

# NumPy 线性代数

NumPy 提供了线性代数函数库 **linalg**，该库包含了线性代数所需的所有功能，可以看看下面的说明：

函数	描述
dot	两个数组的点积，即元素对应相乘。
vdot	两个向量的点积
inner	两个数组的内积
matmul	两个数组的矩阵积
determinant	数组的行列式
solve	求解线性矩阵方程
inv	计算矩阵的乘法逆矩阵

## numpy.dot()

numpy.dot() 对于两个一维的数组，计算的是这两个数组对应下标元素的乘积和(数学上称之为内积)；对于二维数组，计算的是两个数组的矩阵乘积；对于多维数组，它的通用计算公式如下，即结果数组中的每个元素都是：数组a的最后一维上的所有元素与数组b的倒数第二位上的所有元素的乘积和：`dot(a, b)[i,j,k,m] = sum(a[i,j,:] * b[k,:,m])`。

```
numpy.dot(a, b, out=None)
```

### 参数说明：

- **a** : ndarray 数组
- **b** : ndarray 数组
- **out** : ndarray, 可选，用来保存dot()的计算结果

### 实例

```
import numpy.matlib
import numpy as np
a = np.array([[1,2],[3,4]])
b = np.array([[11,12],[13,14]])
print(np.dot(a,b))
```

输出结果为：

```
[[37 40]
 [85 92]]
```

计算式为：

```
[[1*11+2*13, 1*12+2*14],[3*11+4*13, 3*12+4*14]]
```

## numpy.vdot()

numpy.vdot() 函数是两个向量的点积。如果第一个参数是复数，那么它的共轭复数会用于计算。如果参数是多维数组，它会被展开。

### 实例

```
import numpy as np
a = np.array([[1,2],[3,4]])
b = np.array([[11,12],[13,14]])
# vdot 将数组展开计算内积
print (np.vdot(a,b))
```

输出结果为：

```
130
```

计算式为：

```
1*11 + 2*12 + 3*13 + 4*14 = 130
```

## numpy.inner()

numpy.inner() 函数返回一维数组的向量内积。对于更高的维度，它返回最后一个轴上的和的乘积。

### 实例

```
import numpy as np
print (np.inner(np.array([1,2,3]),np.array([0,1,0])))
# 等价于 1*0+2*1+3*0
```

输出结果为：

```
2
```

### 多维数组实例

```
import numpy as np
a = np.array([[1,2], [3,4]])
print ('数组 a: ')
print (a)
```

```
b = np.array([[11, 12], [13, 14]])
print ('数组 b: ')
print (b)
print ('内积: ')
print (np.inner(a,b))
```

输出结果为：

```
数组 a:
[[1 2]
 [3 4]]
数组 b:
[[11 12]
 [13 14]]
内积:
[[35 41]
 [81 95]]
数组 a:
[[1 2]
 [3 4]]
数组 b:
[[11 12]
 [13 14]]
内积:
[[35 41]
 [81 95]]
```

内积计算式为：

```
1*11+2*12, 1*13+2*14
3*11+4*12, 3*13+4*14
```

## numpy.matmul

numpy.matmul 函数返回两个数组的矩阵乘积。虽然它返回二维数组的正常乘积，但如果任一参数的维数大于2，则将其视为存在于最后两个索引的矩阵的栈，并进行相应广播。

另一方面，如果任一参数是一维数组，则通过在其维度上附加 1 来将其提升为矩阵，并在乘法之后被去除。

对于二维数组，它就是矩阵乘法：

### 实例

```
import numpy.matlib
import numpy as np
a = [[1,0],[0,1]]
b = [[4,1],[2,2]]
print (np.matmul(a,b))
```

输出结果为：

```
[[4  1]
 [2  2]]
```

二维和一维运算：

### 实例

```
import numpy.matlib
import numpy as np
a = [[1,0],[0,1]]
b = [1,2]
print (np.matmul(a,b))
print (np.matmul(b,a))
```

输出结果为：

```
[1  2]
[1  2]
```

维度大于二的数组：

### 实例

```
import numpy.matlib
import numpy as np
a = np.arange(8).reshape(2,2,2)
b = np.arange(4).reshape(2,2)
print (np.matmul(a,b))
```

输出结果为：

```
[[[ 2  3]
 [ 6 11]]

 [[10 19]
 [14 27]]]
```

## numpy.linalg.det()

numpy.linalg.det() 函数计算输入矩阵的行列式。

行列式在线性代数中是非常有用的值。它从方阵的对角元素计算。对于  $2 \times 2$  矩阵，它是左上和右下元素的乘积与其他两个的乘积的差。

换句话说，对于矩阵  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，行列式计算为  $ad-bc$ 。较大的方阵被认为是  $2 \times 2$  矩阵的组合。

### 实例

```
import numpy as np
a = np.array([[1,2], [3,4]])
print (np.linalg.det(a))
```

输出结果为：

```
-2.0
```

### 实例

```
import numpy as np
b = np.array([[6,1,1], [4, -2, 5], [2,8,7]])
print (b)
print (np.linalg.det(b))
print (6*(-2*7 - 5*8) - 1*(4*7 - 5*2) + 1*(4*8 - -2*2))
```

输出结果为：

```
[[ 6  1  1]
 [ 4 -2  5]
 [ 2  8  7]]
-306.0
-306
```

### numpy.linalg.solve()

numpy.linalg.solve() 函数给出了矩阵形式的线性方程的解。

考虑以下线性方程：

$$x + y + z = 6$$

$$2y + 5z = -4$$

$$2x + 5y - z = 27$$

可以使用矩阵表示为：

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 2 & 5 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -4 \\ 27 \end{bmatrix}$$

如果矩阵成为A、X和B，方程变为：

$$AX = B$$

或

$$X = A^{-1}B$$

## numpy.linalg.inv()

numpy.linalg.inv() 函数计算矩阵的乘法逆矩阵。

**逆矩阵 ( inverse matrix )**：设A是数域上的一个n阶矩阵，若在相同数域上存在另一个n阶矩阵B，使得： $AB=BA=E$ ，则我们称B是A的逆矩阵，而A则被称为可逆矩阵。注：E为单位矩阵。

### 实例

```
import numpy as np
x = np.array([[1,2],[3,4]])
y = np.linalg.inv(x)
print (x)
print (y)
print (np.dot(x,y))
```

输出结果为：

```
[[1 2]
 [3 4]]
[[-2.  1. ]
 [ 1.5 -0.5]]
[[1.0000000e+00 0.0000000e+00]
 [8.8817842e-16 1.0000000e+00]]
```

现在创建一个矩阵A的逆矩阵:

### 实例

```
import numpy as np
a = np.array([[1,1,1],[0,2,5],[2,5,-1]])
print ('数组 a: ')
print (a)
ainv = np.linalg.inv(a)
print ('a 的逆: ')
print (ainv)
print ('矩阵 b: ')
b = np.array([[6],[-4],[27]])
print (b)
print ('计算: A(-1)B: ')
x = np.linalg.solve(a,b)
print (x)
# 这就是线性方向 x = 5, y = 3, z = -2 的解
```

输出结果为：

```
数组 a:
[[ 1  1  1]
 [ 0  2  5]
 [ 2  5 -1]]
a 的逆:
[[ 1.28571429 -0.28571429 -0.14285714]
```

```
[ -0.47619048  0.14285714  0.23809524]
[ 0.19047619  0.14285714 -0.0952381  ]]
```

矩阵 b:

```
[[ 6]
 [-4]
 [27]]
```

计算:  $A^{-1}B$ :

```
[[ 5.]
 [ 3.]
 [-2.]]
```

结果也可以使用以下函数获取：

```
x = np.dot(ainv,b)
```

[← NumPy 矩阵库\(Matrix\)](#)

NumPy IO [→](#)

[✎ 点我分享笔记](#)