

BÀI 13

PHÉP BIẾN ĐỔI Z 1 PHÍA

Khoa Kỹ thuật máy tính

□ Nội dung bài học

1. Định nghĩa biến đổi Z một phía
2. Ứng dụng biến đổi Z một phía giải phương trình sai phân.

❏ Mục tiêu bài học

Sau khi học xong bài này, các em sẽ nắm được những vấn đề sau:

- Phương pháp ứng dụng biến đổi Z một phía để giải phương trình sai phân.
- Phân tích các thành phần trong đáp ứng của hệ thống rời rạc

1. Biến đổi Z một phía

$$X^+(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n}$$

- Nhận xét :
 - Biến đổi Z một phía không chứa thông tin về tín hiệu $x(n)$ ở các thời điểm $n < 0$
 - Biến đổi Z một phía chỉ xác định duy nhất với tín hiệu nhân quả ($x(n) = 0$, khi $n < 0$)
- Ví dụ :

$$x_1(n) = \{1, 2, 5, 7, 0, 1\}$$

↑

$$\xleftrightarrow{z^+} X_1^+ = 1 + 2z^{-1} + 5z^{-2} + 7z^{-3} + z^{-5}$$

Ví dụ

$$x_2(n) = \{1, 2, \underset{\uparrow}{5}, 7, 0, 1\} \xleftrightarrow{z^+} X_2^+(z) = 5 + 7z^{-1} + z^{-3}$$

$$x_3(n) = \{2, 4, \underset{\uparrow}{5}, 7, 0, 1\} \xleftrightarrow{z^+} X_3^+(z) = 5 + 7z^{-1} + z^{-3}$$



Với một tín hiệu không nhân quả, biến đổi Z một phía không tương ứng duy nhất. Ví dụ:
 $X_2^+(z) = X_3^+(z)$ nhưng $x_2(n) \neq x_3(n)$

2. Các tính chất của biến đổi Z một phía

- Hầu như tất cả các tính chất đã nghiên cứu cho biến đổi Z hai phía đều có thể áp dụng với biến đổi Z một phía: ngoại trừ tính chất **dịch** (trễ).

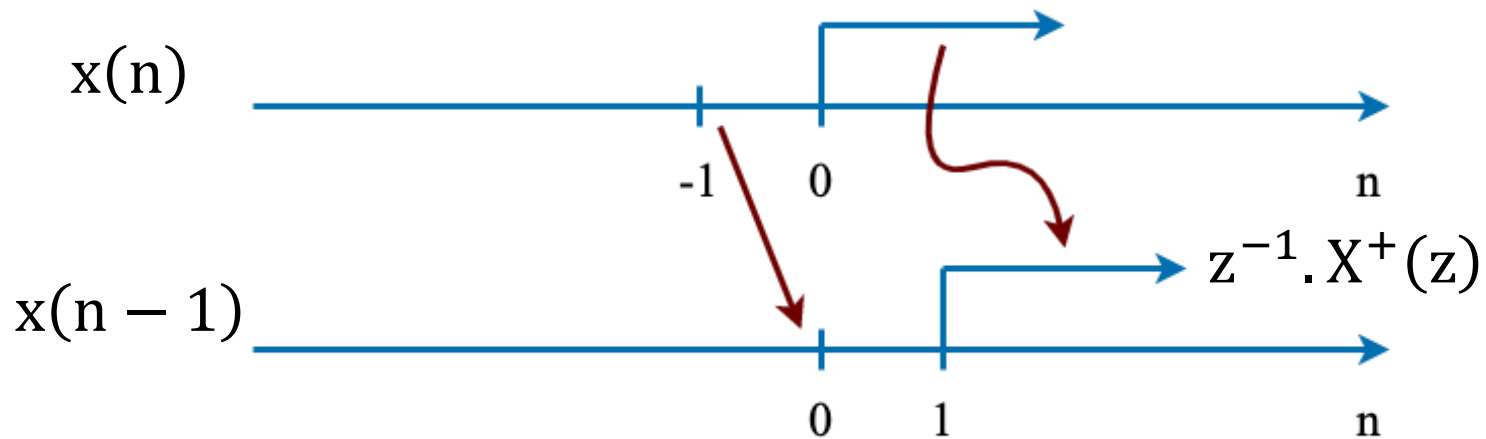
$$x(n) \xleftrightarrow{z^+} X^+(z) \quad k > 0$$

$$x(n - k) \xleftrightarrow{z^+} z^{-k} \left[X^+(z) + \sum_{n=1}^k x(-n)z^n \right]$$

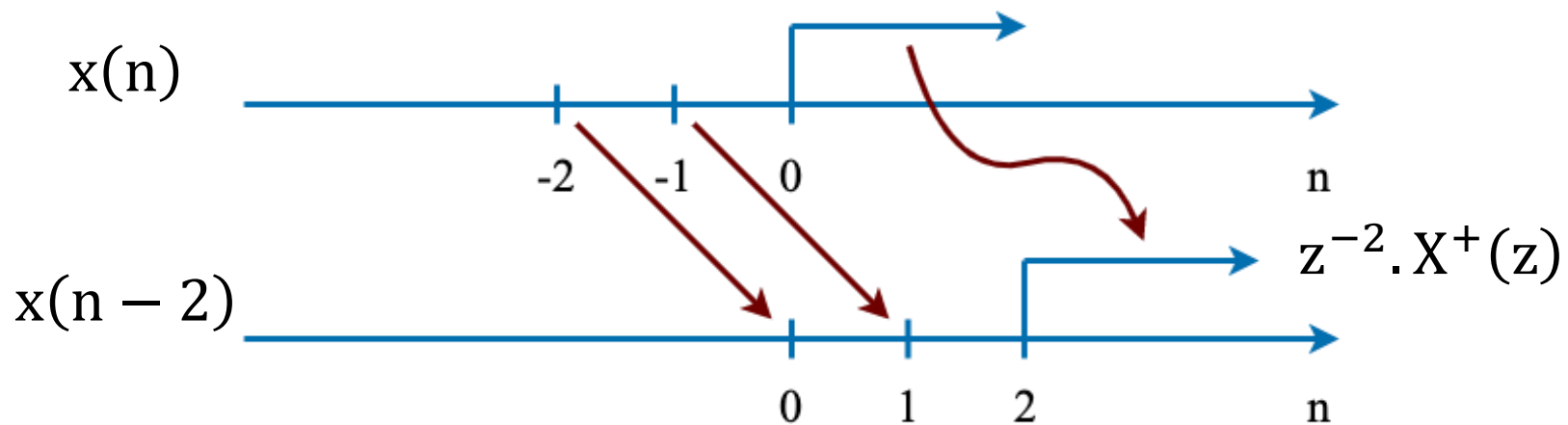
$$= [x(-k) + x(-k + 1)z^{-1} + \dots + x(-1)z^{-k+1}] + z^{-k}X^+(z) \quad k > 0$$

Tính chất trễ

$$x(n-1) \xrightarrow{ZT^+} z^{-1} \cdot X^+(z) + x(-1)$$



$$x(n-2) \xrightarrow{ZT^+} z^{-2} \cdot X^+(z) + x(-2) + x(-1) \cdot z^{-1}$$



Ví dụ


- Tìm biến đổi Z một phía của tín hiệu:

a. $x(n) = a^n u(n)$

b. $x_1(n) = x(n - 2)$ với $x(n) = a^n$

$$x(n) = a^n u(n) \quad \rightarrow \quad X^+(z) = \frac{1}{1 - az^{-1}}$$

$$\begin{aligned} x_1(n) = x(n - 2) &\rightarrow z^{-2}[X^+(z) + x(-1)z + x(-2)z^2]. \\ &= z^{-2}X^+(z) + x(-1)z^{-1} + x(-2) \end{aligned}$$


$$X_1^+(z) = \frac{z^{-2}}{1 - az^{-1}} + a^{-1}z^{-1} + a^{-2}$$

3. Giải phương trình sai phân

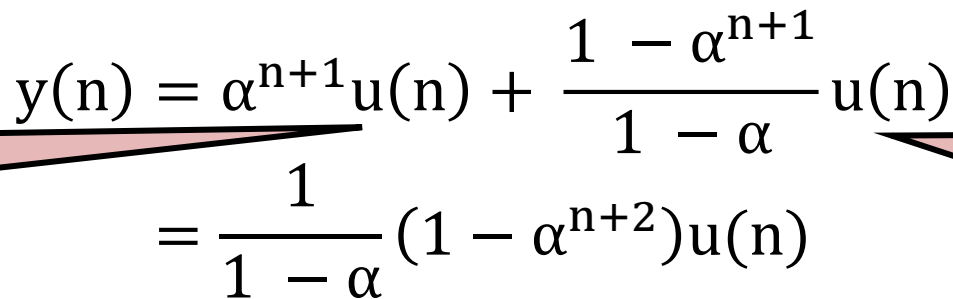
- Xác định đáp ứng của hệ thống sau với tác động $u(n)$:

$$y(n) = a.y(n-1) + x(n); -1 < a < 1$$

- Điều kiện đầu: $y(-1) = 1$
- Giải. Lấy biến đổi Z một phía:

$$Y^+(z) = \alpha[z^{-1}Y^+(z) + y(-1)] + X^+(z)$$

$$Y^+(z) = \frac{\alpha}{1 - \alpha z^{-1}} + \frac{1}{(1 - \alpha z^{-1})(1 - z^{-1})}$$


$$\begin{aligned} y(n) &= \alpha^{n+1}u(n) + \frac{1 - \alpha^{n+1}}{1 - \alpha}u(n) \\ &= \frac{1}{1 - \alpha}(1 - \alpha^{n+2})u(n) \end{aligned}$$

**Đáp ứng đầu vào
không (Zero Input
Response)**

**Đáp ứng trạng thái
không (Zero State
Response)**

4. Tổng kết

- Biến đổi Z một phía là biến đổi Z chỉ xét đến phần nhân quả của tín hiệu.
- Biến đổi Z một phía được ứng dụng để giải phương trình sai phân biểu diễn cho hệ thống.
- Đáp ứng của hệ thống gồm hai thành phần: đáp ứng đầu vào không và đáp ứng trạng thái không

Bài tập về nhà

- Bài tập 1

- Ứng dụng biến đổi Z một phía để giải PT_SP:

$$y(n) - \frac{1}{2}y(n-1) = x(n) - \frac{1}{2}x(n-1)$$

biết $x(n) = \delta(n)$, $y(-1) = 0$.

Bài tập 2

- Một hệ thống nhân quả biểu diễn bằng phương trình sai phân sau:

$$y(n) = 0.5y(n - 1) + x(n) + 2x(n-1) ; -1 < a < 1$$

- Điều kiện đầu: $y(-1) = 1$
- Xác định đáp ứng của hệ thống với tác động $u(n)$.
- Xác định đáp ứng trạng thái không và đáp ứng đầu vào không của hệ thống.

Bài học tiếp theo. BÀI 14

PHÂN TÍCH PHỔ CỦA TÍN HIỆU LIÊN TỤC

Tài liệu tham khảo:

- **Nguyễn Quốc Trung (2008), Xử lý tín hiệu và lọc số, Tập 1, Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, Chương 1 Tín hiệu và hệ thống rời rạc.**
- **J.G. Proakis, D.G. Manolakis (2007), Digital Signal Processing, Principles, Algorithms, and Applications, 4th Ed, Prentice Hall, Chapter 1 Introduction.**



TRƯỜNG CÔNG NGHỆ THÔNG
TIN VÀ TRUYỀN THÔNG

Chúc các bạn học tốt!