



# 郑州十一中 2021 届高三分班考试

## 数学试题

一、选择题：本题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $M = \{x | x^2 - 3x + 2 \geq 0\}$ ,  $N = \{x | \log_3(x+2) < 1\}$ , 则  $M \cap N =$

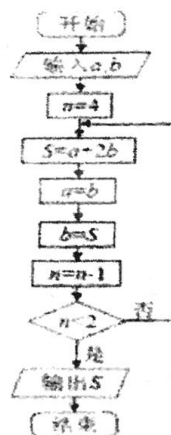
- A.  $\{x | -2 < x < 1\}$       B.  $\{x | x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 2\}$       C.  $\{x | x < 1\}$       D.  $\emptyset$

2. 已知  $\tan \alpha = 3$ , 则  $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) \sin(\pi + \alpha) =$

- A.  $\frac{3}{10}$       B.  $-\frac{3}{10}$       C.  $\frac{3}{5}$       D.  $-\frac{3}{5}$

3. 执行如图所示的程序框图，若输入的  $a, b$  值为 1, 2, 则  $S =$

- A. 70      B. 29      C. 12      D. 5



4.  $a = \log_3 \frac{7}{2}$ ,  $b = (\frac{1}{4})^{\frac{1}{3}}$ ,  $c = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{5}$ , 则

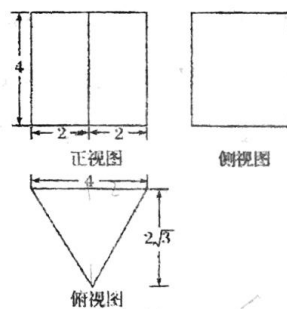
- A.  $a > b > c$       B.  $b > a > c$       C.  $b > c > a$       D.  $c > a > b$

5. 在  $\square ABCD$  中,  $|\vec{AB}| = 8$ ,  $|\vec{AD}| = 6$ ,  $N$  为  $DC$  的中点,  $\vec{BM} = 2\vec{MC}$ , 则  $\vec{AM} \cdot \vec{NM}$  等于( )

- A. 48      B. 36      C. 24      D. 12

6. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积是( )

- A.  $16 + 8\sqrt{3}$       B.  $16 + 4\sqrt{3}$   
C.  $48 + 8\sqrt{3}$       D.  $48 + 4\sqrt{3}$



7. 已知函数  $f(x) = (e^x + e^{-x}) \ln \frac{1-x}{1+x} - 1$ , 若  $f(a) = 1$ ,

则  $f(-a) =$

- A. 1      B. -1      C. 3      D. -3

8. 若平面  $\alpha \parallel$  平面  $\beta$ , 直线  $a \parallel$  平面  $\alpha$ , 点  $B \in \beta$ , 则在平面  $\beta$  内且过  $B$  点的所有直线中

( )

- A. 不一定存在与  $a$  平行的直线      B. 只有两条与  $a$  平行的直线  
C. 存在无数条与  $a$  平行的直线      D. 存在唯一与  $a$  平行的直线

9. 关于  $x$  的函数  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - ax + 2a)$  在  $[1, +\infty)$  上为减函数,

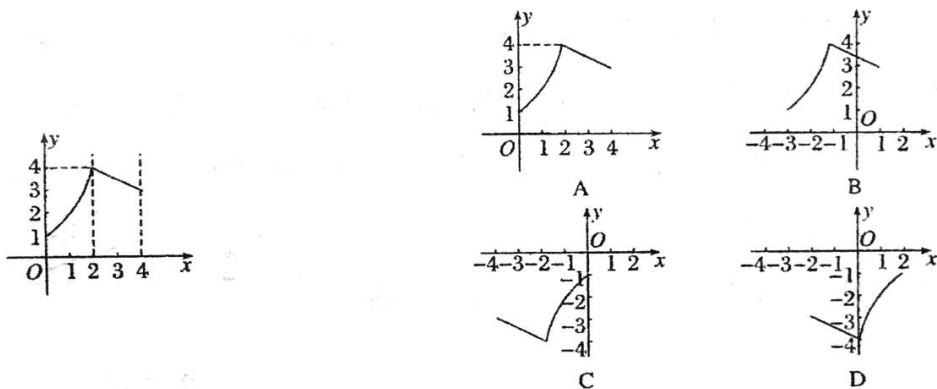
则实数  $a$  的取值范围为

- A.  $(-\infty, 2]$       B.  $(-1, +\infty)$       C.  $(-1, 2]$       D.  $(-\infty, -1)$

10.  $f(x) = 3\sqrt{3}\sin\frac{x}{4}\cos\frac{x}{4} + 3\cos^2\frac{x}{4} - \frac{3}{2}$ , 点  $A$  为函数  $f(x)$  的图象在  $y$  轴右侧的第一个最高点, 点  $B$  为函数  $f(x)$  的图象在  $y$  轴右侧的第二个对称点,  $O$  为坐标原点, 则  $\tan\angle BAO =$

- A.  $\frac{11\pi}{9-2\pi^2}$       B.  $\frac{11}{9-2\pi}$       C.  $\frac{9}{2\pi}$       D.  $\frac{1}{\pi}$

11. 已知定义在区间  $[0, 4]$  上的函数  $y = f(x)$  的图象如图所示, 则  $y = -f(2-x)$  的图象为



12. 已知两点  $A(t, 0), B(-t, 0) (t > 0)$ , 若圆  $(x - \sqrt{3})^2 + (y - 1)^2 = 1$  上存在点  $P$ , 使得  $\angle APB = 90^\circ$ , 则  $t$  的取值范围为

- A.  $(0, 3]$       B.  $[1, 3]$       C.  $[2, 3]$       D.  $[1, 2)$

二、填空题: 本题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 在  $\triangle ABC$  中,  $a = \sqrt{7}, b = 2, A = 60^\circ$ , 则  $\triangle ABC$  的面积为 \_\_\_\_\_

14. 若点  $A(-3, -4), B(6, 3)$  到直线  $l: ax + y + 1 = 0$  的距离相等, 则  $a =$  \_\_\_\_\_

15. 在《九章算术》中, 将底面为矩形, 且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称为阳马. 若四棱锥  $P-ABCD$  为阳马, 侧棱  $PA \perp$  底面  $ABCD$ , 且  $PA = 3, AB = BC = 4$ , 则该阳马的外接球半径为  $R$ , 内切球半径为  $r$ , 则  $\frac{R}{r} =$  \_\_\_\_\_

16.  $f(x) = \begin{cases} |\lg(-x)|, & x < 0 \\ x^2 - 6x + 4, & x \geq 0 \end{cases}$ , 若关于  $x$  的函数  $y = f^2(x) + bf(x) + 1$

有 8 个不同的零点, 则实数  $b$  取值范围为 \_\_\_\_\_

三、解答题：本题共 6 个题，共 70 分，解答题应写出文字说明、证明或演算步骤。

17.(本小题满分10分)

(1) 对任意  $x \in [\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$ ,  $2x > m(x^2 + 1)$  恒成立, 求  $m$  的取值范围

(2) 函数  $f(x) = 4^x + 2^{x+1} + m - 1$  存在零点时, 求  $m$  的取值范围

18.( 本小题满分 12 分)

2019 年, 河北省公布了高考改革综合方案将采取"3+1+2"模式, 即语文、数学、英语必考, 然后考生先在物理、历史中选择 1 门, 再在思想政治、地理、化学、生物中选择两门。为了更好地进行生涯规划, 甲同学对高一一年的七次考试成绩进行统计分析, 其中物理、历史成绩的茎叶图如图所示。

物理成绩				历史成绩				
				6	9			
			6	7	6			
7	5	2	2	8	0	2		
			3	0	9	4	6	8

(1) 若甲同学随机选择 3 门功课, 求他选到物理、地理两门功课的概率

(2) 试根据茎叶图分析甲同学应在物理和历史中选择哪一门学科? 并说明理由;

(3) 甲同学发现, 其物理考试成绩  $y$  (分) 与班级平均分

$x$  (分) 具有线性相关关系, 统计数据如下表所示, 试求当班级平均分为 50 分时, 其物理考试成绩。

$x$ (分)	57	61	65	72	74	77	84
$y$ (分)	76	82	82	85	87	90	93

参考数据:  $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 34840$ ,  $\sum_{i=1}^n y_i^2 = 50767$ ,  $\sum_{i=1}^n x_i y_i = 41964$ ,  $\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y} = 314$

参考公式:  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ,  $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$

计算  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$  精确到 0.01

19.( 本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \cos 2\omega x + \sqrt{3}\sin 2\omega x + t (\omega > 0)$ , 若  $f(x)$  的图象上相邻两条对称轴的距离为  $\frac{\pi}{4}$ , 图象过点  $(0,0)$ .

(1)求  $f(x)$  的表达式和  $f(x)$  的单调增区间;

(2)将函数  $f(x)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位长度, 再将图象上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍 (纵坐标不变), 得到函数  $y=g(x)$  的图象, 若函数  $F(x)=g(x)+k$  在区间  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  上有且只有一个零点, 求实数  $k$  的取值范围.

20. (本小题满分 12 分)

定义在  $\mathbf{R}$  上的单调函数  $f(x)$  满足  $f(3) = \log_2 3$  且对任意  $x, y \in \mathbf{R}$  都有

$$f(x+y) = f(x) + f(y).$$

(1) 求证:  $f(x)$  为奇函数;

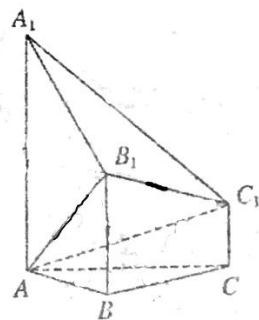
(2) 若  $f(k \cdot 3^x) + f(3^x - 9^x - 2) < 0$  对任意  $x \in \mathbf{R}$  恒成立, 求实数  $k$  的取值范围.

21(本小题满分 12 分)

如图, 已知多面体  $ABCA_1B_1C_1$ ,  $A_1A$ ,  $B_1B$ ,  $C_1C$  均垂直于平面  $ABC$ ,  $\angle ABC = 120^\circ$ ,  $A_1A = 4$ ,  $C_1C = 1$ ,  $AB = BC = B_1B = 2$ .

(1)证明:  $AB_1 \perp$  平面  $A_1B_1C_1$ ;

(2)求直线  $AC_1$  与平面  $ABB_1$  所成的角的正弦值.



22.(本小题满分12分)

已知圆  $C$  的圆心在  $x$  轴的正半轴上, 且  $y$  轴和直线  $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$  均与圆  $C$  相切.

(1)求圆  $C$  的标准方程;

(2) 设点  $P(0,1)$ , 若直线  $y = x + m$  与圆  $C$  分别相交于  $M, N$  两点, 且  $\angle MPN$  为锐角, 求实数  $m$  的取值范围