

A04

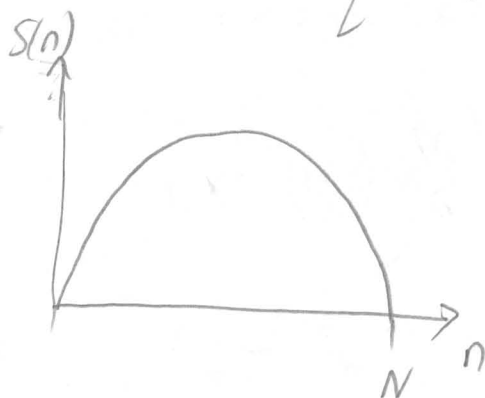
(2008 1.1) (2009 2.2)

(Pathria 3.10) Negative temperatures

$$\Omega(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!}$$

(a)

$$S(n) = k_B \ln \Omega = k_B \left[N \ln N - n \ln n - (N-n) \ln (N-n) \right]$$



נוף

most probable $n \leftrightarrow$ maximal entropy

(b) זכור הקלס:

$$\rightarrow \frac{\partial S}{\partial n} = 0$$

$$\rightarrow -\ln n + 1 + \ln(N-n) = 0$$

$$\ln\left(\frac{N-n}{n}\right) = 0 \rightarrow \frac{N-n}{n} = 1 \rightarrow n = \frac{N}{2}$$

$$\langle n \rangle = \sum_{n=0}^N P(n) \cdot n$$

זכור הכללי:

$$f(x) = \sum_n P(n) x^n$$

השימוש העיקרי הוא:

$$= \frac{1}{2^N} \sum_{n=0}^N \frac{N!}{(N-n)!n!} x^n 1^{N-n} = \frac{1}{2^N} (x+1)^N$$

הערה: $P(n) = \frac{\Omega(n)}{2^N}$

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=1} = \sum_n n P(n) x^{n-1} \Big|_{x=1} = \sum_n n P(n) = \langle n \rangle$$

$$= \frac{1}{2^N} \cdot N \cdot (x+1)^{N-1} \Big|_{x=1} = \frac{2^{N-1}}{2^N} N = \frac{N}{2}$$

הערה:

$$\left. \frac{\partial}{\partial x} \left(x \frac{\partial}{\partial x} \right) \right|_{x=1} = \left. x \frac{\partial}{\partial x} \right|_{x=1} + \left. x \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right|_{x=1}$$

PEI

$$= \langle n \rangle + \sum_n n(n-1) P(n) x^{n-1} \Big|_{x=1}$$

$$= \langle n \rangle + \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle = \langle n^2 \rangle$$

$$= \left. \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{N}{2^N} (x+1)^{N-1} \cdot x \right) \right|_{x=1} = \frac{N}{2^N} \left[(N-1)(x+1)^{N-2} \cdot x + (x+1)^{N-1} \right] \Big|_{x=1}$$

$$= \frac{N}{2^N} \left[(N-1) \cdot 2^{N-2} + 2^{N-1} \right] = \frac{N(N-1)}{4} + \frac{N}{2}$$

$$\langle n^2 \rangle = \frac{N(N+1)}{4}$$

$$\rightarrow \boxed{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2 = \frac{N}{4}}$$

$$\frac{d}{dt}(S_1 + S_2) = \frac{dE_1}{dt} \left(\frac{\partial S_1}{\partial E_1} - \frac{\partial S_2}{\partial E_2} \right) \Big|_*$$

$$= \frac{dE_1}{dt} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) > 0$$

אם $T_1 > T_2$ אז $\frac{dE_1}{dt} > 0$ ו- $\frac{dE_2}{dt} < 0$ כלומר חום זורם מ-1 ל-2

$$E(n) = \mu H (n - (N-n)) \quad \text{האנרגיה} \quad (c)$$

↑ ↑
מגנטון מגנטון

$$\frac{\partial E}{\partial n} = 2\mu H$$

$$\leftarrow E(n) = \mu H (2n - N)$$

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E} = \frac{\partial S}{\partial n} \cdot \frac{\partial n}{\partial E}$$

האנרגיה

$$= k_B \ln \left(\frac{N-n}{n} \right) \cdot \frac{1}{2\mu H}$$

$$\ln \left[\frac{\langle \frac{A}{2} \rangle}{\langle \frac{A}{2} \rangle} \right] = \ln(1) = 0 \quad \text{נכון} \quad n > \frac{N}{2} \quad \text{אם } n > \frac{N}{2} \text{ אז } \ln < 0$$

ניתן לראות גם מהיפוך של S.
 עבור מצב של היפוך אובזויה, האנרגיה הכוללת גדלה ו- $\frac{dE}{dt} > 0$ ו- $\frac{dS}{dt} < 0$ כלומר חום זורם מ-2 ל-1.
 למעשה אין קו אחד המפריד בין המצבים. המעבר בין המצבים הוא תהליך מתמש. המעבר בין המצבים הוא תהליך מתמש. המעבר בין המצבים הוא תהליך מתמש.
 המעבר בין המצבים הוא תהליך מתמש. המעבר בין המצבים הוא תהליך מתמש. המעבר בין המצבים הוא תהליך מתמש.
 המעבר בין המצבים הוא תהליך מתמש. המעבר בין המצבים הוא תהליך מתמש. המעבר בין המצבים הוא תהליך מתמש.