$\boxed{A16}$ (2008: 1.4)

a)

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}(\hat{x}, \hat{p}; \overset{\text{פרמ'}}{V}, A)$$

כאשר נשים לב ש-

$$dE = TdS - Pd\vec{V} - MdH$$

נגזרת

נקבע מהפוט' V

נקבע מ-A

כתוצאה מכך

$$Z = \mathrm{tr}\, e^{-\beta H} = Z(V, A)$$

במוש'ל דיקט מגנה

$$dF = SdT - MdH$$

$$Z_1 = e^{-\beta\mu H} + e^{\beta\mu H} = 2\cosh(\beta\mu H)$$

$$Z_N = Z_1^N = 2^N \cosh^N(\beta\mu H)$$

$$F = -kTN \ln(2\cosh(\beta\mu H))$$

$$\langle M\rangle = -\left(\frac{\partial F}{\partial H}\right)_T = \cancel{kT}N \tanh(\beta\mu H)\cdot\cancel{\beta}\mu = N\mu\tanh(\beta\mu H)$$

$$\langle E\rangle = \frac{-\partial \ln Z}{\partial\beta} = -N\frac{\partial}{\partial\beta}\ln\cosh(\beta\mu H) = -N\mu H\tanh(\beta\mu H)$$

unsurprisingly, we have $\langle E\rangle - H\langle M\rangle$

as $H\to 0$, $E\to 0$ (increase) using heat Tds and work MdH

כמו כן

$$\frac{S}{k_B} = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)\frac{1}{k_B} = \frac{\partial}{\partial T}\left[TN\ln(2\cosh(\beta\mu H))\right]$$

$$= N\ln(2\cosh(\beta\mu H)) - TN\tanh(\beta\mu H)\cdot\frac{\mu H}{k_B T^2}$$

$$\delta E = N\mu H\tanh(\beta\mu H)$$

ויהתבלין שלנו

$$T\delta S = kTN\ln(\cosh(\beta\mu H)) - N\mu H\tanh(\beta\mu H)$$

$$\int_0^H M(H')dH' = N\mu\int_0^H \tanh(\beta\mu H')dH'$$

אבל

$$= kTN\int_0^{\beta\mu H}\tanh(\beta\mu H')\,d(\beta\mu H') = kTN\ln(\cosh(\beta\mu H))$$

$$\left[\int \tanh(x)dx = \ln(\cosh(x))\right]$$

$$\delta E = T\delta S - \int_0^H M(H')dH'$$

ואכן

ט) מגנטו

$S = S(\beta\mu H)$

עבור תהליך אדיאבטי $S=const$

$\rightarrow \beta\mu H = const$

$H \propto T$

$\Delta H \propto \Delta T$

או $H\to 0$ מממש $T\to 0$

רק שישנן אינטראקציות נוספות הנכנסות בטמפ' נמוכות מאוד המשנות את S ומונעות מלהגיע ל- $T=0$.