B01 (2008 5.1) (2009 5.1)

$$Z_1(m) = g\frac{V}{\lambda^3} \qquad \left[\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T}}\right]$$

$g = 2s+1$ s = spin, g = spin degeneracy

(סע $Z_2 = ?$ $\epsilon_i = \frac{p_i^2}{2m}$

identical permulation ↓

$$Z_B = \frac{1}{2}\sum_{i\neq j} g^2 e^{-\beta\frac{p_i^2+p_j^2}{2m}} + \sum_{i=j} g^2 e^{\frac{-2\beta p_i^2}{2m}}$$

$$= \frac{g^2}{2}\left(\sum_{\forall i,j} e^{-\beta\frac{p_i^2+p_j^2}{2m}} - \sum_{i=j} e^{\frac{-2\beta p_i^2}{2m}}\right) + \sum_{i=j} g^2 e^{-\frac{2\beta p_i^2}{2m}}$$

$$Z_B = \frac{1}{2}Z_1^2 + \frac{1}{2}Z_1\left(\frac{m}{2}\right)$$

לפרמיונים: מצבים קוונטיים $i\neq j$ לבד מותרים!

בדרך דומה

$$Z_F = \frac{g^2}{2}\sum_{i\neq j} e^{-\beta\frac{p_i^2+p_j^2}{2m}}$$

$$= \frac{g^2}{2}\left(\sum_{\forall i,j} e^{\frac{-\beta(p_i^2+p_j^2)}{2m}} - \sum_{i} e^{-\frac{2\beta p_i^2}{2m}}\right)$$

$$= \frac{1}{2}Z_1^2 - \frac{1}{2}Z_1\left(\frac{m}{2}\right)$$

מכאן

$$Z_{B/F} = \frac{1}{2}Z_1^2 \pm Z_1\left(\frac{m}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2}Z_1^2\left(1 \pm \frac{Z_1(\frac{m}{2})}{Z_1^2}\right)$$

נשווה ל- פונק׳ חלוקה דו חלקיקית קלאסית

$$Z_{MB} = \frac{1}{2}Z_1^2$$

לכן

$$Z_{B/F} = Z_{MB}\left(1 + \frac{Z_1(\frac{m}{2})}{Z_1^2}\right)$$

$$F = -kT \ln Z$$

(c) מכאן

$$F_{B/F} = F_{id} - kT\ln\left(1 \pm \frac{Z_1(\frac{m}{2})}{Z_1^2}\right)$$

נשים לב ש-

$$\frac{Z_1(\frac{m}{2})}{Z_1^2(m)} = \frac{gV\cdot\left(\frac{2\pi\frac{m}{2}kT}{h^2}\right)^{3/2}}{g^2V^2\left(\frac{2\pi mkT}{h^2}\right)^3}$$

$$= \frac{h^3}{gV}\cdot\frac{2^{-3/2}}{(2\pi mkT)^{3/2}} = \frac{\lambda^3}{gV}\cdot\frac{1}{2^{3/2}}$$

עבור $\lambda^3 \ll \frac{V}{N}$, $g\cdot 2^{3/2}\approx 1$ $\longleftrightarrow$ $(n\lambda^3 \ll 1)$

"הנפח הפיזיקלי" $\leftarrow \frac{V}{N}$

נפח שניתן לחלקיק גדול בהרבה מהנפח של פונק' הגל של החלק'
זהו הגבול הקלאסי

נקבל

$$F_{B/F} \approx F_{id} \mp kT\frac{Z_1(\frac{m}{2})}{Z_1^2}$$

ואז התיקון הרבה יותר קטן, אבל עדיין קיים

$$U_{B/F} = -\frac{\partial \ln Z}{\partial\beta} = -\frac{\partial}{\partial\beta}\left[Z_{MB}\left(1 \pm \frac{Z_1(m/2)}{Z_1^2}\right)\right] = U_{cl} \mp \frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{Z_1(m/2)}{Z_1^2}\right)$$

(d) נחשב 2nd vir coeff

$$P_{B/F} = -\frac{\partial F}{\partial V} \approx P_{id} \pm kT\frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{Z_1(\frac{m}{2})}{Z_1^2(m)}\right)$$

$$P_{B/F} \approx \frac{Nk_BT}{V} \pm kT\frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{\lambda^3}{gV}\cdot\frac{1}{2^{3/2}}\right) = \frac{Nk_BT}{V} \mp \frac{\lambda^3 kT}{gV^2\cdot 2^{3/2}}$$

נציב $N=2$

כי נכפול ונחלק ב-2

$$P_{B/F}V = Nk_BT\left[1 \mp \frac{1}{g2^{5/2}}n\lambda^3\right]$$