

# Experimentellt bestämmande av brytningsindex i luft och våglängd för en laser med Michelsons interferometer

TIF091, Experimentell Fysik 2, optiklaboration uppgift 3.

Jonatan Haraldsson (jonhara) Oscar Lindberg (oscarlin)

Teknisk Fysik, Chalmers tekniska högskola  
september 2022

## Sammandrag

Med syftet att bestämma brytningsindex  $n$  i luft och laservåglängden  $\lambda$  för en helium-neon-laser, har experiment med Michelsons interferometer genomförts. Michelsons interferometer producerar interferensmönster genom att dela, reflektera och sammanföra ljus från en koherent ljkuskälla. Skillnader i brytningsindex eller propagationssträcka resulterar i ett skiftat interferensmönster som kan studeras. För att åstadkomma skillnader i brytningsindex placerades en tryckcell, vars tryck kunde varieras och övervakas, längs ena propageringssträckan. Antalet interferensskiftningarna som det varierade trycket i cellen gav upphov till räknades och då erhölls  $n = 1,000288 \pm 3,42 \times 10^{-5}$ , där tryckcellens längd  $\ell$  utgjorde 93,5 % av felet. För att bestämma laservåglängden  $\lambda$  varierades den ena propageringssträckan en längd  $\Delta d$  samtidigt som interferensskiftningarna räknades och det gav  $\lambda = 632,9 \text{ nm} \pm 7,1 \text{ nm}$ . Största felkällan för  $\lambda$  var den manuella styrningen av förskjutningsavståndet.

# Innehåll

<b>1</b>	<b>Introduktion</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Teori och försöksuppställning</b>	<b>3</b>
2.1	Luftens brytningsindex . . . . .	4
2.2	En lasers våglängd . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Metod</b>	<b>6</b>
3.1	Luftens brytningsindex . . . . .	6
3.2	En lasers våglängd . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Resultat och diskussion</b>	<b>8</b>
4.1	Luftens brytningsindex . . . . .	8
4.2	En lasers våglängd . . . . .	9
<b>A</b>	<b>Utrustningsförteckning</b>	<b>12</b>
<b>B</b>	<b>Härledning av formel för luftens brytningsindex</b>	<b>12</b>
<b>C</b>	<b>Felfortplantning</b>	<b>13</b>
C.1	Beräkning av fel och mätosäkerheter . . . . .	13
C.2	Källkod för felfortplantning för brytningsindex (Python) . . . . .	14
C.3	Källkod för felfortplantning för våglängd (Python) . . . . .	14
<b>D</b>	<b>Källkod för beräkning av <math>N</math> (Python)</b>	<b>15</b>
<b>E</b>	<b>Källkod för beräkning av <math>\lambda</math> (Python)</b>	<b>16</b>
<b>F</b>	<b>Laborationslogg</b>	<b>17</b>

# 1 Introduktion

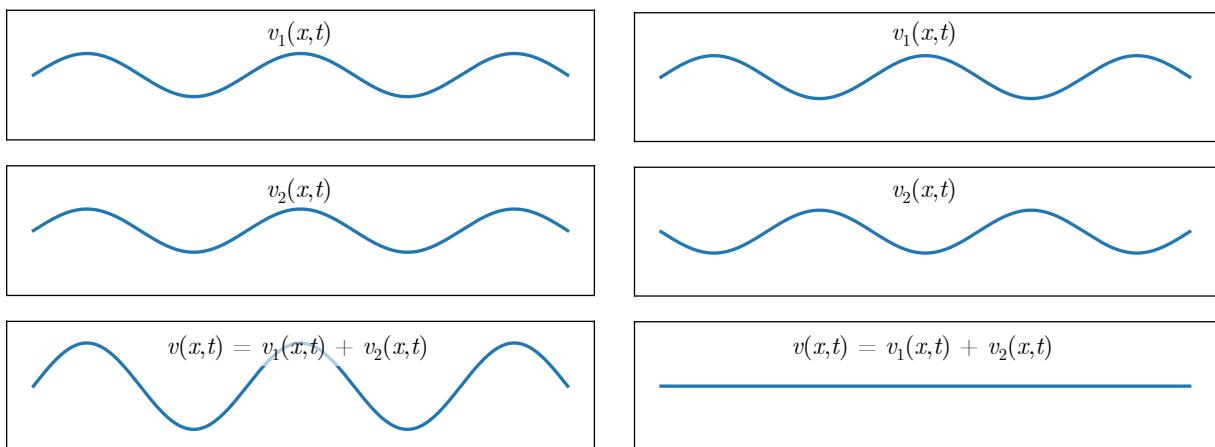
Utbredningshastigheten för elektromagnetisk strålning i vakuум definieras som det *exakta* värdet  $c_0 = 299\,792\,458 \text{ m s}^{-1}$  [1] och utgör enligt relativitetsteorin en övre gräns för hur snabbt en informationsbärande signal kan färdas. I andra medier än vakuум utbreder sig ljuset längsammare. Förhållandet mellan utbredningshastigheten i vakuuum,  $c_0$ , och ljushastigheten i det aktuella ämnet,  $c$ , utgör definitionen för brytningsindex (refraktionsindex) — en materialparameter som bland annat beskriver hur ljus bryts i olika material.

Ett mångsidigt och noggrant verktyg som bland annat kan användas för att bestämma brytningsindex är interferometern. I ett av de mest berömda experimenten i fysikens historia, konstruerade Albert Abraham Michelson och Edward Morely år 1887 en interferometer för att mäta jordens rörelse genom etern. Experimentet blev det första starka beviset mot den ljusbärande eterns existens. På senare år har avancerade varianter av Michelsons interferometer använts för att detektera gravitationsvågor i nobelprisvinnande experiment [2]. Interferometriken bygger på att ljus från en källa delas upp i två separata vågar, och sedan reflekteras tillbaka och adderas. Skillnader i propageringssträcka eller brytningsindex resulterar i en fasskillnad och således ett skiftat interferensmönster, vilket kan analyseras.

I denna rapport redogörs för experiment med Michelsons interferometer med syftet att bestämma luftens brytningsindex och våglängden på en laser.

## 2 Teori och försöksuppställning

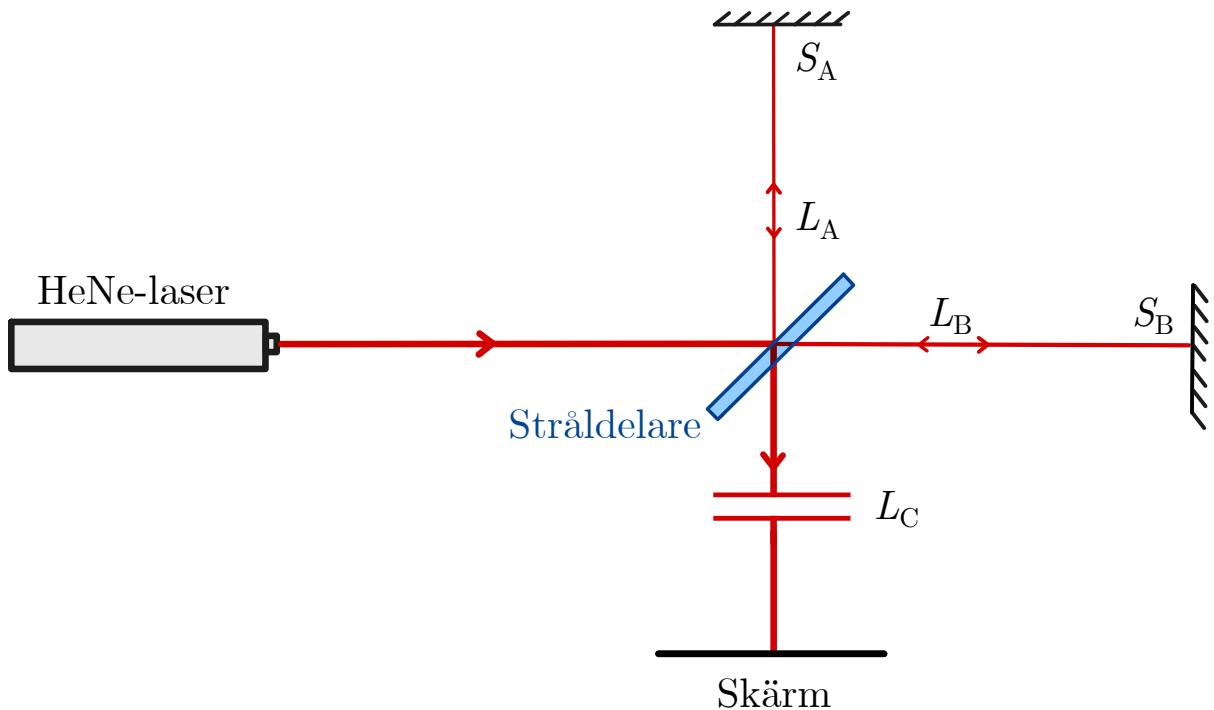
För att beskriva fenomenet interferens är det lämpligt att betrakta ljuset som en våg, då interferens är en egenskap hos vågor som interagerar med varandra. Interferens är en följd av superpositionsprincipen, vilken säger att summan av två vågor,  $v_1(x,t)$  och  $v_2(x,t)$ , bildar en resulterande våg  $v(x,t) = v_1(x,t) + v_2(x,t)$ . Om vågorna  $v_1(x,t)$  och  $v_2(x,t)$  är i fas sker konstruktiv interferens. Om vågorna i stället svänger ur fas sker destruktiv interferens. Maximal konstruktiv respektive destruktiv interferens illustreras i figur 1 och 2.



Figur 1: I figuren visas vågor som interfererar konstruktivt, vilket betyder att den superponerade vågen har stor magnitud.

Figur 2: I figuren visas två vågor som interfererar destruktivt, vilket betyder att den superponerade vågen helt släcks ut.

En interferometer utnyttjar våginterferens mellan ljus från samma källa för att mäta olika storheter. I de aktuella experimenten konstruerades Michelsons interferometer med hjälp av en koherent ljuskälla (helium-neonlaser *Melles Griot 05-LLR-81*) med våglängden  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$  [3], en stråldelare (*BSW10*) med vinkel 45° mot strålgångarna och två speglar (*PF10-03-P01*), enligt figur 3. Hela försöksuppsättningen byggdes på ett optikbord och de optiska komponenterna fästes på hållare (*TR70*) 70 mm över bordet. Uppställningen anpassades först för att bestämma luftens brytningsindex och därefter för att mäta våglängden på en laser. Se bilaga A för en fullständig utrustningsförteckning.

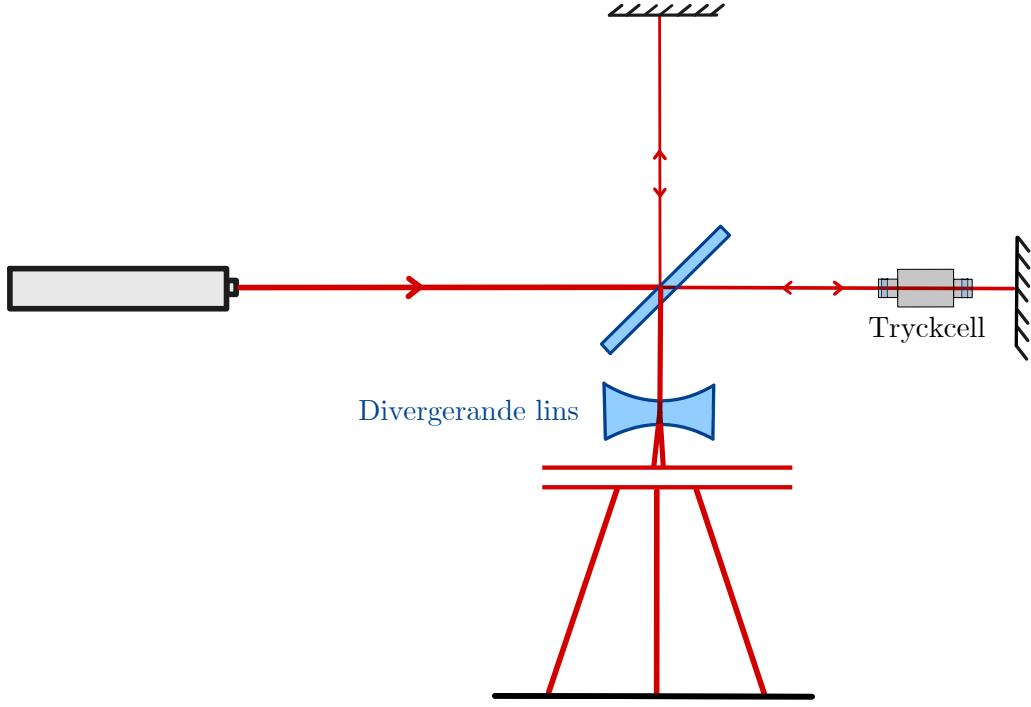


Figur 3: I figuren visas en schematisk bild av Michelsons interferometer. En helium-neonlaser sänder ut ljus mot en stråldelare, där 50 % reflekteras och resten transmitteras. Ljuset propagerar sedan längderna  $L_A$  och  $L_B$  för att sedan reflekteras på speglarna  $S_A$  och  $S_B$ . Slutligen visas den superponerade vågen på skärmen. Notera att det i figuren gäller att  $L_C \gg L_A, L_B$ .

## 2.1 Luftens brytningsindex

För att bestämma luftens brytningsindex modifierades Michelsons interferometer enligt figur 4. Ungefär 5 cm framför spegeln i interferometerns ena arm ( $B$ ) placerades en evakuerbar tryckcell med längden  $\ell$ . Tryckcellen var försedd med en membranpump (*Pfeifer MVP015*) med kapacitet ner till tryck på 200 Pa, samt en tryckgivare (*Leybold CERA-VAC CTR 100*) som registrerar trycket. Tryckgivaren kopplades via en RS232-kabel till en

dator med LabView-analysprogramvara. Den från interferometern utgående strålen projicerades på väggen genom en divergerande lins med  $f = -100$  mm. På väggen avbildades ett interferensmönster med mörka och ljusa band.



Figur 4: Figuren visar en uppställning med Michelsons interferometer anpassad för att bestämma luftens brytningsindex. Tryckcellen, vars tryck är justerbart med en membranpump, har längd  $\ell$ . Avståndet mellan den divergerande linsen och skärmen, på vilken interferensmönstret avbildas, är betydligt större än övriga avstånd i figuren.

Luftens brytningsindex  $n$  kan under isoterma förhållanden beräknas enligt

$$n = \frac{N\lambda p_0}{2\ell\Delta p} + 1, \quad (1)$$

där  $\lambda$  är laserns våglängd,  $p_0$  är atmosfärtrycket,  $\ell$  är tryckcellens längd,  $\Delta p$  är tryckskillnaden i cellen och  $N$  är det totala antalet interferensskiftningar då celltrycket förändras. Brytningsindex i luft beror både på luftens temperatur och tryck, men eftersom tryckändringarna i cellen sker långsamt kan temperaturförändringarna försummas. Under antagandet att processen är isoterma gäller det att tryckförändringen är proportionell mot förändring i brytningsindex, vilket utnyttjas i den fullständiga härledningen av sambandet som ges i bilaga B.

## 2.2 En lasers våglängd

Då laservåglängden skulle mätas togs tryckcellen bort, och spegelhållaren på arm  $B$  byttes ut mot en hållare ( $PT1/M$ ) försedd med mikrometerskruv, vars avstånd kunde justeras med hög precision ( $\pm 10 \mu\text{m}$ ).

För att bestämma laserns våglängd  $\lambda$  krävs att interferometerns armar skiljer sig med ett litet avstånd  $\Delta d$ . Tiden det tar för ljuset att propagera längs armarna ges då av

$$\begin{cases} t_A = 2L/c \\ t_B = 2L/c + 2\Delta d/c \end{cases} \quad (2)$$

Genom att multiplicera differensen  $\Delta t \equiv t_B - t_A$  med vinkelfrekvensen  $\omega = 2\pi c/\lambda$  erhålls ljusvågornas inbördes fasskillnad

$$\varphi_B - \varphi_A = \omega(t_B - t_A) = 2\pi \frac{c}{\lambda} \Delta t \stackrel{\text{ekv. 2}}{=} 4\pi \frac{\Delta d}{\lambda}. \quad (3)$$

Då  $\varphi_A$  är konstant under hela förloppet motsvarar  $N$  skiftningar av interferensmönstret en fasförändring hos ljuset från arm  $B$  med  $\Delta\varphi_B = 2\pi N$ . Den totala fasskillnaden för ljuset från arm  $B$  — då den ena spegeln förflyttas sträckan  $\Delta d$  — ges enligt ekvation 3 av

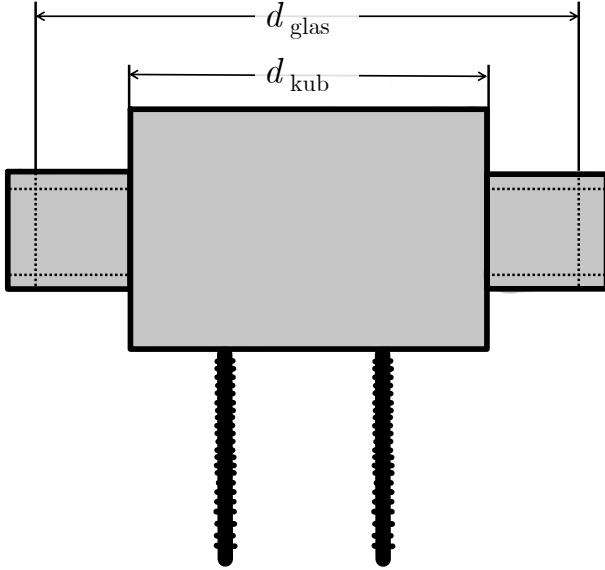
$$\Delta\varphi_B = 4\pi \frac{\Delta d}{\lambda} = 2\pi N \Leftrightarrow \lambda = \frac{2\Delta d}{N}. \quad (4)$$

## 3 Metod

I detta avsnitt redogörs för de båda experimentens metod.

### 3.1 Luftens brytningsindex

Inledningsvis byggdes uppställningen i figur 4 upp på ett optikbord och laserns försågs med en dämpare – ND-filter – innan laserstrålen riktades in. Tryckcellens längd mättes med ett skjutmått på två sätt enligt figur 5. Varje mått,  $d_{\text{kub}}$  och  $d_{\text{glas}}$ , mättes tre gånger vardera och  $\ell$  sattes som genomsnittet av de sex mätningarna. Detta gjordes eftersom det fanns oklarheter i tjockleken hos tryckcellens glasväggar och vidare hur stort utrymmet med luft i cellen var. För att erhålla ett tydligt interferensmönster gjordes små justeringar med speglarnas justeringsskruvar. Slutligen torkades de optiska komponenterna av med mikrofibertrasa och ND-filtret avlägsnades från lasern.



Figur 5: I figuren visas en skiss av tryckcellen. Då det rådde osäkerheter kring hur tjock tryckcellens glasväggar var mättes både  $d_{\text{kub}}$  och  $d_{\text{glas}}$  och ett medelvärde togs därefter.

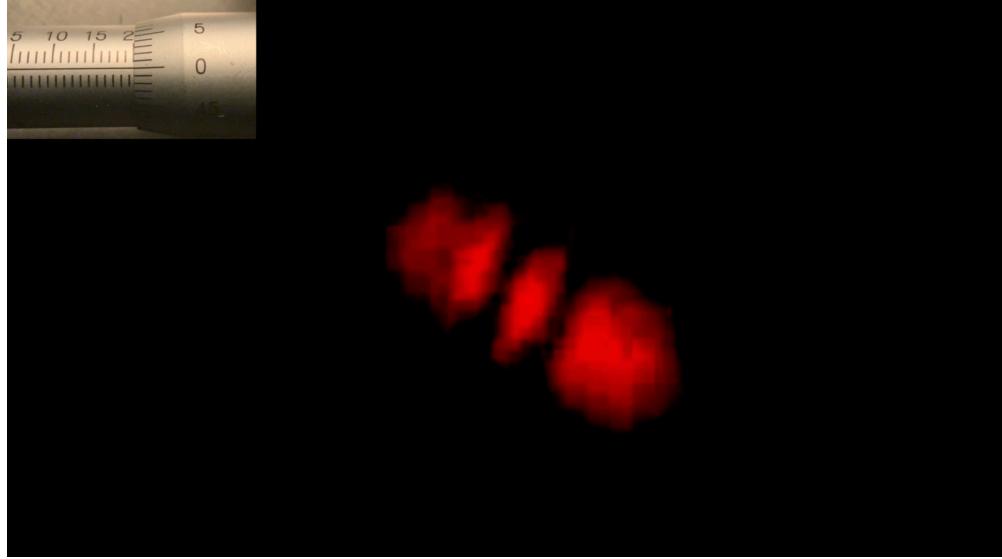
Membranpumpen, vilken placerades vid sidan av optikbordet för att reducera vibrationer, startades med hjälp av det givna programmet i LabView. Innan luften i tryckcellen evakuerades avlästes atmosfärstrycket  $p_0$  från LabView-programmet. Efter det startades membranpumpen och luften i tryckcellen evakuerades tills bästa möjliga partiella vakuум uppnåtts ( $\sim 200$  Pa). Därefter öppnades en evakueringsventil försiktigt så att luft långsamt sipprade in i cellen. Trycket avlästes från LabView-programmet vid varje interferensskifting och totalt räknades 12 interferensskiftningsar i en mätserie. Med hjälp av funktionen `stats.linregress` från Python-biblioteket SciPy gjordes en linjär anpassning med minsta kvadratmetoden mellan tryckskillnaden  $\Delta p$  och antalet skiftningsar  $N$ , där grafens lutning gav ett värde på kvoten  $\Delta p/N$  (källkod finns i bilaga D). Sammantaget samlades 120 datapunkter i tio mätserier och ett genomsnitt av kvoten  $\Delta p/N$  användes sedan för att beräkna  $n$  med ekvation 1.

### 3.2 En lasers våglängd

Längderna på interferometerns armar ställdes inledningsvis in så att  $L_A = L_B$ . Den förskjutningsbara spegeln vid arm  $B$  flyttades därefter långsamt längden  $\Delta d = 0,01 \mu\text{m}$  15 gånger. Alltså gjordes en total förflyttning på  $0,15 \mu\text{m}$ . Skiftningsarna i interferensmönstret filmades i 240 Hz med en *iPhone 12 mini* och samtidigt filmades justeringarna som gjordes med mikrometerskruven. Dessa två filmer synkroniseras i iMovie och hastigheten minskades ner till 3 % av dess ursprungliga hastighet, vilket reducerade risken för räknefel. Ett urklipp från de redigerade filerna visas i figur 6.

Antalet interferensskiftningsar  $N$  räknades i varje intervall av  $0,01 \mu\text{m}$  och skiftningsarna adderades sedan kumulativt. Eftersom endast *hela* skiftningsar räknades blir noggrannheten för  $N$  i varje intervall  $\pm 1/2$ . Därefter gjordes en linjär anpassning mellan den kumulativa summan av skiftningsar och förflyttningen  $\Delta d$  med `stats.linregress` från Python-biblioteket SciPy. Lutningen på den anpassade linjen gav kvoten  $N/\Delta d$ , vilken sattes in i

ekvation 4 för att bestämma  $\lambda$  (källkod finns i bilaga E). Slutligen genomfördes en felanalys, vilken presenteras i bilaga C.



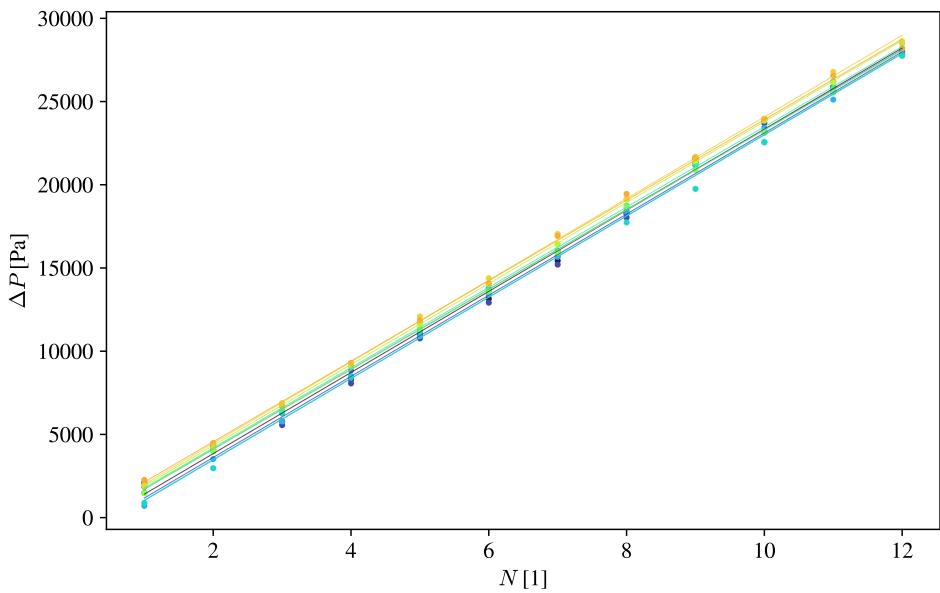
Figur 6: I figuren visas en skärmavbild från filmen som användes för att räkna antalet interferensskiftningar. Interferensmönstret och mikrometerskruven har lagts in i samma fönster för att underlättा räknandet.

## 4 Resultat och diskussion

I följande avsnitt presenteras experimentens resultat och tillhörande diskussion kring resultatet och felkällor.

### 4.1 Luftens brytningsindex

I figur 7 visas mätvärden och linjära anpassningarna till samtliga tio mätserier. Genomsnittet av alla lutningar blev  $\Delta p/N = 2426,88 \pm 6,07$ , där felmarginen har beräknats med standardavvikelse dividerat med  $\sqrt{10}$  – antalet linjer. Längden på tryckcellen  $\ell$  bestämdes till  $4,50 \text{ cm} \pm 0,5 \text{ cm}$  och atmosfärstrycket  $p_0 = 995 \text{ hPa} \pm 5 \text{ hPa}$ . Med dessa värden erhölls  $n = 1,000288 \pm 3,42 \times 10^{-5}$ , vilket är något högre än tabellvärdet  $n = 1,000276$  uppmätt vid 1,00 bar, 15 °C och våglängd 650 nm [1]. Det ska dock tilläggas att felmarginen täcker in tabellvärdet.



Figur 7: I figuren visas mätpunkter och linjära anpassningar till samtliga tio mätserier av tryckskillnaden och antalet interferensskiftningar.

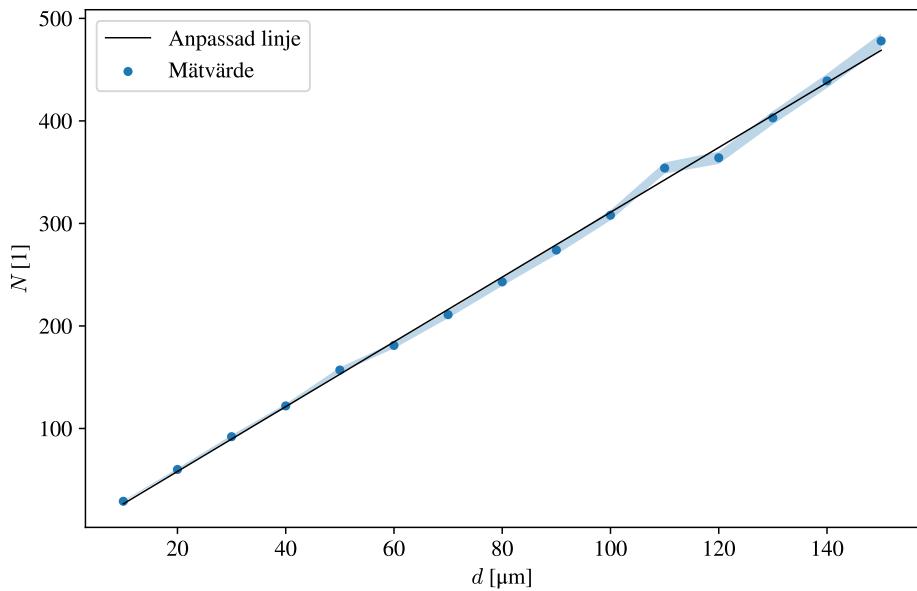
Den största osäkerheten i bestämmandet av  $n$  är tryckcellens längd  $\ell$ , som utgör 93,5% av felet. Om tryckcellens längd hade gått att mäta direkt utan uppskattningar och antaganden samt att mätningens osäkerhet begränsats till skjutmåttets fel, hade en sammantagen noggrannhet på  $2,86 \times 10^{-6}$  erhållits. Under dessa förutsättningar hade i stället atmosfärs-trycket  $p_0$  utgjort den största källan till osäkerhet. Temperaturen i laborationslokalen var  $\sim 20^\circ\text{C}$ , vilket är högre än temperaturen  $15^\circ\text{C}$  som användes för att bestämma tabellvärdet. Eftersom luftens brytningsindex avtar med ökad temperatur skulle ett rimligt utfall från experimentet således vara  $n < 1,000276$ . Trots att tabellvärdet täcks av felsmarginalen, gav sannolikt metoden för att bestämma  $\ell$  ett något för litet värde. För att erhålla ett mer tillförlitligt resultat i framtida experiment rekommenderas en annan metod för att bestämma  $\ell$  — alternativt en tryckcell, vars längd är lättare att mäta.

Om standardavvikelsen beräknas för samtliga tio mätserier erhålls  $\sigma = 2,29 \times 10^{-6}$ , vilket är betydligt mindre än felsmarginalen för  $n$ . Från det följer det att metoden för att bestämma kvoten  $\Delta p/N$  har låg spridning.

Vidare upplevde laboranterna svårigheter i att justera tryckcellens evaukeringsventil på ett sådant sätt att luften strömmade in i en jämn takt. Det bidrog till att skiftningarna ibland passerade för snabbt och mätserien fick göras om. Att detta var svårt har dels att göra med att luftens fart minskar allteftersom trycket i cellen ökar. Därmed är ett förslag till framtida experiment att ha en någon typ av reglerad ventil som ser till att trycket i cellen förändras i en någorlunda jämn takt.

## 4.2 En lasers våglängd

Mätpunkter och tillhörande linjär anpassning visas i figur 8. Lutningen blev  $N/d = (3,1600 \pm 0,0354) \times 10^6$ , där felsmarginalen är standardfelet för anpassningen. Laserns våglängd blir därför  $\lambda = 632,9 \text{ nm} \pm 7,1 \text{ nm}$ .



Figur 8: I figuren visas mätvärden och en anpassad linje för antalet interferensskiftningar som funktion av förskjutningsavståndet. Det skuggade blå området visar hur osäkerheten i  $N (\pm 1/2)$  fortplantas.

Det som i högst grad påverkade experimentets noggrannhet var svårigheter i att manuellt styra förskjutningsavståndet med mikrometerskruven. Skakiga handrörelser och andra vibrationer gav vid något tillfälle ett interferensmönster som gick åt ”fel håll”, vilket försvårade räkningen av antalet interferensskiftningar något. En motordriven mikrometer kan därför vara att föredra. Om en motordriven mikrometer nyttjas, så att interferensskiftningarna alltid sker i samma riktning, skulle det även vara möjligt att nyttja en elektronisk detektor för att räkna antalet skiftningar. Detta skulle minimera de mänskliga felet.

## Referenser

- [1] C. Nordling och J. Österman, *Physics Handbook for Science and Engineering*, 9. utg. Lund, Sverige: Studentlitteratur, 2021, kap. C.U 1.1 & T4.5, s. 14 & 66.
- [2] Wikipedia, “Michelson Interferometer”, 2022. [Online]. Tillgänglig: %5Ctexttt%7B%5Curl%7Bhttps://en.wikipedia.org/wiki/Michelson\_interferometer%7D%7D, (Hämtad: 2022-09-08).
- [3] Equipx, “Melles Griot 05-LLR-851 HeNe Laser”, 2022. [Online]. Tillgänglig: %5Ctexttt%7B%5Curl%7Bhttps://www.equipx.net/melles-griot-05-llr-851-hene-laser.html%7D%7D, (Hämtad: 2022-09-08).
- [4] A. Rosales-Garcia, T. Morse och J. Hernández-Cordero, “Intra-cavity Fiber Laser Polarization Mode Beating Sensing”, *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, årg. 7839, okt. 2010. DOI: 10.1117/12.866884.

# Bilagor

## A Utrustningsförteckning

Tabell 1: Utrustningsförteckning.

Antal	Utrustning
1	ESK01/M Bases and Post Holders Kit
2	KM100 Mirror Mount
1	PT1/M
1	LMR1/M Lens Holder
1	Pt102/M Right Angle Bracket
1	Linskit LSB04-A
1	Stråldelare BSW10
2	Speglar PF10-03-P01
1	Röd HeNe-laser Melles Griot 05-LLR-81
1	Membranpump
1	Glascell
X	Skjutmått och diverse måttverktyg
2	Tonade skyddsglasögon
1	Mikrofibertrasa

## B Härledning av formel för luftens brytningsindex

Alla storheter och parametrar som används i härledningen sammanfattas i tabell 2.

Tabell 2: Tabell över alla parametrar i härledningen.

Parameter	Förklaring
$n_{\text{cell}}$	Brytningsindex för luften i tryckcellen
$n$	Brytningsindex för luft
$\ell$	Längden på tryckcellen [m]
$L$	Längden på interferometerns armar [m]
$\lambda$	Laserns våglängd [m]
$N$	Antal ljusband
$p_0$	Lufttrycket i laborationslokalen [Pa]

Ljusets hastighet i ett medium ges av  $nc = c_0$ , där  $n$  är brytningsindex för mediet. Om interferometerns armar är lika långa och tryckcellen har en längd  $\ell$  kommer tiden det tar för ljuset att propagera längs de olika armarna ges av

$$\begin{cases} t_A = 2Ln/c_0 \\ t_B = 2Ln/c_0 + 2\ell(n - n_{\text{cell}})/c_0 \end{cases} \quad (5)$$

Genom att multiplicera differensen  $\Delta t$  med vinkelfrekvensen  $\omega = 2\pi c_0/\lambda$  erhålls ljusvågornas inbördes fasskillnad

$$\varphi_B - \varphi_A = \omega(t_B - t_A) = 2\pi \frac{c_0}{\lambda} \Delta t \stackrel{\text{ekv.5}}{=} 4\pi(n - n_{\text{cell}}) \frac{\ell}{\lambda}. \quad (6)$$

I tryckcellen kommer volymen vara konstant och eftersom tryckförändringen sker relativt långsamt antogs processen vara isoterm. Under det antagandet hävdar [4] att en förändring i lufttryck  $\Delta p \propto \Delta n$ , vilket även kan skrivas som  $\Delta n = \alpha \Delta p$ , där  $\alpha$  är en konstant med enhet  $[Pa^{-1}]$ . Skillnaden mellan brytningsindex i vakuum och luft ges således av  $n - n_{\text{vakuum}} = \alpha(p_0 - p_{\text{vakuum}}) \Leftrightarrow n - 1 = \alpha p_0$  och  $\alpha = (n - 1)/p_0$ .

Under försöket förändras trycket i tryckcellen med  $\Delta p = p_{\text{slut}} - p_{\text{start}}$  och det ger en skillnad i brytningsindex som följer

$$n_{\text{slut}} - n_{\text{start}} = \alpha \Delta p = \frac{(n - 1)\Delta p}{p_0}. \quad (7)$$

Då  $\varphi_A$  är konstant under hela förloppet motsvarar en skiftning av interferensmönstret en fasförändring hos ljuset från arm  $B$  med  $\Delta\varphi_B = 2\pi$ . Analogt följer det att  $N$  skiftningar kommer motsvara ett fasskifte på  $\Delta\varphi_B = 2\pi N$ . Den totala fasskillnaden för ljuset från arm  $B$  – då  $n_{\text{cell}}$  ändrats från  $n_{\text{start}}$  till  $n_{\text{slut}}$  – kommer enligt ekvation 6 ges av

$$\Delta\varphi_B = 4\pi(n_{\text{slut}} - n_{\text{start}})\frac{\ell}{\lambda} = 2\pi N \Leftrightarrow N = (n_{\text{slut}} - n_{\text{start}})\frac{2\ell}{\lambda},$$

vilket efter omskrivning med ekvation 7 ger

$$N = \frac{2(n - 1)\Delta p}{p_0}\frac{\ell}{\lambda}.$$

Efter ytterligare en omskrivning erhålls det dimensionslösa uttrycket

$$n = \frac{N\lambda p_0}{2\ell\Delta p} + 1$$

luftens brytningsindex.

## C Felfortplantning

I följande avsnitt presenteras beräkning av fel och uppskattade mätosäkerheter. Även källkod för att beräkna felfortplantning har bifogats.

### C.1 Beräkning av fel och mätosäkerheter

För att beräkna felfortplantning för en funktion  $f(u_1, u_2, \dots, u_m)$  används

$$\delta f = \pm \sum_{i=1}^m \left| \frac{\partial f}{\partial u_i} \right| \delta u_i, \quad (8)$$

där  $\delta f$  är felet i funktionen  $f$ . I denna laboration motsvarar  $f$  uttrycket i ekvation 1 för  $n_\ell$  och ekvation 4 för  $\lambda$ . Vektorn  $\{u_i\}_{i=1}^m$  är en lista parametrarna som mäts och  $\{\delta u_i\}_{i=1}^m$  dess korresponderande mätosäkerheter. Mätosäkerherna presenteras i tabellerna 3 och 4

Tabell 3: Tabellen visar uppskattade värden och uppskattade mätsäkerheter i experimentet med brytningsindex.

Parameter	Mätvärde	Mätsäkerheter
$\lambda$	632,8 nm	$\pm 0,1$ nm
$p_0$	995 hPa	$\pm 5$ hPa
$\ell$	45,0 mm	$\pm 0,1$ mm
$\Delta p/N$	2426,88	$\pm 6,07$

Tabell 4: Tabellen visar uppskattade värden och uppskattade mätsäkerheter i experimentet med laservåglängden.

Parameter	Mätvärde	Mätsäkerheter
$k = N/\Delta d$	$3,1600 \times 10^6$	$\pm 0,0354 \times 10^6$

## C.2 Källkod för felfortplantning för brytningsindex (Python)

```
from numpy import *

#Parameters ; errors:
lambda_ = 632.8e-9 ; dlambda = 0.1e-9
p0 = 9.95e+04 ; dp0 = 500
l = 4.50e-2 ; dl = 0.5e-2
k = 2426.88 ; dk = 19.196/sqrt(10)

E = ['lambda', 'p0', 'l', 'k']
#Expression for n_l:
nl = 1 + lambda_*p0/(2*l*k)
err = [dlambda,dp0,dl,dk]

#Partial derivatives:
part_der = [(p0)/(2*k*l),lambda_/(2*l*k),
            -(lambda_*p0)/(2*k*l**2), -(lambda_*p0)/(2*l*k**2)]

delta_nl = 0; errlist=[]
for i in range(len(err)):
    delta_nl += abs(part_der[i])*err[i]
    errlist.append(abs(part_der[i])*err[i])
marg = delta_nl/nl
print('n =',nl,'+-',(delta_nl)) #Printing error margin
print('Felmarginal',marg*100,'%')

max_index = errlist.index(max(errlist)) #Find the index of the max error.
print(f'E[{max_index}], andel av totalt fel:',(100*errlist[max_index])/delta_nl, '%')
```

## C.3 Källkod för felfortplantning för våglängd (Python)

```
from numpy import *

#Parameters ; errors:
k = 3.16e6 ; dk = 0.0354e6 # k=slope of line
```

```

#Expression for lambda:
lambda_ = 2/k
err = [dk]

#Partial derivatives:
part_der = [-2/k**2]

delta_lambda = 0; errlist=[]
for i in range(len(err)):
    delta_lambda += abs(part_der[i])*err[i]
    errlist.append(abs(part_der[i])*err[i])
marg = delta_lambda/lambda_
print('Lambda =',lambda_*10**9,'nm', '+-',delta_lambda*10**9,'nm')

```

## D Källkod för beräkning av $N$ (Python)

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy import stats

# LaTeX font
plt.rcParams['mathtext.fontset'] = 'cm'
plt.rcParams['font.family'] = 'STIXGeneral'

# Constants
lamda_laser = 6.328e-7 # data sheet

p_atm = 9.95e4 # measured
length_chamber = 4.50e-02 # measured

# Data
N = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12]
P = [[2091, 4304, 5791, 8295, 11000, 13145, 15432, 18261, 21585, 23939, 25881, 28026],
      [1861, 4074, 5561, 8065, 10770, 12915, 15202, 18031, 21355, 23709, 25651, 27796],
      [1480, 4446, 6729, 8845, 11283, 13720, 15670, 18299, 21174, 23423, 25857, 28048],
      [707, 3520, 5778, 8394, 10902, 13410, 15714, 18443, 21205, 22547, 25118, 27813],
      [879, 2966, 6262, 8507, 11147, 13786, 15974, 17736, 19752, 22569, 26206, 27747],
      [1937, 4041, 6412, 9186, 11690, 13632, 16057, 18744, 21273, 23239, 25781, 28510],
      [1466, 3979, 6878, 9086, 11330, 13574, 15911, 18648, 20894, 23114, 25539, 28197],
      [1887, 4428, 6691, 9145, 11597, 14048, 16427, 19110, 21435, 23851, 26143, 28626],
      [1987, 4216, 6853, 9178, 12090, 14386, 17044, 19173, 21685, 23972, 26785, 28543],
      [2266, 4479, 6682, 9291, 11861, 14082, 16923, 19452, 21598, 23947, 26551, 28205]]

# Linear regression
def line(x):
    return slope * x + intercept

slopes = []
color = iter(plt.cm.turbo(np.linspace(0, 1, 14)))
plt.figure(figsize=(8, 5))

for i in range(10):
    slope, intercept, r, p, std_err = stats.linregress(N, P[i])
    slopes.append(slope)
    linear_model = list(map(line, N))

```

```

# Plot
col = next(color)
plt.scatter(N, P[i], s=5, color=col, alpha=1)
plt.plot(N, linear_model, linewidth=0.5, color=col, alpha=0.8)

# Calculations
N_div_P = sum(slopes) / len(slopes)
n_l = 1/N_div_P * lamda_laser * p_atm / (2 * length_chamber) + 1
print('Refractive index', n_l)

# Plot
plt.xlabel('$N$ [1]', fontsize=12)
plt.ylabel('$\Delta P$ [Pa]', fontsize=12)
plt.xticks(fontsize=12)
plt.yticks(fontsize=12)
plt.show()

```

## E Källkod för beräkning av $\lambda$ (Python)

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy import stats

# LaTeX font
plt.rcParams['mathtext.fontset'] = 'cm'
plt.rcParams['font.family'] = 'STIXGeneral'

# Data
N = np.array([29.0, 60, 92, 122, 157, 181, 211, 243, 274, 308, 354, 364, 403, 439,
    ↵ 478])
d = np.array([10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140, 150]) # *
    ↵ 1e-6

# Error
error = np.zeros(15)
error_accum = 0.5
for i in range(len(N)):
    error[i] += error_accum
    error_accum += 0.5

# Linear regression
def line(x):
    return slope * x + intercept

slope, intercept, r, p, std_err = stats.linregress(d, N)
linear_model = list(map(line, d))

print('Slope:', slope)
print('Std error:', std_err)

# Plot
plt.figure(figsize=(8, 5))
plt.fill_between(d, N-error, N+error, facecolor='tab:blue', linewidth=0, alpha=0.3)
plt.scatter(d, N, color='tab:blue', s=15, alpha=1, label='Mätvärde')

```

```
plt.plot(d, linear_model, color='k', linestyle='-', linewidth=0.8, alpha=1,
         label='Anpassad linje')

plt.xlabel('$d$ [\u03bcCm]', fontsize=12)
plt.ylabel('$N$ [1]', fontsize=12)
plt.xticks(fontsize=12)
plt.yticks(fontsize=12)
plt.legend(fontsize=12)
plt.show()
```

## F Laborationslogg

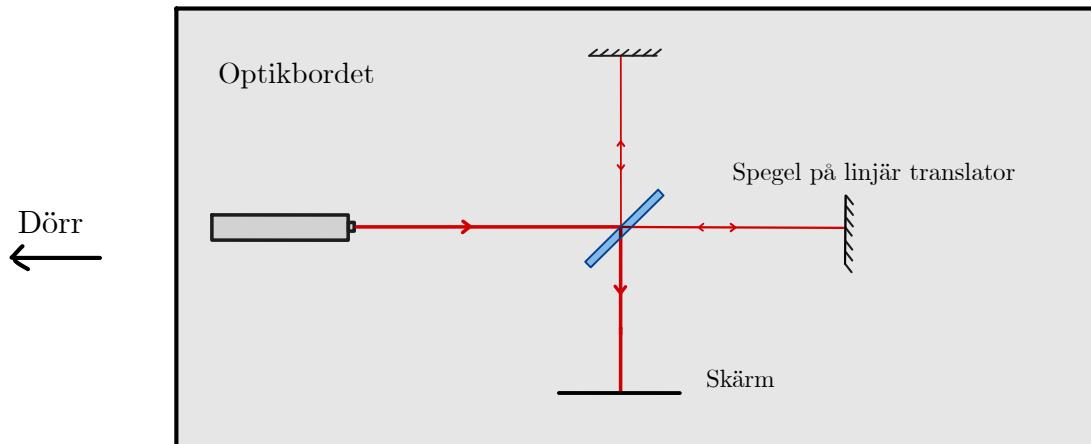
# Bestämmande av luftens brytningsindex samt en lasers våglängd

Lablogg | Optik  
Jonatan Haraldsson  
Oscar Lindberg

Uppstart 11:00 16/9

- Börjar leta i skåp för att finna alla komponenter till uppställningen.

Vi kommer bygga uppställningen på detta vis:



Strategin för att bygga uppställningen är att montera alla fasta komponenter först. Sedan koppla upp förstärkare, fotodiod och oscilloskop.

Ena spegeln, stråldelaren och den divergerande linsen har satts fast på små pelare med höjd 75 mm. Den ena spegeln har redan nu förberetts för extrauppgiften. Den har nämligen placerats på ett linjär translator med mikrometerskurv. Det gör att spegeln kommer hamna på höjden 70 mm. Under provkörningen kan detta komma att ändras.

Lunch 13:30 - 14:00

Vi fortsätter med byggnationen av uppställningen. Har haft svårigheter att förstå hur vi ska sätta upp stråldelaren. Vi känner att vi vill ha en vinkelmätare eller om inte annat en stabil hållare till stråldelaren. Vi har provisoriskt satt stråldelaren på en vanlig stång under tiden som vi riktade in höjden på lasern.

Lasern har satts fast med två hållare.

Uppdatering: 15:30

Lasers höjd har ställts in med ett vattenpass och laserpunkten på *NF*-filtret samt spegeln rakt fram är centrerad. Nu justeras spegeln från arm *A* in genom att höja upp spegelhållaren lite. En divergerande lins med  $f = -100$  mm har lagts till i uppställningen.

Uppdatering 16:15

Vi har kommit på en bra lösning för stråldelaren. Vi använder en vinkelmätare, vilken fästs med två andra plattor i optik-bordet. Detta för att säkerställa att stråldelaren hamnar centrerat vid en skruvrad. Just nu försöker vi skruva fast linsen i ett bra läge så att ett tydligt interferensmönster uppträder på skärmen. Det är ett ständigt spel med brickor och muttrar för att se till att hållaren inte "dallrar" för mycket. Vi har även bytt ut linsen mot en annan lins med  $f = 30$  mm för att få en större bild på skärmen.

Uppdatering 17:30

Nu ser interferensmönstret superfint ut!!! Vi har stora förhoppningar om att det kommer gå bra att mäta på det.

Vi funderar även över hur vi ska sätta fast fotodioden på skärmen... och dra sladdar från den.

17:30

Vi har löst dioden ska kopplas upp. Det fanns sladdar med en hona i ena änden och en hane i andra. Nu är planen att koppla upp dioden och se hur den beter sig på oscilloskopet.

17:55

Vi har testat fotodioden med interferensmönstret och det verkar fungera bra. Vi kommer dock behöva ha ett lågpassfilter och en förstärkarkoppling för att få bättre oscilloskopsbilder. Vi funderar även på om vi ska försöka koppla oscilloskopet till datorn med GPIB-anslutning. Det hade varit smidigt att kunna se oscilloskopsbilderna parallellt med trycketskillnaderna.

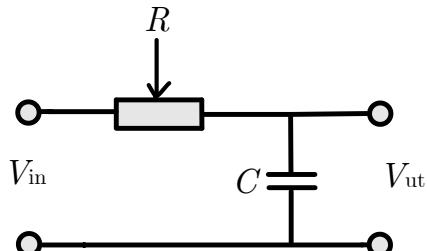
18:05

Vi börjar packa ihop för dagen. I morgon är fokus att bygga förstärkare och lågpassfilter. Väljer komponenter. Vi kommer även behöva hitta ett bra sätt att fästa fotodioden på skärmen. Samt täcka in den på ett bra sätt, så att inte störningar från omgivningen påverkar för mycket.

---

## Dag 2 17/9-22 (08:35)

Funderar ut värden på komponenter till lågpassfilter och op-amp-kopplingen.



Brytfrekvens ges av:  $f_b = \frac{1}{2\pi RC}$  ;  
tar  $C = 68 \text{ nF}$  & en potentiometer på  $R$ .  
Då kan vi prova vilken  $f_b$  som är rimligt.

**OBS!** Vi sajg att signalen från dioden varierade med hög frekvens.

*Det kan vara följd av ljusets frekvens. Vi hoppas att detta inte ska göra att all signal filtreras bort.*

Operationsförstärkarkopplingen kräver en matningsspänning på  $\pm 15$  V. Resistorerna har värdena  $100 \Omega$  och  $1 \text{ k}\Omega$ , vilket ger en förstärkning på - 10. Använde multimeter för att mäta resistanserna.

Testkörning av både lågpassfiltret och förstärkarkopplingen gav ett fint resultat. Vi provar nu att koppla in fotodioden på input. Provkörning vid 10:30.

Vi körning med bara förstärkaren ges en okej, men ganska brusig signal. Det kommer sannolikt gå att använda den, men vi vill få bort en del brus och förstärka den mer. Vi funderar på om kondensatorn behöver bytas ut mot en större för att förskjuta brytfrekvensen något.

Vi har även upptäckt att ena spegeln transmitterar ljus, vilket inte är så bra. Vi letar efter en ny.

### Uppdatering 12:00

Vi har hittat en ny spegel samt placerat skärmen med fotodioden ytterligare en bit bort för att göra interferensmönstret tydligare.

Rf i förstärkaren har bytts ut mot en potentiometer. Den är just nu maxad och då ser det bra ut. Vi kanske bör byta ut den mot en stor resistor istället och på det sättet erhålla större förstärkning. Ett problem är nämligen att vi inte vet hur mycket potentiometern varierar mellan min- och max-läget.

Ytterligare ett problem är att vi har svårt att få till en bra placering på den divergerande linsen. Den är för tillfället väldigt instabil och en liten rörelse påverkar interferensmönstret mycket. Vi har även observerat att om avståndet ökas mellan lins och skärm ges ett större interferensmönster och sannolikt tydligare utslag på oscilloskopet. Vi pausar för lunch vid 13:00. Efter lunch är planen att rotera uppställningen  $90^\circ$  och på det sättet göra att man kan få ett större mönster. Vi ska även fixa större förstärkning samt täcka in dioden bättre

### 15:30

Rotationen gjorde att vi fick ett mycket starkare interferensmönster, vilket var bra. Efter lite inriktning av speglar och laser är vi nu redo att påbörja mätning. Vi har även byggt ett litet hus till fotodioden så att inte omgivande ljus stör den allt för mycket. Test av förstärkarkoppling gav ett dåligt resultat. Det blev väldigt mycket distorsion. Vi provade då att byta operationförstärkare och det gjorde susen. Vi är nu redo att påbörja lite testkörning.

Upptäckte under testkörningen att det fortfarande gav mycket brus från förstärkaren. Kör man utan förstärkaren blir det mindre brus, men inte lika tydliga toppar.

17:00

Vi har provat diverse olika uppkopplingar, men det har gett ungefär samma, mindre bra, resultat. Det vi funderar på är att bygga upp vakuum-cellens och avvakta lite med fotodioden så länge. I värsta fall får vi helt strunta i dioden och bara räkna antalet interferensskiftningar manuellt. I fallet med tryckcellen borde detta gå bra att göra.

Börjar läsa på lite mer om hur dioden fungerar och om vi verkligen förstått den rätt. Möjligens ger den ut ström istället för spänning.

Vi har även gjort en ny koppling från dioden till oscilloskopet och lagt till ett lågpassfilter, vilket gav ett lite bättre resultat. Har nu börjat ändra fokus.

18:00

Började kika på hur tryckcellen fungerade. Vi kopplade upp cellen med **RS232** till den stationära datorn i labbet. Vi laddade ner **LabVIEW**-programmen och provkörde programmen med pumpen igång. Om man låter pumpen bygga upp ett undertryck kommer den nästan ner till 200 Pa och där efter kan ventilen långsamt öppnas och då blir det en kontinuerlig tryckskillnad. Det ser med andra ord mycket lovande ut.

Vi har också byggt en liten hållare till vakuum-cellens. Lite tråkigt att skruvorna till den inte är löstagbara, så vi fick vara lite kreativa.

19:20

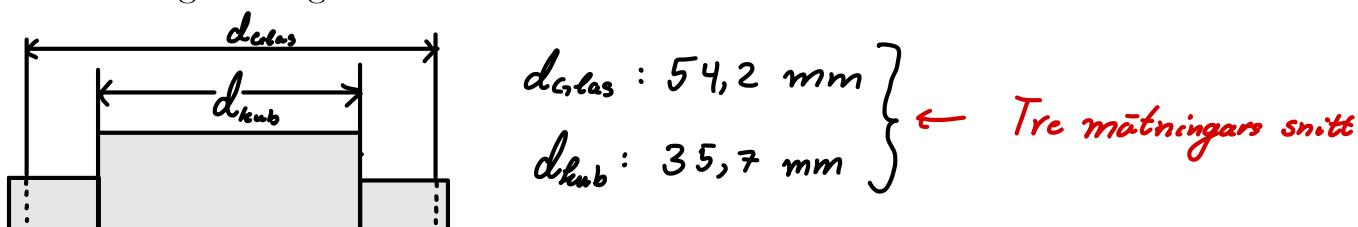
Nu är allt gällande tryckcellen klart och vi är redo att provköra.

Med tryckcellen blir det ganska svårt att urskilja ett tydligt interferensmönster. Det blir mer en blaffa som skiftar i intensitet. Vi hoppade prova att köra en gång, men det blev inte något bra resultat, så vi avslutade dagen här vid kl.20:00 och tar nya tag i morgon.

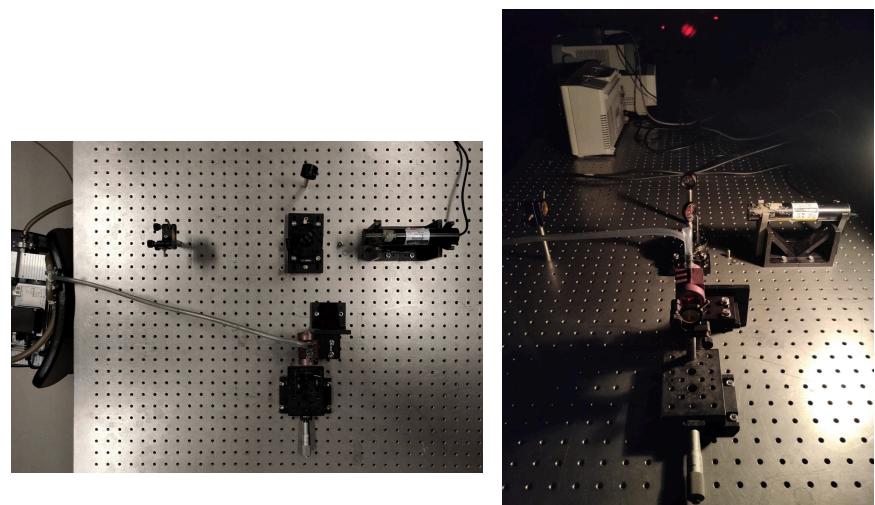
---

### Dag 3 18/9 (kl. 09:10)

Vi börjar dagen med att mäta längden på tryckcellen. Det är lite svårt att veta om vi ska mäta från glas till glas eller bara kuben i mitten.



$$\text{Medelvärde} = 4,50 \text{ cm}$$



Vi avväntar med att välja vilken längd vi tar. Vi har även tagit bort vinkelmätaren i mitten och ersatt den med en vanlig pinne. Detta för att då stråldelaren lite mer i centrum. Uppställning visas intill

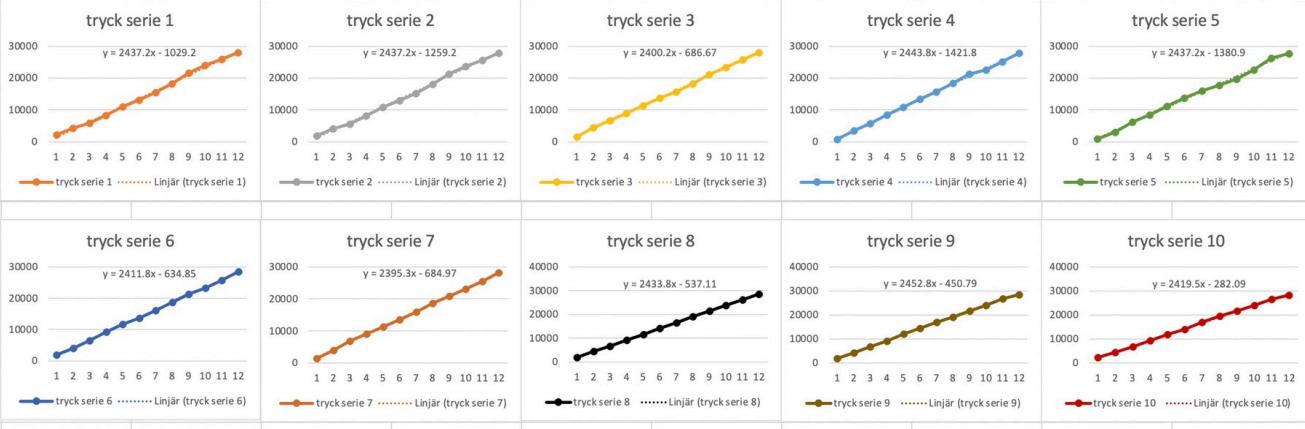
Vi putsar av linser och sedan provkör vi.

## Metod:

Efter att pumpen byggt upp ett undertryck i tryckcellen börjar evakueringsventilen att lösgöras. Antalet interferensskiftningar har räknats och vid ett skifte har trycket loggats. Detta gjordes för 12 stycken skiftningar, från c:a 250 Pa till 300 hPa. Vid tryck större än 300 hPa blev det stora vibrationer från pumpen och därav blev det svårt att läsa av interferensmönstrets skiftningar.

I Microsoft Excel har en linjär anpassning gjorts mellan tryckskillnaden  $\Delta p$  och antalet skiftningar  $N$  och då erhölls  $\Delta p$  som funktion av  $N$ . Grafens lutning ger ett värde på kvoten  $\Delta p/N$ , vilken användes för att beräkna  $n$ . I tabellen har tryckskillnaderna från de tio mätserierna sammanställts och under det finns grafer över  $\Delta p(N)$  med en linjära anpassning. Ekvationen för anpassningarna syns i varje graf och dess lutning har plockats och sammanställts i tabellen nedanför. Uppskattad noggrannhet för varje tryckmätning är  $\pm 100$  Pa.

$N$	tryck serie 1	tryck serie 2	tryck serie 3	tryck serie 4	tryck serie 5	tryck serie 6	tryck serie 7	tryck serie 8	tryck serie 9	tryck serie 10
1	2091	1861	1480	707	879	1937	1466	1887	1987	2266
2	4304	4074	4446	3520	2966	4041	3979	4428	4216	4479
3	5791	5561	6729	5778	6262	6412	6878	6691	6853	6682
4	8295	8065	8845	8394	8507	9186	9086	9145	9178	9291
5	11000	10770	11282.5	10902	11146.5	11690	11330	11596.5	12090	11861
6	13145	12915	13720	13410	13786	13632	13574	14048	14386	14082
7	15432	15202	15670	15714	15974	16057	15911	16427	17044	16923
8	18261	18031	18299	18443	17736	18744	18648	19110	19173	19452
9	21585	21355	21174	21205	19752	21273	20894	21435	21685	21598
10	23939	23709	23423	22547	22569	23239	23114	23851	23972	23947
11	25881	25651	25857	25118	26206	25781	25539	26143	26785	26551
12	28026	27796	28048	27813	27747	28510	28197	28626	28543	28205



Här har alla lutningar sammanställts

Här har brytningsindex beräknats för de olika  $\Delta p/N$

Mätning	$\Delta p/N$
nr.1	2437.2
nr.2	2437.2
nr.3	2400.2
nr.4	2443.8
nr.5	2437.2
nr.6	2411.8
nr.7	2395.3
nr.8	2433.8
nr.9	2452.8
nr.10	2419.5
Medel ( $\mu$ )	2426.88
Std.av. ( $\sigma$ )	19.1964

Mätning	Brytningsindex $n$
nr.1	1.00028705
nr.2	1.00028705
nr.3	1.00029147
nr.4	1.00028627
nr.5	1.00028705
nr.6	1.00029007
nr.7	1.00029207
nr.8	1.00028745
nr.9	1.00028522
nr.10	1.00028915
Medel ( $\mu$ )	1.00028829
Std.av. ( $\sigma$ )	2.29E-06

Vi tycker det är väldigt roligt att standardavvikelsen är så pass liten  $2,3 \cdot 10^{-6}$  och med det tar vi en lunchpaus 13:20.

### Åter efter lunch 14:10

Vi har nu tagit bort tryckcellen och ska börja mäta laservåglängden. Detta planeras vi att göra genom att filma interferensmönstret med en kamera (*iPhone 12 mini*) i 240 Hz. Filmen kommer sedan analyseras i ett videoredigeringsprogram, där antalet interferensskiftningar kan räknas. Det kommer vara tidskrävande, men troligen kommer det ge ett tillförlitligt resultat.

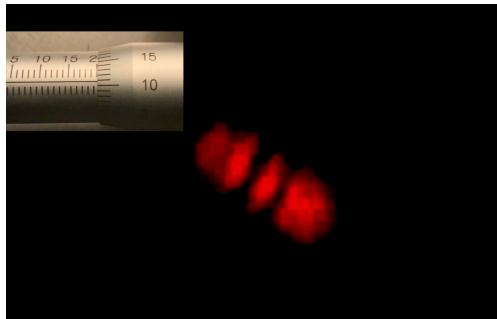
Innan mätningarna vill vi förstora upp interferensmönstret ytterligare så att det blir tydligare på kameran.

### 15:10:

Vi provkör uppställningen med kamerorna. Justering med 0.15 mm kommer att göras. Kameran kommer placeras i en fixtur nära interferensmönstret för att undvika skakiga filmer och på så sätt underlätta räknandet av skiftningar.

### 16:15:

Körningen gick bra nu väntar redigering i **iMovie** och sedan synkas dessa filmer och läggs som en split screen och dess hastighet reduceras till 3%. Därefter räknas antalet interferensskiftningar under varje 0.01mm steg på mikrometerskruven.



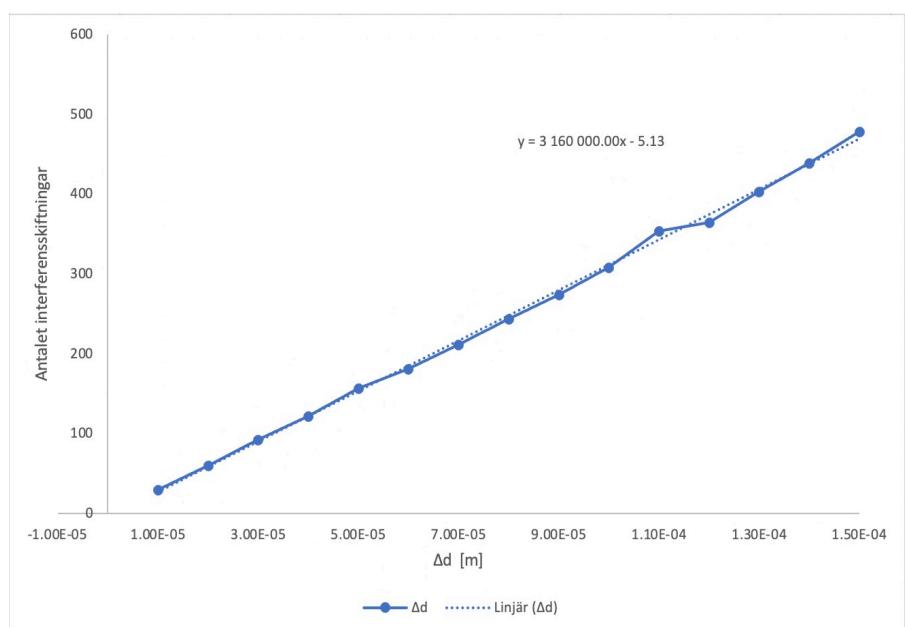
Här är ett urklipp från den redigerade filmen. Här har filmen för mikrometern synkats med interferensmönstret. Noggrannheten för varje intervall antags vara ungefärlig  $\pm 0,5$ .

### 18:00:

Efter en lång stund av redigering och räknande av interferensskiftningar erhölls resultatet som visas i tabellen nedan.

$N$	$\Delta d$
29	1.00E-05
31	2.00E-05
32	3.00E-05
30	4.00E-05
35	5.00E-05
24	6.00E-05
30	7.00E-05
32	8.00E-05
31	9.00E-05
34	1.00E-04
46	1.10E-04
10	1.20E-04
39	1.30E-04
36	1.40E-04
39	1.50E-04

478



Om en linjär regression görs kommer ger detta grafen som visas bredvid tabellen. Från anpassningen erhålls lutningen  $3,1600 * 10^6 = 2/\lambda$ . Sammantaget erhålls ett värde på  $\lambda = 632,91$  nm. Nu väntar felanalys.

Vi känner nöjda med mätningarna och även för dagen. I morgon väntar redovisning av uppställning och iordningställande. Hemgång 18:40

### Dag 4 19/9 (10:30):

har visat upp uppställningen för extrauppgiften. Innan uppställningen revs mättes avstånden mellan stråldelare och lins samt lins och vägg. Dessa blev 20cm samt 2.40 m  $f = -100$  mm

Stolpar TRXX/M

Vi använde TR75 och TR40.v