y(n) = b_0 x(n) + \sum_{k=1}^{N} (-a_k) y(n-k)$



Hệ thống không đệ quy

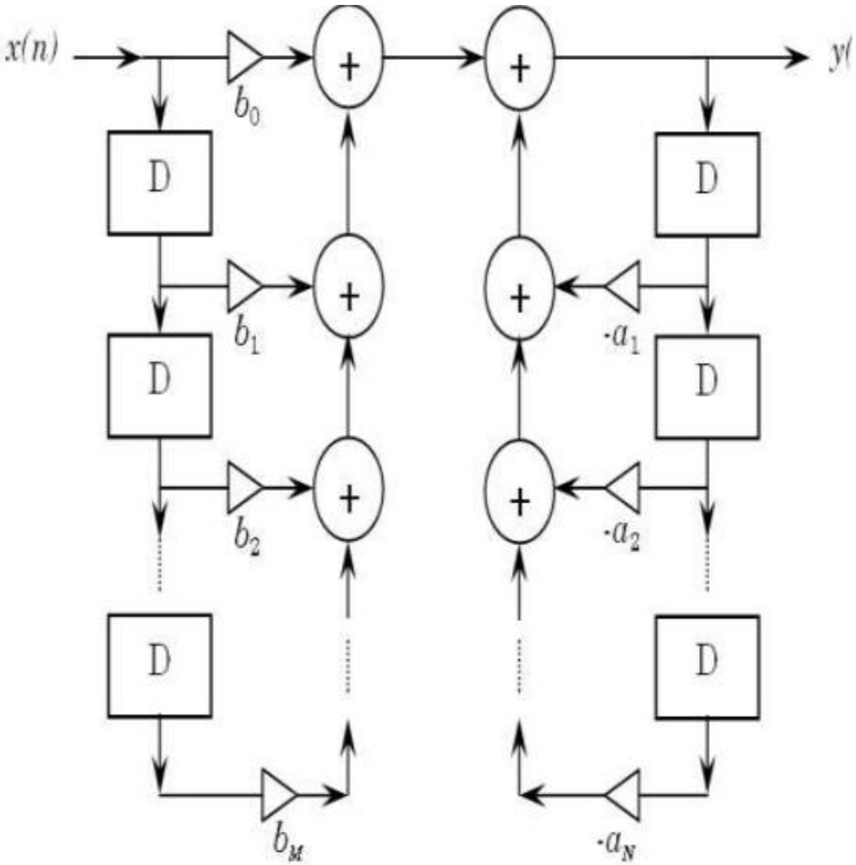


Dạng chuẩn tắc

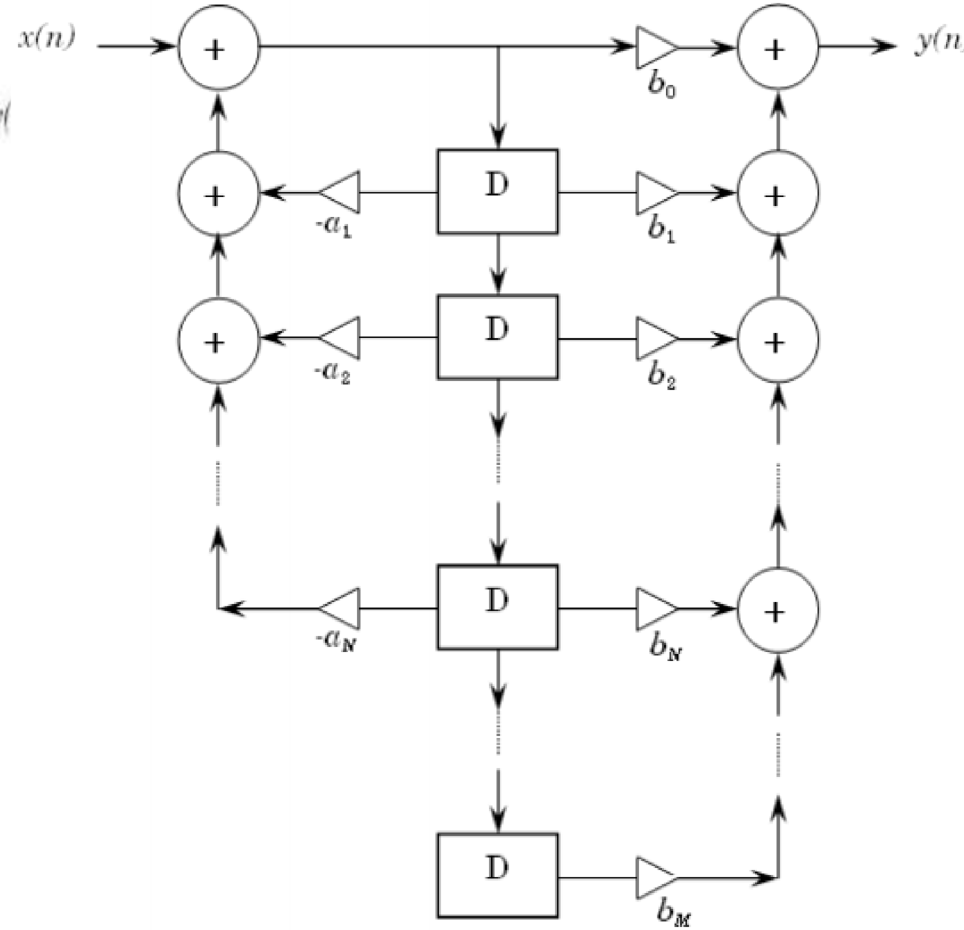


Dạng chuyển vị

Hệ thống đệ quy



dạng chuẩn tắc I



Dạng chuyển vị