D03 (HW 2008 9.2)

א)

משוואת בולצמן

$$\bar{v}\cdot\bar{\nabla}_r f + \frac{eE}{\hbar}\nabla_k f + \frac{\partial f}{\partial t} \approx -\frac{\overset{\text{actual}}{f} - \overset{\text{equilibrium}}{f_0}}{\underbrace{\tau}_{\text{"Relaxation Time"}}}$$

זהו קירוב (אורה-מוזק 3 פרק 1 זמ 1-6)

τ - זמן בין התנגשויות. הזמן שלוקח מצב התנגשות הוא עושה רלקסציה למצב הלא מופרע.

אם מניחים Steady state $\Leftarrow$ $\frac{\partial}{\partial t} \equiv 0$ (תנאי מספיק אבל לא הכרחי.)

אין תלות מרחבית $\Leftarrow$ $\bar{\nabla}_r \equiv 0$

לכן קיבלנו

$$\frac{eE}{\hbar}\bar{\nabla}_k f \approx -\frac{f-f_0}{\tau}$$

ניתן לפתור באיטרציות. עבור שדה חלש נפתח לסדר ראשון ב-E:

$$\frac{eE}{\hbar}\nabla_k f(k) \approx \frac{eE}{\hbar}\nabla_k f_0(k)$$

(ניתן לעשות איטרציות נוספות במידת הצורך)

קיבלנו

$$\frac{eE}{\hbar}\nabla_k f_0 = -\frac{(f-f_0)}{\tau}$$

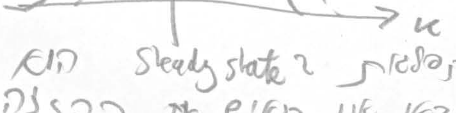
$$f(\bar{k}) = f_0(\bar{k}) - \frac{eE\tau}{\hbar}\nabla_k f_0(k)$$

אבל לסדר ראשון ב-E

$$f_0\left(\bar{k} - \frac{e\bar{E}\tau}{\hbar}\right) \approx f_0(\bar{k}) - \frac{eE\tau}{\hbar}\nabla_k f_0\Big|_k$$

לכן קיבלנו

$$f(k) = f_0\left(\bar{k} - \frac{e\bar{E}\tau}{\hbar}\right)$$



"הזזה" של התפלגות פרמי-דיראק

למעשה ההבדל בין ההתפלגות בש"מ וההתפלגות ב Steady state הוא "תנועה של מרכז המסה" בהתפלגות. כאן אנו רואים את ההזזה.
(כל האלקטרונים מקבלים מהירות אחידה)

spin degeneracy

$$\bar{J} = -2e \sum_k \bar{v}_k \cdot f(k) = 2e \sum_k \bar{v}_k \cdot \left(f_0 - \frac{e\bar{E}\tau}{\hbar} \nabla_k f_0(k)\right)$$ (?

לכן אנו יודעים ש- $\sum_k v_k f_0(k) \equiv 0$ כי הכי ב- equilibrium

$$\bar{J} = +\frac{2e^2\tau}{\hbar} \sum_k \bar{v}_k \cdot \left(\bar{E} \cdot \bar{\nabla}_k f_0(k)\right)$$

סימן פלוס! לכן $(\bar{J} \parallel \bar{v})$

$$J_i = +\frac{2e^2\tau}{\hbar} \cdot \sum_j v_i \cdot \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \cdot E_j \cdot \frac{\partial}{\partial k_j} f_0(k)$$ ברכיבים

$j = 1,2,3$ לפי רכיבים

$$\left(\frac{1}{m^*}\right)_{ij} = \frac{1}{\hbar^2} \cdot \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k_i \partial k_j}$$ נגדיר

$$v_i = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial}{\partial k_i} \epsilon(k)$$ כמו כן

אינטגרציה בחלקים

$$J_i = +\frac{2e^2\tau}{\hbar} \sum_j \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} E_j \cdot \frac{\partial}{\partial k_j} \left(v_i f_0(k)\right)$$

$$= +2e^2\tau \sum_j \frac{d^3k}{(2\pi)^3} E_j \underbrace{\left(\frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial \varepsilon(k)}{\partial k_i \partial k_j}\right)}_{\frac{1}{m^*}} f_0(k)$$

$$J_i = \sum_j \left(-2e^2\tau \left(\frac{1}{m^*}\right)_{ij} \int f_0(k)\right) \cdot E_j \equiv \sum_j \sigma_{ij} E_j$$

$$\sigma_{ij} = 2e^2\tau \cdot \left(\frac{1}{m^*}\right)_{ij} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} f_0(k)$$

מאשר
(כאשר לא אלכסוני
$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k_i \partial k_j} \neq 0$ for $i \neq j$)

$\varepsilon(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$

(d נזכור ש- $\int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \cdot f_0(k) \equiv \frac{n(\bar{r})}{2} = \frac{n}{2}$ ← spin degeneracy לכן אזי

$$\sigma = \frac{2e^2\tau}{m^*} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \cdot f_0(k) = \frac{ne^2\tau}{m^*}$$