

Computação Científica II - Prova I

October 24, 2022

- Encontre a região de estabilidade do método Crank-Nicolson para o seguinte problema.

$$\frac{du}{dt} = \lambda u \quad (1)$$

- Considere o seguinte conjunto de equações

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad ; \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0 \quad ; \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (2)$$

onde $\mathbf{x}, \mathbf{f} \in R^{n_1}$, $\mathbf{y}, \mathbf{g} \in R^{n_2}$ and $n_1 + n_2 = n$. Forme um sistema de equações com n equações diferenciais ordinárias dessas equações.

- Considere a seguinte equação

$$-\varepsilon \frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{du}{dx} = 0 \quad ; \quad u(0) = 0 \quad ; \quad \frac{du}{dx}(1) = 1 \quad (3)$$

a) Encontre a solução analítica.

b) Use a aproximação de segunda ordem para todas as derivadas e encontre as soluções numéricas (grid, h, discretização de cada parte e equação final, matriz A e vetor b em $Au = b$).

Parte prática

c) escreva o código para resolver a equação acima usando o método que você desenvolveu acima.

d) Resolva (codigo) este problema usando o "shooting method" (use o método RK4 em vez de FE no shooting).