x_1 4   0   -1   3   4   № 17

x_2 2   -3   -2   1   2

x_3 3   2   2   1   -3 $\bar{X} = (2, 0, 1)$

1) $X = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & 2 \\ -1 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ центрируем данные $\longrightarrow$ $X_c = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -2 & -3 & 1 \\ -3 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -4 \end{pmatrix}$

$X_c^T = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -3 & 1 & 2 \\ 2 & -3 & -2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & -4 \end{pmatrix}$

2) Найдем C:

$C = X_c^T \cdot X_c = \begin{pmatrix} 22 & 21 & -9 \\ 21 & 22 & -9 \\ -9 & -9 & 22 \end{pmatrix}$

3) Найдем собственные числа и собственные векторы матрицы C.

$\det(C - \lambda I) = \begin{vmatrix} 22-\lambda & 21 & -9 \\ 21 & 22-\lambda & -9 \\ -9 & -9 & 22-\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^3 + 66\lambda^2 - 849\lambda + 784 =$
$= -(\lambda-1)(\lambda^2 - 65\lambda + 784) =$
$= -(\lambda-1)(\lambda-16)(\lambda-49) = 0$

$\lambda_1 = 1; \ \theta_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \ \lambda_2 = 16, \ \theta_2 = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/3 \\ 1 \end{pmatrix}; \ \lambda_3 = 49, \ \theta_3 = \begin{pmatrix} -3/2 \\ -3/2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\theta_1, \theta_2, \theta_3$ - главные компоненты

$\frac{1}{N-1}\lambda_1 = \frac{1}{4} = 0{,}25; \ \frac{1}{N-1}\lambda_2 = \frac{16}{4} = 4; \ \frac{1}{N-1}\lambda_3 = \frac{49}{4} = 12{,}25$ - дисперсии по главным компонентам

$\frac{\lambda_1}{\sum\limits_{i=1}^{3}\lambda_i} = 0{,}015; \ \frac{\lambda_2}{\sum\limits_{i=1}^{3}\lambda_i} = 0{,}242; \ \frac{\lambda_3}{\sum\limits_{i=1}^{3}\lambda_i} = 0{,}742$ - доли объясненной дисперсии