

Trần Văn Anh - B200CCN075

Câu 1: $H(s) = \frac{2s+9}{s^2+9s+20}$

a) $f_s = 1 \text{ Hz} \Rightarrow T = 1 \text{ (s)}$

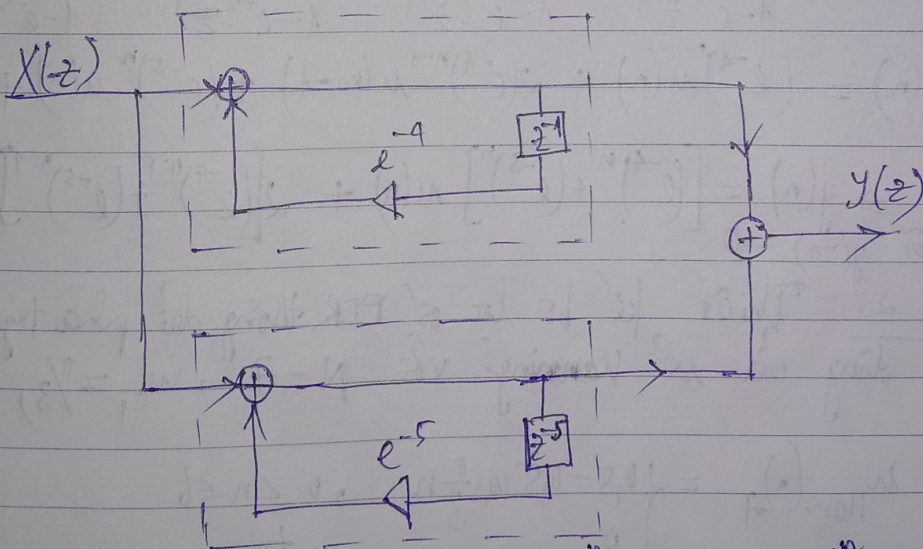
$$H(s) = \frac{2s+9}{s^2+9s+20} = \frac{(s+4) + (s+5)}{(s+4)(s+5)} = \frac{1}{s+4} + \frac{1}{s+5}$$

\Rightarrow 2 điểm cực $s_{p1} = -4$, $s_{p2} = -5$

Hàm truyền của bộ lọc số:

$$H(z) = \frac{1}{1-e^{-4}z^{-1}} + \frac{1}{1-e^{-5}z^{-1}}$$

b) Sơ đồ cấu trúc:



Đáp ứng xung $h(n) = (e^{-4})^n u(n) + (e^{-5})^n u(n)$

Xét tính ổn định của bộ lọc

$$H(z) = \frac{1}{1-e^{-4}z^{-1}} + \frac{1}{1-e^{-5}z^{-1}} = \frac{z}{z-e^{-4}} + \frac{z}{z-e^{-5}}$$

Bộ lọc có 2 điểm cực $z_{p1} = e^{-4}$, $|z_{p1}| < 1$

\Rightarrow Bộ lọc ổn định $z_{p2} = e^{-5}$, $|z_{p2}| < 1$

c) $x(n] = 2^n \text{rect}_2(n)$, $y(n) = 0 \forall n < 0$

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) z^{-n} = x(0) z^0 + x(1) z^{-1} \\ = 1 + 2z^{-1}$$

$$Y(z) = X(z) \cdot H(z) \\ = (1 + 2z^{-1}) \left(\frac{1}{1 - e^{-4} z^{-1}} + \frac{1}{1 - e^{-5} z^{-1}} \right)$$

$$= \frac{1}{1 - e^{-4} z^{-1}} + \frac{2z^{-1}}{1 - e^{-4} z^{-1}} + \frac{1}{1 - e^{-5} z^{-1}} + \frac{2z^{-1}}{1 - e^{-5} z^{-1}}$$

$$\Rightarrow y(n) = (e^{-4})^n u(n) + 2(e^{-4})^{n-1} u(n-1) + (e^{-5})^n u(n) + 2(e^{-5})^{n-1} u(n-1)$$

$$y(n) = \mathcal{I}^{-1}[Y(z)]$$

$$\Rightarrow y(n) = [(e^{-4})^n + (e^{-5})^n] u(n) + 2[(e^{-4})^{n-1} + (e^{-5})^{n-1}] u(n-1)$$

thỏa mãn $y(-1) = 0$

Câu 2: Thiết kế bộ lọc số FIR thông dải pha tuyến tính, dùng của số Hamming với $N=7$, $\omega_c = \pi/3$, $\omega_s = \pi/2$

$$w_{\text{Ham}}(n)_7 = \begin{cases} 0,5 - 0,5 \cos \frac{\pi}{3} n & , 0 \leq n \leq 6 \\ 0 & , n \neq \end{cases}$$

$$\Rightarrow w_{\text{Ham}}(n)_7 = \{0, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 1, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, 0\}$$

* Đáp ứng xung $h(n)$ của bộ lọc thông dải lý tưởng pha 0

$$h(n) = \frac{w_c}{\pi} \cdot \frac{\sin w_c n}{w_c n} - \frac{w_{c1}}{\pi} \cdot \frac{\sin w_{c1} n}{w_{c1} n} \quad (\text{tâm đối xứng } n=0)$$

$$\text{Pha tuyến tính } \theta(\omega) = -\frac{N-1}{2} \omega = -3\omega$$

$$\Rightarrow h(n) = \frac{w_c}{\pi} \cdot \frac{\sin w_c (n-3)}{w_c (n-3)} - \frac{w_{c1}}{\pi} \cdot \frac{\sin w_{c1} (n-3)}{w_{c1} (n-3)}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{2} (n-3)}{\frac{\pi}{2} (n-3)} - \frac{1}{3} \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{3} (n-3)}{\frac{\pi}{3} (n-3)}$$

$$h(0) = h(7-1-0) = h(6) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin(-3\pi/2)}{-3\pi/2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{\sin(-\pi)}{-\pi} = -\frac{1}{3}\pi$$

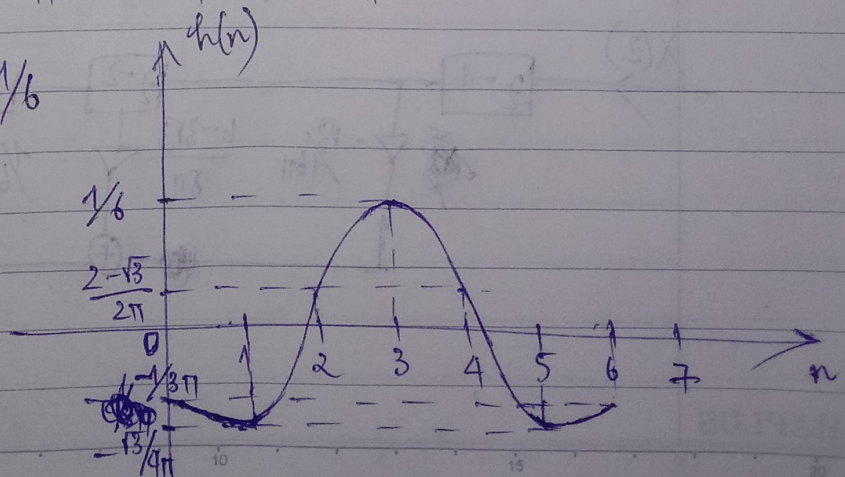
$$h(1) = h(7-1-1) = h(5) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin(-\pi)}{-\pi} - \frac{1}{3} \cdot \frac{\sin(-2\pi/3)}{-2\pi/3}$$

$$= 0 - \frac{1}{3} \cdot \frac{-\sqrt{3}/2}{-2\pi/3} = -\frac{\sqrt{3}}{4\pi}$$

$$h(2) = h(4) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin(-\pi/2)}{-\pi/2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{\sin(-\pi/3)}{-\pi/3}$$

$$= \frac{1}{\pi} - \frac{\sqrt{3}}{2\pi} = \frac{2-\sqrt{3}}{2\pi}$$

$$h(3) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$



* Hàm truyền đạt

$$h_d(n) = h(n) \cdot w_{Ham}(n)$$

$$h_d(0) = h_d(6) = 0$$

$$h_d(1) = h_d(5) = -\frac{\sqrt{3}}{4\pi} \cdot \frac{1}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{16\pi}$$

$$h_d(2) = h_d(4) = \frac{2-\sqrt{3}}{2\pi} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6-3\sqrt{3}}{8\pi}$$

$$h_d(3) = \frac{1}{6} \cdot 1 = \frac{1}{6}$$

Hàm truyền đạt của bộ lọc: $H_d(z) = \sum_{n=0}^6 h_d(n) z^{-n}$

$$H_d(z) = -\frac{\sqrt{3}}{16\pi} (z^{-1} + z^{-5}) + \frac{6-3\sqrt{3}}{8\pi} (z^{-2} + z^{-4}) + \frac{1}{6} \cdot z^{-3}$$

* Phương trình sai phân

$$y(n) = -\frac{\sqrt{3}}{16\pi} [x(n-1) + x(n-5)] + \frac{6-3\sqrt{3}}{8\pi} [x(n-2) + x(n-4)] + \frac{1}{6} \cdot x(n-3)$$

\Rightarrow Hệ thống không đệ quy, FIR ổn định

