

## 2018-2019 Ikasturtea

### *Termodinamika eta Fisika Estatistikoa irakasgaia*

## 2. azterketa partziala, Estatistika (2019ko maiatzaren 24a)

### 1. 3 dimentsioko solidoetako akatsen azterketa

Ikusi dugunez, solidoak ez dira perfektuak; aztertu dugu baita ere 2 dimentsioko zenbait akatsdun solido. Oraingo honetan, 3 dimentsioko akatsdun solidoak aztertuko dituzu.

Aztertuko duzun solidoa deskribatzeko hiru dimentsioko sarea erabiliko duzu. Sareak dauzka  $N_x$ ,  $N_y$  eta  $N_z$  sare-puntu  $OX$ ,  $OY$  eta  $OZ$  ardatz cartesiarretan, hurrenez hurren; eta onartuko duzu atomo bana dutela horietakoek, solido perfektua eratzekotan, behintzat. Hiru akts mota aztertuko dituzu, honako hauek:

- 1 Ohiko sare-puntuetan egon beharrean, zenbait atomo,  $n$ , ohiko sare-puntuen artekoetan kokatzen dira. Horrelako akatsekin lotutako energia  $\epsilon$  da. Aldiz, ohiko sare-puntuetan dauden atomoek ez diote solidoaren energiari ekarpenik egiten.
- 2 Ohiko sare-puntuetako atomo batzuek ( $n$ ) gainazalera ihes egiten dute, hutsuneak utziz eta solidoaren azalera, handituz: nolabait esatearren, solidoaren sare-puntuen kopurua handitzen dutela. Akats hori sorrarazteko energia da  $\epsilon$ . Ohiko sare-puntuetan dauden atomoek ez diote solidoaren energiari ekarpenik egiten.
- 3 Ohiko zenbait sare-puntutan,  $n$ , ez dago atomorik; hots, solidoak hutsuneak dauzka. Hutsunea sorrarazteko beharrezkoa den energia da  $\epsilon$ . Ohiko sare-puntuetan dauden atomoek ez diote solidoaren energiari ekarpenik egiten.

Lortu, hiru kasuetan, zenbatekoa den tenperaturako batezbesteko akatsen kopurua:  $\langle n \rangle = n(T)$ .

### 2. 2 dimentsioko eta geruza bakarreko solidoetako molekula polarizagarrien azterketa

Kasu honetan, bi dimentsioko eta atomo geruza bakarreko solidoa aztertuko duzu, eremu elektriko batean pean. Solido hori  $V$  bolumeneko tanga sartu da eta tanga bera bero-iturri batekin ukipenean dago eta, gainera, tanga horretan  $A$  eta  $B$  partikulez osatutako gas nahastura idela dago (gas ideala bera),  $T$  tenperaturan.

Solidoa deskribatzeko, ohikoa denez, sarea erabiliko duzu. Sare horrek  $N$  sare-puntu dauzka eta horietako  $n$  sare-puntuk  $C$  atomo bana dute.  $C$  atomodun  $n$  sare-puntuek gas idealeko  $A$  motako partikulak, bana aldi berean, xurga ditzateke, polarizagarria den  $CA$  molekula eratuz, zeinaren energia den  $\epsilon_{CA}$ ,  $A$  partikula xurgatzekotan. Hots,  $\vec{p}$  momentu dipolarra dago lotutako  $CA$  molekularekin, zeinaren orientazioak sei diren, honako hauek:  $\pm p_x$ ,  $\pm p_y$  eta  $\pm p_z$ .

Aldiz,  $B$  partikulak xurgatzean, ez da polarizagarria den molekularik eratzen. Dena dela, kasu honetan, eta  $B$  molekularen tamaina dela eta, bat edo bi  $B$  motako atomoak xurga ditzateke  $C$  atomoek: bat xurgatzen denean, 3 egoera dira posible eta bi xurgatzen direnean, 2 egoera dira posible. Eratzen den molekularen energia da  $\epsilon_{CB}$ .

Hori horrela, martxan ezarri da kanpo eremu elektriko bat:  $\vec{\epsilon} = \epsilon \cdot \vec{u}_x$ .

- 1 Lortu partizio-funtzio gran kanonikoa.
- 2 Lortu  $\langle n \rangle$  estaltzearen adierazpena.
- 3 Lortu sistemaren polarizazioa.
- 4 Azaldu, eta lortu, nola kalkulatu zenukeen partizio-funtzio kanonikoa.

3. Aurreko solidoko (bi dimentsiokoa,  $A$  azalerakoa, geruza bakarrekota eta atomo banako  $N$  sare-puntukoa bera) atomoek elektroi bana *askatzen dute* bi dimentsioko  $\frac{1}{2}$  spineko fermioiz osatutako gasa ideala eratzeko. Nolakoa da gas horren  $\mu$  potentzial kimikoa  $T$  tenperaturaren funtzioan?
4. Fermiren gas bat,  $\frac{1}{2}$  spineko partikulez osatutako bera,  $T = 0$  K egoera termikoan dago,  $V_0$  bulumeneko tanga, adiabatikoki isolatuta. Tangaren hormetako bat bat-batean kendutakoan, gasa era askean zabaltzen da (zabaltze askea da, beraz),  $\Delta V_0$  ( $\frac{\Delta V_0}{V_0} \ll 1$ ) bolumenera hedatuz; guztiz hedatutakoan, egoera termiko berri batean dago. Balioztatu egoera termiko berriaren tenperatura.

5. ***Partikula-banaketak, kualitatiboki...***

Bete ezazu ondoko taula behar diren adierazpide grafikoak (kualitatibo) irudikatuz.

Kontuan izan, kasu bakoitzean, zer egoeren dentsitate erabili behar den, translazioak dira gasen askatasun-graduak, eta zer partikula mota den, fermioia edo bosoia.

	egoeren dentsitatea	$\times$ betetze-zenbakia	= partikula-banaketa
FERMIOAK Ez-erlatibistak			
BOSOIAK Ez-erlatibistak			
FERMIOAK Erlatibistak			
BOSOIAK Erlatibistak			

***Partikula-banaketak, kuantitatiboki...kasu errazetan.***

Lor itzazu posibleak diren mikroegoera denak (adieraz itzazu grafikoki, era eskematikoan), (i) partikula bereizgarriak, (ii) fermioiak, (iii) bosoia eta (iv) *partikula klasikoak* dituzula onartuz, honako bi kasuetan:

- (a) bi partikula eta bi egoera posible.
- (b) hiru partikula eta hiru egoera posible.

Aldera itzazu lortutako emaitzak eta azaldu.