En el aula con Rózsa Péter:

$\mathrm{m.c.d}\,(116, 36)$

Nada mejor que las matemáticas para experimentar la alegría de descubrir, que es quizás la mayor satisfacción del ser humano. Mis alumnas siempre estuvieron en sintonía con esta idea, por lo que he aprendido mucho con ellas. Lo cierto, es que jamás se me habría ocurrido hablarles a unas niñas de doce años del Algoritmo de Euclides, pero fueron ellas quienes me obligaron a hacerlo. Me gustaría compartir contigo aquella grata experiencia.

Inicialmente, yo decía dos números y ellas intentaban averiguar su máximo común divisor. Para números pequeños era fácil y rápido, pero gradualmente, pasé a nombrar pares de números cada vez más grandes; pensé experimentando cierta dificultad aceptarían luego de mejor grado el someter tal cálculo a un procedimiento reglado mediante la factorización en números primos.

Habían averiguado fácilmente el máximo común divisor de 60 y 48: «¡doce!». Y fue entonces cuando una niña comentó: «bueno, eso es lo mismo que 60 menos 48».

«Tan sólo es una coincidencia», le dije. Y quise continuar, pero no me dejaron: «por favor, dinos entonces dos números para los que no pase eso». «Está bien, 60 y 36 también tienen a 12 como máximo común divisor, pero sin embargo su diferencia es 24».

Otra interrupción: «Ya, pero eso es el doble de su máximo común divisor».

«Está bien, está bien; lo cierto es que no es una coincidencia: la diferencia entre dos números siempre es divisible entre cualquiera de sus divisores comunes. Y ocurre lo mismo con su suma». De decirlo, había que decirlo bien, pero una vez dicho, yo ya estaba deseando continuar con más ejemplos y sin embargo, no pude. Una niña me preguntó: «¿Y no pudieron descubrir algo para calcular el máximo común divisor a partir de eso?»

¡Claro que sí! ¡Pero esa es precisamente la idea clave del Algoritmo de Euclides! Así que abandoné mi plan inicial y decidí seguir por el camino que me indicaban mis alumnas.

La razón por la que es tan difícil obtener el máximo común divisor de, por ejemplo, 116 y 36 es que 116 es fastidiosamente grande. Pero ahora que ya sabemos que el máximo común divisor también divide a la resta, éste tendrá que ser un divisor de 80 y ahora 80 ya es un poco más pequeño que 116. Por otra parte, todo lo que entra en 80 y 36 también entra en su suma, que es igual a 116. Por tanto, podríamos buscar el máximo común divisor de 80 y 36 en lugar del de 116 y 36. Pero si estos dos números todavía te parecen demasiado grandes, podemos volver restarlos; obtendremos así 44 en lugar de 80. Y ahora, el máximo común divisor de 44 y 36 ya es mucho más sencillo de averiguar. Pero si todavía quieres evitar esta cuenta, puedes seguir restando: y considerar 8 en lugar de 44; después 36 menos 8 —que es 28— en lugar de 36; luego 28 menos 8 –que es 20– en lugar de 28; luego 20 menos 8 –que es 12– en lugar de 20 y finalmente, 12 menos 8 –que es 4– en lugar de 12. Y ahora ya es evidente que el máximo común divisor de 4 y 8 es 4.

Así pues, ya tenían el procedimiento deseado a su disposición: hacer los números más pequeños restando hasta que averiguar el máximo común divisor sea un simple juego de niños.

Naturalmente, estas restas se convirtieron rápidamente en algo tedioso para las chicas y observaron que también era innecesaria. En el ejemplo anterior, restamos 36 a 116 tres veces seguidas hasta que nos quedó un 8, luego restamos ese 8 a 36 cuatro veces hasta que nos quedó un 4. E hicimos esto porque 36 entra en 116 tres veces con resto 8 y 8 entra en 36 cuatro veces con el resto 4. Por tanto, en lugar de tanta resta, es mejor dividir y cambiar el número más grande por el resto de la división. Y he ahí el algoritmo.

Es un fragmento de:
Rózsa Péter, Mathematik ist schön,
Mathematik in der Schule 2 (1964), 81-90.