

目 录

2019 年下半年中小学教师资格考试.....	
2019 年上半年中小学教师资格考试.....	
2018 年下半年中小学教师资格考试.....	1
2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（一）	2
2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（二）	2
2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（三）	3
2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（四）	4
2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（五）	4
2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（六）	5
2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（七）	5
2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（八）	6
2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（九）	7
2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（十）	7
2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（十一）	8
2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（十二）	9

2019 年下半年中小学教师资格考试

数学学科知识与教学能力试题（初级中学）

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 在利用导数定义证明 $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ 的过程中用到的极限是（ ）.

A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

B. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x + \frac{1}{x}\right)^x = e$

C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[x]{x} = 1$

D. $\lim_{x \rightarrow \infty} q^x = 0, 0 < q < 1$

2. 设 M, X, Y 为 n 阶方阵，则下列命题一定正确的是（ ）.

A. $XY = YX$

B. $M(X+Y) = MX + MY$

C. 若 $XY = 0$ 且 $X \neq 0$ ，则 $Y = 0$

D. 若 $MX = MY$ 且 $M \neq 0$ ，则 $X = Y$

3. 下列定积分计算结果正确的是（ ）.

A. $\int_{-1}^1 (x^2 + x^3) dx = 0$

B. $\int_{-1}^1 \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx = 0$

C. $\int_{-1}^1 \ln(x+2) dx = 0$

D. $\int_{-1}^1 \frac{e^x - e^{-x}}{2} dx = 0$

4. 将椭圆 $\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a > b > 0 \\ z = 0 \end{cases}$ 绕长轴旋转一周，所得旋转曲面的方程为（ ）.

A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$

B. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{a^2} = 1$

C. $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$

D. $x^2 + y^2 + z^2 = b^2$

5. 设 α_1, α_2 和 β_1, β_2 是方程组 $AX=0$ 的两个不同的基础解系，则下列结论正确的（ ）.

A. 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ 的秩小于向量组 β_1, β_2 的秩

B. 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ 的秩大于向量组 β_1, β_2 的秩

C. 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ 的秩等于向量组 β_1, β_2 的秩

D. 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ 的秩与向量组 β_1, β_2 的秩无关

6. 三个非零向量共面, 则下列结论不一定成立的是 ().

A. $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = 0$

B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$

C. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 线性相关

D. $(\vec{a} \times \vec{c}) \cdot \vec{b} = 0$

7. 在平面直角坐标系中, 将一个多边形依次沿两个坐标轴方向分别平移 2 个单位和 3 个单位后, 得到的图形与原来的图形的关系不一定正确的是 ().

A. 全等

B. 平移

C. 相似

D. 对称

8. 学生是数学学习的主体是数学教学的重要理念, 下列关于教师角色的概述不正确的是 ().

A. 组织者

B. 引导者

C. 合作者

D. 指挥者

二、简答题 (本大题共 5 小题, 每小题 7 分, 共 35 分)

9. 设 $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$, $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$, 变换 $Y = AX + B$, 其中变换矩阵 $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$.

(1) 写出椭圆 $\frac{x_1^2}{4} + \frac{x_2^2}{9} = 1$ 在该变换下 $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$ 满足的曲线方程; (5 分)

(2) 在该变换下, 哪些性质不变, 哪些性质发生了变化了 (例如距离、斜率等)? (2 分)

10. 利用一元函数积分计算下列问题:

(1) 求曲线 $y = \sin x$ 与 $y = x^2 - \pi x$ 所围平面图形面积; (4 分)

(2) 求曲线段 $y = \sin x$, $x \in [0, \pi]$ 绕 x 轴旋转一周所围成的几何体体积. (3 分)

11. 一个袋子里有 8 个黑球, 8 个白球, 随机不放回地连续取球五次. 每次取出 1 个球, 求最多取到 3 个白球的概率.

12. 简述研究中学几何问题的三种主要方法.

13. 简述数学教学活动中调动学生学习积极性的原则.

三、解答题（本大题共 1 小题，共 10 分）

14. 对于问题：“已知函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上可导，且 $f(0)=0$ ，对于任何 $x \in [0,1]$ ，有 $|f'(x)| \leq |f(x)|$ ，求证 $f(x)=0$ ， $x \in [0,1]$ 。”有人是这样做的：

$$|f(x) - f(0)| = |f'(\xi_1)| (x - 0) \quad (0 < \xi_1 < 1) \quad ①$$

$$|f'(\xi_1)| x \leq |f(\xi_1)| x \quad ②$$

$$|f(\xi_1) - f(0)| x = |f'(\xi_2)| \xi_1 x \leq |f(\xi_2)| \xi_1 x \leq |f(\xi_2)| x^2 \quad (0 < \xi_2 < \xi_1 < x) \quad ③$$

$$|f(\xi_2) - f(0)| x^2 = |f'(\xi_3)| \xi_2 x^2 \leq |f(\xi_3)| \xi_2 x^2 \leq |f(\xi_3)| x^3 \quad (0 < \xi_3 < \xi_2 < \xi_1 < x) \quad ④$$

请你解答下列问题：

- （1）写出步骤①的证明依据；（1 分）；
- （2）写出步骤②的证明依据；（1 分）；
- （3）指出步骤③与步骤①的关系；（1 分）；
- （4）完成步骤④以后的证明。（7 分）。

四、论述题（本大题共 1 小题，共 15 分）

15. 学生的数学学习应当是一个生动活泼，积极主动和富有个性的过程，认真听讲，积极思考，动手实践，自主探索，合作交流等都是学习数学的主要方式，请谈谈教师如何在教学中帮助学生养成良好的数学学习习惯。

五、案例分析题（本大题共 1 小题，共 20 分）

16. 案例：下面是某个学生的作业：

解方程： $\frac{1-x}{x-2} = \frac{1}{2-x} + 3$

①移项得： $\frac{1-x}{x-2} - \frac{1}{2-x} = 3$ ，②通分得： $\frac{1-x+1}{x-2} = 3$ ，③化简得： $-1=3$ ，④矛盾。

原方程是不是无解啊。

问题：

- （1）指出该学生解此方程时出现的错误，并分析其原因；（7 分）
- （2）给出上述方程的一般解法，帮助学生解除疑惑；（7 分）
- （3）简述中学阶段解方程常用的数学思想方法。（6 分）

六、教学设计题（本大题共 1 小题，共 30 分）

17. 针对“角平分线的性质定理”的内容，请你完成下列任务：

- （1）叙述角平分线的性质定理；（5 分）
- （2）设计“角平分线的性质定理”教学过程（只要求写出新课导入、定理形成与证明过程），并说明设计意图；（20 分）
- （3）借助“角平分线的性质定理”，简述如何帮助学生积累认识几何图形的数学活动经验。（5 分）

2019 年上半年中小学教师资格考试

数学学科知识与教学能力试题（初级中学）

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每题 5 分，共 40 分）

1. 下列选项中，运算结果一定为无理数的是（ ）。

- A. 有理数与无理数的和
B. 有理数与有理数的差
C. 无理数与无理数的和
D. 无理数与无理数的差

2. 在空间直角坐标系中，由参数方程
$$\begin{cases} x = a \cos^2 t \\ y = a \sin^2 t, (0 \leq t \leq 2\pi) \\ z = a \sin 2t \end{cases}$$
 所确定曲线的一般

方程是（ ）。

- A. $\begin{cases} x + y = a \\ z^2 = 2xy \end{cases}$
B. $\begin{cases} x + y = a \\ z^2 = 4xy \end{cases}$
C. $\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ z^2 = 2xy \end{cases}$
D. $\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ z^2 = 4xy \end{cases}$

3. 已知空间直角坐标与球坐标的变换公式为

$$\begin{cases} x = \rho \cos \theta \cos \varphi \\ y = \rho \cos \theta \sin \varphi, (\rho \geq 0, -\pi \leq \varphi \leq \pi, -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}) \\ z = \rho \sin \theta \end{cases}$$

则在球坐标系 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 表示的图形是（ ）。

- A. 柱面
B. 圆面
C. 半平面
D. 半锥面

4. 设 A 为 n 阶方阵，B 是 A 经过若干次初等变换得到的矩阵，则下列结论正确的是（ ）。

- A. $|A| = |B|$
B. $|A| \neq |B|$
C. 若 $|A| = 0$ ，则一定有 $|B| = 0$
D. 若 $|A| > 0$ ，则一定有 $|B| > 0$

5. 已知 $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{(2n-1)!} (\pi x)^{2n-1}$, 则 $f(1) =$ ().

- A. -1 B. 0 C. 1 D. π

6. 若矩阵 $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ x & 4 \\ 3 & -3 & 5 \end{pmatrix}$ 有三个线性无关的特征向量, $\lambda = 2$ 是 A 的二重特征

根, 则 ().

- A. $x=-2, y=2$ B. $x=1, y=-1$ C. $x=2, y=-2$ D. $x=-1, y=1$

7. 下列描述为演绎推理的是 ().

- A. 从一般到特殊的推理 B. 从特殊到一般的推理
C. 通过实验验证结论的推理 D. 通过观察猜想得到结论的推理

8. 《义务教育数学课程标准 (2011 年)》从四个方面阐述课程目标, 这四个方面是 ().

- A. 知识技能, 数学思考, 问题解决, 情感态度
B. 基础知识, 基本技能, 问题解决, 情感态度
C. 基础知识, 基本技能, 数学思考, 情感态度
D. 知识技能, 问题解决, 数学创新, 情感态度

二、简答题 (本大题共 5 小题, 每题 7 分, 共 35 分).

9. 一次实践活动中, 某班甲、乙两小组各 20 名同学在综合实践基地脱玉米粒, 一天内每人完成脱粒数量数据如下:

甲组: 57, 59, 63, 63, 64, 71, 71, 71, 72, 75, 75, 78, 79, 82, 83, 83, 85, 86, 86, 89;

乙组: 50, 53, 57, 62, 62, 63, 65, 65, 67, 68, 69, 73, 76, 77, 78, 85, 85, 88, 94, 96.

- (1) 分别计算甲、乙两组脱粒数量 (千克) 中位数;
(2) 对比甲、乙两种数据, 给出 2 种信息, 并明确实际意义.

10. 试判断过点 $P_1(2,0,1), P_2(4,3,2), P_3(-2,1,1)$ 的平面 π 与平面

$\frac{1}{2}x + 2y - 7z + 3 = 0$ 的位置关系，并写出一个与平面 π 垂直的平面方程.

11. 已知方程 $x^5 + 5x^4 + 5x^3 - 5x^2 - 6x = 0$ 的两个实数解为 1 与 -2，试求该方程的全部实数解.

12. 用统计方法解决实际问题的过程主要包括哪些步骤?

13. 评价学生的数学学习应用采用多样化的方式,请列举四种不同类型的评价方式.

三、解答题(本大题 1 小题, 10 分)

14. 设 R^2 为二维欧氏平面, F 是 R^2 到 R^2 的映射, 如果存在一个实数 $\rho, (0 < \rho < 1)$, 使得对于任意的 $P, Q \in R^2$, 有 $d(F(P), F(Q)) \leq \rho d(P, Q)$ (其中 $d(P, Q)$ 表示 P, Q 两点之间的距离), 则称 F 是压缩映射,

设映射 $T: R^2 \rightarrow R^2$,

$$T((x, y)) = \left(\frac{1}{2}x, \frac{1}{3}y\right), \forall (x, y) \in R^2$$

(1) 证明：映射 T 是压缩映射；

(2) 设 $P_0 = P_0(x_0, y_0)$ 为 R^2 中任意一点，令 $P_n = T(P_{n-1}), (n = 1, 2, 3, \dots)$ ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$ 。

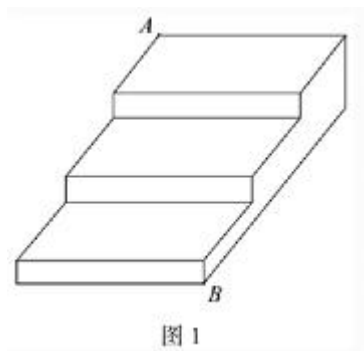
四、论述题（本大题 1 小题，15 分）

15. 函数是中学数学课程的主线，请结合实例谈谈如何利用函数的观点来认识中学数学课程中的方程、不等式、数列等内容。

五、案例分析题（本大题 1 小题，20 分）

16. 案例

甲、乙两位数学老师均选用如下素材组织了探究活动，如示意图 1 所示，这是一个三级台阶，它的每一级的长、宽和高分别为 50cm，25cm 和 15cm，A 和 B 是这个台阶的相对的端点，B 点上有一只蚂蚁想到 A 点去吃食物，请你想一想，这只蚂蚁从 B 点出发，沿着台阶面爬到 A 点，最短路线是什么？



两位教师的主要教学过程如下：

[甲教师]

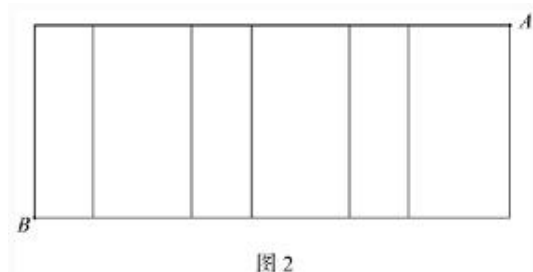
教师用大屏幕展示问题情境，组织小组讨论，学生开始读题，交流……，教师巡视过程中看到有的同学把台阶画出，与教学预设不符，立即制止了大家的讨论，指着题目说：“同学们请注意读题，是‘沿着台阶面’，你们把这张图画出来有什么用……继续思考”

在接下来的巡视过程中，教师又遇到了新的状况，有的同学画出展开图，却把尺寸弄错了，于是教师再次中止大家的思考……

[乙教师]

教师展示问题情境，将问题稍作分析后，立即出示了一张台阶横梯的纸片，边说边将纸片拉直（如示意图 2）：“老师做了个简单的教具，接下来大家继续探究下去。”

片刻，反应机敏的同学抢先说出了答案，教师稍作讲解，很快绝大多数同学似乎都理解了。



[甲、乙教师课后交流]

两位教师在教学中均采用了探究的方式，并在教学后进行了简单交流，甲教师说：“我觉得这道题难度适中，放手给学生探究应该问题不大，可是……真让我失望……”，乙教师很诧异的说：“啊？怎么会啊？我事先准备了教具，教学过程很顺畅啊！”

(1)《义务教育教学课程标准（2011版）》指出：“有效的数学教学活动是教师的教与学生学的统一”“教师应成为学生学习活动的组织者、引导者、合作者……”，请说明两位教师的教学是否符合这些要求？（5分）

(2)两位教师组织的探究活动各自存在什么问题？请简要说明并简述理由。（10分）

(3)组织数学探究活动，需要注意哪些事项？请简要说明。（5分）

六、教学设计题（本大题共1小题，30分）

17.《义务教育数学课程标准（2011版）》附录给出两个例子：

例1 计算 $15 \times 15, 25 \times 25, \dots, 95 \times 95$ ，并探索规律

例2 证明例1所发现的规律

很明显，例1计算得到的乘积是一个三位数或者四位数，其中后两位数都是25，而百位和千位上的数字存在这样的规律： $1 \times 2 = 2, 2 \times 3 = 6, 3 \times 4 = 12, \dots$ ，这是发现问题的过程，在发现问题基础上，需要尝试用语言与符合表达规律，实现“提出问题”，进一步实现“分析问题”和“解决问题”

请根据上述内容，完成下列任务：

(1)分别设计例1，例2的教学目标；（8分）

- (2) 设计“提出问题”的主要教学过程；(8 分)
- (3) 设计“分析问题”和“解决问题”的主要教学过程；(7 分)
- (4) 设计“推广例 1 所探索的规律”的主要教学过程。(7 分)

2018 年下半年中小学教师资格考试

数学学科知识与教学能力试题（初级中学）

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 与向量 $\alpha = (2, 3, 1)$ 垂直的平面是 ().

- A. $x - 2y + z = 3$ B. $2x + y + z = 3$
C. $2x + 3y + z = 3$ D. $x - y + z = 3$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{x \cos x}$ 的值是 ().

- A. 0 B. 1 C. 3 D. ∞

3. 函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上黎曼可积的必要条件是 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上 ().

- A. 可微 B. 连续
C. 不连续点个数有限 D. 有界

4. 定积分 $\int_{-a}^a b \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} dx$ ($a > 0, b > 0$) 的值是 ().

- A. πab B. $\frac{\pi ab}{2}$ C. $\frac{\pi ab}{3}$ D. $\frac{\pi ab}{4}$

5. 与 $\alpha = (1, 0, 1)$, $\beta = (1, 1, 0)$ 线性相关的向量是 ().

- A. $(3, 2, 1)$ B. $(1, 2, 1)$ C. $(1, 2, 0)$ D. $(3, 2, 2)$

6. 设 $f(x) = a \cos x + b \sin x$ 是 \mathbb{R} 到 \mathbb{R} 的函数,

$V = \{f(x) \mid f(x) = a \cos x + b \sin x, a, b \in \mathbb{R}\}$ 是线性空间, 则 V 的维数是 ().

- A. 1 B. 2 C. 3 D. ∞

7. 在下列描述课程目标的行为动词中, 要求最高的是 ().

- A. 理解 B. 了解 C. 掌握 D. 知道

8. 命题 p 的逆命题和命题 p 的否命题的关系是 ().

- A. 同真同假 B. 同真不同假 C. 同假不同真 D. 不确定

二、简答题（本大题共 5 小题，每小题 7 分，共 35 分）

9. 求过点 $(a, 0)$ 的直线方程, 使该直线与抛物线 $y = x^2 + 1$ 相切.

10. 设 $D = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$ 表示 $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ 在 D 作用下的像, 若 $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ 满足方程 $x^2 - y^2 = 1$, 求 $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$ 满足的方程.

11. 设 $f(x)$ 是 $[0, 1]$ 上的可导函数, 且 $f'(x)$ 有界, 证明: 存在 $M > 0$, 使得对于任意 $x_1, x_2 \in [0, 1]$, 有 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq M |x_1 - x_2|$.

12. 简述日常数学教学中对学生进行学习评价的目的.

13. 给出完全平方公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 的一种几何解释，并说明几何解释对学生数学学习的作用.

三、解答题（本大题共 1 小题，10 分）

14. 若随机变量 ξ 服从 $[0, 1]$ 上的均匀分布，即 $P\{\xi \in (-\infty, x)\} = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$ ，求 ξ 的

数学期望 $E\xi$ 和方差 $D\xi$ 。

四、论述题（本大题共 1 小题，15 分）

15. 论述数学教学中使用信息技术的作用，并阐述使用信息技术与其他教学手段的关系。

五、案例分析题（本大题共 1 小题，20 分）阅读案例，并回答问题

16. 如下是某教师教学“代入消元法解二元一次方程组”的主要环节：首先，教师引导学生复习二元一次方程组有关知识，然后呈现如下教材例题，让学生独立思考并解决。

例题：篮球联赛中，每场都要分出胜负，每队胜 1 场得 2 分，负 1 场得 1 分，某队 10 场比赛中得到 16 分，那么这个队胜负场数分别是多少？针对学生解答，教师给了如下板书。

解 1: 设胜 x 场, 则负 $(10-x)$ 场。
 $2x + (10-x) = 16$

解 2: 设胜 x 场, 则负 y 场。

$$\begin{cases} x+y=10 \\ 2x+y=16 \end{cases}$$

Diagram annotations: A horizontal arrow labeled $y=10-x$ points from the substitution method to the elimination method. A vertical arrow labeled $10-x=y$ points from the elimination method back to the substitution method.

最后，老师强调了两种解法的内在联系，并给出了代入消元法的基础步骤及数学思想。

问：（1）该老师教学设计的优点有哪些？（6 分）

（2）该老师教学设计的不足有哪些？（6 分）

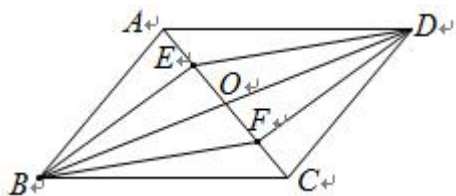
（3）代入消元法基本步骤及数学思想是什么？（8 分）

六、教学设计题（本大题共 1 小题，30 分）

17. 教学课题为平行四边形的判定定理：“对角线互相平分的四边形是平行四边形”，请你完成下列任务：

- （1）设计一个问题情境引入该定理，并说明设计意图。（10 分）
- （2）设计定理证明的教学片断，并说明设计意图。（10 分）
- （3）在教学中，为了巩固对该定理的理解，教师设计了如下例题：

如图，平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 交于点 O ，点 E 、 F 是 AC 上的两点，并且 $AE=CF$ ，求证：四边形 $BFDE$ 是平行四边形。



请设计此题的变式题，以进一步理解和巩固该定理。（10 分）

2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（一）

数学学科知识与教学能力试题（初级中学）

一、单项选择题（本大题共 8 个题，每题 5 分，共 40 分）

1. 设 $\int f(x)dx = x^2 + C$ ，则 $\int xf(1-x^2)dx$ 等于（ ）。

A. $\frac{1}{2}(1-x^2)^2 + C$

B. $-\frac{1}{2}(1-x^2)^2 + C$

C. $2(1-x^2)^2 + C$

D. $-2(1-x^2)^2 + C$

2. 过点 $(1, 1, 1)$ 且与两直线 $l_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$, $l_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{4}$ 都相交的直线的方程（ ）。

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{1}$

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{6} = \frac{z-1}{1}$

C. $\frac{x-1}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{4}$

3. 设 A, B 均为 n 阶方阵，则必有（ ）。

A. A 或 B 可逆，必有 AB 可逆

B. A 或 B 不可逆，必有 AB 不可逆

C. $A+B$ 可逆，必有 $A-B$ 可逆

D. $A+B$ 不可逆，必有 A, B 都可逆

4. 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 线性无关的充分必要条件是（ ）。

A. 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m, \beta$ 线性无关；

B. 存在一组不全为零的常数 k_1, k_2, \dots, k_m ，使得 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_m\alpha_m \neq 0$ ；

C. 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 的维数大于其个数；

D. 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 的任意一个部分向量组线性无关。

5. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$, 则 ().

- A. $f(x)$ 在 $x = 0$ 极限存在且连续
- B. $f(x)$ 在 $x = 0$ 的左右极限存在但不相等
- C. $f(x)$ 在 $x = 0$ 极限存在但不连续
- D. $f(x)$ 在 $x = 0$ 左右极限不存在

6. 设常数 $k > 1$, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{k+n}{n^2}$ 的敛散性为 ().

- A. 条件收敛
- B. 绝对收敛
- C. 发散
- D. 无法判断

7. 已知 $a = 4 \ln 3^\pi$, $b = 3 \ln 4^\pi$, $c = 4 \ln \pi^3$, 则 a, b, c 的大小关系是 ().

- A. $c < b < a$
- B. $b < c < a$
- C. $b < a < c$
- D. $a < b < c$

8. 义务教育阶段数学课程的设计, 充分考虑了本阶段学生学习数学的特点, 在各个学段安排了哪几部分的课程内容? ().

- A. 知识技能、数学思考、问题解决、情感态度
- B. 数量关系、空间观念、数据分析、逻辑推理
- C. 数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践
- D. 基础知识、基本技能、基本思想、基本活动

二、简答题 (本大题共 5 个题, 每题 7 分, 共 35 分)

9. 设随机变量 X 服从指数分布, 其概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\theta} e^{-x/\theta}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, 其中 $\theta > 0$

是常数, 求 $E(X)$, $D(X)$.

10. 求解下列线性方程组：

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4 \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1 \\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3 \end{cases}$$

11. 已知函数 $f(x) = \ln(1+x) - x + \frac{k}{2}x^2$ ($k \geq 0$).

(1) 当 $k=2$ 时，求函数 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程；

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间.

12. 教学活动是师生积极参与、交往互动、共同发展的过程，作为教师，请简述如何做好数学教学活动？

13. 请简述如何在数学教学中贯彻抽象与具体相结合原则？

三、解答题（本大题共 1 小题，10 分）

14. 证明方程 $\ln x = \frac{x}{e} - \int_0^{\pi} \sqrt{1 - \cos 2x} dx$ 在区间 $(0, +\infty)$ 有且只有两个不同的实根.

四、论述题（本大题共 1 小题，15 分）

15. 数学思想方法是数学的灵魂和精髓，请说明数形结合在教学中的具体应用和如何培养学生的数形结合思想.

五、案例分析题（本大题共 1 小题，20 分）

16. “不等式及其解集”教学片断

活动一：创设情境

出示：①两个体重相同的孩子正在跷跷板上做游戏，现在换了一个小胖子上去，跷跷板发生了倾斜，游戏无法继续进行下去了，这是什么原因？

②一辆匀速行驶的汽车在 11:20 距离 A 地 50km，要在 12:00 之前驶过 A 地，车速应该满足什么条件？如果车速为每小时 x km，能用一个式子表示吗？

预设：从时间上看： $\frac{50}{x} < \frac{2}{3}$ ；从路程上看： $\frac{2}{3}x > 50$ ，观察两个式子有什么特点？

引出课题《不等式的及其解集》.

活动二：探索新知

【探究 1】不等式的概念

像以上两式用符号“ $>$ ”或“ $<$ ”表示大小关系的式子，叫做不等式.

练习：1. 下列哪些式子是不等式？

① $3 > 2$ ；② $a^2 + 1 > 0$ ③ $a + b \neq 0$ ④ $x = 3x - 5$ ⑤ $3x^2 + 2x$

2. 用适当的符号表示下列关系：

① x 与 1 的和是正数；② x 的 $\frac{1}{3}$ 与 x 的 2 倍的差是非正数；(3) x 与 4 的和的 30%

不大于 -2 .

【探究 2】不等式的解、不等式的解集

问题 1：汽车行驶问题中，要使汽车在 12:00 之前到达 A 地，你认为车速应该为多少？

讲解：与方程的解类似，我们把使不等式成立的未知数的值叫做不等式的解。

问题 2：除了以上的解，还有其他解吗？如果有，这些解应该满足什么条件？

讲解：一般地，一个含有未知数的不等式的所有解，组成这个不等式的解集，求不等式的解集过程叫做解不等式。

问题 3：这些解在数轴上如何表示？

讲解：在数轴上表示时要注意，画空心圆表示不包括这一点。

(1) 该老师用了情景导入的方法，有什么优点？

(1) 从数学教学中师生角色的角度看，以上教学过程存在什么问题？

(2) 从探究的角度对以上教学过程如何进行改进？

六、教学设计题（本大题共 1 小题，30 分）

17. 《义务教育数学课程标准（2011 版）》附录给出一个例子：

例：在一个房间里有四条腿的椅子和三条腿的凳子共 16 个，如果椅子腿和凳子腿数加起来共有 60 个，有几个椅子和几个凳子？

事实上，这个问题可以用三种方法建立模型。在小学讨论过的方法是基于四则运算，还可以用一元一次方程的方法或二元一次方程组的方法解决。启发学生从不同的角度思考同一个问题，有利于学生进行比较，加深对于模型的理解。

请根据上述内容，完成下列任务：

- （1）利用该例题教学“一元一次方程”的应用，设计教学目标；（8 分）
- （2）利用该例题教学“一元一次方程”的应用，设计讲解该题目的主要教学过程；（22 分）

2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（二）

数学学科知识与教学能力试题（初级中学）

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 过点 $(2, 3, 0)$ ，且以 $\vec{n} = (-3, 2, 1)$ 为法向量的平面方程是（ ）。

A. $x + y + z = 5$

B. $3x - 2y + z = 0$

C. $-3x + 2y + z = 0$

D. $2x - 3y + z = -5$

2. 著名的狄利克雷函数 $D(x) = \begin{cases} 0, & x \text{ 为无理数} \\ 1, & x \text{ 为有理数} \end{cases}$ 在实数域上（ ）。

A. 连续

B. 极限存在

C. 不连续但可测

D. 黎曼可积

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1}\right)^{2x}$ 的值是（ ）。

A. e^{-1}

B. e^{-2}

C. 0

D. 不存在

4. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n}}$ 的敛散性为（ ）。

A. 条件收敛

B. 绝对收敛

C. 发散

D. 无法确定

5. 向量组 $\vec{\alpha}_1 = (1, 1, 1, 4, 1)$, $\vec{\alpha}_2 = (0, 1, 2, -1, 4)$, $\vec{\alpha}_3 = (1, 0, 1, 5, 1)$, $\vec{\alpha}_4 = (1, 1, 0, 1, 1)$,

$\vec{\alpha}_5 = (0, 0, 1, 0, 2)$ 的一个极大线性无关组是（ ）。

A. $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \vec{\alpha}_4, \vec{\alpha}_5$

B. $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \vec{\alpha}_3, \vec{\alpha}_5$

C. $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_3, \vec{\alpha}_4, \vec{\alpha}_5$

D. $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \vec{\alpha}_3, \vec{\alpha}_4, \vec{\alpha}_5$

6. 二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 10x_1^2 + 8x_1x_2 + 24x_1x_3 + 2x_2^2 - 28x_2x_3 + x_3^2$ 是（ ）。

A. 正定的

B. 半正定的

C. 负定的

D. 不定的

7. 新课标指出评价结果的呈现采用定性与定量相结合的方式，第三学段的评价应当以下列哪种评价为主（ ）。

- A. 描述性评价
- B. 描述性评价和等级（或百分制）评价相结合
- C. 百分制评价
- D. 等级评价

8. 教学公因数和公倍数的概念时，渗透的是（ ）。

- A. 交集思想
- B. 并集思想
- C. 差集思想
- D. 补集思想

二、简答题（本大题共 5 小题，每小题 7 分，共 35 分）

9. 已知函数 $f(x) = \ln x + ax$ ，若曲线 $y = f(x)$ 存在与直线 $2x - y = 0$ 平行的切线，求实数 a 的取值范围。

10. 求所有的与 $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 相乘可交换的 2×2 实矩阵。

11. 求过点 $A(1,0,1)$ 和 $B(0,1,-1)$ ，且与平面 $x+y+z=0$ 垂直的平面的方程.

12. 简述如何在数学教学中培养学生的模型思想.

13. 在教学中如何让全体学生都得到发展.

三、解答题（本大题共 1 小题，10 分）

14. 设随机变量 X 服从指数分布，其概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, $\theta > 0$, 求

X 的数学期望 $E(X)$ 和方差 $D(X)$.

四、论述题（本大题共 1 小题，15 分）

15. 在“综合与实践”的教学中应关注哪些环节，并说一说如何设计和实施.

五、案例分析题（本大题共 1 小题，20 分）阅读案例，并回答问题

16. 如下是《整式的乘法》这节关于“多项式乘多项式”的教学片段.

教师先利用教材中的素材提出问题：市中心街心花园的绿地要进行扩建，原先是长为 a 米、宽为 p 米的长方形绿地，现加长 b 米、加宽 q 米，你能用几种方法求出扩大后的绿地面积？

学生经过思考，得到以下计算方法：

生 1：扩大后的绿地可以看成长为 $a+b$ 米、宽为 $p+q$ 米的长方形，绿地面积为 $(a+b)(p+q)$ 平方米.

生 2：扩大后的绿地是由四个小长方形组成的，绿地面积为 $(ap+aq+bp+bq)$ 平方米.

教师肯定这两种回答，接着让学生交流讨论为什么得到了两种答案，并进行提示：可以利用上节课学过的单项式与多项式相乘的法则.

经过交流讨论，学生能够说出可以先将一个多项式看成整体，运用两次单项式与多项式相乘的法则就可以得出 $(a+b)(p+q) = ap+aq+bp+bq$ ，它们的最终结果是相等的.

接着，教师总结出多项式与多项式相乘的法则，并进行板书.

问：（1）本案例中的教学有哪些可取之处，请说明理由；（10 分）

（2）本案例中的教学有哪些不足，应如何改进？（6 分）

（3）多项式与多项式相乘的法则是什么？（4 分）

六、教学设计题（本大题共 1 小题，30 分）

17. 教学课题为角的平分线的性质：“角的平分线上的点到角的两边的距离相等”，它的教学主要分为角的平分线的画法和角的平分线的性质证明两个部分，请你完成下列任务：

- （1）设计一个情境引入角的平分线的画法，并说明设计意图；（8 分）
- （2）设计性质证明的教学片断，并说明设计意图；（12 分）
- （3）请设计有梯度的习题，让不同的学生都能得到巩固和提高。（10 分）

<http://www.zgjsks.com/>

2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（三）

数学学科知识与教学能力试题（初级中学）

一、单项选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$ 的值为（ ）.

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 不存在 D. ∞

2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2, & -1 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{1-x^2}, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$, 则 $\int_{-1}^1 f(x) dx =$ ().

- A. $\frac{3\pi-8}{12}$ B. $\frac{4+\pi}{4}$ C. $\frac{3\pi+4}{12}$ D. $\frac{3\pi-4}{12}$

3. 关于 x 、 y 的二元线性方程组 $\begin{cases} 2x+my=5 \\ nx-3y=2 \end{cases}$ 的增广矩阵经过变换，最后得到的矩

阵为 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, 则 $m+n=$ ().

- A. -1 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

4. 与平面 $2x-y+z-8=0$ 垂直的平面是 ().

- A. $3x+4y-z+2=0$ B. $x-y+3z+3=0$
C. $x-y-3z+1=0$ D. $4x+y-z-1=0$

5. 已知 A、B 都是三阶矩阵，且行列式 $|A|=|B|=3$, $|3AB|=$ ().

- A. 9 B. 27 C. 81 D. 243

6. 将函数 $f(x) = \arctan x$ 展开为 x 的幂级数为 ().

- A. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n-1}, x \in (-1, 1)$ B. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}, x \in [-1, 1]$

C. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n-1}}{2n-1}, x \in [-1, 1]$

D. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{2n+1}, x \in (-1, 1)$

7. 下列说法中正确的是 ().

- A. 合情推理就是正确的推理
- B. 合情推理就是归纳推理
- C. 归纳推理是从一般到特殊的推理过程
- D. 类比推理是从特殊到特殊的推理过程

8. 《义务教育数学课程标准（2011 年）》指出，课程目标从知识技能，数学思考，问题解决，情感态度四个方面进行阐述，下列属于问题解决的是 ().

- A. 参与综合实践活动，积累综合运用数学知识、技能和方法等解决简单问题的数学活动经验
- B. 初步形成评价与反思的意识
- C. 在数学学习过程中，体验获得成功的乐趣，锻炼克服困难的意志，建立自信心
- D. 学会独立思考，体会数学的基本思想和思维方式

二、简答题（本大题共 5 小题，每小题 7 分，共 35 分）

9. 在曲线 $y = f(x) = x^2 + 3$ 上取一点 $P(1, 4)$ 及附近一点 $(1 + \Delta x, 4 + \Delta y)$

求：(1) $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ；(2) $f'(1)$.

10. 证明：若 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导， $b > a > 1$ ，则存在 $\xi \in (a, b)$ ，使得

$$f(b) - f(a) = \xi f'(\xi) \ln \frac{b}{a}.$$

11. 求直线 $\begin{cases} 2x - 4y + z = 0 \\ 3x - y - 2z - 9 = 0 \end{cases}$ 在平面 $4x - y + z = 1$ 上的投影直线的方程.

12. 请简述数学课堂中教师应注重哪些方面？

13. 简述教学评价的作用.

三、解答题（本大题 1 小题，10 分）

14. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ ，利用幂级数的性质证明 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有

各阶导数并且 $f'(0) = \begin{cases} 0, & n = 2k-1 \\ \frac{(-1)^k}{2k+1}, & n = 2k (k=1, 2, 3 \dots) \end{cases}$.

四、论述题（本大题 1 小题，15 分）

15. 数学思想方法是什么？结合实例说明数学思想方法的应用.

五、案例分析题（本大题 1 小题，20 分）

16. 如下是某教师“二次函数的图象”的教学片断：

首先，老师带同学们回忆函数图象的绘制方法，接着请两位同学用前面学过的“描点法”在黑板上画出 $y = x^2$ 的图象

学生 A：选取 $(-1, 1)$ 、 $(0, 0)$ 、 $(1, 1)$ 三个点，并用直线将其连了起来

学生 B：同样找了三个点，并用光滑的曲线连了起来

注：此时教室里同学们开始争吵起来，有的认为画的对，有的认为画的不对，有一部分学生傻傻的盯着老师看.

这时老师提问：如何确定二次函数图象是直线还是曲线呢？

学生 C（此时站了起来）：应该多画几个点才能看出来是什么样子的.

此时老师及时肯定学生 C.

学生 D：以前学过的一次函数图象是直线，而反比例函数图象是曲线，二次函数图象可能是其他的形状

这时老师没有回答，并继续带着同学画出了二次函数的图象.

- (1) 分析上述教学片断，教学过程中该教师哪些教学行为值得肯定；
- (2) 分析该教学片断中教师的不足之处；
- (3) 针对教师的不足之处该如何改进？

六、教学设计题（本大题 1 小题，30 分）

17. 在学习了完全平方公式和平方差公式后，某教师设计了一节习题课的教学目标：

①熟练掌握完全平方公式和平方差公式，能利用完全平方公式和平方差公式进行多项式乘法运算。

②通过整式乘法运算的应用，提高计算能力，增强应用意识。

③通过公式的应用过程，学生感受归纳思想，体会使用符合可以进行运算和推理发展推理能力。

他的教学过程设计中包含了下面的两道例题：

例 1 计算：运用完全平方公式计算 $(a-b+c)^2$

例 2 计算： $(x+y+4)(x+y-4)$

针对上述材料，完成下列任务：

- (1) 结合该教师的教学目标，分析两道例题的设计意图；（10 分）
- (2) 设计一个新问题，使之符合教学目标③的要求；（8 分）
- (3) 设计该例 2 的简要教学流程（8 分），并给出解题后的小结提纲。（4 分）

2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（四）

数学学科知识与教学能力试题（初级中学）

一、单项选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. $\int_0^1 2\sqrt{1-x^2} dx = (\quad)$.

- A. π B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{4}$

2. 如果 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x - 1} = 3$, 那么 ().

- A. $a = 2, b = -1$ B. $a = 1, b = 2$
C. $a = -2, b = 1$ D. $a = 1, b = -2$

3. 若命题“ $p \wedge q$ ”是假命题，“ $\neg q$ ”也是假命题，则 ().

- A. 命题“ p ”为真命题，命题“ q ”为假命题
B. 命题“ p ”为真命题，命题“ q ”为真命题
C. 命题“ p ”为假命题，命题“ q ”为假命题
D. 命题“ p ”为假命题，命题“ q ”为真命题

4. 向量组 a_1, a_2, \dots, a_s 线性无关的充分必要条件是 ().

- A. a_1, a_2, \dots, a_s 均不为零向量
B. a_1, a_2, \dots, a_s 中任意两个向量的分量成比例
C. a_1, a_2, \dots, a_s 中任意一个向量均不能由其余 $s-1$ 个向量线性表示
D. a_1, a_2, \dots, a_s 中一部分向量线性无关

5. 在学习等差数列时，我们由 $a_1 = a_1 + 0d$, $a_2 = a_1 + d$, $a_3 = a_1 + 2d$, \dots ,

得到等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n = a_1 + (n-1)d$, 像这样由特殊到一般的推理方法叫

做 ().

- A. 不完全归纳法 B. 数学归纳法 C. 综合法 D. 分析法

6. 已知矩阵 A 的逆矩阵 $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$, $a=1$, $b=-2$, 则矩阵 A 的特征值为

().

- A. -1 B. 4 C. -1, 4 D. -1, 3

7. 过点 $(4, -1, 7)$ 且垂直于平面 $2x+3y+z=3$ 的直线方程是 ().

- A. $\frac{x-4}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-7}{1}$ B. $\frac{x+4}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-7}{1}$
C. $\frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-7}{1}$ D. $\frac{x-4}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+7}{1}$

8. 《义务教育数学课程标准 (2011 年版)》提出数学学习总目标, 是从知识技能、数学思考、问题解决态度四个方面加以阐述的, ①四个方面密切联系, 相互交融; ②知识技能的数学思考相对来说更为重要; ③数学思考、问题解决和情感态度的发展离不开知识技能的学习; ④知识技能的学习必须有利于数学思考、问题解决和情感态度三个目标的实现. 以上叙述正确的是: ().

- A. ①②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ②③④

二、简答题 (本大题共 5 题, 每题 7 分, 共 35 分)

9. 已知直线 $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{4}$, $L_2: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$, 求过直线 L_1 且平行于直线

L_2 的平面方程.

10. 求曲线 $y = x^{\frac{3}{2}}$ 的通过点 $(0, -4)$ 的切线方程.

11. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + (-2)^n}{n} x^n$ 的收敛半径和收敛域.

12. 在初中教学活动中，应该怎样注重课程目标的整体实现？

13. 某教师在“直线与圆的方程”复习课上出示了下列习题：已知圆满足：①截 y 轴所得的弦长为 2；②被 x 轴分成两段圆弧，其弧长之比为 3:1；③圆心到直线 $x-2y=0$ 的距离为 $\frac{1}{5}$ 。求该圆的方程。阅读上述习题，请设计递进式的提问以启发学生思考这个习题。

三、解答题（本大题共 1 题，共 10 分）

14. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续，在 (a, b) 内可导，且 $f(a)=f(b)=1$ ，试证存在 $\xi, \eta \in (a, b)$ ，使得 $e^{\eta-\xi} [f(\eta) + f'(\eta)] = 1$ 。

四、论述题（本大题共 1 题，共 15 分）

15. 论述数学自主学习、探究学习、合作学习之间的不同之处.

五、案例分析题（本大题共 1 题，共 20 分）阅读案例，并回答问题

16. 以下是在《解一元二次方程》中某老师的导入环节：

师：一元二次方程的一般形式是什么？其中 a 应具备什么条件？

生 1：形如 $ax^2 + bx + c = 0$ ， $a \neq 0$ 。

师： $x^2 - 4 = 0$ 是一元二次方程吗？其中二次项的系数，一次项的系数，常数项各是什么？

生 2：是一元二次方程。二次项系数是 1，一次项系数是 0，常数项是 -4。

师：看来大家对上节课学习的内容掌握的很不错，解下列方程：（1） $x^2 = 4$ （2）

$$(x+3)^2 = 9$$

生 3：（1） $x = 2$ ；生 4： $x = 0$ 或 $x = -6$ 。

师：生 4 的答案完全正确，我在跟大家总结一下简单的一元二次方程的解法：（1）像这种通过直接开平方求得 x 的值的方法，实际上就是求 $x^2 = a (a \geq 0)$ 这种特殊形式的一元二次方程的解方法。（2）对于形如“ $(x+a)^2 = b (b \geq 0)$ ”型的方程，只要把 $x+a$ 看作一个整体，就可以转化为 $x^2 = b (b \geq 0)$ 型的方法去解决。（3）在对方程 $(x+3)^2 = 9$ 两

边同时开平方后，原方程就转化为两个一元一次方程.

问：（1）在该环节，这位老师的设计有什么优点？

（2）该老师的的教学设计优有什么不足？应该怎样优化？

（3）该老师在总结解简单方程的方法中涉及了哪些数学思想与方法？

六、教学设计题（本大题共 1 题，共 30 分）

17. 现针对教学内容：探索并证明“圆周角定理”，请完成以下任务：

（1）写出探索和证明的教学设计片断；

（2）写出每个环节的设计意图；

（3）说明两个环节渗透了哪些重要教学思想方法，设计一道例题紧扣环节内容.

2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（五）

数学学科知识与教学能力试题（初级中学）

一、单项选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 设向量集合 $V = \{\alpha = (x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}, \text{且 } x_3 = x_1 + x_2\}$ ，则 V （ ）向量空间.
 A. 是 n 维 B. 是 $n-1$ 维 C. 是 $n-2$ 维 D. 不是
2. 设 ξ_1, ξ_2 为齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的解， η_1, η_2 为非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的解，则（ ）.
 A. $2\xi_1 + \eta_1$ 为 $Ax = 0$ 的解 B. $\eta_1 + \eta_2$ 为 $Ax = b$ 的解
 C. $\xi_1 + \xi_2$ 为 $Ax = 0$ 的解 D. $\eta_1 - \eta_2$ 为 $Ax = b$ 的解
3. 设 $f(x) = e^{-x}$ ， $\int \frac{f(\ln x)}{x} dx =$ （ ）.
 A. $\frac{1}{x} + C$ B. $\ln x + C$ C. $-\frac{1}{x} + C$ D. $-\ln x + C$
4. 当 $x \rightarrow +\infty$ 时，下列函数极限存在的是（ ）.
 A. $y = \frac{e^x - 1}{x}$ B. $y = \frac{\ln x}{x}$ C. $y = \sin x$ D. $y = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$
5. 下列函数求导运算正确的个数为（ ）.
 ① $(3^x)' = 3^x \log_3 e$ ② $(\log_2 x)' = \frac{1}{x \ln 2}$
 ③ $(e^x)' = e^x$ ④ $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
6. 设 A 是 3 阶方阵， A_1, A_2, A_3 为按列划分的三个字块，则式中与 $|A|$ 相等的是（ ）.

A. $|A_1 - A_2 \quad A_2 - A_3 \quad A_3 - A_1|$

B. $|A_1 \quad A_1 + A_2 \quad A_1 + A_2 + A_3|$

C. $|A_1 + A_2 \quad A_1 - A_2 \quad A_3|$

D. $|2A_3 - A_1 \quad A_1 \quad A_1 + A_3|$

7. 运算能力主要是指能够根据 () 和运算律正确地进行运算的能力

A. 法则

B. 公式

C. 定理

D. 公理

8. 数学教学要整体实现课程目标,要把知识技能、数学思考、()、情感态度四个方面目标有机结合

A. 过程方法

B. 提升素养

C. 积累经验

D. 问题解决

二、简答题(本大题共 5 小题,每小题 7 分,共 35 分)

9. 一平面经过点 $M_1(2,1,3)$ 及点 $M_2(3,4,-1)$, 且平面 $3x - y + 6z - 6 = 0$ 垂直,则该平面方程.

10. 函数 $f(x) = x^4$ 在区间 $[1,2]$ 上满足拉格朗日中值定理条件,求满足条件的 ξ 的值.

11. 在某城市中共发行三种报纸：甲、乙、丙。在这个城市的居民中，订甲报的有 45%，订乙报的有 35%，订丙报的有 30%，同时订甲、乙两报的有 10%，同时订甲、丙两报的有 8%，同时订乙、丙两报的有 5%，同时订三种报纸的有 3%，求下述百分比：

(1) 只订甲报的；(2) 只订甲、乙两报的；(3) 只订一种报纸的；(4) 正好订两种报纸的；(5) 至少订一种报纸的；(6) 不订任何报纸的。

12. 《课程标准》总目标指出，通过义务教育阶段的数学学习，学生能达到哪三个方面的要求？

13. 请简要回答“数学思考”的总目标。

三、解答题（本大题 1 小题，10 分）

14. 设正项级数 $\{a_n\}$ 单调减少，且 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ 发散，判断 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{a_n + 1} \right)^n$ 的敛散性.

四、论述题（本大题 1 小题，15 分）

15. 请论述如何培养学生的数感并举例说明.

五、案例分析题（本大题 1 小题，20 分）

16. 在《勾股定理的逆定理》一课中：

老师：同学们，上课，我们之前学习过两个全等三角形的三边对应相等，这句话我们把他的题设和结论反过来说是什么呢？

学生（全体）：三边对应相等的三角形全等。

老师：那反过来之后这句话对还是不对呀？

学生（全体）：这句话是对的。

老师：非常棒，那两直线平行，内错角相等，这句话的题设和结论反过来说对不对呢？

学生（全体）：内错角相等，两直线平行，也是对的。

老师：看来难不住大家，那同学们咱们上节课学的勾股定理的题设和结论反过来是什么？

学生回答：如果一个三角形有两边的平方和等于第三边的平方，则这个三角形是直角三角形。

张老师：那这句话对不对呀？

学生疑惑引发思考并猜测可能是的。

张老师：我们这节课就来探索下这句话它是不是对的，这也就是我们今天要学习的内容勾股定理的逆定理。

问题：

（1）写出勾股定理逆定理的证明过程。

（2）该名老师数学课堂的授课中遵循了哪些教学原则？说说该老师上课过程中得到你学习的内容。

六、教学设计题（本大题 1 小题，30 分）

17. 三角形全等的判定是指三角形中的边、角满足什么条件可以推断两个三角形全等. 全等三角形的性质与判定是研究全等三角形的两个重要方面.

请完成下列任务:

- (1) 设计一个三角形全等的判定教学引入片段; (12 分)
- (2) 三角形全等与三角形形似之间的联系是什么; (6 分)
- (3) 设计一道促进学生理解利用“边边边”判定方法判定三角形全等的题目, 并说明具体的设计意图. (12 分)

2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（六）

数学学科知识与教学能力试题（初级中学）

一、单项选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 若 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$, 则下列运算正确的个数是

① $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \infty$; ② $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = \infty$;

③ $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x) + g(x)} = 0$; ④ $\lim_{x \rightarrow a} kf(x) = \infty (k \neq 0)$ ().

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

2. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x^3, & x \leq 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的 ().

A. 左、右导数都存在

B. 左导数存在，右导数不存在

C. 左导数不存在，右导数存在

D. 左、右导数都不存在

3. 以下行列式不为零的是 ().

A. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$

B. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

C. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

D. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

4. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n}$ 的敛散性 ().

A. 绝对收敛

B. 发散

C. 条件收敛

D. 无法判断

5. 设 n 阶方阵 A, B, C 满足关系式 $ABC = E$, 其中 E 是 n 阶单位矩阵, 则必有 ().

A. $ACB = E$

B. $CBA = E$

C. $BAC = E$

D. $BCA = E$

6. 下列等式中, 正确的是 ().

A. $d \int f(x) dx = f(x)$

B. $\int f'(x) dx = F(x)$

C. $\int df(x) = F(x)$

D. $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$

7. 义务教育的第三学段评价结果的呈现可以采用（ ）评价和等级（或百分制）评价相结合的方式。

- A. 考试 B. 描述性 C. 建立档案 D. 学分制

8. 数学的课程目标应从知识技能、（ ）、问题解决、以及情感态度四个方面加以阐述。

- A. 数学思考 B. 数学概念 C. 数学本质 D. 数学能力

二、简答题（本大题共 5 小题，每小题 7 分，共 35 分）

9. 已知 10 只晶体管中有 2 只次品，在其中取二次，每次随机地取一只，作不放回抽样，求下列事件的概率。

- (1) 二只都是正品（记为事件 A）；
- (2) 二只都是次品（记为事件 B）；
- (3) 一只是正品，一只是次品（记为事件 C）；
- (4) 第二次取出的是次品（记为事件 D）。

10. 求 λ 取何值时，齐次线性方程组
$$\begin{cases} (1-\lambda)x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 2x_1 + (3-\lambda)x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + (1-\lambda)x_3 = 0 \end{cases}$$
 有非零解。

11. 证明多项式 $f(x) = x^3 + px + q$ 有重因式的充要条件是 $4p^3 + 27q^2 = 0$.

12. 义务教育阶段的数学学习的总体目标是什么？

13. 《义务教育数学课程标准（2011 版）》中指出：“教师应成为学生学习活动的组织者，引导者，合作者，为学生的发展提供良好的环境和条件”请简述教师的组织作用主要体现在哪些方面？

三、解答题（本大题 1 小题，10 分）

14. 求 $V_1 = L(\alpha_1, \alpha_2)$ 与 $V_2 = L(\beta_1, \beta_2)$ 的交的基与维数，其中 $\alpha_1 = (1, 2, 1, 0)$ ， $\alpha_2 = (-1, 1, 1, 1)$ ， $\beta_1 = (2, -1, 0, 1)$ ， $\beta_2 = (1, -1, 3, 7)$ 。

四、论述题（本大题 1 小题，15 分）

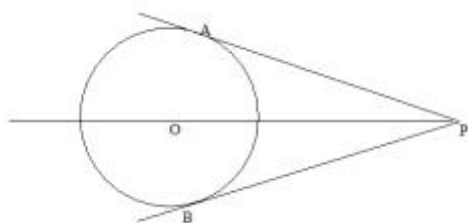
15. 请简述如何培养学生的运算能力。

五、案例分析题（本大题 1 小题，20 分）

16. 教学课题：过圆外一点所画的圆的切线的长有什么关系？

教学过程：

老师组织学生发现结论：在透明纸上画出如图所示的图形：设 PA 、 PB 是 $\odot O$ 的两条切线， A 、 B 分别是切点，让学生操作：沿直线 OP 将图形对折，启发学生思考，或组织学生交流，学生可以得出结论 $PA=PB$ ， $\angle APO = \angle BPO$ ；然后引导学生进行结论的证明。



根据这个教学案例，请回答下列问题：

- (1) 以上教学过程中，用到了哪几种推理方法？结合案例，简要阐述这两种推理方法的异同点及它们之间的关系；
- (2) 写出此结论的证明过程；
- (3) 结合上述教师的教学过程，请设计巩固练习题（请写出至少三个练习题）。

六、教学设计题（本大题 1 小题，30 分）

17. 教学课题为《勾股定理》，请你完成下列任务：

- （1）给出勾股定理的两种证明；
- （2）设计一个导入引入该定理，并说明设计意图；
- （3）设计该课题的新知教授过程，并说明设计意图。

2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（七）

数学学科知识与教学能力试题（初级中学）

一、单项选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 设 A, B 为随机事件，且 $P(A) = 0.7$, $P(A-B) = 0.3$, 则 $P(\overline{AB}) = ()$.

- A. 0.6 B. 0.3 C. 0.7 D. 0.9

2. 下列级数收敛的是 ().

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$

B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

C. $\sum_{n=1}^{\infty} n$

D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt{n}}{n-1}$

3. 下列说法正确的是 ().

A. 与向量 $(0,1,1)$ 不平行的所有三维向量的集合为 \mathbf{R}^3 的一个子空间;

B. 已知向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关，向量组 $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关，则子空间

$V = \{\alpha = k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + k_3\alpha_3 \mid k_1, k_2, k_3 \in \mathbf{R}\}$ 的维数为 2;

C. 非齐次线性方程组的解向量集合构成向量空间.

4. 设 A 是 n 阶可逆矩阵，则 $(-A)^* = ()$.

- A. $-A^*$ B. A^* C. $(-1)^n A^*$ D. $(-1)^{n-1} A^*$

5. 三阶行列式中 $\begin{vmatrix} 4 & -1 & x \\ 2 & 2 & -1 \\ 1 & 5 & 4 \end{vmatrix}$ 元素 x 的代数余子式是 ().

- A. 3 B. 8 C. 4 D. 0

6. 与直线 $\begin{cases} x-2y+z=3 \\ 2x+3y+z=3 \end{cases}$ 垂直的平面方程是 ().

A. $5x - y - 7z + 3 = 0$

B. $5x - y + 3z - 3 = 0$

C. $2x + 3y + z - 3 = 0$

D. $x - y + z + 3 = 0$

7. 设计统计学与概率的实践活动时, 应该考虑学生的 (), 注意活动的组织形式.

A. 品质

B. 意志

C. 认知水平和年龄特征

D. 上进心

8. 实践与综合应用”的学习, 学生通过观察、实验、调查、设计等学习活动, 经历提出问题、明确问题、探索问题、() 的过程.

A. 解决问题

B. 修改问题

C. 研究对策

D. 征求方案

二、简答题 (本大题共 5 小题, 每小题 7 分, 共 35 分)

9. 利用极限存在准则定理证明: $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{1}{n^2 + \pi} + \frac{1}{n^2 + 2\pi} + \dots + \frac{1}{n^2 + n\pi} \right) = 1$.

10. 设函数 $y = y(x)$ 是由方程 $\ln(x^2 + y) = x^3 y + \sin x$ 确定的, 求 $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=0}$.

11. 已知两直线 $L_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{0}$, $L_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$, 说明 L_1 与 L_2 异面.

12. 《义务教育数学课程标准 2011 版》指出：在数学课程中，应当注重发展学生的数感，符合意识、空间观念，几何直观、数据分析观念，运算能力，推理能力和模型思想，请阐述“数据分析观念”，三个方面的内涵.

13. 数学教学中常用的教学方法有哪些？说一说对谈话法的认识.

三、解答题（本大题 1 小题，10 分）

14. 设随机变量 X 的概率密度 $f(x)$ 为：

$$(1) f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \sqrt{1-x^2} & -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases},$$

$$(2) f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x & 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}, \text{求 } X \text{ 的分布函数 } F(x), \text{ 并作出 (2) 中的 } f(x) \text{ 与}$$

$F(x)$ 的图形.

四、论述题（本大题 1 小题，15 分）

15. 《义务教育数学新课程标准（2011 年版）》提出了“四基”的课程目标，“四基”的内容是什么？分别举例说明“四基”的含义.

五、案例分析题（本大题 1 小题，20 分）

16. 在学习完“二次根式”相关内容后，老师给出如下题目：已知 $ab = 9$ ， $a + b = -6$ ，

求 $a\sqrt{\frac{b}{a}} + b\sqrt{\frac{a}{b}}$ 的值.

其中一位学生的解题过程如下：

$$\text{解： } a\sqrt{\frac{b}{a}} + b\sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{a^2} \sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{b^2} \sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{ab} + \sqrt{ab} = 2\sqrt{ab} = 6, \text{ 故答案为 } 6.$$

问题：

（1）找出该同学解答过程中的错误之处，分析错误的原因，并写出此题的正确解题过程及结果.

（2）老师在教学中应该注意哪些方面才能有效避免学生出现这种错误？

六、教学设计题（本大题 1 小题，30 分）

17. 反比例函数是继正比例函数、一次函数之后又一函数类型，为后面学习二次函数以及其他函数奠定了基础，本节课对学生的要求是：①了解反比例函数的概念，能根据已知条件确定反比例函数的表达式②通过研究两个变量之间的关系，结合具体的情境体会反比例函数的意义，体会函数的模型思想；③能用反比例函数解决简单实际问题，体验数学来源于生活，激发学生学习数学的热情和兴趣.

请根据题干题目完成下列教学设计：

- （1）本节课教学重难点是什么？
- （2）为本节课设计一个导入并说明设计意图；
- （3）为落实上述教学目标，结合（2）设计一个教学过程.

2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（八）

数学学科知识与教学能力试题（初级中学）

一、单项选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^2 - 1}{\sin x}$ ().

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 不存在

2. 若方阵 A 是正交阵，则下列不一定成立的结论是 ().

- A. A^* 是正交阵 B. A^{-1} 是正交阵
C. kA 是正交阵（其中 k 为实数） D. $(\det A)^2 = 1$

3. 已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$ 且满足 $f(x) = \cos(x^2) \sin^2 \frac{1}{x}$ ，则 $f'(x) =$ ().

- A. $2x \cdot \sin(x^2) \cdot \sin^2 \frac{1}{x} - \frac{\cos(x^2)}{x^2} \sin \frac{2}{x}$
B. $-2x \cdot \sin(x^2) \cdot \sin^2 \frac{1}{x} - \frac{\cos(x^2)}{x^2} \sin \frac{2}{x}$
C. $-2x \cdot \sin(x^2) \cdot \sin^2 \frac{1}{x} - \frac{\cos(x^2)}{x^2} \sin \frac{1}{x}$
D. $2x \cdot \sin(x^2) \cdot \sin^2 \frac{1}{x} - \frac{\cos(x^2)}{x} \sin \frac{1}{x}$

4. 已知平面过点 $(-1, 2, 1)$ ，并与向量 $\vec{n} = \{2, 1, 1\}$ 垂直，则这个平面方程为 ().

- A. $x + y + z - 1 = 0$ B. $2x + y + z - 1 = 0$
C. $x - y + z - 1 = 0$ D. $x - y - z - 1 = 0$

5. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^2}$ 的敛散性 ().

- A. 条件收敛 B. 绝对收敛 C. 发散 D. 无法判断

6. 设 A 是 n 阶可逆矩阵, 下列结论正确的是 ().

A. $|(kA)^*| = k^{n-1} |A|^{n-1}$ B. $|(kA)^*| = k^{2n} |A|^{n-1}$

C. $(A^*)^* = |A|^{n-2} A$ D. $(A^*)^* = |A|^{n+2} A$

7. 学生主体地位的真正落实, 依赖于教师的 () 有效发挥.

- A. 引领作用 B. 有效教学 C. 主导作用 D. 平等交流

8. 现行《数学课程标准》用“四基”、“四能”高度概括了数学课程目标, 其中的“四基”是指 ().

- A. 基础知识、基本技能、基本思想、基本方法
B. 基本技能、基本方法、基本思想、基本活动经验
C. 基础知识、基本技能、基本运算、基本方法
D. 基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验

二、简答题 (本大题共 5 小题, 每小题 7 分, 共 35 分)

9. 抛物线 $y^2 = 2x$ 把圆 $x^2 + y^2 = 8$ 分成两部分, 求这两部分面积之比.

10. 设连续型随机变量 ξ 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} A + Be^{\frac{1}{2}x^2} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$, 求系数 A 和 B.

11. 设 $x^3 - 2x^2 + ax - 6$ 与 $x^3 + 5x^2 + bx + 8$ 有二次公因式, 求 a, b 的值.

12. 以人为本的评价思想应具体表现在哪些方面？

13. 在数学课堂教学中，可以从哪几方面挖掘爱国主义教育题材？并对每一方面都举例说明如何开展。

三、解答题（本大题 1 小题，10 分）

14. 确定向量 $\beta_3 = (2, y, z)$ 使向量组 $\beta_1 = (1, 1, 0)$ ， $\beta_2 = (1, 1, 1)$ ， β_3 与向量组

$\alpha_1 = (0, 1, 1)$, $\alpha_2 = (1, 2, 1)$, $\alpha_3 = (1, 0, -1)$ 的秩相同, 且 β_3 可由 α_1 , α_2 , α_3 线性表示.

四、论述题（本大题 1 小题，15 分）

15. 义务教育数学课程标准要求面向全体学生，谈谈对这句话的认识.

五、案例分析题（本大题 1 小题，20 分）

16. 下面是《利用二次函数的图形法求方程的近似解》的教学片断：

【新课引入】教师首先让同学们观察函数 $y = x^2 + x - 1$. 然后设问当 x 取何值时, $y=0$? 这里 x 的取值与方程有什么关系? 这样设问, 学生马上就想到利用二次函数的图象来求一元二次方程的解 $x^2 + x - 1 = 0$.

紧接着教师点评用二次函数的图象估计一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根, 主要步骤为:

- (1) 准确画出 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象, 其中要先确定抛物线的顶点, 再在顶点两侧取相对称的点 (至少描五点来连线);
- (2) 确定抛物线与 x 轴的交点在一哪两个数之间;
- (3) 列表格, 在第 2 步中确定的两个数之间取值, 进行估计, 通常只精确到十分位即可.

【后续教学环节】接下来, 在老师的引导下, 在小组合作中, 同学有如下发现:

甲同学: 单独画出一个函数 $y = x^2 + x - 1$ 的图象, 观察它与 x 轴的交点, 把交点的横坐标作为方程的解.

乙: 把方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 进行移项, 得到方程 $x^2 + x = 1$. 则可以分别画出函数 $y = x^2 + x$ 和直线 $y=1$ 的图象, 观察它们的交点, 把交点的横坐标作为方程的解.

丁: 那我也可以把方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 进行移项, 得到方程 $x^2 = -x + 1$. 分别画出函数 $y = x^2$ 和 $y = -x + 1$ 的图象, 后面做法也是一样的.

戊: 我还可以把方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 进行移项, 得到方程 $x^2 - 1 = -x$. 分别画出函数 $y = x^2 - 1$ 和 $y = -x$ 的图象.....

根据以上材料, 请你回答下列问题:

- (1) 从教材把握的角度谈谈这堂课的教学目标;
- (2) 谈谈你在数学课堂教学中, 对学生小组合作学习交流的体会, 并举例说明.

六、教学设计题（本大题 1 小题，30 分）

17.《义务教育数学课程标准（2011 版）》指出“在实际问题中，能建立适当的直角坐标系，描述物体的位置”。在小学已经学习了利用方格纸画直角坐标系，理解整数坐标与格子点的对应关系。在本初中将学习一般的直角坐标系。利用直角坐标系可以把数与图形有机地结合起来，有利于用代数方法研究几何问题，也有利于借助图形直观地探索数量关系的规律性。

请根据上述内容，完成下列任务：

- （1）设计教学片段引出直角坐标系概念。（8 分）
- （2）设计得出直角坐标系概念的教学片断。（22 分）

<http://www.zgjsks.com/>

2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（九）

数学学科知识与教学能力试题（初级中学）

一、单项选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. $\vec{m} = (3, 2, -1)$, $\vec{n} = (1, -1, 1)$, $\vec{p} = (-1, 2, 1)$, 则 $(\vec{m}, \vec{n}, \vec{p}) =$ ().

A. $3i + j + 2k$ B. $3i - j + 2k$ C. 14 D. -14

2. 下列命题正确的个数是 ().

①若 $AB = 0$, 则 $A = 0$ 或 $B = 0$

②若 $\det A = 0$, 则 $AA^* = 0$, 其中 A^* 是 A 的伴随矩阵

③若 A, B 都可逆, 则 $A + B$ 可逆

④ $A^3 = 0$, 则 $E + A$ 可逆且 $(E + A)^{-1} = E - A + A^2$

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 以下条件中, () 是函数 $f(x)$ 在 x_0 处连续的充分而非必要条件.

A. $f(x)$ 在 x_0 的某个领域内有界 B. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在

C. $f(x_0^-) = f(x_0) = f(x_0^+)$ D. $f'(x_0)$ 存在

4. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, 则矩阵 A 的一个特征值 λ 和对应的一个特征向量 $\vec{\alpha}$ 为 ().

A. $\lambda = 3, \vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ B. $\lambda = -1, \vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

C. $\lambda = 3, \vec{\alpha} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ D. $\lambda = -1, \vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

5. 曲线 $\begin{cases} x = \sin t \\ y = \cos t \end{cases}$ 在点 $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 的切线方程为 ().

A. $\sqrt{3}x - y - \frac{1+\sqrt{3}}{2} = 0$

B. $\sqrt{3}x + y - 2 = 0$

C. $\sqrt{3}x + y + \frac{1+\sqrt{3}}{2} = 0$

D. $x + y - 2 = 0$

6. 比较 $\int_2^1 e^x dx$, $\int_2^1 e^{x^2} dx$, $\int_2^1 (1+x)dx$ 大小, 正确的是 ().

A. $\int_2^1 (1+x)dx > \int_2^1 e^x dx > \int_2^1 e^{x^2} dx$

B. $\int_2^1 (1+x)dx > \int_2^1 e^{x^2} dx > \int_2^1 e^x dx$

C. $\int_2^1 e^{x^2} dx > \int_2^1 (1+x)dx > \int_2^1 e^x dx$

D. $\int_2^1 e^x dx > \int_2^1 e^{x^2} dx > \int_2^1 (1+x)dx$

7. 《义务教育数学课程标准(2011年版)》提出数学学习总目标, 是从知识技能、数学思考、问题解决态度四个方面加以阐述的, 以下正确的是: ().

①四个方面密切联系, 相互交融

②知识技能的数学思考相对来说更为重要

③数学思考、问题解决和情感态度的发展离不开知识技能的学习知识技能的学习必须有利于数学思考、问题解决和情感态度三个目标的实现

A. ①②③

B. ①②④

C. ①③④

D. ②③④

8. 下列概念属于概念形成的是 ().

A. 正三角形

B. 矩形

C. 一元二次方程

D. 一次函数

二、简答题(本大题共5小题, 每小题7分, 共35分)

9. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(n\pi + \frac{1}{\ln n}\right)$ 的敛散性.

10. 求所有整数 m , 使多项式 $f(x) = x^5 + mx + 1$ 在有理数域上可约.

11. 射手向目标独立地进行了 3 次射击，每次击中率为 0.8，求 3 次射击中击中目标的次数的分布律及分布函数，并求 3 次射击中至少击中 2 次的概率.

12. 《义务教育数学课程标准（2011 年版）》在各学段都安排了 4 个部分的学习内容：数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践. 你如何理解“综合与实践”内容设置的目的？

13. 请简述数学教学方法中讨论法及其优缺点和基本要求.

三、解答题（本大题 1 小题，10 分）

14. λ 取何值时，线性方程组
$$\begin{cases} \lambda x_1 & +x_2 & +x_3 & +x_4 = 1 \\ x_1 & +\lambda x_2 & +x_3 & +x_4 = 1 \\ x_1 & +x_2 & +\lambda x_3 & +x_4 = 1 \\ x_1 & +x_2 & +x_3 & +\lambda x_4 = 1 \end{cases},$$
 有惟一解、无穷多

解、无解？

四、论述题（本大题 1 小题，15 分）

15. 在数学课堂教学中，可以从哪几方面挖掘爱国主义教育题材？并对每一方面都举例说明如何开展。

五、案例分析题（本大题 1 小题，20 分）

16. 【课堂实录片段】探究一次函数与二元一次方程的关系.

师：一次函数有两个变量，二元一次方程有两个未知数，一次函数与二元一次方程之间是否有某种联系呢？

问题：把二元一次方程 $2x-y-3=0$ 写成一次函数形式.

生 1: $y=2x-3$

生 2: $y=2x-3$ 是二元一次方程吗？

生 3: 一次函数本来就是二元一次方程，只不过写成了“用 x 的代数式表示 y ”的形式.

师：很好，那么方程 $2x-y-3=0$ 的解有多少个呢？能写出其中的几组解吗？

生 4: 能，比如....

师：如果将刚才写的这些解中的 x 值作为点的横坐标， y 值作为纵坐标，这些点在函数 $y=2x-3$ 的图象上吗？

生众：（描点）在

师：在一次函数 $y=2x-3$ 的图象上再取几个点，它的坐标适合方程 $2x-y-3=0$ 吗？

生众：（取点代入函数关系式验证）适合二元一次方程

师：方程 $2x-y-3=0$ 的解为坐标的所有点组成的图形与一次函数 $y=2x-3$ 的图象相同吗？你对二元一次方程与一次函数有图象之间的关系有什么看法？

总结：一般地，一次函数 $y=kx+b$ 的图象上任意一点的坐标都是二元一次方程 $kx-y+b=0$ 的解；以二元一次方程 $kx-y+b=0$ 的解为坐标的点都在一次函数 $y=kx+b$ 的图象上.....

请你对以上课堂教学实录按下列要求进行点评（用序号①. ②. ③... 标出要点）

（1）对教学过程进行评价；

（2）提出改进建议.

六、教学设计题（本大题 1 小题，30 分）

17. 对初中数学《分式及其基本性质》进行分析，写出教学设计（教学目标，重难点，教学过程）附：八年级下册《分式及其基本性质》.

<http://www.zgjsks.com/>

2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（十）

数学学科知识与教学能力试题（初级中学）

一、单项选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 设 A, B 都是 n 阶矩阵，则下列结论正确的是（ ）.

A. 若 A, B 都可逆，则 AB 可逆

B. 若 A, B 都可逆，则 $A+B$ 可逆

C. $|A+B| = |A| + |B|$

D. 若 $A, B, A+B$ 可逆，则 $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$

2. 求参数方程 $\begin{cases} x = 3e^{-t} \\ y = 2e^t \end{cases}$ 所确定的函数的导数 $\frac{dy}{dx} =$ ().

A. $-\frac{2}{3}e^{2t}$

B. $\frac{2}{3}e^{2t}$

C. $-\frac{2}{3}e^t$

D. $-\frac{2}{3}e^t$

3. 设 $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{e^x + 1}$ ，则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的（ ）.

A. 可去间断点

B. 跳跃间断点

C. 第二类间断点

D. 连续点

4. 已知 $\int xf'(x^2)dx = \ln x + C$ ，则函数 $f(x) =$ ().

A. $2\ln x + C$

B. $C\ln x$

C. $\ln x^2 + C$

D. $\ln x + C$

5. 平面 $3(y-1)=0$ 的位置特征是（ ）.

A. 平行于 x 轴

B. 平行于 z 轴

C. 垂直于 x 轴

D. 垂直于 y 轴

6. 设 a 为常数，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\sin(na)}{n^2} - \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ 的敛散性（ ）.

- A. 条件收敛 B. 绝对收敛 C. 发散 D. 无法判断

7. 以下说法正确的是 ().

- A. 教师对学生学习数学的评价就是关注学生的学习结果
B. 学生在学习数学时，最有效的学习活动就是单纯在模仿记忆
C. 合作学习是课堂教学中教学方法的全部
D. 数学学习评价既要关注学生数学学习的水平，更要关注他们在数学活动中所表现出来的情感、态度、个性倾向

8. 平面内与两定点的连线的斜率之积是常数 k 的动点的轨迹是椭圆，此时 k 应满足一定的条件，也就是排除斜率不存在的情况，还有 K 应满足 <0 且不等于 -1 . 此椭圆的定义方式是 ().

- A. 公理式定义 B. 外延式定义
C. 属种差异式定义 D. 递归式定义

二、简答题（本大题共 5 小题，每小题 7 分，共 35 分）

9. 当且仅当 k, l, m 满足什么条件时， $x^2 + kx + 1 \mid x^4 + lx^2 + m$.

10. 一工厂生产的某种设备的寿命 X （以年计）服从指数分布，概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} e^{-\frac{x}{4}} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

工厂规定出售的设备若在一年内损坏，可予以调换．若工厂出售

一台设备可赢利 100 元，调换一台设备厂方需花费 300 元，试求厂方出售一台设备净赢利的数学期望．

11. 设一平面与 x , y , z 轴的交点依次为 $P(a, 0, 0)$, $Q(0, b, 0)$, $R(0, 0, c)$, 求这个平面的方程.

12. 请简述探究式教学模式的主要步骤.

13. 请简述数形结合的思想并举例说明.

三、解答题（本大题 1 小题，10 分）

14. 判断下列向量集合在向量加法和数乘运算下是否为向量空间，若是向量空间，试求其维数，并给出一个基： $V_1 = \{\alpha = (x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}, \text{ 且 } x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$.

四、论述题（本大题 1 小题，15 分）

15. 请论述教学设计需要遵循的原则.

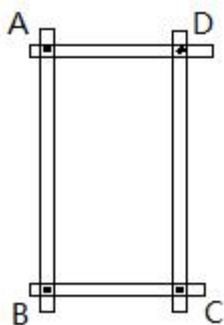
五、案例分析题（本大题 1 小题，20 分）

16. 案例分析

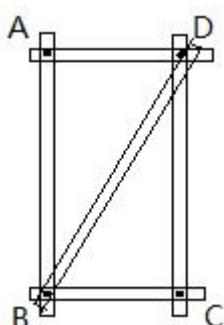
“三角形的稳定性”的教学片断：

王老师在组织一堂主题为“利用三角形的稳定性解决实际问题”的活动课时，他给同学们提出这样一个问题：一个纱门，因维系四边的榫卯老化，导致纱门变形，如何让门

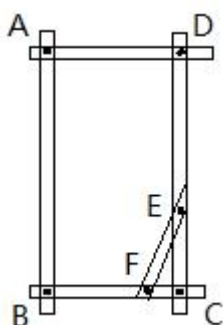
框固定？王老师用木条钉了几个纱门模型（如图（1）），交给四个学习小组，并配给一些铁钉、木条、钉锤……请大家用所学的数学知识来解决这个问题。



图（1）



图（2）



图（3）

活动结束后，四个小组汇报了解决问题的方案，其中有三组用了王老师的预设方案（如图（2））：沿纱门对角线端点钉上一根木条，纱门变成两个三角形，纱门能够固定。但有一个小组却拿出了王老师没料想到的方案（如图（3））：用一根短木条，将两端钉在纱门相邻的两边上，纱门也能固定。

师：你们为什么选择用这种方案来解决问题呢？

生 1：节约材料，且钉上短木条，对纱门美观影响小！

师：那你能说一下其中的道理吗？

生 1：短木条与纱门两边组成 $\triangle CEF$ ，三角形的稳定性能使门框四边固定。

生 2：老师，门框固定，五边形 $ABFED$ 也同样具有稳定性吗？这与我们以前知道的五边形不稳定性相矛盾呀！

面对生 2 的发问，王老师和全班同学无法回答，陷入沉思……

阅读以上材料，回答以下问题：

（1）请你对生 2 的疑问作出合理的解释。

（2）针对本节课出现的情况，如果你是王老师，如何应对？

六、教学设计题（本大题 1 小题，30 分）

17. 《义务教育数学课程标准》（2011 年版）关于平行四边形的性质的教学要求是：探索并证明平行四边形的性质定理——平行四边形的对边相等、对角相等。请基于该要求结合教材内容，完成下列教学设计任务：

- （1）设计“平行四边形”的教学目标；
- （2）设计两种让学生发现平行四边形性质的教学流程；
- （3）设计平行四边形性质证明的教学流程，使学生领悟证明过程中的数学思想方法。

19. 1.1 平行四边形的性质

由平行四边形的定义，我们知道平行四边形的两组对边分别平行。除此之外，平行四边形还有什么性质呢？

探究

根据定义画一个平行四边形，观察它，除了“两组对边分别平行”外，它的边之间还有什么关系？它的角之间有什么关系？度量一下，和你的猜想一致吗？

通过观察和度量，我们猜想：平行四边形的对边相等；平行四边形的对角相等。下面我们对它进行证明。

2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（十一）

数学学科知识与教学能力试题（初级中学）

一、单项选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 二元函数 $z = \sin x + \frac{x}{y}$ 的全微分 $dz =$ ().

- A. $\left(\cos x + \frac{1}{y}\right)dx + \frac{1}{y^2}dy$ B. $\left(\cos x + \frac{1}{y}\right)dx + \frac{x}{y^2}dy$
- C. $\left(\cos x + \frac{1}{y}\right)dx - \frac{x}{y^2}dy$ D. $\left(\cos x + \frac{1}{y}\right)dx - \frac{1}{y^2}dy$

2. 设 $f(x) = \int_0^{\sin x} \sin t^2 dt$, $g(x) = x^3 + x^4$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 是 $g(x)$ 的 ().

- A. 等价无穷小 B. 同阶但非等价的无穷小
- C. 高阶无穷小 D. 低阶无穷小

3. 若 A, B 是 n 阶方阵, 则下列不成立的结论是 ().

- A. A, B 是可逆阵, 则 $A + B$ 必是可逆阵
- B. A, B 是对称阵, 则 $A + B$ 必是对称阵
- C. A, B 是正交阵, 则 $A^{-1}B$ 必是正交阵
- D. A, B 是正定阵, 则 $A + B$ 必是正定阵

4. 已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt{n} \sin \frac{1}{n^\alpha}$ 绝对收敛, 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{2-\alpha}}$ 条件收敛, 则 ().

- A. $0 < \alpha \leq \frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2} < \alpha \leq 1$ C. $1 < \alpha \leq \frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{2} < \alpha < 2$

5. 设随机变量 X 的分布律为 $P\{X=k\} = \frac{k}{15}, k=1, 2, \dots, 5$, 则在概率

$P\left\{\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{5}{2}\right\}$, $P\{1 \leq X \leq 2\}$, $P\{0 \leq X \leq 3\}$, $P\{X=2 \text{ 和 } X=1\}$, $P\{X=3\}$ 中,

值等于 $\frac{1}{5}$ 的有 () 个.

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

6. 椭圆 $\begin{cases} \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \\ x = 0 \end{cases}$ 绕 Oy 轴旋转成的曲面方程是 ().

- A. $\frac{x^2 + y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ B. $\frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2 + z^2}{c^2} = 1$
C. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ D. $\frac{y^2}{b^2} + \frac{y^2 + z^2}{c^2} = 1$

7. 在课堂教学中，学生不再是教学的被动者或知识的接受者，而是课堂教学的主动参与者、学习的主人，在课堂得到充分发展的 ().

- A. 个体 B. 群体 C. 主体 D. 客体
8. “综合与实践”的实施是以问题为载体、以学生 () 为主的学习活动.
A. 自主参与 B. 合作学习 C. 探究学习 D. 小组讨论

二、简答题（本大题共 5 小题，每小题 7 分，共 35 分）

9. 直线 $2x + 3y - 1 = 0$ 在矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 对应变换作用下变成了什么图形，并求其方程.

10. 求与直线 $L_1: \begin{cases} x=1 \\ y=-1+t \\ z=2+t \end{cases}$ 及直线 $L_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{1}$ 都平行且过坐

标原点的平面方程.

11. 过点 $P(1,0)$ 作抛物线 $y = \sqrt{x-2}$ 的切线, 求该切线与抛物线 $y = \sqrt{x-2}$ 及 x 轴所围平面图形绕 x 轴旋转而成的旋转体体积.

12. 请简述评价主体的多元化和评价方式的多样化含义.

13. 请简述数据分析观念并举例说明.

三、解答题（本大题 1 小题，10 分）

14. λ, μ 取何值时，线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2\lambda x_2 + x_3 = 4 \\ \mu x_1 + x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$
 有惟一解、无穷多解、

无解？

四、论述题（本大题 1 小题，15 分）

15. 请论述多媒体技术在教学中的优越性，并举例说明.

五、案例分析题（本大题 1 小题，20 分）

16.《平方差公式》是八年级上册的内容，如何引导学生发现并推导平方差公式是该节课的重要任务，以下是某教师的教学片断：

【片段 1】

师：我们已经学过了多项式的乘法，两个二项式相乘，在合并同类项之前应该有几项呢？

生：4 项

师：请同学们计算下列多项式的乘积，看看在合并同类项之后还剩几项呢？（教师利用多媒体给出问题）.

生：写出答案：

$$(x+1)(x-1)=x^2-1$$

$$(x+2)(x-2)=x^2-4$$

$$(2x+1)(2x-1)=4x^2-1, \text{ 都是 2 项.}$$

师：同学们以上面的例子中发现什么规律了吗？什么样的两个二项式相乘，在合并同类项之后仍然是二项式呢？

生：两个因式的两项中分别有一项相同而另一项互为相反数，乘积一定是二项式或者当乘式是两个数之和乘以这两数之差时，积也只有 2 项.

师：用两数之和及这两数之差来表达乘式的特征既简单又确切，那乘积又有什么特征呢？

生：积等于乘式中这两个数的平方差

师：若我们用 a, b 来表示这两个数，你能得到什么样的等式呢？

$$\text{生：} (a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

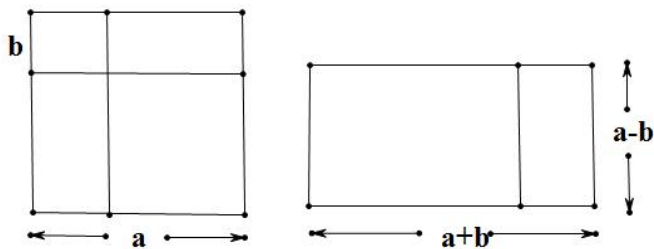
【片断 2】

师：请同学们先独立思考，再小组讨论，如何用学过的知识来说明平方差公式呢？（独立思考小组讨论后，全体学生交流）.

A 生：平方差公式是多项式乘法 $(a+b)(p+q)$ 中 $p=a, q=-b$ 的特殊情形，可利用多项式的运算法则来计算： $(a+b)(a-b)=a^2-ab+ab-b^2$.

师：很好，请问还有其它方法吗？能否用更加直观的方法来说明平方差公式呢？

B 生：可以利用几何图形的面积来证明，以边长为 a 的大正方形中去掉一个边长为 b 的小正方形，所剩面积为 $a^2 - b^2$ ；另一种方式，将所剩图形进行剪裁拼接（如图所示）可得一个长为 $a+b$ ，宽为 $a-b$ 的矩形，则面积为 $(a+b)(a-b)$ ，故 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$



(1) 请分析该教师教学片断 1 的设计意图

(2) 请分析片断 2 的设计意图及公式证明中所蕴含的教学思想方法

六、教学设计题（本大题 1 小题，30 分）

17. 《勾股定理》一课的教学片段：

教师：相传 2500 多年前，古希腊著名数学家毕哥拉斯去朋友家做客。宴席上，其他宾客心情欢乐，毕哥拉斯却盯着朋友家的地面砖发呆。原来，地砖铺成了由许多个直角三角形组成的图案，黑白相间，非常美观。主人正纳闷时，毕哥拉斯突然恍然大悟，原来，他发现了图案中三个正方形的面积存在某种数学关系。从而通过此关系还发现了等腰直角三角形三边的的某种数量关系。同学们，地砖图案中蕴含着怎样的数学关系呢，让我们一起探索吧。

接下来，在老师的引导下，在小组合作中，同学们发现了以等腰直角三角形两直角边为边长的小正方形的面积和，等于以斜边为边长的大正方形的面积、及等腰直角三角

形三边之间有特殊关系，斜边的平方等于两直角边的平方和。再接下来，探索得到其他的直角三角形也有上述性质，由此猜想出勾股定理。

根据以上材料，请你回答下列问题：

- (1) 从数学方法角度分析新课引入的教学方法及合理性；
- (2) 从教材把握的角度分析《勾股定理》在初中数学教学的地位和作用；
- (3) 从三维课程目标的角度分析上述教学设计落实哪些教学目标？

2020 年上半年中小学教师资格考试模拟练习卷（十二）

数学学科知识与教学能力试题（初级中学）

一、单项选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 下列说法正确的是（ ）.

A. $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$

B. 若 $AX = AY$ ，且 $\det A \neq 0$ ，则 $X = Y$ ，其中 X, Y 都是 $n \times m$ 矩阵

C. 若 $A^2 = 0$ ，则 $A = 0$

D. 若 $A^2 = B^2$ ，则 $A = B$ 或 $A = -B$

2. 设 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$ 为 4 阶矩阵，方程组 $AX = 0$ 的通解为 $X = k(1, 0, -4, 0)^T$ ，

下列向量组中是 $A^*X = 0$ 的基础解系为（ ）.

A. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

B. α_1, α_2

C. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$

D. $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4$

3. 方程 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} - z^2 = 1$ 所确定的二次曲面是（ ）.

A. 椭球面

B. 单叶双曲面

C. 旋转抛物面

D. 双叶双曲面

4. 对级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ ， $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ 是它收敛的（ ）条件.

A. 必要

B. 充分

C. 充分必要

D. 既不充分也不必要

5. 数据 x_1, x_2, \dots, x_7 的平均数为 7，标准差为 3，则数据 $3x_1 - 2, 3x_2 - 2, \dots,$

$3x_7 - 2$ 的方差和平均数分别为（ ）.

A. 81, 19

B. 19, 81

C. 27, 19

D. 9, 19

6. 求方程 $x^2 - y^2 = 1$ 所确定的隐函数的二阶导数 $\frac{d^2y}{dx^2} = (\quad)$.

A. $\frac{1}{y^2}$

B. $-\frac{1}{x^3}$

C. $\frac{1}{y^3}$

D. $-\frac{1}{y^3}$

7. 教师要从一个知识传授者转化为学生发展的促进者;要从教室空间支配者的地位,向教学学习活动 () 的角色转换.

A. 组织者、合作者和创造者

B. 引导者、协助者和组织者

C. 合作者、倡导者和领导者

D. 组织者、引导者和合作者

8. 最基本的教学目标是 () .

A. 课程目标与课时目标

B. 课程目标与单元目标

C. 单元目标与课时目标

D. 教学目标与课程目标

二、简答题 (本大题共 5 小题, 每小题 7 分, 共 35 分)

9. 用数列定义证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+4}{n^2+n+1} = 0$.

10. 已知 \mathbf{R}^3 中两个基 (I) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$; (II) $\beta_1, \beta_2, \beta_3$, 且 $\beta_1 = \alpha_1 + 2\alpha_2$, $\beta_2 = \alpha_2 + \alpha_3$,

$\beta_3 = \alpha_1 + \alpha_2$; 求:

(1) 由基 (II) 到基 (I) 的过渡阵;

(2) 向量 $\alpha = \alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3$ 在基 (II) 下的坐标.

11. 求曲线 $\begin{cases} x = 2e^t \\ y = e^{-t} \end{cases}$ 在 $t = 0$ 相应的点处的切线方程和法线方程.

12. 数学教学方法的选择依据是什么?

13. 请简述说课的意义.

三、解答题（本大题 1 小题，10 分）

14. 已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ 求矩阵 A 的特征值和特征向量.

四、论述题（本大题 1 小题，15 分）

15. 请论述课堂提问的原则.

五、案例分析题（本大题 1 小题，20 分）

16. 某学生求解 x 的不等式 $m^2x - m < 4x + 2$ ，作出如下解答：

解：因为 $m^2x - m < 4x + 2$

所以 $(m^2 - 4)x < m + 2$

所以 $x < \frac{m+2}{m^2-4}$

即 $x < \frac{1}{m-2}$

问题：

- （1）找出该同学解答过程中的错误之处.
- （2）求解关于 x 的不等式 $m^2x - m < 4x + 2$.
- （3）指出本案例中所蕴含的数学学科核心素养.

六、教学设计题（本大题 1 小题，30 分）

17. 撰写说明：以下两例为教学内容，撰写“锐角三角函数一正弦”教学设计片段.

（学生已学知识：直角三角形中， 30° 角所对的边等于斜边的一半，等腰三角形的性质，相似三角形的性质.）

撰写要求：

- （1）写出本教学设计片段，并说明其设计意图；
- （2）不要求写出例题的解答过程.

【例 1】如图 1，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ， $BC=35$ ，求 AB .

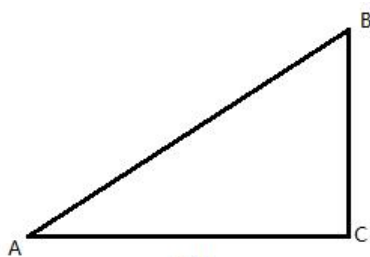


图1

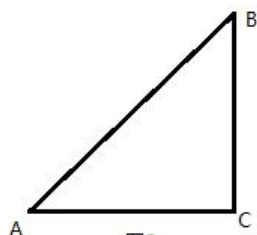


图2

【例 2】如图二，容易画一个 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，使 $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A=45^\circ$ ，计算 $\angle A$ 的对边与斜边的比 BC ，由此你得出什么结论？