Coarse-Grained Entropy

ראינו בעבר עלי כלא coarse-graining האנטרופיה נשמרת מאכת קורה

$$S = -\int \rho \ln\rho$$

$$\frac{dS}{dt} = -\int \frac{d\rho}{dt}\left(\ln\rho + 1\right)$$

$$\frac{dS}{dt} = 0 \qquad \text{כי } \frac{d\rho}{dt}=0$$

נגדיר w כ התאים?
על חלוקה (שרירותית) ρ התאים?

$$\sum_\ell \lambda_\ell = w$$

$$\lambda_\ell \cap_{\ell\neq m} \lambda_m = 0$$

של מצבים ℓ ק ש.

a) נגדיר

$$\eta(0) = \int \rho(t)\,\ln\rho(t)\,dq\,dp$$

$$\eta(0) = \sum_\ell \lambda_\ell \cdot \bar\rho_\ell(t=0)\,\ln\bar\rho_\ell(t=0)$$

$$= \sum_\ell \lambda_\ell\,\rho(t=0)\,\ln\rho(t=0)$$

$$= \int_w \rho(t=0)\,\ln\rho(t=0)\,dp\,dq$$

$$= \int_w \rho(t)\,\ln\rho(t)\,dp(t)\,dq(t)$$

של הצבה

זאת coarse-grained מבטאת

התפתחות מצויה

שמבן מניע

$$\eta(t)$$

$$\eta(t) = -\sum_\ell \int_{\Lambda_\ell} dp\,dq_\ell \int \rho\,\ln\bar\rho_\ell$$

$$= \int dp\,dq\,\rho\,\ln\bar\rho \qquad \left[\bar\rho(q,p) = \bar\rho_\ell(q\in\Lambda_\ell,\,p\in\Lambda_\ell)\right]$$

הערה

$$\eta(t) - \eta(0) = -\int_\omega dp\,dq\left(\rho\ln\bar\rho - \rho\ln\rho\right)$$

$$1 = \int_\omega \rho = \sum_\ell \int_{\Lambda_\ell}\bar\rho_\ell = \int_\omega \bar\rho$$

אבל נשים לב שלכל ρ
יש נוסחת של מקום ρ

אבל

ואכל

$$\eta(t) - \eta(0) = -\int_\omega dp\,dq\left(\rho\ln\frac{\bar\rho}{\rho} + \rho - \bar\rho\right)$$

$$= -\int_\omega dp\,dq\,\rho\left(\ln\frac{\bar\rho}{\rho} + 1 - \frac{\bar\rho}{\rho}\right)$$

$$\ln x + 1 - x \le 0$$

נראה

כי

$$\ln x + 1 - x\Big|_{x=1} = 0$$

$$\frac{d}{dx}\left(\ln x + 1 - x\right) = \frac{1}{x} - 1 = 0 \;\to\; x=1$$

אכל
נקודת אקסטרמום ב p

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(\ln x + 1 - x\right) = -\frac{1}{x^2}\Big|_{x=1} < 0$$

נקודת מקסימום ב- $x=1$

$$\eta(t) - \eta(0) \ge 0$$

אז $\ln x + 1 - x \le 0$ כי