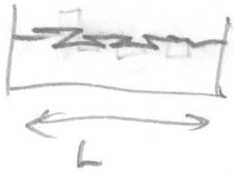
AOS 2009(1.4)



$$N_+ + N_- = N$$ (א

$$L = (N_+ - N_-)a$$

$$N_\pm = \frac{1}{2}\left(N \pm \frac{L}{a}\right)$$

$$\Omega = \binom{N}{N_+} = \frac{N!}{\left[\frac{1}{2}\left(N+\frac{L}{a}\right)\right]!\left[\frac{1}{2}\left(N-\frac{L}{a}\right)\right]!}$$

$$\frac{S}{k_B} = \ln\Omega \overset{(N \gg \frac{L}{a})}{\approx} N\ln N - \frac{1}{2}\left(N+\frac{L}{a}\right)\ln\left(\frac{N+\frac{L}{a}}{2}\right) - \frac{1}{2}\left(N-\frac{L}{a}\right)\ln\left(\frac{N-\frac{L}{a}}{2}\right)$$

$$= N\ln 2 - \frac{N}{2}(1+x)\ln(1+x) - \frac{N}{2}(1-x)\ln(1-x) + N\ln N$$

$$\tilde{f} = -\left(\frac{\partial F}{\partial L}\right)_T$$ מהגדרת כח מתיחה (ב

$$\tilde{f} = \frac{-\partial}{\partial L}\left(-\frac{1}{2}\sigma\frac{L^2}{N} - TS\right)$$ $$x = \frac{L}{Na} \rightarrow \frac{\partial}{\partial L} = \frac{1}{Na}\frac{\partial}{\partial x}$$

$$= \sigma\frac{L}{N} - \frac{kT}{a}\left[-\frac{1}{2}\ln(1+x) - \cancel{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\ln(1-x) + \cancel{\frac{1}{2}}\right]$$

$$\tilde{f} = \sigma\frac{L}{N} - \frac{kT}{2a}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

$$= \sigma a x - \frac{kT}{2a}\left(2x + \frac{2}{3}x^3 + O(x^5)\right)$$

$$\left(\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = \text{Arctanh}(x)\right.$$ לפי פיתוח טיילור)

מה לגבי סימן $\tilde{f}$?

ב) מהי יציבות? $\frac{\partial \tilde f}{\partial L}>0$

משמע $\frac{\tilde f(L+\Delta)-\tilde f(L)}{\Delta}>0$

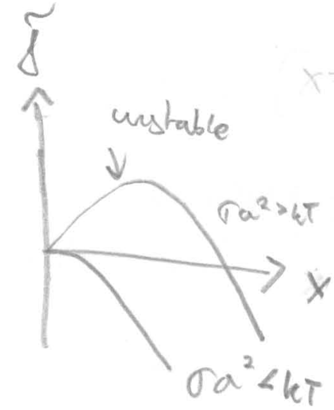
הכח גדל עם האורך! כמו $\frac{\partial P}{\partial V}>0$

לכן

$$\sigma a-\frac{k_BT}{2a}\left(\frac{1}{1+x}+\frac{1}{1-x}\right)>0$$

לכן יש יציבות כאשר יש פתרון למשוואה?

$$\sigma a^2>\frac{k_BT}{1-x^2}$$



נגדיר $k_BT_c=\sigma a^2$ ואז התנאי נהיה

$x<\sqrt{1-\frac{T}{T_c}}$ עבור $T<T_c$

כאשר $T>T_c$ אין פתרונות למשוואה.

(לכן ציינו את T_c ...)

3)

$$\tilde f=0 \rightarrow \sigma a^2x=\frac{1}{2}k_BT\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

$$\sigma a^2 x \quad k_BTx+\frac{1}{3}k_BTx^3$$

$$\frac{3(\sigma a^2-kT)}{kT}=x^2$$

$$x=\sqrt{3\left(\frac{T_c-T}{T}\right)}$$