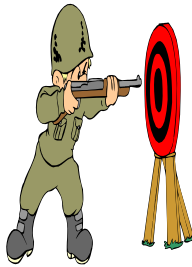


UNIT 12

GEOMETRI KOORDINAT DAN GRAF (Graf Fungsi Garis Linear)

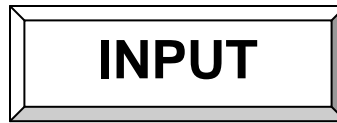


OBJEKTIF

Objektif Am : Membina graf fungsi linear.

Objektif Khusus : Di akhir unit ini pelajar seharusnya boleh :-

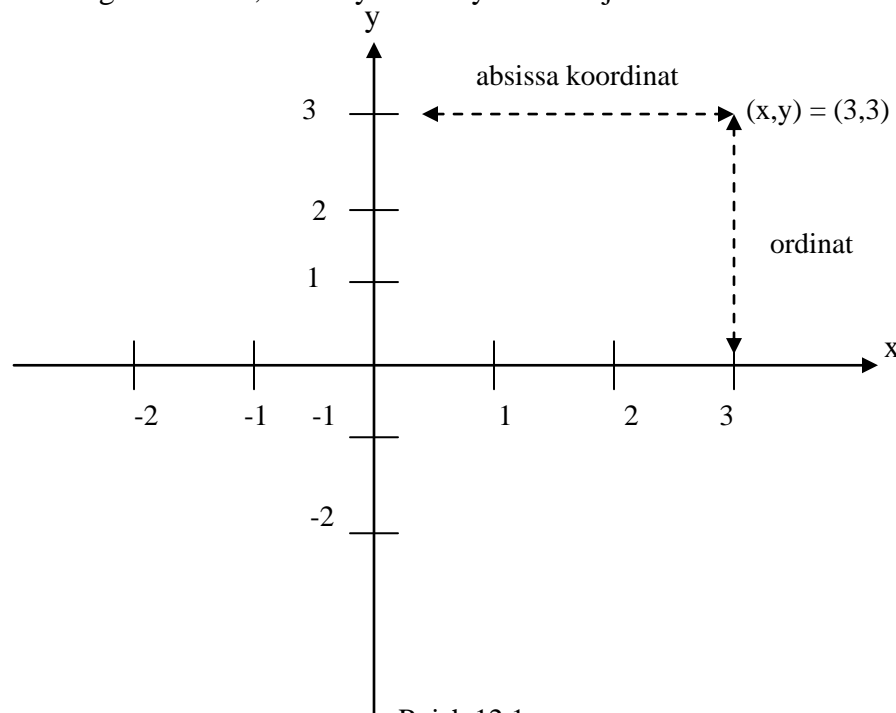
- ◆ Mendefinisikan graf.
- ◆ Memplot graf dari jadual.
- ◆ Mencari titik pintasan graf.
- ◆ Mencari titik persilangan graf.



12.0 PENGENALAN

Perkaitan dua anu boleh digambarkan dengan lukisan graf. Apakah itu graf? Graf adalah sambungan titik-titik perkaitan dua anu diplot daripada dua paksi yang berskala iaitu paksi menegak dan paksi mengufuk. Bagi graf y melawan x , bermakna x dan y adalah dua anu. Paksi menegak adalah paksi- y dan paksi mengufuk adalah paksi- x .

Titik di mana kedua-dua paksi ini bertemu dipanggil titik asalan. Koordinat pula ialah suatu titik yang mempunyai pasangan nilai x dan y . Di atas kertas graf, koordinat – koordinat ini ditandai dengan huruf-huruf roman. Cantuman koordinat-koordinat ini akan membentuk suatu garisan samada lurus atau melengkung. Garisan inilah yang akan menggambarkan hubungan dua anu, misalnya x dan y . Lihat rajah 10.1 berikut:



12.1 MELAKAR GRAF

Graf boleh dilakar dengan mengambil kira perkara-perkara seperti:

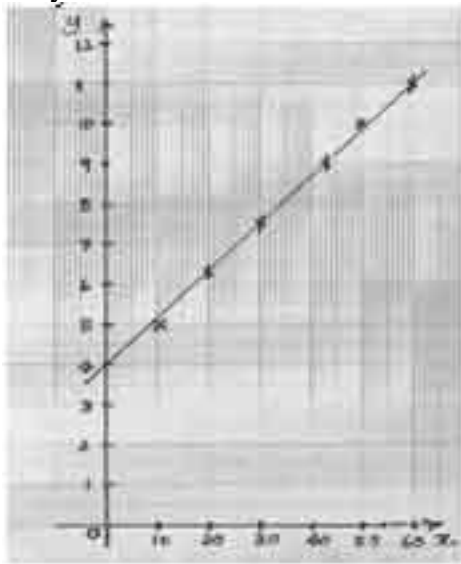
- a) Jadual graf dan/atau persamaan graf.
- b) Kertas graf, untuk melukis graf.
- c) Tajuk graf.
- d) Dua paksi anu, misalnya y melawan x .
- e) Kedua-dua paksi graf bertanda kepala anak panah, ke atas dan ke kanan graf.
- f) Angka 0 pada titik asalan graf.
- g) Skala paksi, misalnya $1\text{ cm} : 5\text{ unit}$ bagi paksi- y .
- h) Garis lurus graf, daripada sambungan titik-titik koordinat.
- i) Mengimbangi garis lurus, terutama apabila taburan titik-titik koordinat graf tidak sekata.

Contoh 12.1:

Plotkan graf y melawan x daripada jadual di bawah:

x	10.0	20.0	30.0	40.0	50.0	60.0
y	5.0	6.3	7.5	8.7	10.0	11.0

Penyelesaian:



Contoh 12.2:

Diberi satu garis lurus mempunyai persamaan $y = -x + 3$ bersilang dengan satu garis lurus yang lain yang menepati persamaan $y = 2x - 4$. Melalui kaedah lukisan graf, cari titik persilangan ini.

Penyelesaian

Diberi persamaan garis lurus pertama, $y = -x + 3$.

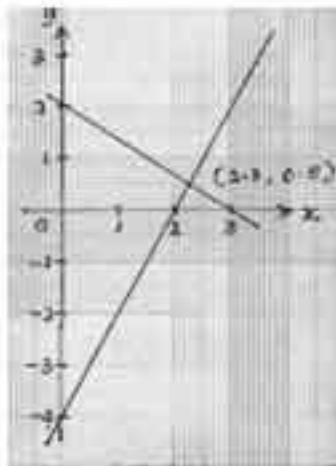
Pada paksi-x, $y = 0$. Maka $0 = -x + 3$ atau $x = 3$. Koordinatnya $(3, 0)$.

Pada paksi-y, $x = 0$. Maka $y = 0 + 3$ atau $y = 3$. Koordinatnya $(0, 3)$.

Diberi persamaan garis lurus kedua, $y = 2x - 4$.

Pada paksi-x, $y = 0$. Maka $0 = 2x - 4$ atau $x = 2$. Koordinatnya $(2, 0)$.

Pada paksi-y, $x = 0$. Maka $y = 2(0) - 4$ atau $y = -4$. Koordinatnya $(0, -4)$.



Daripada lukisan graf, diketahui bahawa titik persilangan graf pada $(2.3, 0.5)$.

12.2 PERSAMAAN LINEAR

Pada umumnya, persamaan graf boleh diwakili oleh $y = mx + c$ di mana y dan x adalah dua anu, c adalah koordinat pintasan pada paksi y dan m adalah kecerunan garis lurus.

Contoh 12.3

Dapatkan kecerunan garis lurus berikut:

- garis lurus melalui titik A (-2, 0) dan B (0, 4)
 - garis lurus melalui titik P (-4, 3) dan Q (5, 3)
 - garis lurus melalui titik L (4, 5) dan M (4, -6)
- seterusnya bentukkan persamaan am garis lurus.

Penyelesaian

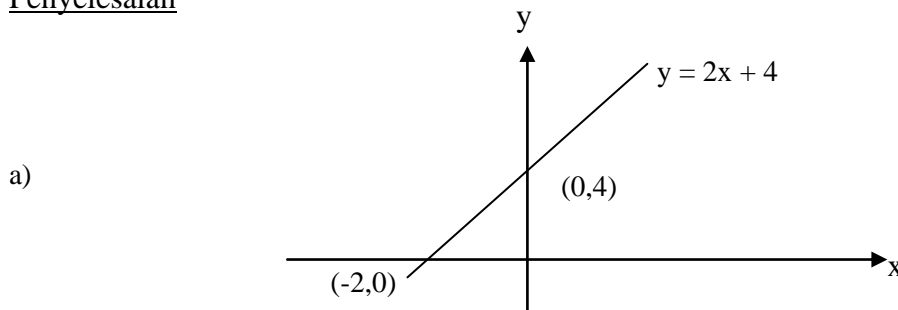
Dengan menggunakan persamaan kecerunan $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, maka

- $m = \frac{4 - 0}{0 - (-2)} = 2$, maka $y = 2x + 4$ (pintasan pada titik A kerana $y = 0$)
- $m = \frac{3 - 3}{5 - (-4)} = 0$, maka $y = 3$ (nilai tetap $y = 3$, hanya x berubah)
- $m = \frac{-6 - 5}{4 - 4} = \infty$, maka $x = 3$ (nilai tetap $x = 3$, hanya y berubah)

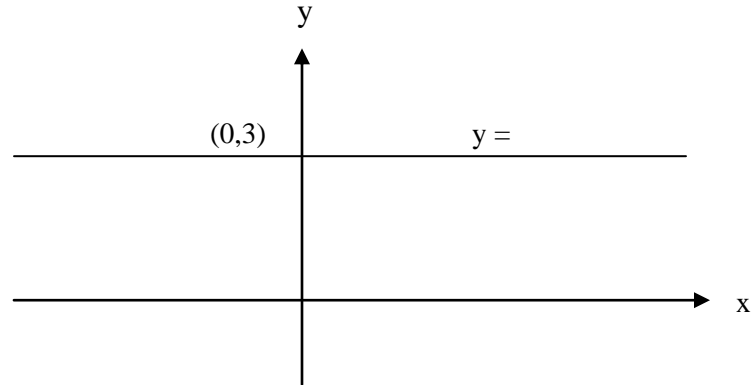
Contoh 12.4

Dengan merujuk pada contoh 12.1, lakarkan setiap graf tersebut.

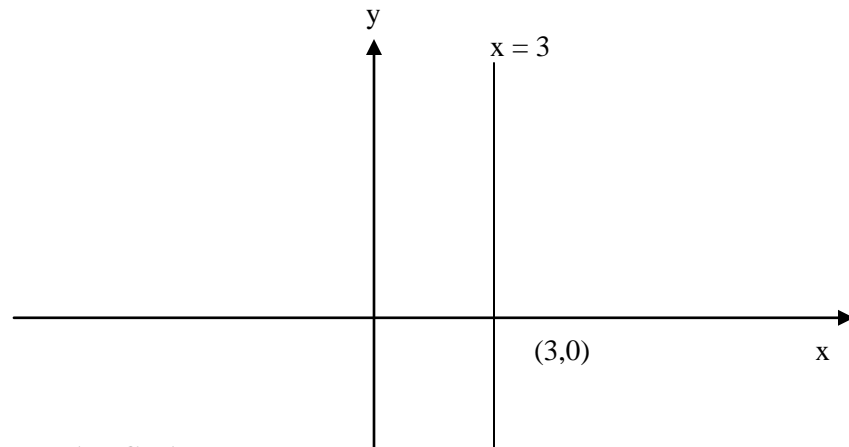
Penyelesaian



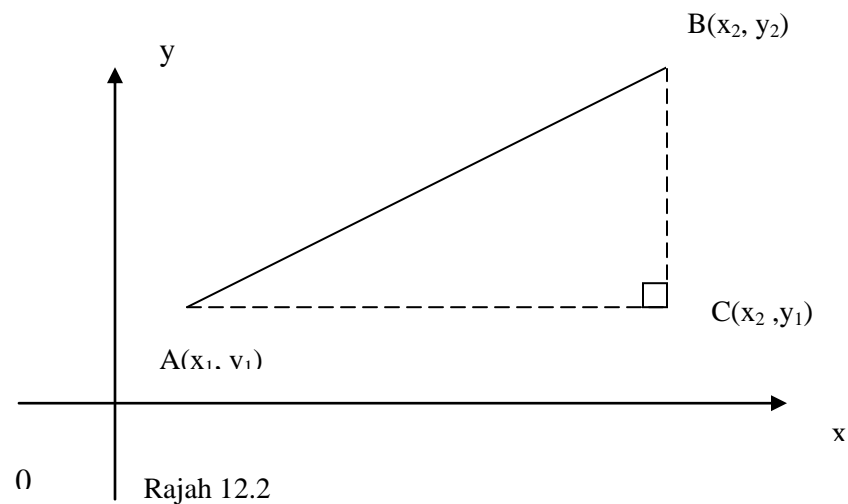
b)



c)



12.3 JARAK DAN KECERUNAN GRAF



Dengan merujuk rajah 12.2, melalui teorem Pythagoras,

$$\begin{aligned}
 AB^2 &= AC^2 + CB^2 \\
 &= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2
 \end{aligned}$$

maka jarak $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Formula kecerunan m diberikan sebagai:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ atau } m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

Contoh 12.5

Cari jarak dan kecerunan graf yang melalui titik koordinat $(3, -2)$ dan $(0, 8)$.

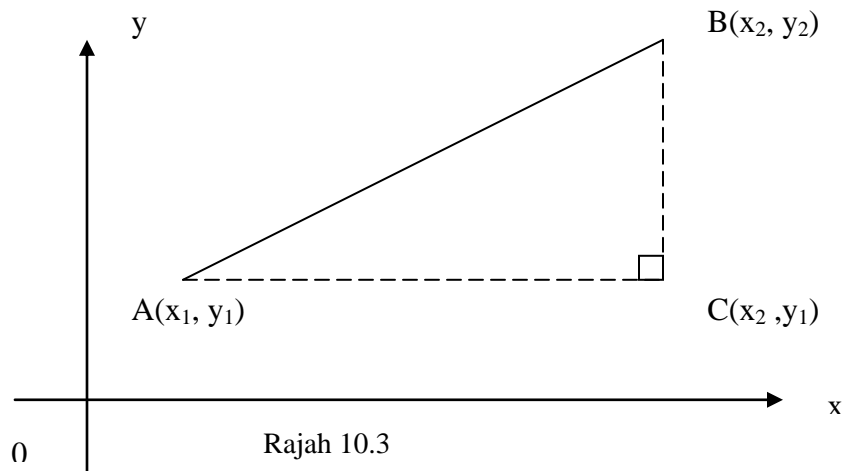
Penyelesaian

Katalah $(x_1, y_1) = (3, -2)$ dan $(x_2, y_2) = (0, 8)$.

Maka jarak $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(8 - -2)^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{109}$ unit.

Kecerunan, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - -2}{0 - 3} = \frac{10}{3}$

12.4 JARAK DAN KECERUNAN GRAF



Dengan merujuk rajah 10.3, melalui teorem Pythagoras,

$$\begin{aligned} AB^2 &= AC^2 + CB^2 \\ &= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \end{aligned}$$

maka jarak $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Formula kecerunan m diberikan sebagai:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ atau } m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

Contoh 12.6

Cari jarak dan kecerunan graf yang melalui titik koordinat $(3, -2)$ dan $(0, 8)$.

Penyelesaian

Katahlah $(x_1, y_1) = (3, -2)$ dan $(x_2, y_2) = (0, 8)$.

Maka jarak $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(8 - -2)^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{109}$ unit.

$$\text{Kecerunan, } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - -2}{0 - 3} = \frac{10}{3}$$

12.5 PERSAMAAN GRAF FUNGSI LINEAR

Asas persamaan graf fungsi linear atau garis lurus dapat dikenali daripada kuasa tertinggi anunya iaitu 1 dan kuasa terendahnya ialah 0.

Contoh 12.7

Tentukan samada persamaan graf berikut linear atau tidak:

- a) $y = 3x^2 + 5x - 7$.
- b) $y = 11x + 5$.
- c) $y + 4x = 7x^3 - 2$.
- d) $y - 2 = 6x$.
- e) $y - 5x = 3 + 4x^{-1}$.

Penyelesaian

- a) tidak linear, kerana kuasa tertinggi x ialah 2.
- b) linear, kerana kuasa tertinggi x ialah 1.
- c) tidak linear, kerana kuasa tertinggi x ialah 3.
- d) linear, kerana kuasa tertinggi x ialah 1.
- e) tidak linear, kerana kuasa terendahnya ialah -1 .



AKTIVITI 12a

- 12.1) Berpanduan kepada data-data di bawah, lakarkan graf y melawan x dan dapatkan kecerunan serta pintasan paksi $-y$. Seterusnya terbitkan satu persamaan linear yang lengkap.

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5
y	-6	-4	-3	-2	0	2	3	4	6	8

- 12.2) Plotkan satu graf fungsi linear daripada jadual berikut. Daripada graf, bentukkan satu persamaan graf.

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5
y	6	5	3	1	0	-1	-3	-5	-6	-7

- 12.3) Diberi x terhubung dengan y melalui data-data di bawah. Lukiskan satu graf fungsi linear dan tentukan perhubungan x dan y melalui persamaan graf.

X	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
Y	-1	1	3	5	7	9	11	13	15

- 12.4) Plotkan graf bagi satu garis lurus yang merentasi titik-titik A(2 , 7) dan B(4 , 10). Daripada garis lurus yang diperolehi, dapatkan pintasan paksi $-y$, kecerunan dan jarak AB.

- 12.5) Diberi satu garis lurus melalui titik – titik koordinat J(2 , 0) dan K(6 , 2). Plotkan satu graf linear yang sesuai dan daripada graf, tentukan pintasan paksi- y , kecerunan dan jarak JK.

- 12.6) Satu graf fungsi linear terbentuk dari titik-titik koordinat P(2 , 3) dan Q(4 , 1). Bina satu graf linear daripadanya dan daripada graf, cari titik koordinat pintasan pada paksi- y , kecerunan graf dan jarak PQ.

- 12.7) Dua graf fungsi linear menepati persamaan $y = -x + 5$ dan $y = 3$. Lukis kedua-dua graf di atas paksi yang sama dan daripada graf, dapatkan titik persilangan yang sesuai.

- 12.8) Dengan menggunakan skala yang sesuai, plotkan dua garis lurus yang mempunyai persamaan $y = -x + 5$ dan $y = \frac{1}{2}x - 1$ dan daripada graf, dapatkan titik persilangannya.

- 12.9) Dua garis lurus yang menepati persamaan $y = -x + 5$ dan $y = \frac{1}{2}x - 1$ dikatakan bertemu pada titik A(p, q). Lukiskan graf yang sesuai untuk mencari nilai bagi p dan q.
- 12.10) Dapatkan titik persilangan graf bagi dua garis lurus yang mempunyai persamaan $y = 2x + 3$ dan $y = -\frac{9}{2}x + 9$.



MAKLUM BALAS

- 12.1) kecerunan $m = 3$, pintasan $c(0, -6)$, $y = 3x - 6$
- 12.2) $y = -3x + 6$
- 12.3) $y = 2x + 5$
- 12.4) pintasan $c(0, 3)$, kecerunan $m = 2$, jarak $AB = 8.06$ cm
- 12.5) pintasan $c(0, -1)$, kecerunan $m = 1/2$, jarak $JK = 4.47$ cm
- 12.6) pintasan $c(0, 5)$, kecerunan $m = -1$, jarak $PQ = 7.07$ cm
- 12.7) titik persilangan $(2, 3)$
- 12.8) titik persilangan $(4, 1)$
- 12.9) titik persilangan $(1, 5)$
- 12.10) titik persilangan $(4, 1)$

12.6 PERSAMAAN SERENTAK DUA GRAF FUNGSI LINEAR

Menyelesaikan dua persamaan serentak boleh dicari dengan kaedah lukisan graf di mana titik persilangan graf akan memberikan nilai bagi x dan y .

Contoh 12.8

Diberi satu garislurus mempunyai persamaan $y = -x + 3$ bersilang dengan satu garislurus yang lain yang menepati persamaan $y = 2x - 4$. Melalui kaedah lukisan graf, cari titik persilangan ini.

Penyelesaian

Diberi persamaan garislurus pertama, $y = -x + 3$.

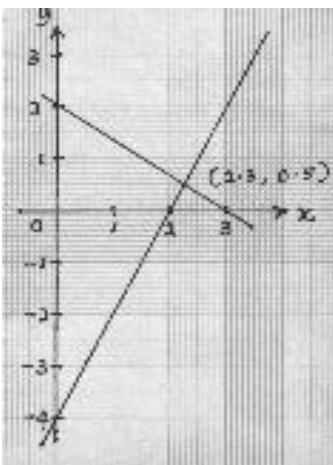
Pada paksi- x , $y = 0$. Maka $0 = -x + 3$ atau $x = 3$. Koordinatnya $(3, 0)$.

Pada paksi- y , $x = 0$. Maka $y = 0 + 3$ atau $y = 3$. Koordinatnya $(0, 3)$.

Diberi persamaan garislurus kedua, $y = 2x - 4$.

Pada paksi- x , $y = 0$. Maka $0 = 2x - 4$ atau $x = 2$. Koordinatnya $(2, 0)$.

Pada paksi- y , $x = 0$. Maka $y = 2(0) - 4$ atau $y = -4$. Koordinatnya $(0, -4)$.



Daripada lukisan graf, diketahui bahawa titik persilangan graf pada $(2.3, 0.5)$.

12.7 PERSAMAAN GRAF FUNGSI LINEAR

Asas persamaan graf fungsi linear atau garis lurus dapat dikenali daripada kuasa tertinggi anunya iaitu 1 dan kuasa terendahnya ialah 0.

Contoh 12.9

Tentukan samada persamaan graf berikut linear atau tidak:

- a) $y = 3x^2 + 5x - 7$.
- b) $y = 11x + 5$.
- c) $y + 4x = 7x^3 - 2$.
- d) $y - 2 = 6x$.
- e) $y - 5x = 3 + 4x^{-1}$.

Penyelesaian

- a) tidak linear, kerana kuasa tertinggi x ialah 2.
- b) linear, kerana kuasa tertinggi x ialah 1.
- c) tidak linear, kerana kuasa tertinggi x ialah 3.
- d) linear, kerana kuasa tertinggi x ialah 1.
- e) tidak linear, kerana kuasa terendahnya ialah -1 .

Contoh 12.10

Diberi $y = x^2$. Buktikan persamaan ini bukan linear melalui kaedah lukisan graf.

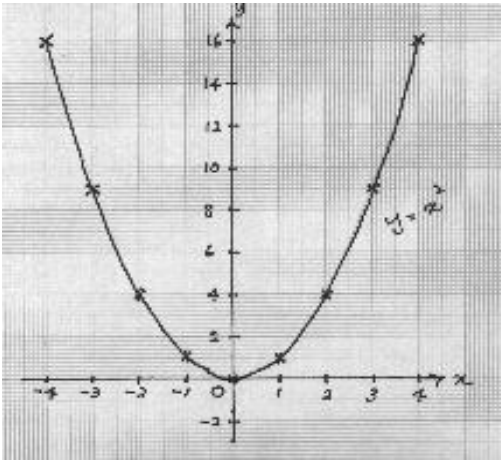
Penyelesaian

$x = -4, y = (-4)^2 = 16$	$x = 1, y = (1)^2 = 1$
$x = -3, y = (-3)^2 = 9$	$x = 2, y = (2)^2 = 4$
$x = -2, y = (-2)^2 = 4$	$x = 3, y = (3)^2 = 9$
$x = -1, y = (-1)^2 = 1$	$x = 4, y = (4)^2 = 16$
$x = 0, y = (0)^2 = 0$	

Jadual:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	16	9	4	1	0	1	4	9	16

Graf yang di lukis adalah seperti berikutny.



Daripada graf, diketahui persamaan $y = x^2$ tidak membentuk satu garis lurus, maka ia bukanlah satu persamaan linear.



AKTIVITI 12b

12.1) Diberi parameter x terhubung kepada y_1 dan y_2 seperti dibawah. Dapatkan titik persilangan dengan kaedah lukisan graf.

x	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
y_1	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6
y_2	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8	-10

12.2) Diberi parameter x terhubung kepada y_1 dan y_2 seperti dibawah. Dapatkan titik persilangan dengan kaedah lukisan graf.

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y_1	-13	-10	-7	-4	-1	2	5	8	11
y_2	7	5	3	1	-1	-3	-5	-7	-9

12.3) Diberi parameter x terhubung kepada y_1 dan y_2 seperti dibawah. Dapatkan titik persilangan dengan kaedah lukisan graf.

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y_1	-29	-22	-15	-8	-1	6	13	20	27
y_2	15	11	7	3	-1	-5	-9	-13	-17

12.4) Diberi parameter x terhubung kepada y_1 dan y_2 seperti dibawah. Dapatkan titik persilangan dengan kaedah lukisan graf.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y_1	23	18	13	8	3	-2	-7	-12	-17
y_2	-25	-18	-11	-4	3	10	17	24	31

12.5) Diberi parameter x terhubung kepada y_1 dan y_2 seperti dibawah. Dapatkan titik persilangan dengan kaedah lukisan graf.

x	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
y_1	-15	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9
y_2	9	6	3	0	-3	-6	-9	-12	-15

- 12.6) Dua graf fungsi linear menepati persamaan $y = -x + 5$ dan $y = 3$. Lukis kedua-dua graf di atas paksi yang sama dan daripada graf, dapatkan titik persilangan yang sesuai.
- 12.7) Dengan menggunakan skala yang sesuai, plotkan dua garis lurus yang mempunyai persamaan $y = -x + 5$ dan $y = \frac{1}{2}x - 1$ dan daripada graf, dapatkan titik persilangannya.
- 12.8) Dua garis lurus yang menepati persamaan $y = -x + 5$ dan $y = \frac{1}{2}x - 1$ dikatakan bertemu pada titik A(p, q). Lukiskan graf yang sesuai untuk mencari nilai bagi p dan q.
- 12.9) Dapatkan titik persilangan graf bagi dua garis lurus yang mempunyai persamaan $y = 2x + 3$ dan $y = -\frac{9}{2}x + 9$.



MAKLUM BALAS

- 12.1) $(-3, -2)$
- 12.2) $(-2, -1)$
- 12.3) $(-2, -1)$
- 12.4) $(1, 3)$
- 12.5) $(-3, -3)$
- 12.6) $(2, 3)$
- 12.7) $(4, 1)$
- 12.8) $(p, q) = (1, 5)$
- 12.9) $(4, 1)$



PENILAIAN KENDIRI

- 12.1) Berpandukan kepada data-data di bawah, lakarkan graf y melawan x dan dapatkan kecerunan serta pintasan paksi $-y$. Seterusnya terbitkan satu persamaan linear yang lengkap.

x	-8	-5.5	-4.5	-3	-1.5	-0.5	0.5	2	3.5	4.5	7
y	5	3	2.5	1	-0.5	-1	-1.5	-3	-4.5	-5	-7

- 12.2) Lakarkan graf y melawan x daripada jadual di bawah dan dapatkan kecerunan serta pintasan paksi $-y$. Seterusnya terbitkan satu persamaan linear yang lengkap.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4

- 12.3) Berpandukan kepada jadual berikut, lakarkan graf y melawan x dan dapatkan kecerunan serta pintasan paksi $-y$. Seterusnya terbitkan satu persamaan linear yang lengkap.

x	-9	-6.5	-4	-3.5	-1.5	1.5	2	3.5	4	5.5
y	-7	-3.5	-1	0	2.5	6	7	9	10	11.5

- 12.4) Lukiskan graf bagi satu garis linear yang merentasi titik-titik $R(2, -3)$ dan $S(0, 1)$. Daripada garis linear yang diperolehi, dapatkan pintasan paksi $-y$, kecerunan, jarak RS dan satu persamaan linear yang lengkap bagi garis tersebut.
- 12.5) Satu garis lurus melalui titik-titik $X(2, -3)$ dan $Q(-3, 1)$. Plot satu graf dan dapatkan pintasan paksi $-y$, kecerunan, jarak XQ dan satu persamaan linear yang lengkap bagi garis tersebut.

- 12.6) Dapatkan titik persilangan bagi persamaan linear $y = \frac{15}{8}x - 83$ dan $y = \frac{3}{2}x - 15$ melalui kaedah lukisan graf.
- 12.7) Lukiskan graf-graf berikut di atas paksi yang sama dan dapatkan titik persilangan bagi persamaan linear $y = -x + 1$ dan $y = \frac{7.5}{6}x - 3.5$
- 12.8) Plotkan graf-graf berkenaan daripada persamaan-persamaan linear $y = 4x - 7$ dan $y = -3x + 7$ dan dapatkan titik persilangannya.

- 12.9) Diberi parameter x terhubung kepada y_1 dan y_2 seperti di bawah. Dapatkan titik persilangan dengan kaedah lukisan graf.

x	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
y_1	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y_2	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8

- 12.10) Diberi parameter x terhubung kepada y_1 dan y_2 seperti di bawah. Dapatkan titik persilangan dengan kaedah lukisan graf.

x	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y_1	-2	0	2	4	6	8	10	12	14
y_2	10	9	8	7	6	5	4	3	2



MAKLUM BALAS

12.1) $m = -4/5$, $c(0, -7/5)$, $y = -4/5 x - 7/5$

12.2) $m = -1$, $c(0, 1)$, $y = -x + 1$

12.3) $m = 9/7$, $c(0, 9/2)$, $y = 9/7 x + 9/2$

12.4) $c(0, 1)$, $m = -1$, $RS = 4.24$ unit, $y = -x + 1$

12.5) $c(0, -7/5)$, $m = -4/5$, $XQ = 6.40$ unit, $y = -4/5 x - 7/5$

12.6) $(20, 45)$

12.7) $(2, -1)$

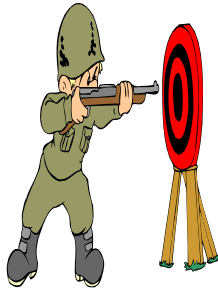
12.8) $(2, -2)$

12.9) $(3, 0)$

12.10) $(8, 6)$

UNIT 13

GEOMETRI KOORDINAT DAN GRAF (Graf Kuadratik)

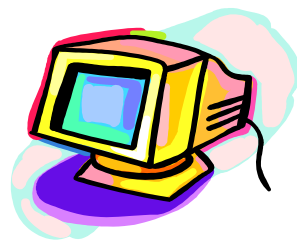


OBJEKTIF

Objektif Am : Membina graf kuadratik.

Objektif Khusus : Di penghujung unit ini pelajar seharusnya boleh :-

- ◆ Memplotkan graf kuadratik.
- ◆ Mencari titik pintasan pada paksi-y.
- ◆ Mencari titik persilangan di antara 2 persamaan linear dan tak linear.



13.0 PENGENALAN

Jika y dan x adalah dua anu dalam satu graf kuadratik dengan keadaan y melawan x , maka persamaan graf kuadratik yang wujud adalah $y = ax^2 + bx + c$. Dikatakan juga, a , b dan c adalah pemalar dan c pula adalah pintasan pada paksi- y .

13.1 MELUKIS GRAF KUADRATIK DARI JADUAL

Contoh 13.1

Diberi $y = x^2$. Bina satu jadual dari $x = -4$ sehingga $x = 4$. Dari jadual tersebut, lukis graf kuadratik.

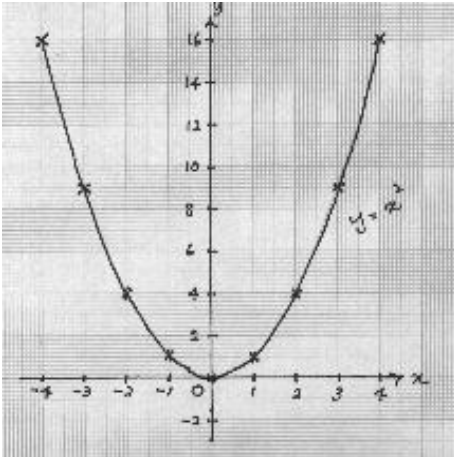
Penyelesaian

$x = -4, y = (-4)^2 = 16$	$x = 1, y = (1)^2 = 1$
$x = -3, y = (-3)^2 = 9$	$x = 2, y = (2)^2 = 4$
$x = -2, y = (-2)^2 = 4$	$x = 3, y = (3)^2 = 9$
$x = -1, y = (-1)^2 = 1$	$x = 4, y = (4)^2 = 16$
$x = 0, y = (0)^2 = 0$	

Jadual:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	16	9	4	1	0	1	4	9	16

Graf yang di lukis adalah seperti berikutnya.



13.2 TITIK PERSILANGAN GRAF KUADRATIK DAN GRAF LINEAR

Contoh 13.2

Lukiskan graf daripada persamaan $y = 4x^2 + 7x - 5$ dan $y = -5x + 20$, dengan mengambil nilai $x = -6$ hingga $x = 4$. Daripada graf tersebut, tentukan titik-titik persilangan graf.

Penyelesaian

Diberi persamaan pertama $y = 4x^2 + 7x - 5$. Pada paksi-y, $x = 0$. Maka $y = 4(0)^2 + 7(0) - 5$ atau

$y = -5$. Pada paksi-x, $y = 0$. Maka $0 = 4x^2 + 7x - 5$. Dengan menggunakan formula kuadratik,

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4(4)(-5)}}{2(4)} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 80}}{8} = \frac{-7 \pm \sqrt{129}}{8} \text{ Maka } x_1 = -2.3 \text{ atau } x_2 = 0.5 .$$

$$\text{Titik tengah } x_3 = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2.3 + 0.5}{2} = -0.9 \text{ dan } y_3 = 4(-0.9)^2 + 7(-0.9) - 5 = -8.1$$

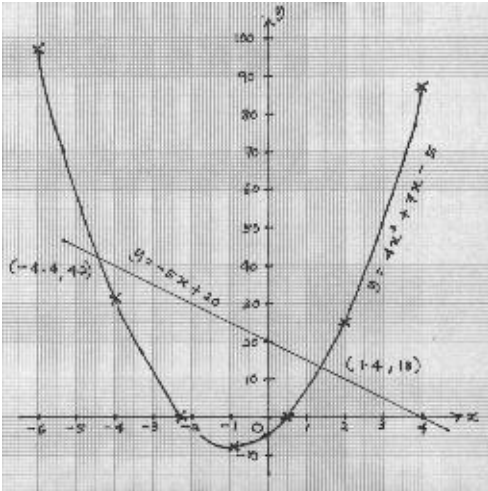
Nilai – nilai seterusnya boleh dicari dengan menggunakan mesin kira seperti dibawah:

x	-6	-4	-2.3	-2	-0.9	0	0.5	2	4
y	97	31	0	-3	-8.1	-5	0	25	87

Diberi persamaan kedua $y = -5x + 20$. Pada paksi-y, $x = 0$. Maka $y = -5(0) + 20$ atau $y = 20$.

Pada paksi-x, $y = 0$. Maka $0 = -5x + 20$ atau $x = 4$. Jadual graf linear seperti berikut:

x	0	4
y	20	0



Daripada graf, titik persilangan ialah pada $(-4.4, 42)$ dan $(1.4, 10)$.

13.3 TITIK PERSILANGAN DUA GARIS LENGKUNG

Contoh 13.3

Tentukan titik-titik persilangan daripada dua garis lengkung yang menepati persamaan

$$y = x^2 + x - 6 \text{ dan } y = -x^2 + x + 2.$$

Penyelesaian

Diberi persamaan pertama $y = x^2 + x - 6$. Pada paksi-y, $x = 0$. Maka $y = (0)^2 + 0 - 6$ atau $y = -6$.

Pada paksi-x, $y = 0$. Maka $0 = x^2 + x - 6$. Melalui kaedah pemfaktoran, $0 = (x + 3)(x - 2)$, atau

$$x_1 = -3 \text{ dan } x_2 = 2. \text{ Titik tengah } x_3 = \frac{-3+2}{2} = -0.5 \text{ dan } y_3 = (-0.5)^2 + (-0.5) - 6 = -6.25.$$

Jadual seperti berikut:

x	-3	-2	-1	-0.5	0	1	2	2.5
y	0	-4	-6	-6.25	-6	-4	0	2.756

Diberi persamaan kedua $y = -x^2 + x + 2$. Pada paksi-y, $x = 0$. Maka $y = -(0)^2 + 2(0) + 2$
atau

$y = 2$. Pada paksi-x, $y = 0$. Maka $0 = -x^2 + x + 2$. Melalui kaedah pemfaktoran,

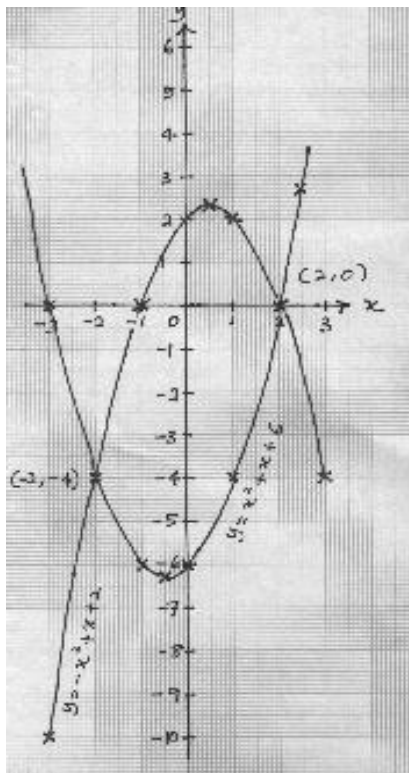
$0 = (-x + 2)(x + 1)$, atau $x_1 = 2$ dan $x_2 = -1$. Titik tengah $x_3 = \frac{2-1}{2} = 0.5$ dan

$y_3 = -(0.5)^2 + (0.5) + 2 = 3.25$.

Jadual seperti berikut:

x	-3	-2	-1	0	0.5	1	2	3
y	-10	-4	0	2	2.25	2	0	-4

Lukisan graf boleh diwujudkan daripada jadual-jadual di atas.



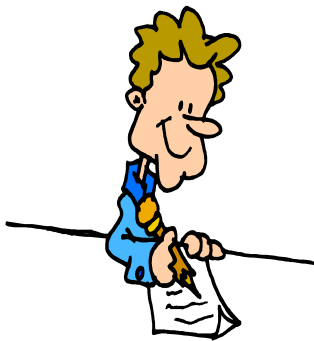
Daripada lukisan graf, diketahui bahawa titik-titik persilangan graf adalah pada $(-2, -4)$ dan $(2, 0)$.



AKTIVITI 13

- 13.1 Diberi satu persamaan garis lengkung $y = x^2 + x - 1$. Bina satu jadual yang sesuai dan plotkan satu graf kuadratik daripadanya. Daripada graf, dapatkan nilai-nilai yang mungkin bagi x jika $0 = x^2 + x - 1$.
- 13.2 Satu graf kuadratik mempunyai persamaan $y = 4 - x^2$. Lukis graf tersebut dan tentukan nilai-nilai x jika $y = 0$.
- 13.3 Satu garis lengkung menepati persamaan $y = x^2 - 4x + 3$. Plotkan satu graf kuadratik dan dapatkan titik-titik kordinat graf ketika memotong paksi- x .
- 13.4 Diberi satu persamaan kuadratik $y = -x^2 - 4x + 5$ dan satu persamaan linear $y = -x + 5$ bertemu pada dua titik persilangan. Lukiskan graf-graf berkenaan di atas paksi yang sama dan daripada lukisan graf tersebut, dapatkan titik-titik persilangan tersebut.
- 13.5 Dua bentuk graf yang dilukis diatas paksi yang sama iaitu $y = -x^2 - 2x + 8$ dan $y = -4x + 4$ dikatakan mempunyai dua titik persilangan. Tentukan titik-titik persilangan itu.
- 13.6 Dua persamaan graf iaitu $y = 5x - 15$ dan $y = x^2 - 2x - 15$ bertemu sebanyak dua kali. Anggarkan titik –titik pertemuan itu, daripada lukisan graf.
- 13.3 Dapatkan koordinat-koordinat persilangan bagi dua persamaan graf iaitu $y = x^2 - 9$ dan $y = -x + 2$ daripada lukisan graf.
- 13.8 Diberi dua persamaan kuadratik iaitu $y = x^2 + 2x - 3$ dan $y = -x^2 + 2x + 8$. Lukiskan graf-graf yang sesuai di atas paksi yang sama dan tentukan titik-titik persilangan graf.
- 13.9 Dua graf kuadratik menepati persamaan $y = -2x^2 - 7x + 6$ dan $y = x^2 + x - 2$ dilukis diatas satu paksi yang sama. Dapatkan titik-titik persilangan graf ini.

- 13.10 Dua graf kuadrat yang mempunyai persamaan $y = 2x^2 + 5x - 3$ dan $y = -2x^2 - x + 6$ yang dilukis diatas paksi yang sama dikatakan bertemu sebanyak dua kali. Dapatkan koordinat-koordinat pertemuan itu.



MAKLUM BALAS 13

- 13.1 $x = 1, x = -2$
- 13.2 $x = 2, x = -2$
- 13.3 $x = 1, x = 3$
- 13.4 $(0, 5)$ dan $(5, 0)$
- 13.5 $(-1.3, 9.2)$ dan $(3.3, -9.2)$
- 13.6 $(0, -15)$ dan $(7, 20)$
- 13.7 $(-3.9, 5.9)$ dan $(2.9, 0.9)$
- 13.8 $(2.3, 6.9)$ dan $(-2.3, -2.3)$
- 13.9 $(0.8, -0.6)$ dan $(-3.4, 6.2)$
- 13.10 $(-2.4, -3.1)$ dan $(0.9, 3.5)$



PENILAIAN KENDIRI

- 13.1) Berpanduan kepada data-data dibawah, lakarkan graf dan dapatkan kecerunan serta pintasan paksi – y bagi setiap graf. Seterusnya terbitkan satu persamaan linear yang lengkap dan jarak bagi garis linear tersebut.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21

- 13.2) Lukiskan satu graf linear yang merentasi titik-titik A(-1 , 2) dan B(-4 , -1).
Daripada garis linear yang diperolehi, dapatkan koordinat pintasan paksi – y , kecerunan , jarak AB dan persamaan graf.
- 13.3) Satu graf linear mempunyai titik-titik C(3 , 4) dan D(1 , -4). Plotkan graf tersebut dan cari koordinat pintasan paksi-y, kecerunan, jarak CD dan persamaan graf itu.
- 13.4) Dapatkan titik persilangan bagi persamaan-persamaan graf $y = x + 3$ dan $y = -x + 6$.
- 13.5) Dua persamaan graf linear diberi sebagai $y = 4x - 8$ dan $y = \frac{4}{3}x$. Plotkan graf-graf yang sesuai diatas paksi yang sama dan daripada graf, tentukan koordinat titik persilangan.
- 13.6) Diberi satu graf kuadratik menepati persamaan $y = 2x^2 - 4x - 6$. Lukiskan graf daripada persamaan yang diberi dan dapatkan titik-titik koordinat ketika graf memotong paksi-x.
- 13.7) Satu garis lengkung $y = x^2 + 2x - 15$ dan satu garis lurus $y = -2x - 8$ berkongsi dua titik persilangan. Bentukkan graf-graf yang sesuai diatas paksi yang sama dan daripada graf, cari titik-titik persilangan itu.

- 13.8) Diberi satu graf linear dengan persamaan $y = 4x + 8$ dan satu graf kuadratik dengan persamaan $y = 16 - x^2$ dikatakan bertemu secara dua kali diatas paksi yang sama. Cari titik-titik pertemuan itu, dengan menggunakan lukisan graf.
- 13.9) Diberi dua persamaan graf $y = x^2 - 9$ dan $y = -x^2 - 2x + 8$ mempunyai dua titik persilangan. Plotkan kedua-dua graf tersebut diatas paksi yang sama dan cari kedua-dua titik oersilangan graf itu.
- 13.10) Dua garis lengkung $y = -x^2 - x + 2$ dan $y = x^2 - x - 2$ bertemu sebanyak dua kali di atas paksi yang sama. Dapatkan kedua-dua titik pertemuan itu daripada lukisan graf.



MAKLUM BALAS

- 13.1) $m = -2$, $c(0, 1)$, $y = -2x + 1$, jarak = 15.65 unit
- 13.2) $c(0, 3)$, $m = 1$, $y = x + 3$, jarak = 4.24 unit
- 13.3) $c(0, -8)$, $m = 4$, $y = 4x - 8$, jarak = 8.25 unit
- 13.4) (1.5 , 4.5)
- 13.5) (1.5 , -2)
- 13.6) $x = -1$, $x = 3$
- 13.7) (2.6, -2.8) dan (-2.6, -13.2)
- 13.8) (1.5, 14) dan (-5.5, -14)
- 13.9) (2.5, -3.3) dan (-3.5, 2.8)
- 13.10) (1.4, -1.4) dan (-1.4, 1.4)