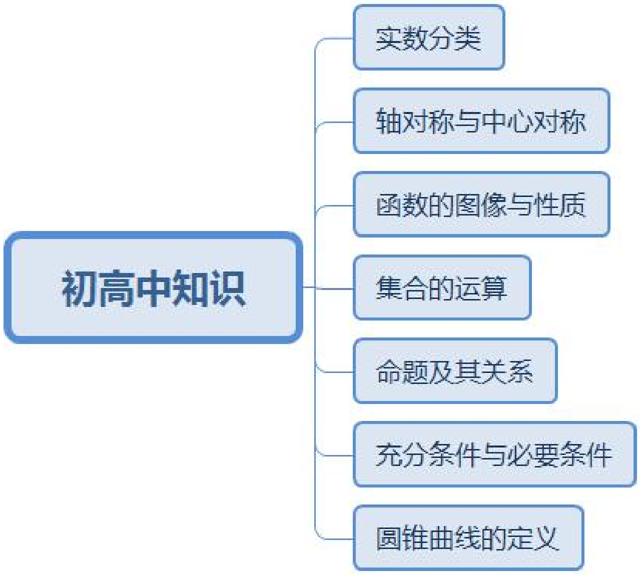
目　录

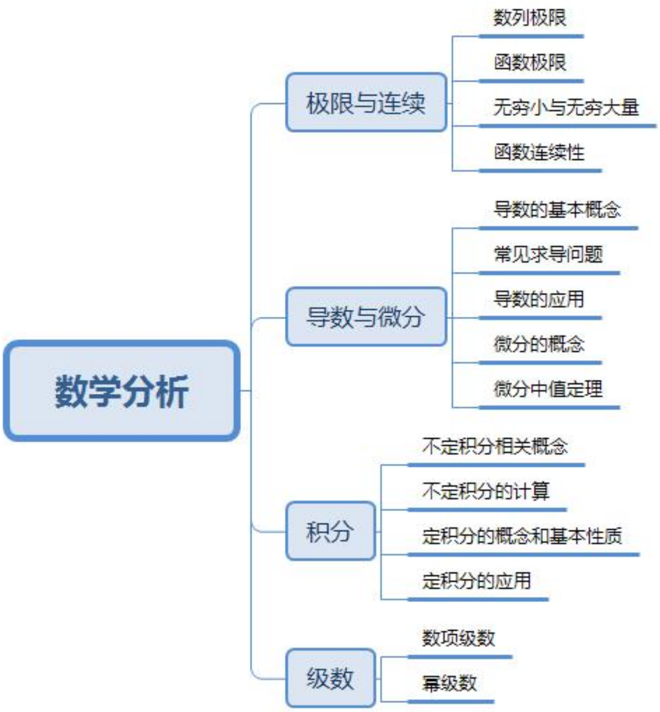
第一部分　知识导图……………………………………………………- 1 -
第二部分　高频考点速学速记…………………………………………- 5 -
第三部分　简答题必备 60 个考点……………………………………- 25 -

第一部分 知识导图

一 初高中知识



二 数学分析


数学分析
极限与连续
数列极限
函数极限
无穷小与无穷大量
函数连续性
导数与微分
导数的基本概念
常见求导问题
导数的应用
微分的概念
微分中值定理
积分
不定积分相关概念
不定积分的计算
定积分的概念和基本性质
定积分的应用
级数
数项级数
幂级数

三 高等代数

- 高等代数
  - 多项式
    - 一元多项式、多项式整除的概念
    - 最大公因式
    - 不可约因式与重因式的性质与判定
    - 多项式函数
  - 行列式
    - 行列式的概念和基本性质
    - 行列式按行（列）展开定理
    - 化上（下）三角方法计算行列式
    - 其他计算行列式的方法
  - 向量及其线性相关性
    - 向量及其运算
    - 向量组的线性相关性
    - 向量组的极大线性无关组及矩阵的秩
    - 向量的内积及正交
  - 矩阵
    - 矩阵的相关概念
    - 矩阵的线性运算
    - 矩阵的乘法
    - 矩阵变换
    - 逆矩阵的概念和性质
  - 线性方程组
    - 齐次线性方程组
    - 非齐次线性方程组
  - 线性空间与线性变换
    - 线性空间
    - 维数、基与坐标
    - 线性子空间及其判定
    - 线性变换
    - 常见的二阶线性变换
  - 相似矩阵与二次型
    - 特征值和特征向量
    - 相似矩阵
    - 相似对角化
    - 二次型及其矩阵表示
    - 正定二次型

四 常微分方程

- **常微分方程**
  - 基本概念
  - 可分离变量的微分方程
  - 一阶线性微分方程

五 空间解析几何

- **空间解析几何**
  - 空间向量
  - 平面
  - 直线
  - 空间中的距离
  - 曲面方程
  - 曲面的切平面与法线方程

六 统计与概率

- **统计与概率**
  - 随机事件的运算
  - 随机事件及其概率
  - 古典概型与几何概型
  - 随机变量的概率密度及分布函数
  - 常见的离散型随机变量
  - 常见连续型随机变量
  - 随机变量的数字特征

第二部分 高频考点速学速记

考点 数列极限

1．收敛数列的性质

（1）唯一性：若数列收敛，则数列只有一个极限；若数列有两个不同的极限，则数列发散，如摆动数列$\left\{(-1)^n\right\}$是发散的；

（2）有界性：若数列收敛，则数列一定有界；反过来，数列有界不一定收敛；

（3）保号性：若数列$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a>0$（或$<0$），则对任何的$b\in(0,a)$（或$b\in(a,0)$），存在正数$N$，当$n>N$时，恒有$a_n>b$（或$a_n<b$）；

（4）保不等式性：设$\{a_n\},\{b_n\}$均为收敛数列，若存在正数N，当$n>N$时，有$a_n\le b_n$，则$\lim\limits_{n\to\infty}a_n\le\lim\limits_{n\to\infty}b_n$；

（5）迫敛性：设收敛数列$\{a_n\},\{b_n\}$都以a为极限，数列$\{c_n\}$满足：存在正数N，当$n>N$时，有$a_n\le c_n\le b_n$，则$\lim\limits_{n\to\infty}c_n=a$．

2．特殊数列的极限

（1）$\lim\limits_{n\to\infty}C=C$（$C$为常数）；

（2）$\lim\limits_{n\to\infty}a^n=\begin{cases}0(|a|<1),\\1(a=1),\\\text{不存在}（|a|>1\text{或}a=-1)\end{cases}$；

（3）$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^a}=0$（$a>0$的常数）；

（4）$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_0n^k+a_1n^{k-1}+\cdots+a_k}{b_0n^l+b_1n^{l-1}+\cdots+b_l}=\begin{cases}0(\text{当}k<l\text{时}),\\\dfrac{a_0}{b_0}(\text{当}k=l\text{时}),\\\text{不存在（当}k>l\text{时）}\end{cases}$

3．数列收敛判定

（1）单调有界定理：有界的单调数列必有极限；

（2）柯西收敛准则：数列$\{a_n\}$收敛的充要条件为：对任给的$\varepsilon>0$，存在正整数N，当$n,m>N$时，有$|a_n-a_m|<\varepsilon$.

考点 函数极限

1．函数极限的性质

（1）唯一性：若函数极限存在，则极限是唯一的；

（2）局部有界性：若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=a$，则$f(x)$在$x_0$的某去心邻域$\overset{0}{U}(x_0)$内有界；

（3）局部保号性：若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=a>0$（或$<0$），则对任意的正数$r<a$（或$r<-a$），存在$\overset{0}{U}(x_0)$使得对一切的$x\in\overset{0}{U}(x_0)$，有$f(x)>r>0$（或$f(x)<-r<0$）；

（4）保不等式性：设$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$与$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$都存在，且在$x_0$的某去心邻域$\overset{0}{U}(x_0)$内有$f(x)\le g(x)$，则$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)\le\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$；

（5）迫敛性：设$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=A$，且在$x_0$的某去心邻域$\overset{0}{U}(x_0)$内有$f(x)\le h(x)\le g(x)$，则$\lim\limits_{x\to x_0}h(x)=A$.

2．两个重要极限

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$，

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=\mathrm{e}$（或$\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=\mathrm{e}$）（$1^\infty$）.

3．洛必达法则

（1）概念：在分子与分母导数都存在的情况下，分别对分子分母进行求导运算，直到该极限可以直接代入求解为止.

（2）适用类型：通常情况下适用于$\dfrac{0}{0}$型或者是$\dfrac{\infty}{\infty}$型极限.

注：使用洛必达法则的前提是分子分母求导之后的极限存在，否则不能使用.

考点 函数连续性

1．函数在一点处连续

如果函数$f(x)$在点$x=a$处有定义，且$\lim\limits_{x\to a}f(x)=f(a)$，那么函数在$x=a$处连续.

2．函数在一点处左（右）连续

如果函数 $f(x)$ 在 a 的左侧（右侧）区间有定义，且 $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=f(a)=f(a-0)$（$\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=f(a)=f(a+0)$），那么函数在 $x=a$ 处左（右）连续．

3．闭区间上连续函数的性质

（1）若函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 连续，则函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 内必有最大值与最小值；

（2）若函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 连续，则函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 内必有界；

（3）若函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 连续，且 $f(a)f(b)<0$，则至少存在一点 $x_0\in(a,b)$，$f(x_0)=0$；

（4）设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续，则在这区间端点处取值不同时，即：$f(a)=A$，$f(b)=B$，且 $A\neq B$．那么，不论 C 是 A 与 B 之间的怎样一个数，在开区间 (a,b) 内至少有一点 ξ，使得 $f(\xi)=C(a<\xi<b)$；

考点 导数

1．由参数方程所确定的函数的导数

一般地，若参数方程 $\begin{cases} x=\varphi(t) \\ y=\psi(t) \end{cases}$ 确定 y 与 x 间的函数关系，则称此函数关系所表达的函数为由参数方程所确定的函数．根据复合函数的求导法则与反函数的求导法则，就有

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}\cdot\frac{dt}{dx}=\frac{dy}{dt}\cdot\frac{1}{\frac{dx}{dt}}=\frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}.$$

2．导数的几何意义

函数 $f(x)$ 在点 x_0 处的导数 $f'(x_0)$ 的几何意义是在曲线 $y=f(x)$ 上点 $(x_0,f(x_0))$ 处的切线的斜率．相应地，切线方程为：$y-y_0=f'(x)(x-x_0)$．

考点 微分中值定理

1．费马引理：函数 $f(x)$ 在 x_0 的某邻域内有定义，在点 x_0 可导，且在 $x=x_0$ 处取得极值，则 $f'(x_0)=0$.

2．罗尔中值定理：若函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 上可导，且 $f(a)=f(b)$，则存在 $\xi\in(a,b)$，使 $f'(\xi)=0$.

3．Lagrange 中值定理：若函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 上可导，则存在 $\xi\in(a,b)$，使 $f'(\xi)=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

4．柯西中值定理：若函数 $f(x)$、$g(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 上可导，且 $g'(x)\neq 0$，则存在 $\xi\in(a,b)$，使 $\dfrac{f'(\xi)}{g'(\xi)}=\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}$.

考点 定积分的基本性质

1．定积分的性质

（1）$\int_a^a f(x)dx=0$

（2）$\int_a^b dx=b-a$

（3）$\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$

（4）$\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx$

（5）$\int_a^b f(x)dx=\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$

（6）$\int_a^b [f(x)\pm g(x)]dx=\int_a^b f(x)dx\pm\int_a^b g(x)dx$

（7）在区间 $[a,b]$ 恒有 $f(x)\geq 0$，则 $\int_a^b f(x)dx\geq 0$

（8）$f(x)\leq g(x),\int_a^b f(x)dx\leq\int_a^b g(x)dx$

（9）$\left|\int_a^b f(x)dx\right|\leq\int_a^b |f(x)|dx$

（10）$m \le f(x) \le M, x \in [a,b]$，则 $m(b-a) \le \int_a^b f(x)dx \le M(b-a)$

（11）定积分中值定理：$f(x)$ 在 $[a,b]$ 连续，至少存在一个 $\xi \in [a,b]$，

使 $\int_a^b f(x)dx = f(\xi)(b-a)$.

（12）$f(x)$ 为奇函数，则 $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$；$f(x)$ 为偶函数，则 $\int_{-a}^a f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$.

2．定积分存在定理

定理 1 当函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续时，称 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上可积；

定理 2 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上有界，且只有有限个间断点，则 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上可积.

3．旋转体体积

将区间 $[a,b]$ 的连续曲线 $y=f(x)$ 绕 x 轴旋转一周所得旋转体体积 $V=\pi\int_a^b [f(x)]^2 dx$

将区间 $[c,d]$ 的连续曲线 $x=g(y)$ 绕 y 轴旋转一周所得旋转体体积 $V=\pi\int_c^d [g(y)]^2 dy$

4．旋转体侧面积

$$S = 2\pi\int_a^b f(x)\sqrt{1+f'^2(x)}dx$$

5．变限积分求导

$$F(x) = \int_{a(x)}^{b(x)} f(t)dt$$

$$F'(x) = f(b(x))b'(x) - f(a(x))a'(x)$$

考点 级数

1．两个重要级数

（1）几何级数（等比级数）

$\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ 当 $|q|<1$ 时收敛，当 $|q|\geq 1$ 时发散.

（2） p 级数

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ 当 $p>1$ 时收敛，当 $p\leq 1$ 时发散.

2．交错级数收敛判别

莱布尼茨定理：如果交错级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}u_n$ 满足条件：

（1） $u_n \geq u_{n+1}(n=1,2,3\cdots)$;

（2） $\lim\limits_{x\to\infty} u_n = 0,$

则级数收敛，且其和 $s\leq u_1$，其余项 r_n 的绝对值 $|r_n|\leq u_{n+1}$.

3．绝对收敛与条件收敛

定理：如果级数 $\sum_{n=1}^{\infty}|u_n|$ 收敛，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 也收敛.

定义：如果级数 $\sum_{n=1}^{\infty}|u_n|$ 收敛，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 也收敛，此时称 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 绝对收敛；

如果 $\sum_{n=1}^{\infty}|u_n|$ 发散，而级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛，此时称 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 条件收敛.

4．收敛半径、收敛区间与收敛域

定义：设 $a_n \neq 0(n=1,2,\ldots)$， a_n, a_{n+1} 是幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}a_n x^n$ 的相邻两项的系数并设

$\lim\limits_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \rho$ 或 $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{|a_n|} = \rho$（$\rho$ 可以为 ∞）， $R=\begin{cases} 0, & \rho=\infty \\ \frac{1}{\rho}, & 0<\rho<\infty \\ \infty, & \rho=0 \end{cases}$，正数 R 叫做幂级

数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径，开区间 $(-R,R)$ 叫做幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛区间．再由幂级数在 $x=\pm R$ 处的收敛性就可以决定它的收敛域，幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛域是 $(-R,R)$（或 $[-R,R)$、$(-R,R]$、$[-R,R]$ 之一）．

考点 行列式的基本性质

性质 1 行列式的值等于其转置行列式的值，即 $D=D^T$．

性质 2 将行列式中任意两行（列）位置互换，行列式的值反号．

性质 3 若行列式中两行（列）对应元素相同，行列式值为零．

性质 4 若行列式中某一行（列）有公因子 k，则公因子 k 可提取到行列式符号外，即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ ka_{s1} & ka_{s2} & \cdots & ka_{sn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{s1} & a_{s2} & \cdots & a_{sn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

性质 5 行列式中若一行（列）均为零元素，则此行列式值为零

性质 6 行列式中若两行（列）元素对应成比例，则行列式值为零

性质 7 把行列式的某一行（列）的元素乘以同一数后加到另一行（列）的对应元素上，行列式不变．

考点 向量组的线性相关性

1．基本概念

线性相（无）关

向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 称为线性相关，如果有数域 P 中不全为零的数 $k_1,k_2,\cdots,k_s$，使 $k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_s\alpha_s=0$，否则称 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 是线性无关的．

注：任意一个包含零向量的向量组一定是线性相关的．

2．向量组线性关系的判定

（1）向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s(s\geq 2)$ 线性相关的充要条件是其中至少有某一向量

$\alpha_i(1\le i\le s)$ 可由其余向量线性表示.

（2）如果一向量组的一部分线性相关，那么这个向量组就线性相关；也就是说如果一向量组线性无关，那么它的任何一个非空的部分组也线性无关.

3．极大线性无关组

若向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 的一部分向量 $\alpha_{i1},\alpha_{i2},\cdots,\alpha_{ir}$ 满足：

（1）$\alpha_{i1},\alpha_{i2},\cdots,\alpha_{ir}$ 线性无关；

（2）$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 中的任一向量 α_i 均可由其线性表示；

则称此部分向量组 $\alpha_{i1},\alpha_{i2},\cdots,\alpha_{ir}$ 为原向量组的一个极大线性无关组.

4．性质

（1）任意一个极大线性无关组都与向量组自身等价.

（2）向量组的极大线性无关组不一定唯一，但任意两个极大线性无关组等价.

（3）秩为 r 的 n 维向量中的任意 r 个线性无关的向量都是向量组的一个极大线性无关组.

（4）等价的向量组必有相同的秩.（秩相同的向量组未必等价）；

5．向量组的秩

向量组的极大线性无关组所含向量的个数称为这个向量组的秩.

注：考虑到线性无关的向量组就是它自身的极大线性无关组，因此一向量组线性无关的充要条件是它的秩与它所含向量的个数相同.

6．矩阵的秩

矩阵的行向量组的秩与列向量组的秩相等，称为矩阵的秩.

矩阵 A 的秩是 r 的充分必要条件为 A 中有一个 r 阶子式不为零，同时所有 $r+1$ 阶子式全为零.

$n\times n$ 矩阵的行列式为零的充要条件是它的秩小于 n .

考点 矩阵

运算规律：若 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$ 满足可乘条件，则

1．结合律：$(\boldsymbol{AB})\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}(\boldsymbol{BC})$；

2．分配律：$(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})\boldsymbol{C}=\boldsymbol{AC}+\boldsymbol{BC}$，$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})=\boldsymbol{CA}+\boldsymbol{CB}$；

3．$k(\boldsymbol{AB})=(k\boldsymbol{A})\boldsymbol{B}=\boldsymbol{A}(k\boldsymbol{B})$；

4．$k\boldsymbol{A}=(k\boldsymbol{E})\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}(k\boldsymbol{E})$．

注：矩阵乘积的行列式等于矩阵行列式的乘积，即$|AB|=|A||B|$；

矩阵乘积的秩小于等于每一个矩阵因子的秩，即$r(AB)\le\min\{r(A),r(B)\}$．

考点 齐次线性方程组

1．解的情况

（1）当$r(A)=n$，齐次线性方程组只有零解．

（2）当$r(A)<n$，齐次线性方程组有非零解．

2．解的性质

（1）方程组（a）的两个解的和还是方程组（a）的解；

（2）方程组（a）的一个解的倍数还是方程组（a）的解．

3．基础解系

（1）齐次线性方程组（a）的一组解$\eta_1,\eta_2,\cdots,\eta_t$称为（a）的一个基础解系，如果

①方程组（a）的任何一个解都能表成$\eta_1,\eta_2,\cdots,\eta_t$的线性组合；

②$\eta_1,\eta_2,\cdots,\eta_t$线性无关．

（2）在齐次线性方程组（a）有非零解的情况下，它有基础解系，并且基础解系所含解的个数等于$n-r$，这里r表示系数矩阵的秩（$n-r$也就是自由未知量的个数）．

考点 非齐次线性方程组

1．线性方程组有解的判别定理

线性方程组（b）有解的充分必要条件为$r(A)=r(\overline{A})$．

方程组$Ax=b$（A为$m\times n$矩阵）解的情况：

$r(A)=r(\overline{A})=n\Leftrightarrow$有唯一解

$r(A)=r(\overline{A})<n\Leftrightarrow$有无穷多解

$r(A)+1=r(\overline{A})\Leftrightarrow$ 无解，即 b 不能由 A 的列向量线性表出．

2．解的性质

（1）线性方程组（b）的两个解的差是它的导出组（a）的解．

（2）线性方程组（b）的一个解与它的导出组（a）的一个解之和还是线性方程组（b）的解．

（3）如果 γ_0 是线性方程组（b）的一个特解，那么方程组（b）的任一个解 γ 都可表示成 $\gamma=\gamma_0+\eta$，其中 η 是导出组（a）的一个解．因此，对于方程组（b）的任一个特解 γ_0，当 η 取遍它的导出组的全部解时，$\gamma=\gamma_0+\eta$ 就给（b）的全部解．

（4）在方程组（b）有解的条件下，解是唯一的充分必要条件是它的导出组（a）只有零解．

考点 常见的二阶线性变换

1．恒等变换矩阵（单位矩阵）：$M=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$，点的变换为 $(x,y)\to(x,y)$

2．伸压变换矩阵：

①$M=\begin{bmatrix}k & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

当 $k>1$，将原来图形横坐标扩大为原来 k 倍，纵坐标不变；当 $0<k<1$，将原来图形横坐标缩小为原来 k 倍，纵坐标不变．其中点的变换为 $(x,y)\to(kx,y)$．

②$M=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & k\end{bmatrix}$

当 $k>1$，将原来图形纵坐标扩大为原来 k 倍，横坐标不变；当 $0<k<1$，将原来图形纵坐标缩小为原来 k 倍，横坐标不变．其中点的变换为 $(x,y)\to(x,ky)$．

3．反射变换矩阵：

①$M=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$

点的变换为 $(x,y)\to(x,-y)$　　变换前后关于 x 轴对称

②$M=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

点的变换为$(x,y)\to(-x,y)$　　　变换前后关于 y 轴对称

③$M=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$

点的变换为$(x,y)\to(-x,-y)$　　　变换前后关于原点对称

④$M=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$

点的变换为$(x,y)\to(y,x)$　　　变换前后关于直线$y=x$对称

4．旋转变换矩阵：

①$M=\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$

逆时针90^0 $M=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$；顺时针$90^0$：$M=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}$

5．投影变换矩阵：

①$M=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$

将坐标平面上的点垂直投影到x轴上，其中点的变换为$(x,y)\to(x,0)$

②$M=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

将坐标平面上的点垂直投影到 y 轴上，其中点的变换为$(x,y)\to(0,y)$

③$M=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 0\end{bmatrix}$

将坐标平面上的点垂直于x轴方向投影到$y=x$上，其中点的变换为$(x,y)\to(x,x)$

④$M=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

将坐标平面上的点平行于x轴方向投影到$y=x$上，其中点的变换为$(x,y)\to(y,y)$

⑤ $M=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$

将坐标平面上的点垂直于 $y=x$ 方向投影到 $y=x$ 上，其中点的变换为 $(x,y)\to(\frac{x+y}{2},\frac{x+y}{2})$

6．切变变换矩阵：

① $M=\begin{bmatrix}1 & k\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

把平面上的点沿 x 轴方向平移 $|ky|$ 个单位，其中点的变换为 $(x,y)\to(x+ky,y)$

② $M=\begin{bmatrix}1 & 0\\ k & 1\end{bmatrix}$

把平面上的点沿 y 轴方向平移 $|kx|$ 个单位，其中点的变换为 $(x,y)\to(x,kx+y)$

考点 特征值和特征向量

1．定义

设 $\boldsymbol{A}$ 为数域 F 上的 n 阶方阵，如果存在数域 F 上的数 λ_0 和非零向量 $\boldsymbol{\xi}$，使得 $\boldsymbol{A\xi}=\lambda_0\boldsymbol{\xi}$，则称 λ_0 为 $\boldsymbol{A}$ 的一个特征值（特征根），而 $\boldsymbol{\xi}$ 称为 $\boldsymbol{A}$ 的属于特征值 λ_0 的一个特征向量.

2．性质

若 λ_i 是 $\boldsymbol{A}$ 的任一特征值，非零向量 $\boldsymbol{\xi}$ 为 $\boldsymbol{A}$ 的属于特征值 λ_i 的特征向量，则

A	$f(A)$	A^T	A^{-1}	A^*	$P^{-1}AP$
λ	$f(\lambda)$	λ	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{\lvert A\rvert}{\lambda}$	λ

注：属于不同特征值的特征向量是线性无关的.

实对称矩阵的特征值为实数，实对称矩阵属于不同特征值的特征向量是正交的.

方阵 A 的行列式等于其所有特征值的乘积，即 $|A|=\lambda_1\times\lambda_2\times\cdots\times\lambda_n$.

2．性质

（2）相似的矩阵有相同特征多项式、相同特征值、相同行列式、相同秩．

考点 二次型判定

1．正定二次型判定

（1）实对称矩阵是正定的当且仅当它的特征值全为正；

（2）n 阶实对称矩阵是正定的当且仅当它的正惯性指数为 n；

（3）实对称矩阵是正定的当且仅当它与单位矩阵合同；

（4）实对称矩阵是正定的必要条件是主对角线上元素都大于 0．

2．负定二次型判定

（1）实对称矩阵是负定的当且仅当它的特征值全为负；

（2）n 阶实对称矩阵是负定的当且仅当它的负惯性指数为 n；

（3）实对称矩阵是负定的当且仅当它的奇数阶顺序主子式为负，偶数阶顺序主子式为正；

（4）实对称矩阵是负定的必要条件是主对角线上元素都小于 0．

考点 空间向量

1．方向角

向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ 的夹角 α,β,γ 称为 $\vec{a}$ 的方向角，方向角的余弦 $\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma$ 称为向量 $\vec{a}$ 的方向余弦．

$$\cos\alpha=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\cos\beta=\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\cos\gamma=\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$$

3．空间向量的运算

（1）向量的数量积（内积，点积）

$\overrightarrow{a_1}\cdot\overrightarrow{a_2}=\left|\overrightarrow{a_1}\right|\left|\overrightarrow{a_2}\right|\cos\theta$，其中 θ 为向量 $\overrightarrow{a_1},\overrightarrow{a_2}$ 的夹角．

用坐标表示：$\overrightarrow{a_1}\cdot\overrightarrow{a_2}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$．

（2）向量的向量积（外积，叉积）

$\vec{a}\times\vec{b}$ 是一个向量，其模 $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\cdot\sin\theta$，其中 θ 为夹角．其方向规定为

与$\vec{a}$，$\vec{b}$都垂直且$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{a}\times\vec{b}$符合右手系，坐标运算为$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\x_1&y_1&z_1\\x_2&y_2&z_2\end{vmatrix}$.

向量积的运算法则：

$\vec{a}\times\vec{b}=-\overrightarrow{b\times a}$，$(\lambda\vec{a})\times\vec{b}=\lambda(\vec{a}\times\vec{b})$，$\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\times\vec{b}+\vec{a}\times\vec{c}$，$\vec{a}\times\vec{a}=\vec{0}$·

（3）向量的混合积

三个向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$的混合积$(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$是一个数，规定为$(\vec{a},\vec{b},\vec{c})=(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$. 用坐标表示为$(\vec{a},\vec{b},\vec{c})=\begin{vmatrix}x_1&y_1&z_1\\x_2&y_2&z_2\\x_3&y_3&z_3\end{vmatrix}$.

考点 平面

1．平面的方程

（1）点法式

已知点$M(x_0,y_0,z_0)$，法线向量$\boldsymbol{n}=(A,B,C)$，平面的点法式方程为

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0.$$

（2）一般式

$Ax+By+Cz+D=0$（A,B,C不全为0）其中法向量为$\vec{n}=(A,B,C)$.

（3）截距式

一般方程$Ax+By+Cz+D=0$中，令$A=-\frac{D}{a},B=-\frac{D}{b},C=-\frac{D}{c}$，代入一般方程可得$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$，此为平面方程的截距式.

3．两个平面间的关系

$\prod_1:A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$，$\prod_2:A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$，则：

$\Pi_1 /\!/ \Pi_2$：$\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}=\dfrac{C_1}{C_2}\neq\dfrac{D_1}{D_2}$.

$\Pi_1 \perp \Pi_2$：$A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$.

Π_1和Π_2夹角θ（不大于 90 度）

$$\cos\theta=\frac{|\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}|}{|\vec{n_1}|\cdot|\vec{n_2}|}=\frac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}.$$

考点 直线

1．直线的方程

（1）一般式（交面式）

$\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0\\A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0\end{cases}$，其中$(A_1,B_1,C_1)$与$(A_2,B_2,C_2)$不平行.

（2）对称式（标准式）

$\dfrac{x-x_0}{l}=\dfrac{y-y_0}{m}=\dfrac{z-z_0}{n}$，其中$(l,m,n)$为直线的方向向量.

（3）参数式

$$\begin{cases}x=x_0+tl\\y=y_0+tm\\z=z_0+tn\end{cases}.$$

3．两条直线间的关系

设$L_1:\dfrac{x-x_1}{l_1}=\dfrac{y-y_1}{m_1}=\dfrac{z-z_1}{n_1}$，$L_2:\dfrac{x-x_2}{l_2}=\dfrac{y-y_2}{m_2}=\dfrac{z-z_2}{n_2}$，则

$L_1 /\!/ L_2 \Leftrightarrow \dfrac{l_1}{l_2}=\dfrac{m_1}{m_2}=\dfrac{n_1}{n_2}$，且$(x_1,y_1,z_1)$不满足$L_2$的方程.

$L_1 \perp L_2 \Leftrightarrow l_1l_2+m_1m_2+n_1n_2=0$.

L_1和L_2夹角θ（不大于 90 度）

$$\cos\theta=\frac{\left|l_1l_2+m_1m_2+n_1n_2\right|}{\sqrt{l_1^{\ 2}+m_1^{\ 2}+n_1^{\ 2}}\sqrt{l_2^{\ 2}+m_2^{\ 2}+n_2^{\ 2}}}.$$

4．直线与平面的位置关系

直线和它在平面投影直线所夹锐角θ称为直线与平面的夹角.当直线与平面垂直时，规定夹角为$\frac{\pi}{2}$.

$L:\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}$，$\prod:Ax+By+Cz+D=0$，$\vec{s}=(l,m,n)$，$\vec{n}=(A,B,C)$，则

（1）$L//\prod\Leftrightarrow\vec{s}\perp\vec{n}$，即$Al+Bm+Cn=0$且$Ax_0+By_0+Cz_0+D\neq 0$.

（2）$L\perp\prod\Leftrightarrow\vec{s}//\vec{n}$，即$\frac{A}{l}=\frac{B}{m}=\frac{C}{n}$.

（3）L与$\prod$的夹角$\theta=\frac{\pi}{2}-<\vec{s},\vec{n}>$，$\sin\theta=\frac{\left|Al+Bm+Cn\right|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\sqrt{l^2+m^2+n^2}}$.

考点 空间中的距离

1．空间中点线距

空间中点$M\left(x_1,y_1,z_1\right)$到直线的距离为：

$d=\frac{\left|\overrightarrow{MN}\times\vec{S}\right|}{\left|\vec{S}\right|}$，其中$N\left(x_2,y_2,z_2\right)$为直线上一点，$\vec{S}$为直线的方向向量.

2．空间中点面距

空间中点$P\left(x_1,y_1,z_1\right)$到平面$Ax+By+Cz+D=0$的距离为：

$$d=\frac{\left|Ax_1+By_1+Cz_1+D\right|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}.$$

3．空间中两两异面直线$l_1:\frac{x-x_1}{l_1}=\frac{y-y_1}{m_1}=\frac{z-z_1}{n_1}$和$l_2:\frac{x-x_2}{l_2}=\frac{y-y_2}{m_2}=\frac{z-z_2}{n_2}$间的距离为：

$d=\dfrac{\left|\left(\overrightarrow{MN},\overrightarrow{S_1},\overrightarrow{S_2}\right)\right|}{\left|\overrightarrow{S_1}\times\overrightarrow{S_2}\right|}$，其中$M\left(x_1,y_1,z_1\right)$在直线$l_1$上，$N\left(x_2,y_2,z_2\right)$在直线$l_2$上，$l_1$的方向向量为$\overrightarrow{S_1}$，$l_2$的方向向量为$\overrightarrow{S_2}$.

4．空间中两平行平面$Ax+By+Cz+D_1=0$和$Ax+By+Cz+D_2=0$间的距离为：

$$d=\frac{\left|D_1-D_2\right|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

考点 曲面方程

1．球面方程

$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$.

2．旋转曲面

以一条平面曲线绕其平面上的一条直线旋转一周所成的曲面称为旋转曲面．这条直线叫做旋转曲面的轴．

yoz平面上的曲线$f(y,z)=0$绕 z 轴旋转一周的曲面方程为$f(\pm\sqrt{x^2+y^2},z)=0$；

yoz平面上的曲线$f(y,z)=0$绕y轴旋转一周的曲面方程为$f(y,\pm\sqrt{x^2+z^2})=0$.

3．二次曲面

（1）椭球面

方程：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$.

①椭球面与三个坐标平面的交线：$\begin{cases}\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\\ z=0\end{cases}$，$\begin{cases}\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1\\ y=0\end{cases}$，$\begin{cases}\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1\\ x=0\end{cases}$.

②椭球面的几种特殊情况

$a=b$，$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$，旋转椭球面，由椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$绕 z 轴旋转而成.

③$a=b=c$，为球面，方程可写为$x^2+y^2+z^2=a^2$.

（2）抛物面

①$\frac{x^2}{2p}+\frac{y^2}{2q}=z(p,q>0)$为椭圆抛物面.

②$\frac{x^2}{2p}+\frac{y^2}{2p}=z$为旋转抛物面（由 xoz 平面上的抛物线$x^2=2pz$绕 z 轴旋转而成）.

③$-\frac{x^2}{2p}+\frac{y^2}{2q}=z$为双曲抛物面.

（3）双曲面

①单叶双曲面：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$；

②双叶双曲面：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$；

考点 曲面的切平面与法线方程

设曲面的方程为$F(x,y,z)=0$，曲面在点$M\left(x_0,y_0,z_0\right)$处的

切平面方程为：$F_x(M)(x-x_0)+F_y(M)(y-y_0)+F_z(M)(z-z_0)=0$；

法线方程为：$\frac{x-x_0}{F_x(x_0,y_0,z_0)}=\frac{y-y_0}{F_y(x_0,y_0,z_0)}=\frac{z-z_0}{F_z(x_0,y_0,z_0)}$.

考点 随机事件及其概率

1．条件概率及其性质

（1）对于任何两个事件A和B，在已知事件A发生的条件下，事件B发生的概率叫做条件概率，用符号$P(B|A)$来表示，其公式为$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}(P(A)>0)$.

（2）条件概率具有的性质：

①$0 \le P(B|A) \le 1$；

②如果 B 和 C 是两个互斥事件，则 $P(B \cup C|A) = P(B|A) + P(C|A)$.

2．相互独立事件

（1）对于事件 A、B，若 A 的发生与 B 的发生互不影响，则称 A、B 是相互独立事件.

（2）若 A 与 B 相互独立，则 $P(B|A) = P(B)$，$P(AB) = P(B|A)P(A) = P(A)P(B)$.

（3）若 A 与 B 相互独立，则 A 与 $\overline{B}$，$\overline{A}$ 与 B，$\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 也都相互独立.

（4）若 $P(AB) = P(A)P(B)$，则 A 与 B 相互独立.

考点 古典概型与几何概型

1．古典概型

（1）具有以下两个特点的概率模型称为古典概率模型，简称古典概型.

①试验的所有可能结果只有有限个，每次试验只出现其中的一个结果.

②每一个试验结果出现的可能性相等.

（2）如果一次试验中可能出现的结果有 n 个，而且所有结果出现的可能性都相等，那么每一个基本事件的概率都是 $\frac{1}{n}$；如果某个事件 A 包括的结果有 m 个，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

（3）古典概型的概率公式

$$P(A) = \frac{\text{事件}A\text{包含的可能结果数}}{\text{试验的所有可能结果数}}.$$

2．几何概型

如果每个事件发生的概率只与构成该事件区域的长度（面积或体积）成比例，则称这样的概率模型为几何概率模型，简称为几何概型.

（1）几何概型中，事件 A 的概率计算公式

$$P(A) = \frac{\text{构成事件}A\text{的区域长度（面积或体积）}}{\text{试验的全部结果所构成的区域长度（面积或体积）}}.$$

（2）要切实理解并掌握几何概型试验的两个基本特点

①无限性：在一次试验中，可能出现的结果有无限多个；

②等可能性：每个结果的发生具有等可能性．

考点 二项分布

若随机变量 X 的概率分布为 $P\left(X=k\right)=C_n^k p^k\left(1-p\right)^{n-k}, k=0,1,\ldots,n$，则称随机变量 X 服从参数为 $\left(n,p\right)$ 的二项分布，并记 $X\sim B\left(n,p\right)$．

注：若 $X\sim B\left(n,p\right)$，那么 X 表示 n 重伯努利试验中事件 A 发生的次数，其中 $P\left(A\right)=p$．

考点 正态分布

1．定义

若随机变量 X 的概率密度函数为 $f\left(x\right)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\left(x\in R\right)$，其中参数 $\mu\in R,\sigma>0$，则称 X 服从正态分布，记为 X~N（μ,σ^2）．特别地，将 $N\left(0,1\right)$ 称为标准正态分布．

2．常用性质

① X~N（μ,σ^2），则 $\dfrac{X-\mu}{\sigma}$~N（0, 1）．该公式揭示了求解正态分布问题的一个重要思路：标准化．

②正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$ 具有对称性，也即其概率密度是关于直线 $x=\mu$ 对称的．

第三部分 简答题必备 60 个考点

1．课程内容要反映社会的需要、数学的特点，要符合学生的认知规律．

A．课程内容不仅包括数学的结果，也包括数学结果的形成过程和蕴涵的数学思想方法．

B．课程内容的选择要贴近学生的实际，有利于学生体验与理解、思考与探索．

C．课程内容的组织要重视过程，处理好过程与结果的关系；要重视直观，处理好直观与抽象的关系；要重视直接经验，处理好直接经验与间接经验的关系．

D．课程内容的呈现应注意层次性和多样性．

2．教学活动是师生积极参与、交往互动、共同发展的过程．有效的教学活动是学生学与教师教的统一，学生是学习的主体，教师是学习的组织者、引导者与合作者．

A．数学教学活动应激发学生兴趣，调动学生积极性，引发学生的数学思考，鼓励学生的创造性思维．

B．要注重培养学生良好的数学学习习惯，使学生掌握恰当的数学学习方法．

C．学生学习应当是一个生动活泼的、主动的和富有个性的过程．

D．除接受学习外，动手实践、自主探索与合作交流同样是学习数学的重要方式．学生应当有足够的时间和空间经历观察、实验、猜测、计算、推理、验证等活动过程．

E．教师教学应该以学生的认知发展水平和已有的经验为基础，面向全体学生，注重启发式和因材施教．

F．教师要发挥主导作用，处理好讲授与学生自主学习的关系，引导学生独立思考、主动探索、合作交流，使学生理解和掌握基本的数学知识与技能、数学思想和方法，获得基本的数学活动经验．

3．教学评价坚持“以学生的发展为本”

基础教育课程改革的核心理念是“以学生的发展为本”．要发挥教学评价的教育功能，“建立促进学生全面发展的评价体系”．确定数学课堂教学评价指标体系，要从学生全面发展的需要出发，注重学生的学习状态和情感体验，注重教学过程中学生主体地位的体现和主体作用的发挥，强调尊重学生人格和个性，鼓励发现、探究与质疑，以利培养学生的创新和实践能力．

4．教学评价既强调结果又强调过程

形成性评价和终结性评价相结合．在评价过程中，不同的评价目的，会有不同的评价内容和评价标准．其中终结性目的在于区分评价对象的优劣程度，并以分等鉴定为标

志；形成性目的则在于分析、诊断教育过程与活动中存在的问题，为正在进行的教育活动提供反馈信息，以提高进行中的教育活动的质量为最终目的．数学课堂教学评价应更多地侧重现实评价的形成性目的．

5．教学评价体现开放性，坚持可行性

学习评价的主要目的是为了全面了解学生数学学习的过程和结果，激励学生学习和改进教师教学．应建立目标多元、方法多样的评价体系．

课堂教学具有丰富的内涵，学生、教师，以及学科和教学条件诸方面的不同，使课堂教学情况千变万化．确定课堂教学评价指标体系，既要体现课堂教学的一般特征，又要为不同学科和不同条件的课堂教学留有可变通的余地．提倡创新，鼓励个性化教学．

可行性是实施评价的前提．课堂教学评价指标体系要符合当前课堂教学改革的实际，评价标准是期待实现的目标，但又必须是目前条件下能够达到的，以利于发挥评价的激励功能；评价要点必须是可观察、可感受、可测量的，便于评价者进行判断；评价办法要注重质性评价和综合判断，力求简单，易于操作．

6．数学教学评价的作用

①导向作用

导向作用是指被评价者把教育评价所依据的价值标准作为自己的价值标准，把教育评价所依据的目标作为自己努力达到的目标，教学评价就像一个“指挥棒”，指导着教师的教和学生的学．

②鉴定作用

鉴定是指通过教学评价对评价对象作出某种裁定．评价者能确切地掌握被评价者的水平，便于确认和筛选；被评价者根据自身获得的评价，确定提高的方向．

③诊断作用

通过教学评价，可以总结出教学活动中成功的经验和失败的教训，教学评价的目的不仅是区分优劣或鉴定是否达到标准，而是希望通过评价找出优点，发扬光大，发现问题和不足，以便及时补救．

④信息反馈和决策调控作用

评价与被评价者可以根据评价提供的反馈信息进行自我检查，调整、改进自己的工作．教学评价的结果，不仅要对教学成果的成败作出判断，而且要利用评价的结果反馈信息，调整、改进教学计划和教学进程，以便更好地改进教学．

7．数学课程的设计与实施应根据实际情况合理地运用现代信息技术．

A．要注意信息技术与课程内容的整合，注重实效．

B．要充分考虑信息技术对数学学习内容和方式的影响，开发并向学生提供丰富的

学习资源．

C．把现代信息技术作为学生学习数学和解决问题的有力工具，有效地改进教与学的方式，使学生乐意并有可能投入到现实的、探索性的数学活动中去．

8．义务教育阶段数学课程目标

义务教育阶段数学课程目标分为总目标和学段目标，从知识技能、数学思考、问题解决、情感态度等四个方面加以阐述．

9．十大核心概念

在数学课程中，应当注重发展学生的数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力和模型思想．为了适应时代发展对人才培养的需要，数学课程还要特别注重发展学生的应用意识和创新意识．

10．如何培养数感：

（1）应结合每一学段的具体教学内容，逐步提升和发展学生的数感．

随着对数的认识领域的扩大以及数的认识经验的积累，可以引导学生在较复杂的数量关系和运算问题中提升数感，发展更为良好的数感品质．

（2）紧密结合现实生活情境和实例，培养学生的数感．

现实生活情境和实例，与学生的实际生活经验密切相连，不仅能够为学生提供真实自然的数的感悟环境，也能让学生在数的认知上经历由具体到抽象的过程，逐步发展学生关于数的思维．反之，学生数感的提升也使得他们能用数字的眼光看周围世界，正如《标准》所说："建立数感有助于学生理解现实生活中数的意义，理解或表述具体情境中的数量关系．"

（3）让学生多经历有关数的活动过程，逐步积累数感经验．

在具体的数学活动中，学生能动脑、动手、动口，多种感官协调活动，加之能相互交流，这对强化感知和思维，积累数感经验非常有益．比如有关数学的社会调查活动、及一些综合实践活动．

11．如何培养学生的符合意识：

首先应该让学生在实际的问题情景中理解符号以及表达式、关系式的意义．也就是说我们培养符号意识和具体问题应该是发生联系的．

其次也是非常重要的，我们经常说数学是一种语言，其实是强调数学的符号也是一种语言，因此我们要培养学生的自然语言和数学语言的转换能力．例如方程就是把文字表达的一些条件，改用了数学符号，其实这是利用数学知识来解决实际问题所必需的一个程序．

另外就是数学当中除了字母表示数之外，还有一些其他的符号，如∥、⊥、∵、∴、≌等等．我们在引入这些符号的时候可以联系一些数学史，给学生增加一些数学文化方面的知识，使学生感到数学既有价值又非常有意思，愿意学，我们课程目标的一个目标是态度情感价值观的，在这个方面应该使学生产生对数学的热爱，体会到数学本身也是有意思的，这方面老师在教学当中也可以尝试做一下．

12．如何帮助学生建立几何直观：

第一、要充分的发挥图形给带来的好处，鼓励用图形表达问题．

第二、要让学生养成一个画图的好习惯．

第三、重视变换，让图形动起来，把握图形与图形之间的关系．

第四、学会从数与形两个角度认识数学；

第五、掌握、运用一些基本图形解决问题．

13．如何培养学生的运算能力：

第一、在学生的态度上，首先要让学生重视数学运算，让他们意识到数学运算是非常重要的，需要在态度上面有一个非常正确的认识，不要认为这个运算可有可无，或者把丢一个数或者错一个数，看成一个非常不重要的事情．所以第一点就是强调态度，必须重视运算．

第二、要抓住运算能力的主要特征，即运算的正确、灵活、合理和简洁．首先保证运算的正确，然后在反复操练、相互交流的过程中，不仅要形成运算技能，还要引发对“怎样算”“怎样算的好”“为什么这样算”等一系列的思考，这样就在适度训练、逐步熟练的基础上，清楚地意识到实施运算中的算理，使运算从操作的层面提升到思维的层面．同时引导学生不断总结正反两方面的经验和教训，逐步减少在实施运算中，思考概念、法则、公式等的时间和精力，提高运算的熟练程度，以求运算顺畅，力求避免失误．

第三、运算能力的形成要遵循适度性、层次性和阶段性的原则．运算能力需要经过多次反复训练，螺旋上升逐步形成，在这一过程中，安排一定数量的练习，完成一定数量的习题是必不可少的．题量过少，训练不足，难以形成技能，更难以形成能力，而题量过多，搞成题海战术，反而适得其反，会使学生产生厌学情绪．同时训练的难度一定要适当，要从数学的全局出发，合理调控．而且要体现本学段的特征．

第四、其实在学生运算过程中运算能力与推理能力有直接关系．因为学生在运算的时候需要一步一步地去进行，前一步是后一步的前提，运算不是凭空建立起来，必须有充分的理由才能够做后面的运算，才能够实现前后的这种连贯．因此在这个过程中一定要让学生理解运算的性质和公式，以提高他们进行推理的能力．

14．如何培养学生的推理能力：

第一、推理能力的发展应贯穿在整个数学的学习过程中．其一，它应贯穿于整个数学课程的各个学习内容，即应包括数与代数、图形与几何、统计与概率及综合与实践等所有领域内容．其二，它应贯穿于数学课堂教学的各种活动过程．如在概念教学中，让学生经历从特定对象的本质属性入手，抽象、概括形成概念的过程，并引导学生有条理地表述概念定义；在命题教学中，引导学生分清条件、结论，把握条件、结论间的逻辑关系；在证明教学中，更要让学生遵循证明，通过数学推理、证明数学结论．其三，它贯穿于整个数学学习环节，如预习、复习、课堂教学、自我练习、测验考试等，在所有的这些学习环节中，逐步要求学生做到言必有据，合乎逻辑．

第二、通过多样化的活动，培养学生的推理能力．

第三、使学生多经历“猜想---证明”的问题探索途径．

15．如何培养学生的模型思想：

第一、模型思想需要教师在教学中逐步渗透和引导学生不断感悟．模型思想的感悟应该蕴涵于概念、命题、公式、法则的教学中，并与数感、符号感、空间观念等的培养紧密结合．模型思想的建立一个循序渐进的过程．

第二、使学生经历“问题情境---建立模型---求解验证”的数学教学活动过程．“问题情境——建立模型——求解验证”的数学活动过程体现了《标准》中模型思想的基本要求，也有利于学生在过程中理解、掌握有关知识、技能，积累数学活动经验，感悟模型思想的本质．这一过程更有利于学生去发现、提出、分析、解决问题，培养创新意识．

第三、结合综合实践活动的开展，进一步发展学生的数学建模能力．

第四、通过数学建模改善学习方式．

16．培养学生的应用意识应做到：

第一、要注重知识的来龙去脉．其一，要让学生知道数学知识“从哪里来”．从两方面努力，一是提供数学知识产生的背景材料，二是呈现数学知识的形成过程．其二，要让学生知道数学知识“到哪里去”．

第二、在整个数学教育的过程中都应该培养学生的应用意识．

（1）应将培养学生的应用意识作为数学课程的重要目标，贯穿于数与代数、图形与几何、统计与概率及综合与实践等所有领域内容的数学课程中．

（2）在教学设计过程中，应联系学生实际和社会生活现实，合理地解读教材、拓展教材，积累素材，研制、开发、生成课程资源．

（3）课堂教学的过程中，应同时关注生活情境数学化和数学问题生活化．

（4）将定量评价与定性评价相结合，适当设计一定的具有现实生活背景的问题和一些实际操作的内容，既要关注现实应用意识指向的广阔性，又要关注应用意识的主动性．

17．培养学生的创新意识要做到：

第一、鼓励“质疑----发现问题和提出问题”．学会学习的一个重要环节就是质疑．鼓励学生提问应该贯穿在教学的各个环节中，问题可以是自己的疑惑，可以是自己的困难，也可以是自己的一些发现．

第二、鼓励“在做中积累经验”．创新意识不是靠教师教出来的，是学生在在教学的各个环节中不断亲身经历、不断锻炼，不断积累而形成的．

第三、凡是要求学生做的，教师要带头做．教师在教学的各个环节中都应该要去自己有问题，能够提出问题，并通过问题引导教学层层深入．如学习数学定义、概念，要引导学生思考为什么需要它，它与前面的什么有联系，它与实际生活有什么联系．在学习数学技能、方法、思想时，更需要引发思考．

18．在数学教学活动中，教师做好以下几点：

A．要把基本理念转化为自己的教学行为，处理好教师讲授与学生自主学习的关系，注重启发学生积极思考；

B．发扬教学民主，当好学生数学活动的组织者、引导者、合作者；

C．激发学生的学习潜能，鼓励学生大胆创新与实践；

D．创造性地使用教材，积极开发、利用各种教学资源，为学生提供丰富多彩的学习素材；

E．关注学生的个体差异，有效地实施有差异的教学，使每个学生都得到充分的发展；

F．合理地运用现代信息技术，有条件的地区，要尽可能合理、有效地使用计算机和有关软件，提高教学效益．

19．学生是数学学习的主体，在积极参与学习活动的过程中不断得到发展．

第一、学生获得知识，必须建立在自己思考的基础上，可以通过接受学习的方式，也可以通过自主探索等方式；

第二、学生应用知识并逐步形成技能，离不开自己的实践；

第三、学生在获得知识技能的过程中，只有亲身参与教师精心设计的教学活动，才能在数学思考、问题解决和情感态度方面得到发展．

20．教师的“组织”作用主要体现在两个方面：

第一、教师应当准确把握教学内容的数学实质和学生的实际情况，确定合理的教学目标，设计一个好的教学方案；

第二、在教学活动中，教师要选择适当的教学方式，因势利导、适时调控、努力营造师生互动、生生互动、生动活泼的课堂氛围，形成有效的学习活动．

21．教师的“引导”作用主要体现在：

第一、通过恰当的问题，或者准确、清晰、富有启发性的讲授，引导学生积极思考、求知求真，激发学生的好奇心；

第二、通过恰当的归纳和示范，使学生理解知识、掌握技能、积累经验、感悟思想；

第三、能关注学生的差异，用不同层次的问题或教学手段，引导每一个学生都能积极参与学习活动，提高教学活动的针对性和有效性．

22．教师与学生的“合作”主要体现在：

教师以平等、尊重的态度鼓励学生积极参与教学活动，启发学生共同探索，与学生一起感受成功和挫折、分享发现和成果．

23．处理好学生主体地位和教师主导作用的关系．

一方面，学生主体地位的真正落实，依赖于教师主导作用的有效发挥；

另一方面，有效发挥教师主导作用的标志，是学生能够真正成为学习的主体，得到全面的发展．

24．注重学生对基础知识、基本技能的理解和掌握

“知识技能”既是学生发展的基础性目标，又是落实“数学思考”、“问题解决”、“情感态度”目标的载体．

（1）数学知识的教学，应注重学生对所学知识的理解，体会数学知识之间的关联．

（2）在基本技能的教学中，不仅要使学生掌握技能操作的程序和步骤，还要使学生理解程序和步骤的道理．

25．感悟数学思想，积累数学活动经验

（1）数学思想蕴涵在数学知识形成、发展和应用的过程中，是数学知识和方法在更高层次上的抽象与概括，如抽象、分类、归纳、演绎、模型等．学生在积极参与教学活动的过程中，通过独立思考、合作交流，逐步感悟数学思想．

（2）数学活动经验的积累是提高学生数学素养的重要标志．帮助学生积累数学活动经验是数学教学的重要目标，是学生不断经历、体验各种数学活动过程的结果．数学活动经验需要在“做”的过程和“思考”的过程中积淀，是在数学学习活动过程中逐步积累的．

26．关注学生情感态度的发展

根据课程目标，广大教师要把落实情感态度的目标作为己任，努力把情感态度目标有机地融合在数学教学过程之中．设计教学方案、进行课堂教学活动时，应当经常考虑如下问题：

如何引导学生积极参与教学过程？

如何组织学生探索，鼓励学生创新？

如何引导学生感受数学的价值？

如何使他们愿意学，喜欢学，对数学感兴趣？

如何让学生体验成功的喜悦，从而增强自信心？

如何引导学生善于与同伴合作交流，既能理解、尊重他人的意见，又能独立思考、大胆质疑？

如何让学生做自己能做的事，并对自己做的事情负责？

如何帮助学生锻炼克服困难的意志？

如何培养学生良好的学习习惯？

在教育教学活动中，教师要尊重学生，以强烈的责任心，严谨的治学态度，健全的人格感染和影响学生；要不断提高自身的数学素养，善于挖掘教学内容的教育价值；要在教学实践中善于用本标准的理念分析各种现象，恰当地进行养成教育.

27．“综合与实践”的教学，重在实践、重在综合.

重在实践是指在活动中，注重学生自主参与、全过程参与，重视学生积极动脑、动手、动口.

重在综合是指在活动中，注重数学与生活实际、数学与其他学科、数学内部知识的联系和综合应用.

教师在教学设计和实施时应特别关注的几个环节是：问题的选择，问题的展开过程，学生参与的方式，学生的合作交流，活动过程和结果的展示与评价等.

要使学生能充分、自主地参与“综合与实践”活动，选择恰当的问题是关键．这些问题既可来自教材，也可以由教师、学生开发．提倡教师研制、开发、生成出更多适合本地学生特点的、有利于实现“综合与实践”课程目标的好问题.

实施“综合与实践”时，教师要放手让学生参与，启发和引导学生进入角色，组织好学生之间的合作交流，并照顾到所有的学生．教师不仅要关注结果，更要关注过程，不要急于求成，要鼓励引导学生充分利用“综合与实践”的过程，积累活动经验、展现思考过程、交流收获体会、激发创造潜能.

在实施过程中，教师要注意观察、积累、分析、反思，使“综合与实践”的实施成为提高教师自身和学生素质的互动过程.

教师应该根据不同学段学生的年龄特征和认知水平，根据学段目标，合理设计并组织实施“综合与实践”活动.

28．面向全体学生与关注学生个体差异的关系

教学活动应努力使全体学生达到课程目标的基本要求，同时要关注学生的个体差异，促进每个学生在原有基础上的发展．

①对于学习有困难的学生，教师要

A．给予及时的关注与帮助，

B．鼓励他们主动参与数学学习活动，并尝试用自己的方式解决问题、发表自己的看法，

C．要及时地肯定他们的点滴进步，

D．耐心地引导他们分析产生困难或错误的原因，并鼓励他们自己去改正，从而增强学习数学的兴趣和信心．

②对于学有余力并对数学有兴趣的学生，教师要为他们提供足够的材料和思维空间，指导他们阅读，发展他们的数学才能．

③在教学活动中，要鼓励与提倡解决问题策略的多样化，恰当评价学生在解决问题过程中所表现出的不同水平；

④问题情境的设计、教学过程的展开、练习的安排等要尽可能地让所有学生都能主动参与，提出各自解决问题的策略，

⑤引导学生通过与他人的交流选择合适的策略，丰富数学活动的经验，提高思维水平．

29．合情推理与演绎推理的关系

推理贯穿于数学教学的始终，推理能力的形成和提高需要一个长期的、循序渐进的过程．义务教育阶段要注重学生思考的条理性，不要过分强调推理的形式．

推理包括合情推理和演绎推理．教师在教学过程中，应该设计适当的学习活动，引导学生通过观察、尝试、估算、归纳、类比、画图等活动发现一些规律，猜测某些结论，发展合情推理能力；通过实例使学生逐步意识到，结论的正确性需要演绎推理的确认，可以根据学生的年龄特征提出不同程度的要求．

30．使用现代信息技术与教学手段多样化的关系

积极开发和有效利用各种课程资源，合理地应用现代信息技术，注重信息技术与课程内容的整合，能有效地改变教学方式，提高课堂教学的效益．有条件的地区，教学中要尽可能地使用计算器、计算机以及有关软件；暂时没有这种条件的地区，一方面要积极创造条件改善教学设施，另一方面广大教师应努力自制教具以弥补教学设施的不足．

在学生理解并能正确应用公式、法则进行计算的基础上，鼓励学生用计算器完成较

为繁杂的计算．课堂教学、课外作业、实践活动中，应当根据内容标准的要求，允许学生使用计算器，还应当鼓励学生用计算器进行探索规律等活动．

现代信息技术的作用不能完全替代原有的教学手段，其真正价值在于实现原有的教学手段难以达到甚至达不到的效果．例如：利用计算机展示函数图像、几何图形的运动变化过程；从数据库中获得数据，绘制合适的统计图表；利用计算机的随机模拟结果，引导学生更好地理解随机事件以及随机事件发生的概率；等等．在应用现代信息技术的同时，教师还应注重课堂教学的板书设计．必要的板书有利于实现学生的思维与教学过程同步，有助于学生更好地把握教学内容的脉络．

31．教学中应当注意的几个关系

（1）“预设”与“生成”的关系

（2）面向全体学生与关注学生个体差异的关系

（3）合情推理与演绎推理的关系

（4）使用现代信息技术与教学手段多样化的关系

32．教学活动的建议

（1）数学教学活动要注重课程目标的整体实现

（2）重视学生在学习活动中的主体地位

（3）注重学生对基础知识、基本技能的理解和掌握

（4）感悟数学思想，积累数学活动经验

（5）关注学生情感态度的发展

（6）合理把握“综合与实践”的实施

（7）教学中应当注意的几个关系

33．评价建议

评价的主要目的是全面了解学生数学学习的过程和结果，激励学生学习和改进教师教学．评价应以课程目标和内容标准为依据，体现数学课程的基本理念，全面评价学生在知识技能、数学思考、问题解决和情感态度等方面的表现．

评价不仅要关注学生的学习结果，更要关注学生在学习过程中的发展和变化．应采用多样化的评价方式，恰当呈现并合理利用评价结果，发挥评价的激励作用，保护学生的自尊心和自信心．通过评价得到的信息，可以了解学生数学学习达到的水平和存在的问题，帮助教师进行总结与反思，调整和改进教学内容和教学过程．

34．基础知识和基本技能的评价

对基础知识和基本技能的评价，应以各学段的具体目标和要求为标准，考查学生对基础知识和基本技能的理解和掌握程度，以及在学习基础知识与基本技能过程中的表现．

在对学生学习基础知识和基本技能的结果进行评价时，应该准确地把握“了解、理解、掌握、应用”不同层次的要求．在对学生学习过程进行评价时，应依据“经历、体验、探索”不同层次的要求，采取灵活多样的方法，定性与定量相结合、以定性评价为主．

每一学段的目标是该学段结束时学生应达到的要求，教师需要根据学习的进度和学生的实际情况确定具体的要求．例如：下表是对第一学段有关计算技能的基本要求，这些要求是在学段结束时应达到的，评价时应注意把握尺度，对计算速度不作过高要求．

35．数学思考和问题解决的评价

数学思考和问题解决的评价要依据总目标和学段目标的要求，体现在整个数学学习过程中．

对数学思考和问题解决的评价应当采用多种形式和方法，特别要重视在平时教学和具体的问题情境中进行评价．例如：在第二学段，教师可以设计下面的活动，评价学生数学思考和问题解决的能力：

用长为 50 厘米的细绳围成一个边长为整厘米数的长方形，怎样才能使面积达到最大？

在对学生进行评价时，教师可以关注以下几个不同的层次：

第一、学生是否能理解题目的意思，能否提出解决问题的策略，如通过画图进行尝试；

第二、学生能否列举若干满足条件的长方形，通过列表等形式将其进行有序排列；

第三、在观察、比较的基础上，学生能否发现长和宽变化时，面积的变化规律，并猜测问题的结果；

第四、对猜测的结果给予验证；

第五、鼓励学生发现和提出一般性问题，如，猜想当长和宽的变化不限于整厘米数时，面积何时最大．

36．情感态度的评价

情感态度的评价应依据课程目标的要求，采用适当的方法进行．主要从以下几个方面进行评价．

（1）情绪状态：学生是否情绪饱满，对所学知识和探究的问题是否具有好奇心与求知欲，在学习过程中是否能长时间地保持兴趣，能否自我调节和控制学习情绪，学习过程是否愉快，学习愿望是否不断得以增强．

（2）注意状态：学生是否始终关注探究和讨论的数学问题，并能保持较长的注意力，学生的目光是否始终追随发言者（教师或学生）的一举一动，学生的倾听是否全神贯注，

回答是否具有针对性，目的性．

（3）参与状态：学生是否全员参与数学学习活动，是否积极主动参与讨论和发言，在讨论中是否积极思考，是否自觉地进行练习，是否有充分参与的时间与空间．

（4）交往状态：整个课堂气氛是否民主、和谐、活跃，师生之间、生生之间是否能友好、平等地交流与合作，是否能虚心听取他人的意见，尊重他人的发言，是否善于质疑，遇到困难时学生能否主动与他人交流解决问题方法与策略．

（5）思维状态：学生是否围绕讨论的数学问题积极思考、踊跃发言，学生回答问题的语言是否流畅、有条理，是否能用生活语言和数学语言阐述自己的观点，是否能用数学语言、符号等表达数学问题，学生讨论的结论或见解是否都经过独立的思考且表现出一定的创新意识与能力．

（6）生成状态：学生是否掌握了应学的知识，完成了学习目标，学生的智能、情感得到了某种程度或一定程度的发展，是否有满足、成功和喜悦等积极的心理体验，是否对未来的学习充满了信心．

37．注重对学生数学学习过程的评价

学生在数学学习过程中，知识技能、数学思考、问题解决和情感态度等方面的表现不是孤立的，这些方面的发展综合体现在数学学习过程之中．

38．评价要体现多元性

评价多元性包括评价主体多元化、评价内容多维度、评价方法多样化、评价结果呈现方式多样化等．

39．评价主体的多元化

评价主体的多元化是指教师、家长、同学及学生本人都可以作为评价者，可以综合运用教师评价、学生自我评价、学生相互评价、家长评价等方式，对学生的学习情况和教师的教学情况进行全面的考查．学生不是一系列评价的消极应付者，而应该是主动参与者，强调评价过程中主体间的双向选择，沟通和协商，关注评价结果的认同问题．加强自评、互评，使评价成为教师、管理者、学生、家长共同积极参与的交互活动．

40．评价内容多维度

《标准》确定了数学课程的总体目标，包括知识与技能、数学思考、解决问题、情感与态度等四个方面的具体要求．教学评价也要围绕着这几个方面展开，形成多维度的评价内容体系，同时数学教学评价不仅要关注学生的学业成绩，更要关注学生的综合素质，关注学生的创新能力．评价内容多元化是指不仅要对学生的学业成绩进行评价，而且更重视对学生的情感态度、学习方式、心理素质等方面的评价，包括是否学会学习、学会生存、学会合作、学会做人等．

41．评价方法多样化

评价方法多样化是指传统的学习评价方法单一，只运用纸笔测验进行总结性的定量评价．新的数学学习评价方式不仅限于用纸笔测验的定量评价，而是在教学过程中根据实际需要选择多种评价方式，如课堂观察、座谈、调查与实验、作业分析、成长记录袋、数学日记、书面测验、口头测验、开放式问题、活动报告、课后访谈、课内外作业等，并将各种评价方式有机结合起来对学生的学习进行评估和考核，全面收集学生数学学习活动中的各种信息，将量化评价与质性评价相结合，过程性评价与终结性评价相结合，对学生的数学学习活动的全过程做出全面的综合评价，以保证评价的全面、公正和准确．

42．评价结果的呈现方式

从评价结果的呈现方式来看，呈现的内容不仅要有数量化的分数信息，还要有描述性的过程分析与改进建议．呈现的形式上要体现对评价对象的尊重与关怀，无论是书面语言，还是口头语言都要以鼓励为主，要关注被评价者的情绪与需要，构建一种有利于沟通和发展的心理氛围，这样才能最大限度地使被评价者认同评价结果．

43．评价过程要动态化

评价过程要动态化，新课程的教学评价是要把评价贯穿于教学活动的各个环节，而教学活动是师生、生生互动合作的过程，评价本身也是教学活动的一个重要组成部分．因此，教师要对日常学习过程进行评价，关注学生在学习过程中的点滴进步，及时发现学生的不足，并给予评价和反馈．根据“短、小、勤、快”的原则，在教学过程中不断利用口头评价对学生的发展状况进行评价，激发学生的学习积极性．

44．恰当地呈现和利用评价结果

评价结果的呈现应采用定性与定量相结合的方式．

第一学段的评价应当以描述性评价为主，

第二学段采用描述性评价和等级评价相结合的方式，

第三学段采用描述性评价和等级评价（百分制）相结合的方式，

评价结果的呈现和利用应有利于增强学生学习数学的自信心，提高学生学习数学的兴趣，使学生养成良好的学习习惯，促进学生的发展．

评价结果的呈现，应该更多地关注学生的进步，关注学生已经掌握了什么，获得了哪些提高，具备了什么能力，还有什么潜能，在哪些方面还存在不足等等．

45．合理设计与实施书面测验

书面测验是考查学生课程目标达成状况的重要方式，合理地设计和实施书面测验有助于全面考查学生的数学学业成就，及时反馈教学成效，不断提高教学质量．

（1）对于学生基础知识和基本技能达成情况的评价，必须准确把握内容标准中的要求．

（2）在设计试题时，应该关注并且体现本标准的设计思路中提出的几个核心词：数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力、模型思想，以及应用意识和创新意识．

（3）根据评价的目的合理地设计试题的类型，有效地发挥各种类型题目的功能．

（4）在书面测验中，积极探索可以考查学生学习过程的试题，了解学生的学习过程．

46．教材编写应体现科学性

科学性是对教材编写的基本要求．教材一方面要符合数学的学科特征，另一方面要符合学生的认知规律．

（1）全面体现本标准提出的理念和目标

（2）体现课程内容的数学实质

（3）准确把握内容标准要求

（4）教材的编写要有一定的实验依据

47．教材编写应体现整体性

教材编写应当体现整体性，注重突出核心内容，注重内容之间的相互联系，注重体现学生学习的整体性．

（1）整体体现课程内容的核心

（2）整体考虑知识之间的关联

（3）重要的数学概念与数学思想要体现螺旋上升的原则

（4）整体性体现还应注意以下几点

A．配置习题时应考虑其与相应内容之间的协调性．

B．教材内容的呈现既要考虑不同年龄学生的特点，又要使整套教材的编写体例、风格协调一致．

C．数学文化作为教材的组成部分，应渗透在整套教材中．

48．教材内容的呈现应体现过程性

（1）体现数学知识的形成过程

（2）反映数学知识的应用过程

49．呈现内容的素材应贴近学生现实

学生的现实主要包含以下三个方面：

（1）生活现实

在义务教育阶段的数学课程中，许多内容都可以在学生的生活实际中找到背景．

（2）数学现实

（3）其他学科现实

50．教材内容设计要有一定的弹性

按照本标准要求，教材的编写要面向全体学生，也要考虑到学生发展的差异，在保证基本要求的前提下，体现一定的弹性，以满足学生的不同需求，使不同的人在数学上得到不同的发展，也便于教师发挥自己的教学创造性．

51．教材编写要体现可读性

教材应具备可读性，易于学生接受，激发学生学习兴趣，为学生提供思考的空间．教材可读与否，对不同学段的学生具有不同的标准．因此，教材的呈现应当在准确表达数学含义的前提下，符合学生年龄特征，从而有助于他们理解数学．

52．在数学教学中，主要应遵循如下基本原则：

（1）抽象与具体相结合原则

首先要着重培养学生的抽象思维能力．所谓抽象思维能力，是指脱离具体形象、运用概念、判断、推理等进行思维的能力．按抽象思维不同的程度，可分为经验型抽象和理论型抽象思维．在教学中，我们应着重发展理论型抽象思维，因为只有理论型抽象思维得到充分发展的人，才能很好地分析和综合各种事物，才有能力去解决问题．

其次要培养学生观察能力和提高抽象、概括能力．在教学中，可通过实物教具，利用数形结合，以形代数等手段．

（2）严谨性与量力性相结合原则

数学的严谨性，是指数学具有很强的逻辑性和较高的精确性，即逻辑的严格性和结论的确定性．量力性是指学生的可接受性．

（3）理论与实际相结合原则

（4）巩固与发展相结合原则

53．如何做到在发展的过程中进行巩固呢？

A．以心理发展动力看，也产生于两方面，一是已有的知识、智力水平或结构，二是在一定智力水平上所产生的新的动机和需要，这两方面相互依存．

B．在学习新知识时，要深刻理解这些知识，必须调动学生学习知识的自觉性．

C．教师在教学时注意概念形成过程，讲清命题间的逻辑关系等．教学必须条理清晰、前后联系、层次分明，给学生系统知识，使其深刻理解知识，达到巩固的目的．

54．在实施数学思想方法的教学时，除了应贯彻通常的数学教学原则外，实践表明，还应该遵循下列四条原则：

1．渗透性原则

2．循序渐进原则

3．系统性原则

4．实践性原则

55．常用的基本教学方法

常用的基本方法大致有：讲解法、练习法、谈话法、阅读法、讨论法等等.

56．素质教育和创新教育下的新教学模式

（1）小组教学模式

（2）探究式教学模式

（3）发现式教学模式

57．数学教学方法的选择

教学有法，但教无定法，我们应明确教学过程的复杂性，根据学生情况、教学内容、教师素质等来选择教学方法.

（1）根据教学目标进行选择

（2）依据教学内容

（3）依据学生的情况

（4）依据教师本身的素养条件和教学条件进行选择

58．数学课堂教学设计进行的原则

（1）情意原则——激发动机与兴趣

（2）结构原则——教学内容结构化，保持思想方法的一致性

（3）过程原则——“两个过程”有机整合，精心设计概括过程

“两个过程”就是数学知识的发生发展过程和学生的数学学习过程.

（4）调控原则——强调“反馈一调节”机制的应用，有效监控教学活动

59．课堂提问的原则

（1）目的性原则，课堂提问应有明确的目的，便于有效引导学生积极思维，为实现教学目标服务．内容应结合教学目的，围绕本节课的教学重点和难点来进行设置.

（2）启发性原则，故在数学教学中，教师要善于利用提问来引导、启迪学生的思维，使之应启而发，切忌问学生“对不对”、“是不是”、“好不好”等这样的问题.

（3）适度性原则，课堂提问要根据思维“最近发展区”原理，选择一个“最佳时机”进行.

（4）兴趣性原则

当教学内容引起学生兴趣时，学生学习就能集中注意力，就能对所学知识更好地感知、记忆、思维和想象，从而获得较多、较牢固的知识与技能.

（5）循序渐进性原则

数学提问的设计要按照课程的逻辑顺序，要考虑学生的认知顺序，遵循由浅入深，由易到难，由表及里等一系列规律，让学生能够拾级而上，循序渐进，步步深入.

（6）全面性原则

素质教育是面向全体学生的教育，使每个学生在原有基础上都能够得到应有的提高和发展，因此提问要面向全体学生，要调动每一个学生思考问题的积极性和主动性，让每一个学生都参与到教学过程中来，切忌教室内有“被遗忘的角落”；

（7）充分思考性原则

提问后适当的停顿便于学生思考，学生答完问题后再稍停数秒，往往可以引出该生或他生更完整确切的补充，也可体现学生的主体地位.

（8）及时评价性原则

对学生的回答教师要做出明确的反应，或肯定，或否定，或追问．恰当的反应可强化提问的效果，同时还要重视学生的反应，鼓励他们质疑问难，作深层次思考，调动学生的积极思维．千万不能说：“不对，这么简单的问题都答不出来．”

60．课堂导入技能作用

（1）激发学习兴趣，引起学习动机

（2）引起学生注意，为进入新知识的学习做好心理准备

（3）承上启下，以旧引新，建立新旧知识间的联系

（4）使学生明确教学活动的目标