

# 郑州十一中 2020 届高三二分班考试数学试卷

一. 选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个备选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. 若集合  $A = \{x \mid |2x-1| < 3\}$ ,  $B = \left\{x \mid \frac{2x+1}{3-x} < 0\right\}$ , 则  $A \cap B$  是 ( )

A、 $\left\{x \mid -1 < x < -\frac{1}{2} \text{ 或 } 2 < x < 3\right\}$     B、 $\{x \mid 2 < x < 3\}$     C、 $\left\{x \mid -\frac{1}{2} < x < 2\right\}$     D、 $\left\{x \mid -1 < x < -\frac{1}{2}\right\}$

2. 在下列向量组中, 可以把向量  $\vec{a} = (3, 2)$  表示出来的是 ( )

A、 $\vec{e}_1 = (0, 0), \vec{e}_2 = (1, 2)$     B、 $\vec{e}_1 = (-1, 2), \vec{e}_2 = (5, -2)$

C、 $\vec{e}_1 = (3, 5), \vec{e}_2 = (6, 10)$     D、 $\vec{e}_1 = (2, -3), \vec{e}_2 = (-2, 3)$

3.  $a = 2^{-\frac{1}{3}}, b = \log_2 \frac{1}{3}, c = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ . 则 ( )

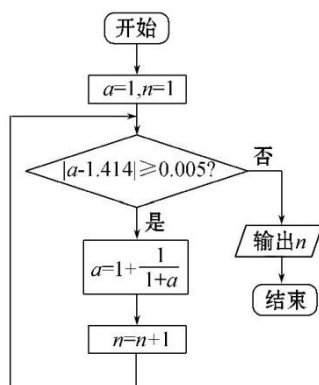
A、 $a > b > c$     B、 $a > c > b$     C、 $c > a > b$     D、 $c > b > a$

4. 若直线  $l_1$  和  $l_2$  是异面直线,  $l_1$  在平面  $\alpha$  内,  $l_2$  在平面  $\beta$  内,  $l$  是平面  $\alpha$  与平面  $\beta$  的交线, 则下列命题正确的是 ( )

A、 $l$  至少与  $l_1, l_2$  中的一条相交    B、 $l$  与  $l_1, l_2$  都相交

C、 $l$  至多与  $l_1, l_2$  中的一条相交    D、 $l$  与  $l_1, l_2$  都不相交

5. 执行如图所示的程序框图 (算法流程图), 输出的  $n$  为 ( )



A、3    B、4    C、5    D、6

6. 已知函数  $f(x) = |x-2|+1$ ,  $g(x) = kx$ , 若  $f(x) = g(x)$  有两个不相等的实根, 则实数  $k$  的取值范围是 ( )

A、 $(0, \frac{1}{2})$     B、 $(\frac{1}{2}, 1)$     C、 $(1, 2)$     D、 $(2, +\infty)$

7. 函数  $f(x) = \begin{cases} f(x+1), & x < 4 \\ 2^x, & x \geq 4 \end{cases}$ , 则  $f(\log_2 3) = ( \quad )$

- A、-23      B、11      C、1      D、24

8. 某路口人行横道的信号灯为红灯和绿灯交替出现, 红灯持续时间为 40 秒. 若一名行人来到该路口遇到红灯, 则至少需要等待 15 秒才出现绿灯的概率为( )

- A、 $\frac{7}{10}$       B、 $\frac{5}{8}$       C、 $\frac{3}{8}$       D、 $\frac{3}{10}$

9. 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  为  $BC$  边上的中线,  $E$  为  $AD$  的中点, 则  $\overrightarrow{EB} = ( \quad )$

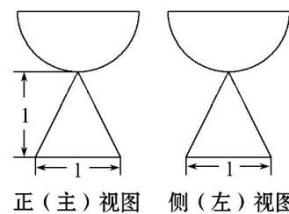
- A、 $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$       B、 $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$       C、 $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$       D、 $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

10. 若方程  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5k = 0$  表示圆, 则实数  $k$  的取值范围是 ( )

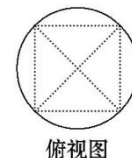
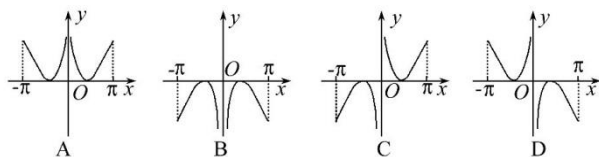
- A、 $(-\infty, 1)$       B、 $(-\infty, 1]$       C、 $[1, +\infty)$       D、 $\mathbf{R}$

11. 一个由半球和四棱锥组成的几何体, 其三视图如图所示. 则该几何体的体积为( )

- A、 $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\pi$       B、 $\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3}\pi$       C、 $\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{2}}{6}\pi$       D、 $1 + \frac{\sqrt{2}}{6}\pi$



12. 函数  $f(x) = (x - \frac{1}{x}) \cos x$  ( $-\pi \leq x \leq \pi$  且  $x \neq 0$ ) 的图象可能为( )



二. 填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填写在答题卡相应位置上.)

13. 函数  $y = \sin x - \sqrt{3} \cos x$  的图象可由函数  $y = 2 \sin x$  的图象至少向右平移 \_\_\_\_\_ 个单位长度得到.

14. 函数  $y = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \cos^2 x$  的最小正周期为 \_\_\_\_\_.

15. 函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & x \leq 0 \\ 2x - 6 + \ln x, & x > 0 \end{cases}$  的零点个数是 \_\_\_\_\_

16. 已知函数  $f(x) = |\log_2 x|$ , 正实数  $m, n$  满足  $m < n$ , 且  $f(m) = f(n)$ , 若  $f(x)$  在区间  $[m^2, n]$  上的最大值为 2, 则  $n + m =$  \_\_\_\_\_.

三. 解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分 10 分)

已知  $\mathbf{a} = (1, 2)$ ,  $\mathbf{b} = (-3, 2)$ , 当  $k$  为何值时,

(I)  $k\mathbf{a} + \mathbf{b}$  与  $\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$  垂直?

(II)  $k\mathbf{a} + \mathbf{b}$  与  $\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$  平行? 平行时它们是同向还是反向?

18. (本小题满分 12 分)

某厂生产某种零件, 每个零件的成本为 40 元, 出厂单价 60 元, 该厂为鼓励销售商订购. 决定当一次订购超过 100 个时, 每多订购一个, 订购的全部零件的出厂单价就降低 0.02 元, 但实际出厂价不低于 51 元.

(I) 当一次订购量为多少时, 零件的实际出厂单价恰好降为 51 元?

(II) 当一次订购量为  $x$  个, 零件的实际出厂单价为  $p$  元, 写出函数  $p = f(x)$  的表达式.

(III) 当销售商一次订购 500 个零件时, 该厂获得的利润是多少元? 如果订购 1000 个, 利润又是多少?

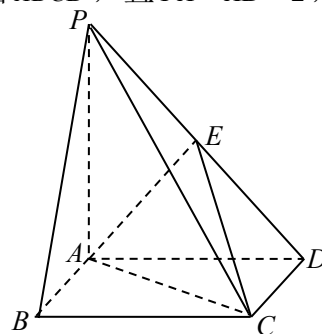
19. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是正方形,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ , 且  $PA = AD = 2$ , 点  $E$  为线段  $PD$  的中点.

(I) 求证:  $PB \parallel$  平面  $AEC$ ;

(II) 求证:  $AE \perp$  平面  $PCD$ ;

(III) 求三棱锥  $A-PCE$  的体积.



20. (本小题满分 12 分)

已知向量  $\vec{a} = (m, \cos 2x)$ ,  $\vec{b} = (\sin 2x, n)$ , 设函数  $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$ , 且  $y = f(x)$  的图象过点  $(\frac{\pi}{12}, \sqrt{3})$  和点  $(\frac{2\pi}{3}, -2)$ .

(I) 求  $m, n$  的值;

(II) 将  $y = f(x)$  的图象向左平移  $\varphi$  ( $0 < \varphi < \pi$ ) 个单位后得到函数  $y = g(x)$  的图象. 若  $y = g(x)$  的图象上各最高点到点  $(0, 3)$  的距离的最小值为 1, 求  $y = g(x)$  的单调增区间.

21. (本小题满分 12 分)

已知  $a \in \mathbb{R}$ , 函数  $f(x) = \log_2 \left( \frac{1}{2^x} + a \right)$ .

(I) 当  $a = 1$  时, 解不等式  $f(x) > 1$ ;

(II) 设  $a > 0$ , 若对任意  $t \in [-1, 0]$ , 函数  $f(x)$  在区间  $[t, t+1]$  上的最大值与最小值的和不大于  $\log_2 6$ , 求  $a$  的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知圆  $C: x^2 + (y-3)^2 = 25$  与  $x$  轴的负半轴相交于点  $M$ .

(I) 求点  $M$  的坐标及过点  $M$  与圆  $C$  相切的直线方程;

(II) 一般把各边都和圆相切的三角形叫做圆的外切三角形. 记圆  $C$  的外切三角形为  $\triangle DEF$ , 且  $D(-5, -2)$ ,  $E(t, -2) (t > 5)$ . 试用  $t$  表示  $\triangle DEF$  的面积;

(III) 过点  $M$  作  $MA, MB$  分别与圆相交于点  $A, B$ , 且直线  $MA, MB$  关于  $x$  轴对称, 试问直线  $AB$  的斜率是否为定值? 若是, 请求出这个值; 若不是, 请说明理由.

分班试卷整理请扫码



或

