

郑州十一中 2019 届分班考试数学试卷



分班试卷整理请扫码或

一. 选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个备选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|x^2-x-6\leq 0\}$, $B=\left\{x\left|\frac{x-4}{x}>0\right.\right\}$, 那么集合 $A\cap(\complement_U B)=(\quad)$

A. $\{x|-2\leq x<4\}$ B. $\{x|x\leq 3 \text{ 或 } x\geq 4\}$ C. $\{x|-2\leq x\leq 0\}$ D. $\{x|0\leq x\leq 3\}$

2. 已知 $\triangle ABC$ 的平面直观图 $\triangle A'B'C'$ 是边长为 a 的正三角形, 那么原 $\triangle ABC$ 的面积为 (\quad)

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}a^2$ D. $\sqrt{6}a^2$

3. 已知平面向量 $\mathbf{a}=(1, 2)$, $\mathbf{b}=(-2, m)$, 且 $\mathbf{a}\parallel\mathbf{b}$, 则 $|2\mathbf{a}+3\mathbf{b}|=(\quad)$

A. $2\sqrt{5}$ B. $3\sqrt{5}$ C. $4\sqrt{5}$ D. $5\sqrt{5}$

4. 函数 $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x-x^3-2$ 的零点个数是 (\quad)

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

5. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, & x\geq 0, \\ \sqrt{-x}, & x<0,\end{cases}$ 若 $f(a)+f(-1)=2$, 则 $a=(\quad)$

A. -3 B. 3 或 -3 C. -1 D. 1 或 -1

6. 在 $\triangle ABC$ 中, O 为 $\triangle ABC$ 的重心, 且 AB 边上中线长为 3, 则 $|\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO}| =$ ()

- A. 1. B. 2 C. 3 D. 0

7. 欧拉是科学史上一位多产的、杰出的数学家! 他 1707 年出生在瑞士的巴塞尔城, 渊博的知识, 无穷无尽的创作精力和空前丰富的著作, 都令人惊叹不已。特别是, 他那顽强的毅力和孜孜不倦的治学精神, 即使在他双目失明以后, 也没有停止对数学的研究。在失明后的 17 年间, 他还口述了几本书和 400 篇左右的论文。如果你想在欧拉的生日、大学入学日、大学毕业典礼日、第一篇论文发表日、逝世日这 5 个特别的日子(这五个日子均不相同), 任选两天分别举行班级数学活动, 纪念这位伟大的科学家, 则欧拉的生日入选的概率为 ()

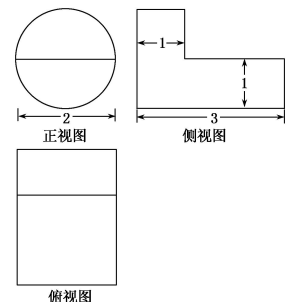
- A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{5}$

8. 已知直线 l 与平面 α 相交但不垂直, m 为空间内一条直线, 则下列结论可能成立的是 ()

- A. $m // l, m \perp \alpha$ B. $m // l, m // \alpha$ C. $m \perp l, m \perp \alpha$ D. $m \perp l, m // \alpha$

9. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为 ()

- A. 2π B. $\pi + 4$ C. $\frac{5\pi}{2}$ D. $6\pi + 4$



10. 一个球与一个正三棱柱的三个侧面和两个底面都相切, 已知这个球的体积是 $\frac{32\pi}{3}$, 那么这个三棱柱的体积是 ()

- A. $96\sqrt{3}$ B. $16\sqrt{3}$ C. $24\sqrt{3}$ D. $48\sqrt{3}$

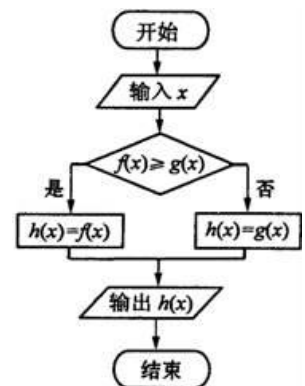
11. 如图所示的程序框图中, 若 $f(x) = x^2 - x + 1$, $g(x) = x + 4$, 且 $h(x) \geq m$ 恒成立, 则 m 的最大值是 ()

- A. 0 B. 1 C. 3 D. 4

12. 已知点 $P(t, t - 1)$, $t \in \mathbb{R}$, 点 E 是圆 $x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ 上的动点,

点 F 是圆 $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = \frac{9}{4}$ 上的动点, 则 $|PF| - |PE|$ 的最大值为 ()

- A. 2 B. $\frac{5}{2}$ C. 3 D. 4



二. 填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填写在答题卡相应位置上.)

13. 已知扇形的面积为 4cm^2 , 扇形的圆心角为 2 弧度, 则扇形的弧长为_____.

14 已知 $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{3\pi}{4}, 0 < \beta < \frac{\pi}{4}, \cos(\frac{\pi}{4} + \alpha) = -\frac{3}{5}, \sin(\frac{3\pi}{4} + \beta) = \frac{5}{13}$, 则 $\sin(\alpha + \beta) =$ _____

15. 设函数 $f(x) = \frac{ax+1}{x+2a}$ 在区间 $(-2, +\infty)$ 上是增函数, 那么 a 的取值范围为_____.

16. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $y=f(x)$ 满足条件 $f\left(x+\frac{3}{2}\right)=-f(x)$, 且函数 $y=f\left(x-\frac{3}{4}\right)$ 为奇函数, 给出以下四个命题:

- (1) 函数 $f(x)$ 是周期函数; (2) 函数 $f(x)$ 的图像关于点 $\left[-\frac{3}{4}, 0\right]$ 对称;
(3) 函数 $f(x)$ 为 \mathbf{R} 上的偶函数; (4) 函数 $f(x)$ 为 \mathbf{R} 上的单调函数.

其中真命题的序号为_____. (写出所有真命题的序号)

三. 解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (10 分) 已知定义域为 \mathbf{R} 的函数 $f(x) = \frac{-2^x+b}{2^{x+1}+a}$ 是奇函数.

- (1) 求 a, b 的值;
(2) 解关于 t 的不等式 $f(t^2-2t) + f(2t^2-1) < 0$.

18. (12 分) 设 $f(x) = 2\sqrt{3} \sin(\pi-x) \sin x - (\sin x - \cos x)^2$.

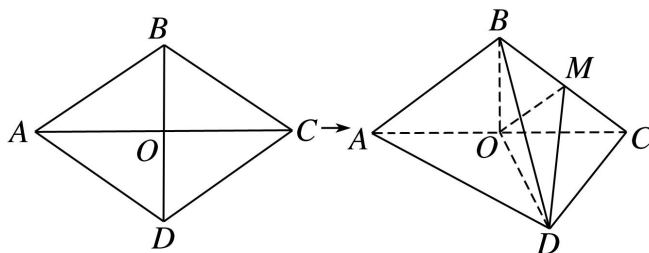
- (1) 求 $f(x)$ 的单调递增区间;
(2) 把 $y=f(x)$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍 (纵坐标不变), 再把得到的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位, 得到函数 $y=g(x)$ 的图象, 求 $g(\frac{\pi}{6})$ 的值.

19. (12 分) 如图, 菱形 $ABCD$ 的边长为 4, $\angle BAD = 60^\circ$, $AC \cap BD = O$. 将菱形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折起, 得到三棱锥 $B-ACD$, 点 M 是棱 BC 的中点, 且 $DM = 2\sqrt{2}$.

(1) 求证: $OM \parallel$ 平面 ABD ;

(2) 求证: 平面 $DOM \perp$ 平面 ABC ;

(3) 求三棱锥 $B-DMO$ 的体积.



20. (12 分) 某网店对一应季商品

过去 20 天的销售价格及销售量进

行了监测统计发现, 第 x 天 ($1 \leq x \leq 20$, $x \in \mathbb{N}$) 的销售价格 (单位: 元) 为

$p = \begin{cases} 44+x, & 1 \leq x \leq 6 \\ 56-x, & 6 < x \leq 20 \end{cases}$, 第 x 天的销售量为 $q = \begin{cases} 48-x, & 1 \leq x \leq 8 \\ 32+x, & 8 < x \leq 20 \end{cases}$, 已知该商品成本为每件

25 元.

(1) 写出销售额 t 关于第 x 天的函数关系式;

(2) 求该商品第 7 天的利润;

(3) 该商品第几天的利润最大? 并求出最大利润.

21. (12 分) 已知圆心在直线 $x+y-1=0$ 上且过点 $A(2, 2)$ 的圆 C_1 与直线 $3x-4y+5=0$ 相切, 其半径小于 5.

(1) 若圆 C_2 与圆 C_1 关于直线 $x-y=0$ 对称, 求圆 C_2 的方程;

(2) 过直线 $y=2x-6$ 上一点 P 作圆 C_2 的切线 PC, PD , 切点为 C, D , 当四边形 PCC_2D 面积最小时, 求直线 CD 的方程.

22. (12 分) 已知函数 $f(x) = a(|\sin x| + |\cos x|) - \frac{4}{9}\sin 2x - 1$, 若 $f(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} -$

$\frac{13}{9}$. (1) 求 a 的值, 并写出函数 $f(x)$ 的最小正周期 (不需证明);

(2) 是否存在正整数 k , 使得函数 $f(x)$ 在区间 $[0, k\pi]$ 内恰有 2017 个零点? 若存在, 求出 k 的值, 若不存在, 请说明理由.