(גז פרמי)

א) נחשב/י k_F, $\dfrac{E_0}{V}$ של סוניק, של גז פרמי ללא אינטראקציה.

ב) הוסף/י אינטראקציה מהצורה $U = \alpha \dfrac{N_+ N_-}{V}$

כאשר N_+, $N_- = N - N_+$ מס' האלקטרונים עם ↑ או ↓

נחשב/י $k_{F\pm}$, $\dfrac{E_{kin}}{V}$ כפונקציה של $n_\pm$

ג) נניח $n_\pm = \dfrac{n}{2} \pm \delta$, כאשר δ

נחשב/י $\dfrac{U}{V}$, $\dfrac{E_{kin}}{V}$ כסדר בסדר שני δ ב־δ

● ו) מהו α_c סביבו החוסר נהיה אפשרי מבחינת ... של פרומגנט?

ה) ציירו/י דיאגרמת את הפאזה ใน תרשים M כפונקציה α־ב.

א) נראה הסוני וי ברמי על שבל מינ'... אלקטרונים $\uparrow$, $\downarrow$ בכל ...

$$\dfrac{N}{2} = V \int\limits_{k<k_F} \dfrac{d^3k}{(2\pi)^3} = V \int\limits_0^{k_F} \dfrac{4\pi}{(2\pi)^3} k^2 dk = \dfrac{V k_F^3}{6\pi^2}$$

נחשב/ $\quad k_F = \left(3\pi^2 n\right)^{1/3}$

מכאן של

$$E_0 = 2V \int\limits_{k<k_F} \varepsilon(k) \cdot \dfrac{d^3k}{(2\pi)^3} = 2V \int\limits_0^{k_F} \dfrac{\hbar^2 k^2}{2m} \cdot \dfrac{d^3k}{(2\pi)^3}$$

$$= 2V \cdot \dfrac{\hbar^2}{2m} \cdot \dfrac{4\pi}{5(2\pi)^3} \cdot k_F^5$$

$$\dfrac{E_0}{V} = \dfrac{3}{5}\left(3\pi^2\right)^{2/3} \dfrac{\hbar^2}{2m} n^{5/3}$$ נחשב/

ב) כמו מקודם באינטראקציה $\quad U = \alpha \dfrac{N_+ N_-}{V}$

שלא כן זהה נחשב לכל $\quad k_{F\pm} = \left(6\pi^2 n_\pm\right)^{1/3}$

$$\dfrac{E_{kin}}{V} = \dfrac{3}{5}\left(6\pi^2\right)^{2/3} \dfrac{\hbar^2}{2m} \cdot \left(n_+^{5/3} + n_-^{5/3}\right)$$

ב) כעת נניח שיש פיצול קטן בקוטב $2-\delta$ $n_\pm = \frac{n}{2} \pm \delta$, $\quad n \gg \delta$

$$n_\pm^{5/3} = \left(\frac{n}{2} \pm \delta\right)^{5/3} = \left(\frac{n}{2}\right)^{5/3}\left(1 \pm \frac{2\delta}{n}\right)^{5/3} \qquad \left(x = \frac{2\delta}{n}\right)$$

$$\approx \left(\frac{n}{2}\right)^{5/3}\left[1 \pm \frac{5x}{3} + \frac{5x^2}{9} \mp \frac{5x^3}{81} + \frac{5x^4}{243} + O(x^5)\right]$$

כאשר נחבר את האיברים עם x^n האי־זוגיים, נשים לב שהם מתבטלים ונשאר רק סכום של חזקות זוגיות.

$$n_+^{5/3} + n_-^{5/3} \propto \left(\frac{n}{2}\right)^{5/3}\left[2 + \frac{10}{9}x^2 + \frac{10}{243}x^4 + O(x^6)\right]$$

$$\underbrace{\left(\frac{2}{n}\right)^{6/3}\cdot\delta^2} \qquad \underbrace{\left(\frac{2}{n}\right)^{\frac{12}{3}}\delta^4}$$

$$\frac{E_{kin}}{V} = \frac{E_0}{V} + \frac{3}{5}\underbrace{(6\pi^2)^{2/3}\cdot\frac{\hbar^2}{2m}}_{K}\left[\frac{10}{9}\left(\frac{2}{n}\right)^{\frac13}\delta^2 + \frac{10}{243}\left(\frac{2}{n}\right)^{\frac73}\delta^4 + O(x^6)\right] \quad \text{ונקבל}$$

$$= \frac{E_0}{V} + \frac{4}{3}(3\pi^2)^{2/3}\frac{\hbar^2}{2m}\underbrace{n^{-\frac13}}_{\text{יחסית }n^{2/3}}\delta^2 + \underbrace{\frac{16}{81}(3\pi^2)^{2/3}\frac{\hbar^2}{2m}\cdot n^{-\frac73}}_{C_4}\delta^4 + O(\delta^6)$$

נעבור כעת ונטפל באנרגיה ...

$$\frac{U}{V} = \alpha n_+ n_-$$
$$= \alpha\left(\frac{n}{2}+\delta\right)\left(\frac{n}{2}-\delta\right) = \alpha\frac{n^2}{4} - \alpha\delta^2$$

3) סיכום ביניים

$$\frac{E}{V} = \frac{E_{kin}}{V} + \frac{U}{V}$$

$$\frac{E}{V} = \frac{E_0 + \alpha n^2/4}{V} + \left[\frac{4}{3}(3\pi^2)^{2/3}\frac{\hbar^2}{2m}n^{-1/3} - \alpha\right]\delta^2 + C_4\, n^{-\frac73}\delta^4 + O(\delta^6)$$

(שים לב $C_4 > 0$)

מתי כדאי למערכת להתמגנט?

$$\frac{M}{V} = n_+ - n_- = \left(\frac{n}{2}+\delta\right) - \left(\frac{n}{2}-\delta\right) = 2\delta$$

המערכת של האנרגיה
יש מגנוט $\Longleftrightarrow$ $\delta \neq 0$

המערכת עוברת טרנספורמציית אנרגיה $\Rightarrow$ לכדאי מקדם של δ... כאשר מקדם של δ^2 שלילי

$$\alpha_c = \frac{4}{3}(3\pi^2)^{2/3}\cdot\frac{\hbar^2}{2m}\cdot n^{-1/3}$$

כאשר כלומר $\alpha > \alpha_c$ יותר כדאי למערכת להתמגנט.

נבחר מצב שבו הפולריזציה מלאה פואר מאזן

$$N(\epsilon_F) = \frac{m}{\hbar^2 \pi^2} \cdot k_F \qquad \left(k_F = (3\pi^2 n)^{1/3} \right)$$

$$\frac{1}{N(\epsilon_F)} = \frac{\hbar^2}{2m} \cdot 2\pi^2 \cdot (3\pi^2)^{-\frac{1}{3}} \cdot n^{-\frac{1}{3}} \qquad נניח. \delta$$

$$= \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{2}{3} \cdot (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \cdot n^{-\frac{1}{3}}$$

נבחר שינוי שמוביל ↑ ועד ↓ כך $N(\epsilon_F) \to \frac{1}{2} N(\epsilon_F)$

$$\frac{1}{N(\epsilon_F)} = \frac{4}{3} \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2)^{2/3} \cdot n^{-\frac{1}{3}} \equiv \alpha_c \qquad נניח$$

נניח קיון שקובעת מאיפה מוביל מצבר סדר פרומגנ'

נאשר

$$\alpha > \frac{1}{N(\epsilon_F)}$$

$$\boxed{\alpha_c N(\epsilon_F) = 1 \qquad או}$$
$$\text{Stoner Criterion} \qquad \text{שלו קריטריון מובל} \qquad \text{זו}$$

ד) ש" נ שמשפיע על δ "כ מאופר גיאו' וכו'

$$E = E_0 + C_2 \delta^2 + C_4 \delta^4 \qquad \left[C_2 = \alpha_c - \alpha \right]$$

$$\frac{\partial E}{\partial \delta} = 2C_2 \delta + 4 C_4 \delta^3 = 0 \qquad \text{גזירה שנ'} $$

$$\delta^2 = -\frac{1}{2} \frac{C_2}{C_4} \alpha (\alpha - \alpha_c) \qquad \left(C_2 < 0 \quad צריך כי צריך \atop כי \quad \alpha > \alpha_c \right)$$

$$\text{ושים, הקשר ס- } \frac{M}{V} \alpha \delta \qquad \delta \alpha \sqrt{\alpha - \alpha_c}$$

איך קוריה נראה, שיפר מולת? $\qquad$ $\alpha_c(T)$ נחשב לפי כאן טולון

Sommerfeld מתוך כל טולון נחשב לפי שלדו מכאן כל

$$\frac{E_{k\pm}}{V} = \frac{3}{5}\left(6\pi^2\right)^{2/3}\cdot\frac{\hbar^2}{2m}\cdot n_\pm^{5/3}\left(1+\frac{5\pi^2}{12}\left(\frac{kT}{\varepsilon_F}\right)^2\right)$$

$$= \frac{3}{5}a\,n_\pm^{5/3} + \frac{3b}{5a}(kT)^2 n_\pm^{1/3} \qquad \left(a=\left(\frac{3}{8\pi}\right)^{2/3}\frac{\hbar^2}{2m},\ b=\frac{5\pi^2}{12}\right)$$

$$n_\pm^{1/3} = \left(\frac{n}{2}\pm\delta\right)^{1/3} = \left(\frac{n}{2}\right)^{1/3}\left(1\pm\cdots\right)$$

$$\frac{E_{k_+}+E_{k_-}}{V} = \frac{E_k}{V}\Big|_{T=0} + \left(\frac{\pi^2}{4}\left(\frac{8\pi}{3}\right)^{2/3}\frac{2m}{\hbar^2}\right)(kT)^2\cdot n^{1/3}\left(2-\cdots\delta^2\cdots\right)$$

ובאיחוד החלקים

$$\frac{U+k}{V} = U_0(n,T) + \left[\alpha_{c,0} - \left(\frac{\pi^2}{4}\left(\frac{8\pi}{3}\right)^{2/3}\frac{2m}{\hbar^2}\right)(kT)^2\cdot\frac{8}{9}n^{-5/3} - \alpha\right]\delta^2$$
$$+\ O(\delta^4)$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\ \alpha_c(T)\approx \alpha_{c,0} - \left(\frac{2}{9}\pi^2\left(\frac{8\pi}{3}\right)^{2/3}\cdot\frac{2m}{\hbar^2}n^{-5/3}\right)(kT)^2\ }$$

ומכאן ומכאן שטרנו מש גובה בטמלרטור עולה מקטין.