DIÁLOGOS MATEMÁTICOS

ALFRED RÉNYI

SOUTIÑO EDITORA

DIÁLOGOS MATEMÁTICOS

ALFRED RÉNYI
Instituto de Matemáticas
Academia Húngara de Ciencias

TRADUCIDO POR
JORGE LOSADA RODRÍGUEZ
RAÚL PINO VELASCO

[redacted]

[redacted]

Título orignal: *Dialógusok a matematikáról*

Primera edición en [redacted] de 2021

http://[redacted]
http://[redacted]

ISBN: [redacted]
Depósito Legal: [redacted]

Impreso en España

...un matemático é unha máquina
que transforma café en teoremas.

Alfréd Rényi

A miña filla, Zsuszi

Contidos

1. *Diálogo socrático sobre matemáticas*

Sócrates: Buscas a alguén, meu benquerido Hipócrates?

Hipócrates: Non, Sócrates, porque veño de atopar a quen buscaba, eras ti. Andiven na túa procura por todas partes. Dixéronme na ágora que te viran paseando por aquí a carón do río , foi logo que viñen buscarte.

Sócrates: Ben, cóntame entón porque viñeches, que despois quero preguntarche algo sobre a nosa discusión con Protágoras. Lembras non?

Hipócrates: Oféndeme a dúbida! Desde aquel día, non pasa un sen que eu pense naquilo. Veño pedir consello, pois aquela discusión mantense nos meus pensamentos.

Sócrates: Parece, meu benquerido Hipócrates, que queres falar comigo sobre a mesma cuestión que desexo discutir contigo; logo as dúas cuestións son unha e coinciden. Parece que os matemáticos van equivocados cando din que dous nunca é igual a un.

Hipócrates: Efectivamente, Sócrates, é xustamente de matemáticas do que quero falar.

Sócrates: Hipócrates, ben sabes que eu non son matemático. Por que non lle formulas as túas dúbidas ao afamado Teodoros?

Hipócrates: É incrible, Sócrates, respondes ás miñas dúbidas incluso antes de que chas formule. Viñen pedir a túa opinión sobre o meu desexo de facerme alumno de Teodoros. Da última vez que viñen onda ti, daquela coa intención de facerme alumno de Protágoras, fomos logo os dous xunto a el foi dirixindo ti a discusión que me quedou ben claro que ese home non coñece a materia da que falaba. Mudei así de opinión e non me fixen discípulo del. Esta discusión axudoume a saber que non debería facer, pero non me mostrou nada sobre o que debería facer. Aínda sigo preguntándome sobre isto último. Andiven de banquetes e á parola con mozos da miña idade, ateveríame a dicir que mo pasei ben, pero non é iso o que me satisfai. Moléstame sentirme ignorante. Máis exactamente, sinto que o coñecemento que eu teño é bastante incerto. Durante a discusión con Protágoras, decateime de que o meu coñecemento sobre a virtude, a xustiza ou a coraxe está ben lonxe de ser satisfactorio. Non obstante, penso que isto é un gran progreso: vexo claramente a miña propia ignorancia.

SÓCRATES: Alédame, meu ben querido Hipócrates, que me entadas tan ben. Sempre me repito con sinceridade que nada sei e nada coñezo. *A diferenza da maioría das persoas, non imaxino que sei o que en realidade non sei*.

HIPÓCRATES: Iso mostra claramente a túa sabedoría, Sócrates. Mais ese coñecemento non é suficiente para min. Sinto un forte desexo de obter algún coñecemento certo e sólido, non serei feliz ata entón. Estou constantemente a reflexionar sobre que tipo de coñecemento debería intentar adquirir. Recentemente, Theaitetos díxome qie só hai certeza nas matemáticas e que suxeriume aprender matemáticas do seu mestre, Teodoro, que seica é o maior experto en números e xeometría de Atenas. Por iso dime, Sócrates, atoparei o tipo de coñecemento que busco se aprendo matemáticas con Teodoro?

SÓCRATES: Se queres estudar matemáticas, fillo de Apodoloro, entón certamente nada mellor podes facer ca ir onde o meu estimado amigo Teodoro. Mais debes decidir por ti mesmo se realmente queres estudar matemáticas ou non. Ninguén mellor ca ti pode coñecer as túas necesidades.

HIPÓCRATES: Por que rexeitas axudarme, Sócrates? Ofendinte sen sabelo?

SÓCRATES: Non me entendas mal, meu xoven amigo. Non estou anoxado; mais pregúntasme polo imposible. Cada un debe decidir por si mesmo o que quere facer. Non podo facer máis que asistir como parteira do nacemento da túa decisión.

HIPÓCRATES: Por favor, meu querido Sócrates, non te negues a axudarme; se nosn estás ocupado, comecemos de inmediato.

SÓCRATES: Moi ben, que así sexa. Deitémonos á sombra daquel carballo. *Pero primeiro dime, estás preparado para levar a conversa do xeito que eu prefiro? Eu farei as preguntas e ti responderás. Con este método, verás máis claro o que xa sabes, pois fai florear as sementes do coñecemento que xa están na túa alma*. Agardo que non te comportes como o rei Dario, quen matou ao capataz das súas minas por non sacar máis que cobre dunha mina na que o rei imaxinara ouro. Conto con que non esquezas que un mineiro só pode sacar da mina o que alí hai.

HIPÓCRATES: Xuro que non recriminarei, pero, por Zeus! comecemos a minar dunha vez.

SÓCRATES: Todo ben. Dime entón, sabes que son as matemáticas? Xa que queres estudalas, supoño que poderás dicirmo.

HIPÓCRATES: Creo que podería facelo calquera cativo. As matemáticas son unha ciencia, unha das máis finas.

SÓCRATES: Non che pedín que louvaras as matemáticas, senón que describiras a súa natureza. Por exemplo, se che preguntara pola arte dos médicos, responderías que esta trata sobre a saúde e a enfermidade, e que ten como obxectivo curar aos doentes e manter aos sans. Estou no certo?

HIPÓCRATES: Efectivamente.

SÓCRATES: Respóndeme entón a isto: a arte dos médicos estuda algo que existe? Quero dicir, se non houbera médicos, existiría igualmente a enfermidade?

HIPÓCRATES: Certamente, aínda máis do que agora.

SÓCRATES: Vexamos outra arte, por exemplo, a astronomía. Concordas comigo que os astrónomos estudan o movemento das estrelas?

HIPÓCRATES: Estou seguro.

SÓCRATES: E se che pregunto se a astronomía estudo algo que existe, cal será a túa resposta?

HIPÓCRATES: A miña resposta será que si.

SÓCRATES: Existirían as estrelas se non houbera astrónomos no mundo?

HIPÓCRATES: Por suposto! E se Zeus na súa ira extinguira a toda a humanidade, as estrelas lucirían no ceo pola noite, Pero por que falamos de astronomía e non de matemáticas?

SÓCRATES: Non te impacientes, meu bo amigo. Imos considerar algunha arte máis para comparala logo coas matemáticas. Como describirías ao home que coñece a todas as criaturas que viven na fraga ou nas profundidades mariñas?

HIPÓCRATES: É un científico que estuda a natureza viva.

SÓCRATES: E concordas comigo en que tal home estuda cousas que existen?

HIPÓCRATES: Concordo.

SÓCRATES: E se digo que todo arte estuda algo que existe, estarías de acordo?

HIPÓCRATES: Completamente.

SÓCRATES: Agora dime, meu novo amigo, cal é o obxecto de estudo das matemáticas? que cousas estudan os matemáticos?

HIPÓCRATES: Fixenlle a mesma pregunta a Theaitetos. Respondeume que un matemático estuda números e formas xeométricas.

SÓCRATES: Ben, a resposta é correcta, pero dirías que existen esas cousas?

HIPÓCRATES: Por suposto! Como podemos falar deles se non existen?

Sócrates: Dime entón, se non houbera matemáticos, habería números primos, e de ser así, onde estarían?

Hipócrates: Non sei que responder. Claramente, se os matemáticos pensan nos números primos, entón estes existen na súa conciencia; mais se non houbese matemáticos, os números primos non estaría en ningures.

Sócrates: Insinúas que os matemáticos estudan cousas inexistentes?

Hipócrates: Si, creo que hai que admitilo.

Sócrates: Ollemos a cuestión desde outro punto de vista. Escribín aquí, nesta placa de cera, o número 37. Velo?

Hipócrates: Si, vexoo.

Sócrates: E podes tocalo coa túa man?

Hipócrates: Certamente.

Sócrates: Entón, se cadra, si que existen os números, non?

Hipócrates: Oh, Sócrates, estaste rindo de min. Mira, debuxei na mesma placa un dragón con sete cabezas. Pero, existe ese dragón? Nunca coñecín a ninguén que vise a un dragón e estou ben convencido de que, agás nos contos de fadas, non existen os dragóns. Entendo que estou enganado, supoño que nalgún lugar máis aló das Columnas de Hércules existen os dragóns, aínda que non teñan nada que ver co do meu debuxo.

Sócrates: Contas a verdade, Hipócrates, e estou completamente de acordo co que ti ben dis. Mais, signfica iso que aínda podendo falar deles e pintalos, en realidade, os números non existan?

Hipócrates: Certamente.

Sócrates: Non obteñas conclusións precipitadas. Fagamos outra proba. Levo razón ao afirmar que podemos contar as ovellas que hai aquí no prado ou os barcos do porto do Pireo?

Hipócrates: Si, podemos contar.

SÓCRATES: E as ovellas e os barcos existen, verdade?

HIPÓCRATES: Claramente.

SÓCRATES: Mais se existen as ovellas, o número de ovellas debe ser algo que tamén existe, non si?

HIPÓCRATES: Burlaste de min, Sócrates. Os matemáticos non contan ovellas; iso é cousa de pastores.

SÓCRATES: Queres dicir que o que estudan os matemáticos non é o número de ovellas, de barcos ou doutras cousas existentes, senón ao en si mesmo? E, daquela, que están preocupados por algo que só existe nas súas mentes?

HIPÓCRATES: Si, xustamente. Iso é o que afirmo.

SÓCRATES: Dixéches que, segundo Theaitetos, os matemáticos estudas os números e as formas xeométricas. Que contas desas formas? Se che pregunto se existe, cal é a túa resposta?

HIPÓCRATES: Certamente existen. Podemos ver, por exemplo, a forma dun fermoso buque e sentímola tamén coas mans.

SÓCRATES: Non obstante, aínda teño unha dificultade. Se miras un buque, que ves? o buque ou a súa forma?

HIPÓCRATES: Vexo as dúas cousas.

SÓCRATES: Ë o mesmo que mirar un cordeiriño? Ves ao cordeiro e tamén o seu pelo?

HIPÓCRATES: Moi ben escollida esa comparación!

SÓCRATES: Ben, creo que coxea coma Hefesto. Podes cortarlle o pelo ao cordeiro e verás logo ao coredir sen o seu pelo e ao pelo sen o cordeiro. Podes separa de xeito similar a forma dun buque do propio buque?

HIPÓCRATES: Certamente, non. É máis, atrévome a dicir que non pode ninguén.

SÓCRATES: E aínda así, crees que podes ver unha forma xeométrica?

HIPÓCRATES: Comezo a dubidalo.

SÓCRATE: Ademais, se os matemáticos estudan as formas dos buques, non deberiamos chamalos entón ceramistas ou oleiros?

HIPÓCRATES: Certamente.

SÓCRATES: Entón, se Teodoro é o mellor matemático, non sería el tamén o mellor oleiro? Escoitei a moita xente louvandoo, pero ninguén falou nada sobre a súa cerámica. Dubido que sexa quen de facer o pote máis sinxelo. Se cadra, os matemáticos ocúpanse da forma de estatuas e edificios, non si?

HIPÓCRATES: Se así fose, serían escultores e arquitectos.

SÓCRATES: Ben, meu amigo, chegamos logo á conclusión de que os matemáticos, cando estudan xeometría, non se preocupan das formas de obxectos existentes, como os vasos, senón de formas que só existen nos seus pensamentos. Estás de acordo?

HIPÓCRATES: Teño que estar.

SÓCRATES: Unha vez coñecido que os matemáticos están preocupados por cousas que non existen na realidade, senón só nos seus pensamentos, examinemos a afirmación de Theaitetos que antes mencionaras. Esa que dicía que as matemáticas dan un coñecemento máis fiable e digno que outra rama calquera da ciencia. Cóntame, puxo Theaitetos algún exemplo?

HIPÓCRATES: Si. Dixo, por exemplo, que non se podía coñecer con exactitude a distancia entre Atenas e Esparta. Por suposto, as persoas que viaxan coinciden no número de días que é preciso camiñar, mais é imposible saber de forma exacta de cantos pés é tal distancia. Doutra banda, empregando o Teorema de Pitágoras, pódese dicir cal é a lonxitude da diagonal dun cadrado. Theaitetos tamén dixo que é imposible dar co número exacto de persoas que viven en Grecia. Se alguén intentara contalas, nunca obtería a cifra exacta, pois durante o reconto morrerían algúns anciáns e nacerían nenos; polo tanto, o número total de persoas tan só sería aproximadamente correcto. Pero se lle preguntas a un matemático cantas arestas ten un dodecaedro, dirache que o dodecaedro está delimitado por 12 caras, tendo cada unha delas 5 lados. Isto fai 60 arestas, pero como cada aresta pertence a dúas caras contámos o doble, logo o número de arestas do dodecaedro é 30, e esta cifra está fóra de toda dúbida.

SÓCRATES: Mencionou algún exemplo máis?

HIPÓCRATES: Si, bastantes. Non me lembro de todos. Dixo que na realidade nunca te atoparás con dúas cousas que son exactamente iguais. Non hai dous pés exactamente iguais, incluso as columnas do Templo de Poseidón son claramente diferentes entre si; máis podes estar seguro de que as dúas diagonais dun rectángulo son exactamente iguais. Citou a Heráclito, quen dixo que todo aquilo que existe está sempre cambiando e que o coñecemento seguro só é posible sobre aquelas cousas que nunca cambian, por exemplo: o par e o impar, a liña recta e o círculo.

SÓCRATES: Iso fará. Estes exemplo convéncenme de que en matemáticas podemos obter coñecementos que están fóra de toda dúbida, mentres que noutras ciencias ou na vida cotiá iso é imposible. Intentemos resumir os nosos coñecementos sobre a natureza das matemáticas. Estou no certo se digo que chegamos á conclusión de que as matemáticas estudan as cousas que non existen e que é capaz de descubrir a verdade completa sobre elas?

HIPÓCRATES: Si, iso é o que temos.

SÓCRATES: Pero dime, polo amor de Zeus! meu benquerido Hipócrates, non é misteriosos que se poida saber máis sobre as cousas que non existen que sobre as cousas que existen?

HIPÓCRATES: Así ollado, sen dúbida que é unmisterio. Estou seguro de que hai algún erro na nosa argumentación.

SÓCRATES: Non, ata o de agora procedemos co máximo coidado e controlamos cada un dos pasos do argumento. No pode haber ningún erro no noso razoamento. Escoita, lembro algo que pode axudarnos a resolver este enigma.

HIPÓCRATES: Cóntamo rápido. Atorméntame a incerteza.

SÓCRATES: Esta maña estiven no ??, onde a muller dun carpinteiro da aldea de Pithos foi acusada de adulterio e, coa axuda do seu amante, de asasinar ao seu marido. A muller protestou e xuroulle a Artemisa e Afrodita que era inocente, que nunca amou a ninguén máis que ao seu marido e que o seu maria fora asasinado por piratas. Moitas persoas foron chamadas como testemuñas. Algúns dixeron que a muller era culpable, outros dixeron que era inocente. Era imposible coñecer o que verdadeiramente alí pasou.

Hipócrates: Burlaste de min novamente? Primeiro confúndesme completamente e agora, en vez de axudarme a encontra a verdade, cóntasme canfurnadas.

Sócrates: Non te enfades, meu amigo, teño serias razón para falar desta muller cuxa culpabilidade é imposible determinar. Mais unha cousa é segura: tal muller existe. Vina cos meus propios ollos, e tamén a viron todos os que alí estaban, moitos dos cales nunca na súa vida mentiron; podes facerlles a mesma pregunta, que mesma resposta recibirás.

Hipócrates: O teu testemuño é suficiente para min, meu querido Sócrates. Esa muller existe. Pero que ten que ver isto coas matemáticas?

Sócrates: Máis do que imaxinas. Cóntame primeiro, coñeces a historia sobre Agamenón e Clitemnestra?

Hipócrates: Todo o mundo coñece esa historia. Vin a triloxía de Esquilo no teatro o ano pasado.

Sócrates: Cóntame entón a historia en poucas palabras.

Hipócrates: Mentres Agamenón, rei de Micenas, loitaba baixo as murallas de Troia, a súa muller, Clitemnestra, cometeu adulterio con Existo, o curmán do seu marido. Despois da caída de Troia, cando Agamenón regresou á casa, a súa muller e o seu amante asasinárono.

Sócrates: Dime, Hipócrates, estás seguro de que Clitemnestra é culpable?

Hipócrates: Non entendo por que me fas estas preguntas. Non pode haber dúbidas sobre esa historia: segundo Homero, cando Odiseo visitou o inframundo, coñeceu alí a Agamenon e foi el mesmo quen lle contou a Odiseo o seu triste destino.

SÓCRATES: Pero estás seguro de que Clitemnestra e Agamenón e todos os demais personaxes da historia existiron de verdade?

HIPÓCRATES: Quizais sexa desterrado se digo isto en público, pero a miña opinión é que resulta imposible afirmar ou negar hoxe, despois de tántos séculos, a veracidade das historias de Homero. Pero isto é bastante irrelevante. Cando che dixen que Clitemnestra era culpable, non falaba sobre a Clitemnestra terreal, se é que tal persoa viviu algunha vez, senón sobre a Clitemnestra da nosa tradición homérica, sobre a Clitemnestra na triloxía de Esquilo.

SÓCRATES: Podo afirmar que non sabemos nada sobre a verdadeira Clitemnestra? Incluso a súa existencia é incerta, mais no que respecta á Clitemnestra que é un personaxe da trioloxía de Esquilo, estamos seguros de que foi culpable e asasinou a Agamenón porque é iso o que nos di Esquilo.

HIPÓCRATES: Si, por suposto. Pero por que perseveras nisto?

SÓCRATES: Veralo nun momento. Deixame resumir o que xa descubrimos. No caso da muller de carne e óso que foi xulgada hoxe en Atenas, é imposible determinar a súa culpabilidade; sen embargo, non hai dúbida da culpabilidade de Clitemnestra, que é un personaxe dunha obra de teatro e que probablemente nunca existiu. Estás de acordo?

HIPÓCRATES: Comezo agora a entender o que me queres dicir. Pero preferiría que saques as conclusións ti mesmo.

SÓCRATES: A conclusión é a seguinte: temos un coñecemento moito máis seguro sobre as persoas que só existen na nosa imaxinación –por exemplo, sobre os personaxes dunha obra de teatro– que sobre as persoas vivas. Dicir que Clitemnestra foi culpable, só significa que así foi como Esquilo a imaxinou e presentou na súa obra. Ocorre exactamente o mesmo en matemáticas: estamos seguros de que as diagonais dun rectángulo son iguais porque isto séguese da definición de rectángulo dada polos matemáticos.

HIPÓCRATES: Queres dicir, Sócrates, que o noso paradoxal resultado é realmente certo e que podemos ter un coñecemento moito máis seguro sobre cousas inexistentes –por exemplo sobre os obxectos das matemáticas– que sobre os obxectos reais da natureza? Creo que xa vexo a razón disto. Os conceptos que creamos son, pola súa natureza, completamente coñecidos por nós e podemos descubrir a verdade completa sobre eles, pois non teñen outra realidade fóra da nosa imaxinación. Sen embargo, os obxectos que existen no mundo real non son idénticos á imaxe que nós temos deles, que sempre é incompleta e aproximada. Polo tanto, o coñecemento sobre as cousas reais nunca pode ser completo ou definitivo.

SÓCRATES: Esa é a verdade, meu mozo amigo, e afirmáchela ti moito mellor do que eu nunca faría.

HIPÓCRATES: É todo mérito teu, Sócrates, fuches ti quen me fixo entender todas estas cousas. Entendo agora non só que Theaitetos levaba razón ao dicirme que debía estudar matemáticas se quero obter coñecementos infalibles, senón tamén os motivos que lle dan tal razón. Non obstante, se me orientaches ata o de agora con paciencia, por favor, aínda non me abandones, pois unha das miñas preguntas –de feito, a máis importante– segue sen ter resposta.

SÓCRATES: Cal é esa pregunta?

HIPÓCRATES: Lembra, Sócrates, que viñen pedir o teu consello sobre se debería estudar matemáticas. Axudáchesme a entender que as matemáticas, e só as matemáticas, poden darme o tipo de coñecemento sólido que busco. Pero, para que serve ese coñecemento? Está claro que calquera coñecemento sobre o mundo existente, aínda que sexa incompleto ou non totamente seguro, será de gran valor para o individuo e para o estado. Incluso o coñecemento sobre cousas como as estrelas pode ser útil, por exemplo, na navegación nocturna. Pero, para que serve o coñecemento sobre cousas que non existen na realidade?

SÓCRATES: Meu querido amigo, estou seguro de que coñeces a resposta. Só queres poñerme a proba!

HIPÓCRATES: Por Heracles que non coñezo a resposta! Por favor, axúdame.

SÓCRATES: Ben, intentemos logo atopala. Xa sabemos que as nocións matemáticas son creadas polo propio matemático. Pero dime, significa isto que o matemático escolle as súas nocións de xeito arbitrario e como lle gusta?

HIPÓCRATES: Como xa che dixen, aínda non sei moito sobre matemáticas. Pero penso que o matemático é tan libre á hora de escoller os obxectos que estudará como libre é o poeta ao escoller os personaxes da súa obra. Ademais, así como o poeta dota aos seus personaxes dos trazos e características que a el lle gustan, tamén o matemático dota as súas nocións e conceptos das propiedades que a el lle gustan.

SÓCRATES: Se isto fose así, habería tantas verdades matemáticas como matemáticos. Como explicas entón que todos os matemáticos estudan as mesmas nocións e problemas? Como explicas que, como acostuma suceder, os matemáticos que viven lonxe uns dos outros e que non teñen contacto descubran as mesmas verdades de forma independente? Nunca escoitei falar de dous poetas que escribisen o mesmo poema.

HIPÓCRATES: Tampouco escoite falar de tal cousa. Pero lembro que foi Theaitetos quen me falou dun teorema moi interesante que el mesmo descubrira sobre distancias inconmensurables. Mostroulle os seus resultados ao seu mestre, Teodoro, quen lle ensinou unha carta de Arquitas na que aparecía, case palabra por palabra, o mesmo teorema.

SÓCRATES: Na poesía iso sería imposible. Ves agora que hai un problema. Pero sigamos. Como explicas que os matemáticos de diferentes países acostumen estar de acordo sobre a verdade mentres que sobre as cuestións relativas ao estado, por exemplo, os persas e os espartanos teñen puntos de vista moi opostos aos nosos? É máis, aquí, en Atenas, non adoitamos estar de acordo uns cos outros!

HIPÓCRATES: Podo responder a esta última pregunta. En asuntos relativos ao estado, todos están interesados persoalmente e estes intereses adoitan estar en contradición permanente. É por iso que é difícil chegar a un acordo. Sen embargo, o matemático está guiado puramente polo seu desexo de atopar a verdade.

SÓCRATES: Queres dicir que os matemáticos intentan atopar unha verdade completamente independente da súa propia persoa?

HIPÓCRATES: Si, xustamente.

SÓCRATES: Pero entón trabucámonos pensando que os matemáticos escolleron os seus obxectos por antollo. Parece maís ben que o obxecto do seu estudo ten un tipo de existencia que é independente da súa persoa. Temos que resolver este novo enigma.

HIPÓCRATES: Non vexo por onde comezar.

SÓCRATES: Se aínda tes paciencia, intentémolo xuntos. Dime, que diferenza hai entre o mariñeiro que atopa unha illa deserta e o pintor que atopa unha nova cor que ningún outro pintor usou antes ca el?

HIPÓCRATES: Creo que ao mariñeiro podemos chamarlle descubridor mentres que ao pintor inventor. O mariñeiro descobre unha illa que xa existía antes, só se descoñecía; mentres que o pintor inventa unha nova cor que antes non existía.

SÓCRATES: Ninguén podería responder mellor á pregunta. Pero dime, o matemático que atopa unha nova verdade, descubrea ou inventaa? É un descubridor coma o mariñeiro ou un inventor coma o pintor?

HIPÓCRATES: Paréceme que o matemático é máis ben coma un descubridor. É un ousado mariñeiro que navega polo descoñecido mar de pensamento e explora as súas costas, illas e remuíños.

SÓCRATES: Ben dito! estou completamente de acordo contigo. Só engadiría que, en menor medida, o matemático tamén é un inventor, especialmente cando inventa novos conceptos. Pero todo descubridor ten que ser, ata certo punto, tamén un inventor. Por exemplo, se un mariñeiro quere chegar a lugares aos que outros mariñeiros nunca chegaron, debe construír un barco que sexa mellor que os que empregaban os outros mariñeiros. Os novos conceptos inventados polos matemáticos son coma novos barcos que levan ao descubridor ao gran mar do pensamento.

HIPÓCRATES: Meu benquerido Sócrates, axudáchesme a atopar a resposta á pregunta que me parecía tan difícil. O principal obxectivo do matemático é explorar os segredos e as adiviñas do mar do pensamento humano. Estes existen independentemente da persoa do propio matemático, mais non da humanidade no seu conxunto. O matemático ten certa liberdade para inventar novos conceptos e ferramentas e parece que podería facelo ao seu antollo. Sen embargo, non é tan libre á hora de facelo, pois os novos conceptos teñen que ser útiles para o seu traballo. O mariñeiro tamén pode construír calquera tipo de barco ao seu criterio, pero, por suposto, non será tan estúpido como para construír un barco que sexa esnaquizado pola primeira tempestade. Creo que agora vexo con máis claridade que nunca que é o que son as matemáticas.

SÓCRATES: Se ves todo con claridade, tenta logo responder de novo á seuinte pregunta: que son matemáticas?

HIPÓCRATES: Chegamos á conclusión de que, ademais do mundo no que nós vivimos, existe outro mundo: o mundo do pensamento humano. Os matemáticos son intrépidos mariñeiros que exploran este mundo sen temor dos problemas, perigos e aventuras que alí lle esperan.

SÓCARTES: Meu amigo, o teu vigor xuvenil case me fai esvarar, pero temo que no ardor do teu entusiasmo esqueces certas preguntas.

HIPÓCRATES: Cales son esas preguntas?

SÓCARTES: Non quero decepcionarte, pero penso que aínda non temos resposta para a túa pregunta principal. Para que serve explorar o marabilloso mar do pensamento humano?

HIPÓCRATES: Coma sempre, meu benquerido Sócrates, tes razón. Non poderías abandonar por un intre o teu método e responderme directamente á cuestión?

SÓCARTES: Non, meu bo amigo, e aínda que puides, nunca faría iso;

é polo teu ben. O coñecemento que obteñas sen traballo entrarache por unha orella e sairache pola outra . Só ententemos completamente aquilo que descubrimos por nós mesmos. Somos como as plantas, que precisan da auga, mais só poden empregar a auga que beben do chan a través das súas raíces. A que vertemos polas follas nada bo lles aporta.

HIPÓCRATES: Está ben, continuemos logo co mesmo método. Axúdame coas túas preguntas.

SÓCARTES: Volvamos ao punto no que establecemos que o matemático non se ocupa do número de ovellas, barcos ou outras cousas existentes, senón dos números en si mesmos. Malia todo isto, non cres que o que os matemáticos descubren certo para os números puros tamén é certo para o número de cousas existentes? Por exemplo, o matemático descubre que 17 é un número primo. Mais, non é tamén certo que, agás que teñas 17 persoas, non poderás repartir 17 ovellas vivas dándolle a cada persoa un o mesmo número?

HIPÓCRATES: Por suposto, é certo todo o que dis.

SÓCARTES: Ben, falemos agora da xeometría. Acaso non se fai uso dela na construción de casas, na fabricación de macetas ou no cálculo da cantidade de grans que pode almacenar un barco?

HIPÓCRATES: Por suposto que se aplica! mais paréceme que para estes fins tan prácticos e propios do artesán non se precisan grandes matemáticas. As simples regras xa coñecidas polos escribáns dos faraóns de Exipto son suficientes para a maioría deses propósitos; os novos descubrimentos sobre os que Theaitetos me falou con tan desbordante fervor e paixon non se usan na práctica, nin fan falta que fai!

SÓCRATES: Se cadra agora non, pero quen sabe se futuro?

HIPÓCRATES: A min interñesame o presente.

SÓCRATES: Logo non es coherente, pois se o que queres é ser matemático, ben deberías saber que traballarás principalmente para o futuro. Volvamos á cuestión principal. Vimos que o coñecemento sobre outro mundo de pensamento, sobre cousas que non existen, pode empregarse na vida cotiá para responder a preguntas sobre o mundo real. Non é isto un tanto estraño?

HIPÓCRATES: Eu diría máis, é incomprensible. É realmente un milagre!

SÓCRATES: Quizais non sexa tan misterioso. Se abrimos a cuncha desta pregunta, atoparemos unha verdadeira perla.

HIPÓCRATES: Por favor, meu benquerido Sócrates, non me fale coma se foses un oráculo pítico.

SÓCRATES: Cóntame entón, sorpréndeste cando alguén que viaxou en países afastados e que viu e experimentou moitas cousas, volve á súa cidade e utiliza a súa experiencia para dar bos consellos aos seus concidadáns?

HIPÓCRATES: En absoluto.

SÓCRATES: E se os países que visitou o viaxeiro están moi afastados e son habitados por persoas ben diferentes dos gregos que falan nutra lingua e adorando a outros deuses, sorprenderíaste?

HIPÓCRATES: Nin sequera nese caso. Hai moito que é común entre pobos diferentes, pouco importan as linguas.

SÓCRATES: Dime entón agora, se resultase que o mundo das matemáticas é, a pesar das súas peculiaridades, semellante nalgún sentido ao mundo real, aínda che resultaría milagreiro que as matemáticas se poidan aplicar no estudo do mundo real?

HIPÓCRATES: Nese caso non, mais non vexo a semellanza entre o mundo real e o mundo imaxinario das matemáticas.

SÓCRATES: Ves aquela rocha na outra beira do río, alí onde se ensancha o río formando un pequeno lago?

HIPÓCRATES: Vexoa perfectamente.

SÓCRATES: E ves a imaxe da rocha reflectida na auga?

HIPÓCRATES: Si, perfectamente tamén.

Sócrates: Dime entón, que diferenza hai entre a rocha e o seu reflexo?

Hipócrates: A rocha é unha cousa sólida, e está formada por materia dura. Ponse quente se a deixas ao sol sol. Se a tocase, sentiría a súa dureza. Sen embargo, non podo tocar a imaxe reflectida; se lle botara a man, tan só tocaría a auga fría. De feito, a imaxe reflectida non existe realmente; é ilusión, nada máis.

Sócrates: Non hai nada en común entre a rocha e a súa imaxe reflectida?

Hipócrates: Si. En certo sentido, si. A imaxe reflectida é unha imaxe fiel da rocha. O contorno da rocha, incluso as súas pequenas irregularidades, son claramente visibles na imaxe reflectida. Pero que deduzo disto? Queres dicir que o mundo das matemáticas é unha imaxe reflectida do mundo real no espello do noso pensamento?

Sócrates: Dixéchelo ti, e dixéchelo moi ben!

Hipócrates: Pero como é posible?

Sócrates: Lembremos como se desenvolveron os conceptos abstractos das matemáticas. Diximos que o matemático traballa cos números puros e non cos números de obxectos reais. Pero cres realmente que alguén que nunca contou obxectos reais pode entender a noción abstracta de número? Cando un cativo aprende a contar, primeiro conta pedriñas e pauciños. Só se sabe que dúas pedriñas e tres pedriñas son cinco pedriñas e o mesmo con pauciños ou moedas, é capaz de comprender que dous e tres fan cinco. Ocorre o mesmo coa xeometría. A meniña fai súa á noción abstracta de esfera a través de experiencias con obxectos redondos coma balóns. A humanidade desenvolveu todos os conceptos fundamentais das matemáticas de xeito similar. Estas nocións foron cristalizadas a partir dun coñecemento do mundo real e, polo tanto, non é nada sorprendente, senón ben natural, que manteñan certas trazas da súa orixe. Trazas similares ás que os fillos mostran de seu pais. Do mesmo xeito que os nenos serán, xa de adultos, axudantes de seus pais, calquera rama das matemáticas suficientemente desenvolvida convértese nunha útil ferramenta para explorar o mundo real.

Hipócrates: Agora vexoo todo moi claro. Xa entendo como se pode empregar o coñecemento das cousas inexistentes do mundo das matemáticas na vida cotiá. Sócrates, prestáchesme un gran servizo axudándome a entender todo isto.

Sócrates: Envéxote, querido Hipócrates, pois eu aínda me pregunto por unha cousa que me gustaría aclarar. A ver se me podes axudar…

Hipócrates: Faríao con gusto se puidese, pois gustaríame amosar o meu agradecemento, pero penso que queres burlarte novamente de min. Non me avergoñes pedindo a miña axuda e cóntame que foi o que escapou da miña atención.

Sócrates: Atoparalo ti mesmo se intentas resumir os resultados da nosa discusión.

Hipócrates: Ben, comezamos a conversa aclarando que as matemáticas son capaces de dar coñecementos moi certeiros sobre un mundo diferente do mundo no que vivimos, máis concretamente, sobre o mundo do pensamento humano. Quedaba entón pendente a cuestión sobre o uso deste coñecemento. Mais xa descubrimos que o mundo das matemáticas non é outra cousa que un reflexo na nosa mente do mundo real. Isto deixa claro que cada descubrimento sobre o mundo das matemáticas proporcionará información interesante sobre o mundo real. Estou completamente satisfeito con esta resposta.

Sócrates: Se che digo que a resposta aínda non está completa, non o fago por fastidiarte ou confundirte, senón porque ben sei que, máis tarde ou mías cedo, percataríaste por ti mesmo e reprocharíasme entón: "meu querido Sócrates, tes moita máis experiencia ca min na arte de facer preguntas e mirar as cousas desde todos os ángulos, por que me fixeches crer que entendera o que eran as matemáticas mentres que eu, en verdade, aínda pouco entendera?". Esta é a razón pola que che pido que teñas paciencia e respondas algunhas preguntas máis. Por exemplo, que sentido ten estudar a imaxe reflectida cando podemos estudar o propio obxecto?

HIPÓCRATES: Levas razón. É unha pregunta obvia. Eres un feiticeiro, Sócrates. Logras confundirme cunhas poucas palabras e derribas logo, cunha inocente pregunta, o feble edificio que con tantas dificultades construín. Por suposto, debería responderche que se somos capaces de ver o orixinal, non ten moito sentido mirar a imaxe reflectida. Estou seguro de que isto tan só proba que o noso símil falla neste momento. Certamente hai unha resposta, pero eu non sei como atopala.

SÓCRATES: É certo que o paradoxo apareceu porque nos mantivemos demasiado cerca do símil da imaxe reflectida. EN realidade, un símil é como un arco: se o estiras demasiado, rompe. Deixémolo logo caer e escollamos outro. Sabes que os viaxeiros e os mariñeiros fan un bo uso dos mapas, non si?

HIPÓCRATES: Si, incluso teño experiencia. Queres dicir que as matemáticas son un mapa do mundo real?

SÓCRATES: Xustamente. Poderías responderme agora á pregunta: cal é a vantaxe de mirar ao mapa en vez de ao paisaxe?

HIPÓCRATES: A resposta é doada. Empregando o mapa podemos explorar enormes distancias que só se poderían percorrer viaxando durante moitas semanas ou meses. O mapa non amosa todos os detalles, pero si as cousas máis importantes. Polo tanto, é moi útil se desexamos planificar unha longa viaxe.

SÓCRATES: Moi ben, pero hai algo máis.

HIPÓCRATES: A que te refires?

SÓCRATES: Hai outra razón pola que podería ser útil o estudo do reflexo matemático do mundo. Se os matemáticos descubren unha nova propiedade do círculo, obtemos logo nova información sobre calquera obxecto con forma circular. Así pois, o método das matemáticas permítenos tratar cousas diferentes a un mesmo tempo.

HIPÓCRATES: Se alguén observa unha cidade desde o alto dun outeiro próximo, terá unha visión ben máis completa ca se percorre as súas estreitas e enleadas rúas; ou se un xeneral observa os movementos dun exército inimigo desde un outeiro, sempre terá unha imaxe máis clara da situación que a do soldado de primeira liña que só ve aos que ten enfronte. Que opinas dos meus símiles?

SÓCRATES: Moi ben! supérasme na inventiva de novos símiles. Non quero quedar atrás, déixame engadir unha parábola: recentemente mirei un cadro de Aristofonte, o fillo de Aglaofón, e díxome o pintor: “se te achegas en exceso ao cadro, Sócrates, só verás manchas de cores, pero non verás o cadro completo”.

HIPÓCRATES: Por suposto, levaba moita razón ese pintor, mais tamén ti cando non deixaches rematar esta discusión antes de chegar ao cerne da cuestión. Penso que é hora de que volvamos á cidade, xa caen as sombras do pesadelo e teño fame e sede. Se aínda tes algo de paciencia, gustaríame preguntarche algo mentres camiñamos.

SÓCRATES: Está ben, regresemos. Escoito a túa pregunta.

HIPÓCRATES: A conversa que mantivemos convenceume plenamente de que debo comezar a estudar matemáticas e estouche moi agradecido por isto. Pero dime, por que ti mesmo non estudas matemáticas? A xulgar pola túa profunda comprensión da natureza e importancia das matemáticas, creo que superarías a todos os matemáticos de Grecia se nelas te concentraras. Eu estaría encantado de seguilo como alumno de matemáticas se así me aceptase.

SÓCRATES: Non, meu benquerido Hipócrates, iso non é asunto meu. Teodoro sabe moito máis ca min sobre matemáticas e non atoparás mestre mellor ca el. Como resposta á túa pregunta de por que eu mesmo non son matemático, explicareiche as razóns. Non oculto a miña alta estima polas matemáticas. Penso que nós, os gregos, non logramos ningún progreso tan importante coma o xa acadado en matemáticas, e o que ves só é o comezo! Se non nos masacramos en guerras tolas e sanguinarias, obteremos resultados marabillosos como descubridores e inventores. Preguntáchesme por que non me sumo ás filas dos que desenvolven esta gran ciencia. De feito, son unha especie de matemático, só que doutro tipo. Unha voz interior, podes chamarlle oráculo ao quen eu sempre escoito atentamente, preguntoume hai xa moitos anos: "Sócrates, cal é a fonte dos grandes avances que os matemáticos fixeron na súa nobre ciencia?". Respondínlle: çreo que a orixe do éxito dos matemáticos reside nos seus métodos, nos altos estándares da súa lóxica, no seu esforzo e compromiso coa verdade completa e nos seus costumes de partir sempre dos primeiros principios, de definir todas as nocións empregadas exactamente e de evitar a contradición". A miña voz interior respondeume: "Moi ben, pero por que cres, Sócrates, que ese método de pensar e argumentar só se pode usar para o estudo dos números e as formas xeométricas? Por que non intentas convencer aos teus concidadáns para que apliquen os mesmos altos estándares lóxicos en calquera outro campo, por exemplo en filosofía, política ou para discutir os problemas da vida pública e privada diaria?". Este foi o meu obxectivo desde aquel momento. Fun eu quen *demostrou* (lembra, por exemplo, a nosa discusión con Protágoras) *que os que se pensan que son homes sabios son, na súa maioría, tolos e ignorantes. Todas as súas discusións carecen de fundamentos sólidos, pois* —contrariamente do que fan os matemáticos— *empregan nocións indefinidas e só a medias entendidas*. Con esta actividade, conseguín facer de case todos o meu inimigo. Isto non era de estrañar, pois para todas as persoas que son lentas no pensamento, ociosas nos contidos e empregan termos escuros, son eu a súa viva recriminación. Á xente non lle agrada que lles recorde constantemente as faltas que non saben ou non queren correxir. Chegará o día en que estas persoas caian sobre min exterminándome. Paro ata que chegue ese día, continuarei seguindo coa miña obriga. Ti vai con Teodoro!

2. *Diálogo sobre as aplicacións das matemáticas*

Arquímedes: Súa maxestade! Que sorpresa a esta hora tan tardía! A que debo a honra da visita do rei Hierón ao meu modesto fogar?

Hierón: Meu querido amigo Arquímedes, esta noite din un gran banquete no meu palacio para celebrar o gran triunfo da nosa pequena cidade, Siracusa, sobre os poderosos romanos. Inviteite, pero o teu lugar quedou baleiro. Por que non viñeches? É a ti a quen debemos esta gran vitoria! Os teus espellos cóncavos, enormes e feitos en bronce incendiaron dez dos vinte grandes barcos dos romanos, que aceleraron logo –como fachos de lume e no vendaval do suroeste– fóra do noso porto. Afundiron todos antes de chegar a mar aberto! Non podía ir durmir sen vir antes agradecerche a liberación da nosa cidade do inimigo romano.

Arquímedes: Poden regresar en calquera momento e ademais, seguimos rodeados polo continente.

Hierón: Falaremos diso máis adiante. Primeiro, déixame entregarche un agasallo: o mellor que podo darche.

Arquímedes: Unha verdaeira obra mestra!

Hierón: Esta bandexa é de ouro puro; podes probalo co teu método, non atoparás nela nin rastro de prata.

Arquímedes: Polo que vexo, os relevos mostran as aventuras de Odiseo. Aí están aos incautos troianos tirando do cabalo xigante de madeira cara á súa cidade; sempre me preguntei se os troianos usaban algún tipo de polea composta para conseguilo. Por suposto, o cabalo estaba sobre rodas, pero o camiño cara á cidade debeu ser bastante empinado.

HIERÓN: Meu querido Arquímedes, por Zeus! esquece por un intre as túas poleas! Ben lembras a miña perplexidade cando ti só, simplemente xirando o mango da túa triple polea, botaches ao mar o pesado barco que quería enviar ao rei Ptolomeo (III Evergetes). Pero céntrate agora en observar as outras escenas da bandexa.

ARQUÍMEDES: Recoñezo aos cíclopes, e a Circe convertendo aos compañeiros de Odiseo en porcos. Vexo aquí o concerto de sereas que escoita Odiseo mentres está encadeado ao mastro do seu barco; se te fixas na súa cara, incluso podes escoitar o sedutor canto. E aí está Odiseo no inframundo, falando coa sombra de Aquiles, e aquí asusta á encantadora Nausicaä e ás súas nenas e finalmente, por suposto, a escena na que Odiseo, disfrazado de vello mendigo, arma o seu arco e axusta contas cos seus pretendentes: unha peza de arte marabillosa! Agradézollo, meu bondadoso rei; é un agasallo propio dun rei.

HIERÓN: Era a mellor peza do meu tesouro, pero merécelo. Escollino non só pola súa beleza e valor, senón por un terceiro motivo: o que fixeches hoxe por Siracusa só pode ser comparado co truco de Odiseo; ambos son triunfos dunha mente aguda sobre a forza bruta.

ARQUÍMEDES: Fai vostede que un vellor coma min vello se ruborice. Pero permítame lembrarlle novamente que a guerra aínda non rematou. Gustaríaclle escoitar o consello dun vello?

HIERÓN: Si. É máis, ordénoche como rei, que me contes –con sinceridade plena– a túa opinión.

ARQUÍMEDES: É momento de facer as paces cos romanos; desde que comezara a guerra, nunca estiveramos nunha posición de negociación tan favorable. Se Marcelo non che envía o seu emisario antes da medianoite, ti deberías enviarlle o teu antes do amencer e facer logo as paces con el antes do novo ocaso. Marcelo está ansioso por retirar as tropas que sitian a cidade porque precisa delas contra Aníbal. Ademais, se logra un acordo mañá mesmo, poderá informar a Roma dunha vitoria, aínda que só sexa diplomática, e non só da triste nova de perder a metade da súa flota. Cando o informe sobre a batalla de hoxe chegue a Roma, os romanos enfurecerán de tal xeito que logo non serán satisfeitos máis que coa vitoria total.

HIERÓN: A túa análise é correcta. De feito, esta noite recibín unha mensaxe de Marcelo na que ofrecía a paz e retirada das súas tropas baixo certas condicións. Se coñeceses estas condicións, estarías menos interesado en facer as paces cos romanos.

ARQUÍMEDES: Que quere Marcelo?

HIERÓN: Ben, quere moito ouro e prata. Quere tamén dez novos barcos polos dez que lle afundimos hoxe; ademais, todos os nosos fortes agás un, no que estaría estacionada unha guarnición de soldados romanos, deben ser demolidos. Quere que tamén que lle declaremos a guerra a Cartago e, finalmente, esixe ao meu fillo Gelón, á miña filla Helena e a ti mesmo como reféns. Promete non danar a cidade e xura que non atacará a ningún dos seus habitantes mentres cumpramos co tratado.

ARQUÍMEDES: Se cadra, aínda que non insista en todas esas condicións, teimará pedíndolle que me faga refén del.

HIERÓN: Falas con frialdade, pero por todos os deuses do Olimpo, que mentres eu viva, non poño aos meus fillos nas mans do inimigo. Pouco me importa o ouro e os barcos, podo darllos. Pero o que menos me gusta das súas condicións é que, se as cumprimos, estaremos completamente á súa mercé. Que garantías temos de que el cumprirá o tratado? Non me dá ningún refén.

ARQUÍMEDES: Coidese, maxestade, de non expresarlle as súas dúbidas. Os romanos son moi sensibles no tocante á súa honra. Quizais poida evitar ter que entregarlle a seus fillos como reféns.

HIERÓN: E que hai de ti, Arquímedes? Estarías disposto a facer este sacrificio pola túa cidade?

ARQUÍMEDES: É unha petición ou só unha pregunta retórica?

HIERÓN: Só unha pregunta, por suposto. Queres saber que lle respondín a Marcelo?

ARQUÍMEDES: Xa lle respondeu?

HIERÓN: Si. Acepteille todas as condicións, agás a de darte como refén; acordei dar aos meus fillos como reféns só baixo a condición de que el me enviara a dous dos seus fillos como reféns. En canto a ti, díxenlle que a túa idade non che permite vivir no campamento. Non obstante, sabendo que realmente non te quere como refén senón que só quere a túa sabedoría, prometín que lle escribirías unha descrición completa de todos os teus inventos de importancia militar.

ARQUÍMEDES: Nunca escribirei nada sobre os meus inventos sobre a guerra.

HIERÓN: Como non? Se logramos a paz, xa non precisaremos deles. Cóntame, por que rexeitas escribir sobre os teus inventos?

ARQUÍMEDES: Maxestade, se ten paciencia para escoitar as miñas razóns, fareino deseguido.

HIERÓN: Estou preparado para escoitar. Quero agardar esperto a resposta de Marcelo.

ARQUÍMEDES: Temos logo moito tempo, pois Marcelo aínda tardará un tempo en escribir a súa resposta. Soará coma un látego!

HIERÓN: Cres que interromperá as negociacións?

ARQUÍMEDES: Naturalmente. Vostede puxo en dúbida a súa honra. Nunca llo perdoará; non haberá acordo.

HIERÓN: Pode que leves razón.

ARQUÍMEDES: Maxestade, sempre admirei a súa dote na enxeñosa diplomacia, así como a súa habilidade psicolóxica que lle permite adiviñar os pensamentos secretos dos inimigos. Mais desta vez descoidou ese talento.

HIERÓN: Teño que admitilo. Actuei moi apresuradamente, pode que fose bébedo, máis de vitoria ca de viño. Pero feito, feiro está. Malia todo, Arquímedes, desexo escoitar os teus motivos.

ARQUÍMEDES: Malia que é unha cuestión académica, explicarei o meu punto de vista. Comparou vostede, maxestade, as miñas máquinas co cabalo de madeira de Troia. Ben, esa comparación é certamente axeitada, pero nun sentido moi diferente. Odiseo empregou o cabalo de madeira para introducirse a si mesmo xuntos cuns soldados gregos en Troia. Eu emprego as miñas máquinas para introducir unha idea na mente dos gregos, sendo tal idea a de que as matemáticas –e non só as elementais, senón tamén as máis sutís– poden ser aplicadas con éxito a fins prácticos. Debo confesar que dubidei moito antes de facelo, pois eu odio a guerra e o asasinato. Pero a guerra estaba aquí de todos modos e esa era a única forma de facerme entender. Probei antes outros xeitos, pero foi en balde. Lémbrolle que hai uns anos, cando inventei unha bomba para sacar a auga das minas para que a xente que alí traballa non vadese pola auga ata as cadeiras, a vostede nada daquilo lle interesou. O capataz das súas minas díxo que non lle importaba se se mollaban as pernas dos escravos; seica non están feitas de sal; esas foron as súas verbas. E lembra cando propuxen facer unha máquina para regar as leiras? Dixéronme entón que o traballo dos escravos era máis barato. E cando propuxen empregar a forza do vapor para dirixir os muíños do rei Ptolomeo, cal foi a súa resposta? Dixo que os muíños que serviran aos seus antepasados tamén a el o servirían. Recórdolle outros exemplos? Teño polo menos unha ducia máis. Todos os meus esforzos por mostrar ao mundo o que as matemáticas poden facer por eles en paz foron en balde. Pero cando se achegaba a guerra, de súpeto recordou vostede as miñas poleas, rodas dentadas e palancas. En tempos de paz, todos consideraban os meus inventos coma xoguetes, indignos dun adulto serio e, moito menos aínda, dun filósofo. Vostede mesmo, que sempre me apoiou e me axudou a levar a cabo as miñas ideas, nunca as considerou moi seriamente; só lle ensinaba as miñas máquinas aos convidados para entretelos, nada máis. Despois veu a guerra e os barcos romanos pecharon o noso porto. Atrevinme a facer unha observación casual, a de que lanzando pedras cunha catapulta poderíamos expulsar aos barcos; aceptou a idea. Non podía retirar o que xa dixera e tiven que seguir adiante. Unha vez iniciado ese sendeiro, tiña que continuar. Os meus sentimentos ao respecto mesturáronse desde o comezo. Estaba, por suposto, feliz de que os meus inventos xa non fosen ridiculizados e tiven ademais, por fin, a oportunidade de amosarlle ao mundo o que eran,realmente, as matemáticas en acción. Pero non era ese o tipo de acción co que eu quería probar o valor práctico das ideas matemáticas. Vin homes asasinados polas miñas máquinas e sentíame profundamente culpable. Fixen un xuramento solemne a Atenea, non revelaría o segredo das miñas máquinas de guerra a ninguén, nin de palabra nin por escrito. Intentei calmar a miña conciencia dicíndome que as novas sobre que Arquímedes derrotaba aos romanos en Siracusa coa axuda das matemáticas chegarían a todos os recunchos do mundo de fala grega e aínda se lembrarían de min xa ben rematada e incluso esquecida a guerra, mentres que os segredos das miñas máquinas de guerra enterraríanse comigo.

HIERÓN: Realmente así é, meu querido Arquímedes; a fama das túas máquinas xa se estendeu ata terras ben afastadas. Recibo cartas de reis que son meus amigos e preguntan polos teus inventos.

ARQUÍMEDES: E que lles responde, maxestade?

HIERÓN: Dígolles que estas preguntas non se poden responder mentres continúe a guerra.

ARQUÍMEDES: Agardo agora que entenda cales son as razóns polas que non dou a coñecer os meus segredos. Manteñoos incluso a salvo daqueles que poñen en práctica as miñas ideas, pois cada un deles só coñece un pequeno detalle. Alédame que nunca me atormentara con preguntas; non podería respondelas.

HIERÓN: Gustaríame facerche algunhas preguntas. Non temas, non pedirei coñecer os teus segredos; só me interesa o principio xeneral subxacente.

ARQUÍMEDES: Penso que podo responder a esas preguntas sen romper o meu xuramento.

HIERÓN: Antes de comezar, gustaríame saber outra cousa. Por que consideras tan importante que se acepten as túas ideas sobre a utilidade das matemáticas?

ARQUÍMEDES: Se cadra fun inxenuo de máis, pero pensei que podería cambiar o curso da historia. Preocupábame o futuro do noso mundo grego. Crin que se aplicásemos as matemáticas a gran escala –á fin e ao cabo as matemáticas son un invento grego e moi probablemente o mellor logro do noso espírito– poderiamos salvar o noso modo de vida grego. Entendo agora que xa é demasiado tarde. Os romanos conquistarán non só Siracusa, senón todas as demais cidades gregas. A nosa época rematou.

HIERÓN: Mesmo se así fose, a nosa cultura grega non se perdería: os romanos asumiríana como propia. Mira como intentan imitarnos. Copian as nosas estatuas, traducen a nosa literatura e ben ves: Marcelo está interesado nas túas matemáticas.

ARQUÍMEDES: Os romanos nunca o entenderán realmente ben. Son demasiado prácticos; non gustan das ideas abstractas.

HIERÓN: Certamente, eles están moi interesados nos seus usos prácticos.

ARQUÍMEDES: Pero estas dúas facetas non poden separarse. Hai que ser un soñador de soños para aplicar as matemáticas con éxito real.

HIERÓN: Parece paradoxal. Pensaba que para aplicar as matemáticas debía ter primeiro un bo sentido práctico. Isto lévame de novo á miña pregunta inicial. Cal é realmente o segredo da nova ciencia –chamémoslle matemáticas aplicadas— que ti inventaches? E cal é a principal diferenza entre esa matemática aplicada e ese outro tipo de matemáticas –chamémoslle matemáticas puras– que se ensina aos cativos nas escolas?

ARQUÍMEDES: Lamento decepcionalo, maxestade. Non existe ningún outro tipo de matemáticas que as que lle ensinaron os seus profesores, e non sen éxito, como ben lembro. A matemática aplicada, como arte diferente e separada das matemáticas, non existe. O meu segredo está tan ben oculto porque non é ningún segredo; a súa obviedade é a súa mellor carauta. Está tan agochado coma unha moeda de ouro tirada ao chan na rúa.

HIERÓN: Queres dicir que as túas marabillosas máquinas están baseadas no tipo de matemáticas que todo home educado coñece?

ARQUÍMEDES: Está vostede cada vez máis preto da verdade.

HIERÓN: Podes mostrarme un exemplo?

ARQUÍMEDES: Ben, falemos logo dos espellos cos hoxe logrei tan bos resultados. O que fixen foi, simplemente, lembrar unha coñecida propiedade da parábola: ao tomar calquera punto P dunha parábola, conectalo co foco e debuxar a través de P unha liña que sexa paralela ao eixo, estas dúas liñas forman ángulos iguais coa tanxente á parábola no punto P. Pode consultar este teorema nos libros dos meus afamados colegas de Alexandría.

HIERÓN: É ben difícil crer que destruíses a metade da flota de Marcelo con este teorema, que é máis ca unha entre os centos de proposicións xeométricas similares. Recordo moi vagamente, pero esquecín por completo a súa proba.

ARQUÍMEDES: Estou seguro de que o entendeu cando lle presentaron algunha das súas múltiples probas, xuraría que ata admirou a súa beleza e elegancia, pero iso foi todo para vostede. Algúns matemáticos deron un paso máis e exploraron algunhas das súas consecuencias puramente xeométricas; outros inventaron novas probas, pero detivéronse alí. Eu, simplemente, fun un paso máis aló: mirei tamén as súas consecuencias non matemáticas.

HIERÓN: Eu diría que inventache unha nova lei da óptica.

ARQUÍMEDES: Pero a óptica non é máis ca unha rama da xeometría. O que usei da óptica, a lei da reflexión dun raio, é tamén ben coñecido desde hai xa moito tempo.

Hierón: Polo que dis, entendo que non é preciso obter novos resultados matemáticos para a aplicación das matemáticas e que basta con empregar a contraparte matemática axeitada, que acostuma ser ben coñecida xa de antigo, de certa situación práctica.

Arquímedes: Non, non é tan sinxelo. Sucede a miúdo que o teorema que precisamos non existe e é un mesmo quen ten que atopalo e demostralo. Malia todo, cando isto non é necesario, tampouco é comparable a dificultade de atopar unha contrapartida matemática –como vostede di (eu prefiro chamarlle modelo matemático)– coa de emparellar luvas. En primeiro lugar, pódense construír diferentes modelos matemáticos para unha mesma situación práctica; hai que escoller o máis xeitoso, que será aquel que se axuste á situación dada tanto como os obxectivos prácticos requiran (nunca se axustará completamente). Simultaneamente, o modelo non debe ser demasiado complicado, pois debe ser matemáticamente factible. Trátase logo de requisitos conflitivos e normalmente é preciso un delicado equilibrio entre ambos. O modelo debe asemellarse á situación real naqueles aspectos verdadeiramente importantes para os propósitos con que foi deseñado, pero debe deixar de lado todo aquilo que non sexa de gran importancia para os seus obxectivos reais. Un modelo non ten por que ser semellante á realidade modelada en todos os aspectos, só naqueles que realmente nos importan. Doutra banda, un mesmo modelo matemático pode empregarse en situacións prácticas ben distintas. Por exemplo, empreguei as propiedades das parábolas á hora de deseñar as catapultas, pois a traxectoria que describe unha pedra lanzada por unha catapulta pode ser aproximada por unha parábola. Mais tamén usei parábolas para calcular canto se mergullará un barco no mar polo peso da súa carga. Por suposto, a sección transversal dun barco non coincide exactamente coa forma dunha parábola, pero un modelo máis realista xa non sería matemáticamente manexable. Sen embargo, os resultados obtidos coincidiron bastante ben cos feitos observados. Ademais, logrei descubrir baixo que condicións se mantén en posición vertical un barco que é golpeado polo vento e as ondas, resulta que o seu centro de gravidade tende a estar na posición máis profunda posible. Á hora de describir unha situación tan complicada, incluso un modelo moi simple e aproximado pode ser útil, pois proporciona resultados cando menos cualitativamente correctos, e estes poden ter na práctica unha importancia aínda maior que a dos resultados puramente cuantitativos. A experiencia ensinoume que incluso un modelo matemático primitivo ou moi pouco elaborado pode axudarnos moito a comprender mellor unha situación práctica. Pois ao intentar configurar un modelo matemático, vémonos forzados a pensar en todas as posibilidades lóxicas, a definir todos os conceptos sen ambigüidades e a distinguir entre factores importantes e facores secundarios. Un modelo matemático que nos leva a resultados contraditorios cos feitos tamén podería ser útil, pois o fracaso dun modelo axúdanos a dar cun mellor.

HIERÓN: Paréceme que a matemática aplicada é moi semellante á guerra: en ocasións, unha derrota é máis valiosa ca unha vitoria. A derrota fainos ver o inadecuado das nosas armas e estratexia.

ARQUÍMEDES: Vexo que xa entende o punto esencial.

HIERÓN: Cóntame algo máis sobre os espellos.

ARQUÍMEDES: Xa lle contei a idea básica. Despois de dar coa idea de usar a xa mencionada propiedade das parábolas, tiven que resolver a cuestión sobre como puír un espello metálico con forma de paraboloide de revolución, pero preferiría non falar diso. Por suposto, tiven que seleccionar unha aliaxe adecuada.

HIERÓN: Sen entrar nos teus segredos, está claro que ademais das propiedades da parábola tamén tes que saber moito sobre metais e como tratar con eles. Paréceme que iso demostra que o coñecemento das matemáticas non é suficiente para alguén querе aplicalo, non? Un home que queira aplicar as matemáticas está nunha posición similar á dun home que quere montar dous cabalos ao mesmo tempo, non si?

ARQUÍMEDES: Cambiarei o teu símil lixeiramente: é coma un home que quere enganchar dous cabalos ao seu carro. Non é moi difícil, pero por suposto, é necesario certo coñecemento dos cabalos e do carro. Calquera dos seus xinetes ten eses coñecementos.

HIERÓN: Estou bastante confuso. Cando penso que a matemática aplicada é misteriosa, demóstrasme que, en realidade, é moi sinxela; pero cando estou convencido é realmente simple, indícasme que é moito máis complicada do que eu imaxinaba.

ARQUÍMEDES: Os principios son obvios, pero os detalles ás veces son ben complexos.

HIERÓN: Aínda non teño nada claro a que te refires cando falas dun modelo matemático. Cóntame máis.

ARQUÍMEDES: Lembra a esfera que construín hai uns anos para imitar os movementos do sol, a lúa e os cinco planetas? Si, aquela a que empreguei para amosarlle como acontecen as eclipses do sol e da lúa?

HIERÓN: Por suposto, é unha das cousas teño no palacio e que amoso a todos os meus visitantes; todo o mundo pensa que é sensacionañ. É ese un modelo matemático do universo?

ARQUÍMEDES: Non, iso sería un modelo físico. Os modelos matemáticos non son visibles, só existen na nosa mente e só poden expresarse mediante fórmulas. Un modelo matemático do universo é o común ao universo real e ao meu modelo físico. No modelo físico, por exemplo, cada planeta é unha pequena bola do tamaño dunha laranxa. No meu modelo matemático do universo os planetas represéntanse simplemente por puntos.

HIERÓN: Creo que agora comezo a entenderte. Pero volvamos por un intre ao símil dos cabalos. A arte de aproveitar os cabalos para un carro e logo conducilos é ben distinta da de criar cabalos. Que me podes dicir da arte de aplicar as matemáticas? é moi distinta da de buscar e demostrar teoremas?

ARQUÍMEDES: Por suposto, levas razón no dos cabalos, pero o home que criou ao cabalo acostuma ser quen máis e mellor sabe del e ninguén mellor ca el poderá montalo. En canto ás matemáticas, comentei antes que para poder aplicalas con éxito hai que ter unha comprensión profunda delas. Quen desexe aplicar as matemáticas de xeito orixinal, debe que ser un matemático creativo. Reciprocamente, unha preocupación polas aplicacións tamén pode axudar na investigación da matemática pura.

HIERÓN: Como é iso posible? Podes indicarme algún exemplo?

ARQUÍMEDES: Quizais recorde que hai algún tempo estiven moi interesado por unha cuestión da mecánica: atopar o centro de gravidade dun corpo. Os resultados que obtiven sobre centros de gravidade axudáronme a construír máquinas e tamén a probar novas proposicións xeométricas. *Desenvolvín logo un método ben peculiar; esencialmente, consiste en abordar determinados problemas xeométricos mediante consideracións mecánicas relacionadas co centro de gravidade. Este método ten un carácter heurístico; isto é, non proporciona probas exactas. Non obstante, son moitos os teoremas que logrei comprender por primeira aplicando este novo método de razoamento. Por suposto, dado que dito método non proporciona demostracións, tiven que probar os teoremas antes conxecturados mediante os métodos tradicionais de xeometría. Pero é moito máis doado proporcionar tal proba se xa se adquiriu antes certo coñecemento sobre a cuestión a través de analoxías mecánicas, pois así xa sabes que é o que debes demostrar.*

HIERÓN: Cóntame un teorema que atoparas deste xeito tan estraño.

ARQUÍMEDES: *A área de calquera segmento dunha parábola é catro terzos da área do triángulo que ten a mesma base e altura*. Despois de atopar o resultado co meu método, atopei unha proba segundo o método tradicional.

HIERÓN: Se atopaches ese teorema polo método da mecánica, por que te preocupaches por dar unha proba xeométrica?

ARQUÍMEDES: Cando descubrín o método por primeira vez, os resultados que obtiña coa súa axuda non eran sempre correctos; máis tarde, analizando os casos nos que o método fallaba, desenvolvino ata chegar ao método actual, que xa nunca me engana. Malia todo, aínda non podo demostrar que todos os resultados que obteño deste xeito sexan realmente verdadeiros; quizais alguén o demostre algún día, pero ata ese momento non teño confianza plena no método.

HIERÓN: Pero, son realmente necesarias as probas estritas e rigorosas na matemática aplicada? Á fin e ao cabo, como xa ti dixeches, o modelo matemático só é unha aproximación da realidade. Se empregas fórmulas aproximadamente correctas, os resultados que obteñas estarán aproximadamente preto da realidade, mais nunca poderán ser absolutamente correctos.

ARQUÍMEDES: Aí erra, maxestade. É xustamente debido a que o modelo matemático tan só é unha aproximación que sempre mantén certa discrepancia cos feitos reais, que hai que ter especial coidado de non aumentar aínda máis esa discrepancia cun uso descoidado das matemáticas. Temos que ser o máis precisos posible. Por certo, en canto ás aproximacións, é un malentendido corrente crer que usar aproximacións significa afastarse da precisión matemática. As aproximacións gozan dunha teoría precisa e os resultados sobre aproximacións –como as desigualdes, por exemplo– teñen que demostrarse de xeito tan rigoroso como as identidades. Lembras as aproximacións que dera para a área dun círculo de diámetro a unidade? Demostreinas co rigor habitual da xeometría.

HIERÓN: Atopaches algún resultado máis co método mecánico?

ARQUÍMEDES: Si. Ese método tamén levou ao descubrimento de que *o volume dunha esfera é dous terzos do volume do cilindro circunscrito*.

HIERÓN: Escoiteiche dicir que cando morras queres que ese teorema sexa inscrito na túa lápida. Significa iso que consideras a este resultado a túa conclusión máis destacada?

ARQUÍMEDES: Creo que o método en si mesmo é moito máis importante que calquera dos resultados particulares que obtiven coa súa axuda. Lembras unha vez, falando das palancas, dixen aquilo de: *"Dame punto de apoio e moverei a Terra"*? Obviamente, ese punto non existe neste mundo. Non obstante, nas matemáticas, si que temos ese punto no que apoiarnos; a saber: os axiomas e a lóxica. Aplicar as matemáticas a problemas do mundo real significa entón mover a terra dende o punto fixo das matemáticas.

HIERÓN: Sempre falas de aplicar as matemáticas, pero todos os exemplos que me mostras son aplicacións da xeometría. Agora xa vexo e entendo como se aplica a xeometría. O funcionamento dunha máquina depende, por exemplo, da forma e do tamaño dos seus compoñentes e a traxectoria dunha pedra lanzada pola túa catapulta coincide, como ti xa dixeches, cunha curva moi semellante a unha parábola. Pero, que pasa coas outras ramas das matemáticas? Consideremos, por exemplo, a teoría de números. Non son capaz de imaxinarme cal pode ser a súa importancia na práctica. Evidentemente, non me refiro á aritmética elemental que se emprega a cotío todo tipo de computación; refírome, máis ben, á divisibilidade, aos números primos, ao mínimo común múltiplo e outros temas similares.

ARQUÍMEDES: Ben, fíxate que se conectas dúas rodas dentadas cada unha cun número diferente de dentes, o mínimo común múltiplo xa aparece aí inevitablemente. Convéncete ese exemplo tan sinxelo exemplo?

Recentemente, recibín unha carta do meu amigo Eratóstenes de Cirene; descríbeme con detalle un método ben sinxelo, pero tamén moi enxeñoso, que el mesmo inventou para atopar números primos. El chámalle o método da peneira. Pensando nese método, xa fixen o esbozo dunha máquina que dará conta da súa idea. Esta máquina funcionaría cun conxunto de rodas dentadas: cando xiras varias veces, digamos que n veces, e miras nun buraco, se a vista está clara, o número n é primo; pero se a vista está cuberta, entón n é composto.

HIERÓN: Iso é realmente incrible. Cando remate a guerra, debes construír esta máquina. Aos meus convidados encantaralles.

ARQUÍMEDES: Se para daquela estou vivo, seguramente o faga. Probará que as máquinas tamén poden resolver problemas matemáticos e quizais axude aos matemáticos a decatarse de que, incluso desde o seu propio punto de vista, poden gañar algo estudando a relación entre matemáticas e máquinas.

HIERÓN: Agora que falas de beneficio e utilidade, vénseme a mente unha anécdota sobre Euclides que probablemente ti tamén coñezas. *Parece ser que un dos seus estudantes de xeometría preguntoulle: "Euclides, e que gañarei aprendendo estas cousas?" entón Euclides chamou ao seu escravo e ordenoulle: "dálle unha moeda a este home, pois precisa gañar proveito de todo o que aprende"*. Deduzo desta historia que Euclides pensaba que non era necesario que un matemático se preocupase polo uso práctico dos seus resultados.

ARQUÍMEDES: Por suposto que escoitei a anécdota. Sorprenderase, maxestade, se lle digo que simpatizo completamente con Euclides. Eu no seu lugar tamén diría algo semellante.

HIERÓN: Volvo estar confuso. Ata fai un intre falabas con entusiasmo sobre as aplicacións das matemáticas e agora resulta que estás de acordo cos puristas que pensan que a única recompensa pola que debe agardar un científico é o pracer do coñecemento.

ARQUÍMEDES: Creo que vostede, maxestade, así como a maioría da xente non entenderon ben esa historia sobre Euclides. Non vén a dicirnos que a Euclides non lle interesasen as consecuencias prácticas dos resultados matemáticos e que as considerase como indignas dun filósofo. Iso sería unha auténtica barrabasada. Euclides escribiu, como seguramente vostede sabe, un libro chamado *Phaenomena*, sobre astronomía e un libro de óptica, e probablemente sexa o autor do libro *Catoptrica*, que usei para construír os meus espellos, pois a Euclides tamén lle interesaba a mecánica. Tal e como eu entendo a historia, o que Euclides quixo resaltar é o feito de que as matemáticas só premian a aqueles que están interesados nela non só polas súas recompensas, senón tamén polas matemáticas en si mesmas. As matemáticas, maxestade, son como a súa filla, Helena, quen dubida cada vez que aparece un novo pretendente se estará realmente namorado dela ou se só finxe interes por ela porque, realmente, o que quere ser é xenro do rei. Quere un marido que a ame pola súa propia beleza, intelixencia e encanto, e non pola riqueza e o poder que conseguirá casando con ela. Así mesmo, as matemáticas só revelan os seus segredos a quen a elas se acerca con amor puro e sincero, e namorado da súa beleza. Só quen así obre pode ser premiado con resultados de importancia práctica. Pero non chegará moi lonxe quen cada pouco se pregunte "que proveito podo sacar disto?". Lembras que che dixen que os romanos nunca terían moito éxito na aplicación das matemáticas. Ben, pois xa sabes o motivo: son demasiado prácticos.

HIERÓN: Creo que deberiamos aprender dos romanos, teriamos máis posibilidades de gañar a guerra.

ARQUÍMEDES: Discrepo, maxestade. Se tratamos de gañar renunciando ás ideas que defendemos e imitando aos adversarios, perderemos incluso antes de que comece a batalla. Mesmo se puidésemos gañar a guerra deste modo, creo que non pagaría a pena; semellante vitoria é peor ca unha derrota.

HIERÓN: Deixemos a guerra e volvamos ás matemáticas. Dime, Arquímedes, como constrúes os teus modelos matemáticos?

ARQUÍMEDES: Éme moi difícil explicalo en termos xerais. Quizais un símil nos axude: un modelo matemático dun fenómeno real é algo así como a súa sombra na pantalla da nosa mente.

HIERÓN: Entendo que a túa filosofía é exactamente a contrario da de Platón, non? Platón di que as cousas reais son as sombras das ideas, mentres que se entendín correctamente o significado das túas palabras, ti dis que as ideas son as sombras da realidade. Non si?

ARQUÍMEDES: Eses dous puntos de vista non están tan afastados entre eles como parece. Platón quedou desconcertado pola correspondencia entre as ideas matemáticas e a realidade, e pensou que a tarefa principal da filosofía era explicar esta correspondencia. Ata ese momento, estou completamente de acordo con el. Co que xa non estou tan de acordo é coa explicación que dá, pero cando menos foi quen de ver con claridade o problema e ademais, intentou propor e razoar unha resposta coherente. Creo que temos que deixar a filosofía e volver á vida cotiá: petan na porta. Vou abrir.

HIERÓN: Abrirei eu. Ha de ser o meu enviado coa resposta de Marcelo. Eis a mensaxe!

ARQUÍMEDES: Cal é a súa resposta?

HIERÓN: Leo ti mesmo.

ARQUÍMEDES: Vou. "Marcelo envía os seus saúdos ao rei Hieron. Anuncia que conquistará Siracusa antes da lúa nova; o rei Hieron darase conta de que un romano sempre cumpre a súa palabra".

HIERÓN: Que opinas?

ARQUÍMEDES: Aínda se defende escribindo en grego! En canto aos contidos, son o que esperaba.

HIERÓN: Certo, a túa predición foi tan correcta coma se a atopases polo teu método.

ARQUÍMEDES: Ben, cando menos agora sabemos que esperar.

HIERÓN: Debo marchar, preciso durmir. Mañá teremos que prepararnos para un novo ataque. Moitas grazas por esta charla tan interesante.

ARQUÍMEDES: Foi un pracer, maxestade. Hoxe en día xa non teño a oportunidade de falar acotío de matemáticas. Grazas novamente pola marabillosa bandexa.

HIERÓN: Alédame que gozaras da conversa. Boas noites, meu amigo. Creo que ti tamén precisas descansar.

ARQUÍMEDES: Boas noites, maxestade. Eu aínda non irei durmir. Quero rematar unha carta para meu amigo Dositeo de Pelusio sobre os meus últimos resultados. Agora que desapareceu a frota romana, haberá barcos que saian do porto mañá, pero pasadomañá e moi probable que os romanos instauren novamente o bloqueo. Debo aproveitar esta oportunidade; pode que sexa a última.

3. *Diálogo sobre a linguaxe do libro da natureza*

Torricelli: Signora, permítame presentarme. Son Evangelista Torricelli, alumno do abade Castelli e daquela, como matemático, neto de Galileo.

Sra. Niccolini: Ah, entón es ti o mozo que escribiu esa carta tan entuasiasta na que te defines como copernicano e galileista?

Torricelli: Moita xente moza fala así. O abade Castelli faloume do novo traballo que xa comezou o Mestre e gustaríame falar con el.

Sra. Niccolini: Non sabes que Galileo é prisioneiro do Santo Tribunal de Xustiza? Ao contrario do que é habitual, permítenlle vivir aquí na casa do meu marido, só porque así o solicitou rotundamente o Gran Duque da Toscana. O meu marido, que é embaixador do Gran Duque, prometeu que non permitiría ningunha visita para Galileo.

Torricelli: Ninguén sabe da miña visita; non me viron.

Sra. Niccolini: Está ben, acepto; pero só porque creo que o vello estará encantado de falar con alguén que entenda as súas ideas. Por falta doutros oíntes, ás veces fálame do seu novo traballo; pero case nunca podo seguilo. Hoxe está de bo humor, pois onte –despois dunhas semanas duras– durmiu ben; ven comigo. Se alguén te ve, diremos que es parente meu e que viñeches visitarme.

Torricelli: Grazas, signiora, é para min unha honra.

Sra. Niccolini: Sígame, veña por aquí... Signor Galileo, temos un convidado que estará encantado de coñecer, Evangelista Torricelli.

GALILEI: Por suposto, encantado. É admirable que non tema visitar a un ancián sospeitoso de herexía.

TORRICELLI: Os meus colegas e tamén eu mesmo consideramos os seus diálogo sobre os dous grandes sistemas cósmicos do mundo como a nosa Biblia. O abade Castelli informoume que está vostede traballando nun novo libro que superará todo o que escrito ata o día hoxe sobre a mecánica. Vin aquí para saber máis.

GALILEI: Levo xa moito tempo maquinando neste libro. Pero comecei, por fin, a escribilo non hai máis duns meses. Sen embargo, o meu traballo foi súbitamente interrompido cando me convocaron aquí, en Roma, á Inquisición. Desde entón, non tiven tempo para escribir nin unha soa liña. Non desexo máis ca rematar este traballo no que resumo todo o meu coñecemento sobre o movemento. Certamente, superará a todos os meus traballos anteriores. Pero moito me temo non poder completalo. Mesmo se saíse vencedor desta loita –na que me vexo obrigado–, sería esa unha vitoria pírrica se non quedo cos folgos suficientes como para rematar o meu libro.

GALILEI: Os matemáticos gregos obtiveron resultados ben sorprendentes e algúns deles –coma, por exemplo, Arquímedes– aplicaron os seus resultados a diferentes cuestións prácticas cun magnífico éxito. Pero afastáronse do estudo matemático do movemento e desde entón ninguén o intentou. A parte esencial do meu traballo, se é que nalgún momento consigo rematalo, será a descrición matemática do movemento.

TORRICELLI: É realmente incomprensible por que os gregos non intentaron facelo. Cal puido ser a causa disto?

GALILEI: Os filósofos gregos discutían frecuentemente sobre o movemento. Consideremos, por exemplo, os paradoxos de Zenón sobre Aquiles e a tartaruga e sobre a frecha; intentaba demostrar con eles que o movemento é imposible. En realidade, o que Zenón quería dicir é que o concepto de movemento é contraditorio e, polo tanto, non se pode estudar ao movemento con métodos matemáticos.

Aristóteles intentou desmentir os paradoxos de Zenón, pero a súa refutación só demostrou o que todo neno sabe: é dicir, que en verade hai movemento. A confutación real dos paradoxos de Zenón sería unha demostración de que o movemento pode ser descrito polas matemáticas e iso Aristóteles nin sequera o intentou. O meu traballo, unha vez rematado rematado, será a primeira confutación real dos paradoxos de Zenón. De feito, Aristóteles e Zenón afirmaron que o estudo do movemento nunca podería ser tarefa das matemáticas. Non obstante, a motivación de Aristóteles ao afirmar tal era ben distinta da de Zenón. Segundo Aristóteles, as ciencias naturais estudan as cousas existentes de xeito independente pero cambiantes, mentres que as matemáticas estudan as cousas inalterables pero inexistentes de forma independente; as cousas dependentemente existentes e cambiantes –a emoción está entre estas últimas– non poden ser o tema de discusión de ningunha das ciencias. Así pois, durante case dous mil anos, o veto de Aristóteles desanimou aos matemáticos e filósofos ao estudo matemático do movemento. A súa falsa ensinanza erixiu unha barreira antinatural entre as matemáticas e as ciencias naturais que escasas persoas se atreveron a transgredir.

TORRICELLI: Estou desexando ler o seu traballo. É unha mágoa, Mestre, que o molesten con acusacións tan ridículas; impedídenlle escribir este libro que, sen dúbida algunha, abrirá unha nova era na ciencia. Pero permítame facerlle unha pregunta: por que veu a Roma en lugar de quedar nalgún lugar recóndito onde non o molestaría nos teus esforzos?

GALILEI: Que podía facer cando a Inquisición me convocou?

TORRICELLI: Podería ter fuxido a un lugar afastado, lonxe dos dominios da Inquisición.

GALILEI: *Cando cheguei a Roma, contaba convencer á Igrexa de que a cuestión do movemento da terra non é unha cuestión de fe, senón de feito, e cuxa discusión debería deixarse á ciencia*. Sentín que estaba obrigado a explicar isto, pero non só á ciencia, senón tamén á Igrexa. Se a Igrexa segue apoiando o sistema ptolemaico, estará na mesma posición que alguén que permanece a bordo dun barco que se afunde. Intentei amosar isto co meu diálogo e pensei que se tivese oportunidade de expresar os meus argumentos en persoa, lograría persuadir á Igrexa para que mudase a súa opinión sobre a teoría copernicana. *Estaba seguro de que convencería ao Papa, a quen coñecín cando só era o cardeal Maffeo Barberini, para que fose do meu lado. Dera moitos signos de honrarme e estimarme, dunha vez incluso me escribira un poema. E sempre souben del que era un amigo da ciencia*. Por exemplo, comezou as súas funcións como Papa liberando da prisión ao infeliz Campanella. Pensei que se tivese a oportunidade de falar con el, podería convencelo do interese para a Igrexa en permitir unha ciencia libre que estude a cuestión do movemento da terra. Pero nesa esperanza decepcionoume; o Papa nin sequera quere oír falar de min. Os meus inimigos fixéronlle crer que o ridiculizara no meu diálogo través do personaxe do estúpido Simplicio. Agora, a nosa vella amizade tornou en odio e vinganza. Pode que leves razón, non debín vir a Roma; pero agora xa é demasiado tarde para lamentalo.

Torricelli: Non creo que sexa demasiado tarde. Podo falar sen medo?

Galilei: Da Signora Niccolini non gardo segredos; non teño mellor confidente. Induciu ao seu tío, o Pai Riccardi, a permitir a publicación do meu diálogo e agora que vivo aquí, coida de min coma unha nai do seu fillo. Está sempre preocupada por min e non deixa de pensar en como fortalecerme pu consolarme polas humillacións que agora de vello teño que sufrir. Podes falar diante dela.

Torricelli: Non tiña dúbidas diso, cando a Signora Niccolini me permitiu que visitalo, entendín que podía confiar nela. Pero hoxe en día as paredes teñen orellas.

Sra. Niccolini: Nesta casa podes falar con seguridade.

Galilei: Podes confiar, meu xove amigo. Hai só uns días, a Signora Niccolini despediu a un dos seus criados porque descubriu que era un espía da Inquisición. Non me informou por non molestarme. Non si, Catherine?

Sra. Niccolini: Ben, dado que acabou descubrindoo vostede mesmo, terei que recoñecelo. Pero confío nos outros criados; son todos florentinos e homes de fiar. Podes falar abertamente; o que digas será o noso segredo.

TORRICELLI: Os meus amigos e tamén eu, que nos facemos chamar galileistas, preparámolo todo para a túa fuxida. Primeiro levariamosche a Venecia; alí estarías a salvo da Inquisición por un tempo porque a República non podería extraditalo baixo ningunha circunstancia. Se quixera, podería saír de alí, en barco, cara os Países Baixos, onde poderías traballar de tranquilamente e publicarían o teu novo libro. Preocupámonos por todos os detalles. Se di que si, podemos decidir inmediatamente a data.

GALILEI: Os meus anfitrións serían os responsables e non quero causarlles ningún problema. Ademais doutras moitas cousas, iso só xa é motivo suficiente para non aceptar a túa proposta.

TORRICELLI: Témolo pensado. O noso plan é libralo das mans da Inquisición a próxima vez que o conduzan ao Santo Oficio para unha audiencia. Ocorrerá na rúa e así ninguén poderá culpar ao Signor Niccolini. Temos algúns homes fiables que poderían ocuparse facilmente dos gardas.

GALILEI: Non sabes canto me aleda que os mozos queiran liberarme. Mais, por moi atractivo que sexa o plan, é impracticable porque o meu vello corpo non soportará as penurias de tal viaxe. Quizais escoitaches que veño de superar unha grave enfermidade e aínda non estou do totalmente recuperado.

TORRICELLI: Tamén pensamos niso. Un dos meus amigos é médico e estaría entre os que o acompañarían e coidaría da súa saúde. O itinerario está perfectamente elaborado. Desde Roma a Venecia atopamos aloxamentos fiables para cada noite. Admito que durante a viaxe non poderemos proporcionarlle as comodidades que ofrece esta casa. Pero non esqueza que en calquera momento pode ser trasladado á prisión do Santo Oficio. Creo que se tivese que escoller entre a casa dun pastor honesto e a prisión, a miña escolla sería ben doada.

GALILEI: Meu querido e xove amigo, agradezo as túas intencións; pero paréceme que non te podes imaxinar no lugar dun vello. Ademais, supoñendo que sexa capaz de sobrevivir ás dificultades da viaxe, aínda non me preguntaches se realmente quero saír de Roma.

TORRICELLI: Acaba de admitir que foi un erro vir a Roma. Pensei que se se llee ofrecera unha oportunidade, estaría disposto para escapar.

GALILEI: Non! Entendiches mal. Sinto que xa non podo retirarme. Malia que as miñas posibilidades son moito menores do que pensaba cando cheguei, debo continuar con esta loita ata o final. Se fuxise, os meus inimigos serían os vencedores e a causa da liberdade de ciencia en Italia estaría perdida dunha vez por todas. É precisamente por ti, e en interese da xeración máis nova, que non debo fuxir.

TORRICELLI: Mestre, non lle entendo. Antes dixo que estaba decepcionado porque non podía contar coa axuda do Papa. En quen pode confiar? Ben sei que entre os xesuítas hai moitos que saben que levas a razón; pero entendo que nin imaxinas que se atreverían a desafiar ao Papa. Recentemente falei co Pai Grienberger e pregunteille abertamente polo seu diálogo.

GALILEI: E que respondeu o bo frade?

TORRICELLI: Evidentemente, quixo ser fiel á súa conciencia científica e á Igrexa á vez. Dixo que aprecia a súa lóxica cristalina e o seu coñecemento sen igual. E, malia que considera que redactou algunhas das súas frases sen a precaución debida, dándolle así oportunidade de malinterpretalas aos inimigos e logrando que se volvan contra vostede persoas do máis alto rango, el nunca dubidou da pureza dos seus obxectivos. Tamén di que os seus argumentos son extraordinarios, pero sente que o levou demasiado lonxe a súa actitude impulsiva, pois el mesmo mantén algunhas reservas ben serias.

GALILEI: É unha resposta moi diplomática: todo o mundo pode atopar nela o que quere. Por suposto, levas razón, non debo contar con moita axuda de amigos tan cautelosos. Dixo algo máis?

TORRICELLI: Si, dixo algo que quizais sexa importante: dixo que é vostede un bo católico.

GALILEI: O Pai Grienberger sabe moi ben que esta non é unha cuestión de relixión. Non te deixes enganar, meu fillo, cando os meus inimigos actúan contra min no manto da relixión. Malia que manteñen esta táctica desde o principio e despois de moitas décadas de sagrada intriga conseguiron que a Igrexa estea do seu lado –contra min e contra a ciencia–, o asunto en cuestión é en verdade completamente diferente.

TORRICELLI: Quen son logo os seus verdadeiros inimigos?

GALILEI: Os meus verdadeiros inimigos son os meus colegas estúpidos e incompetentes, os aristotélicos e os pseudocientíficos que, por non verse obrigados a revisar as súas falsas ensinanzas, non están dispostos a mirar polo meu telescopio. Odianme porque temen ao verdadeiro método científico. Segundo o meu punto de vista, o verdadeiro obxectivo da filosofía é comprender as leis da natureza, e iso só se pode lograrse mediante observacións minuciosas e experimentos ben deseñados e analizados; estas leis só se poden expresar coa axuda das matemáticas. Doutra banda, o que eles chaman filosofía non é máis ca proclama continua de citas de Aristóteles.

TORRICELLI: Non entendo como aquel que di querer entender a natureza pode negarse a empregar o método científico. Certamente, o substancial das ensinanzas de Aristóteles foi alcanzado por el mesmo –e se non por el memso, por outro científico grego– aplicando ese mesmo método.

GALILEI: Atreveríame a dicir que se Aristóteles estivese vivo, ata el mesmo se volvería contra os pseudocientíficos que insisten nas súas palabras. Pero non esquezas que estas persoas non desexan comprender a natureza, non lles interesa a ciencia, senón adormecer coa bata do científico e obter bos salarios. Polo tanto, as súas intrigas contra min non sorprenden en absoluto; acostumeime a non escribir nin dicir nada sen que intenten atacarme. Estas persoas prefiren a intriga á investigación; certo é que están ben mellor preparadas para o primeiro que para o segundo. O problema é que actuando así, impidenme traballar. Perdín os meus mellores anos defendéndome das súas imputacións e mentiras, e agora que vou vello, o libro que estiven planeando todos estes anos aínda non está escrito.

TORRICELLI: Se aceptase o noso plan, podería escribir ese traballo –tan desexado e agardado polas persoas verdadeiramente interesadas na ciencia– dunha vez por todas. Non entendo por que non quere deixar esta indigna situación. Non debe contar con nada bo dos seus inimigos e os seus amigos non poden facer nada por vostede. Que é no que aínda confía?

GALILEI: Confío só na verdade. Pénsao ben: de feito, nin sequera saben de que me acusan. O meu diálogo, cuxa redacción animou o propio Papa, foi presentado correctamente ao censor. Tamén foi debidamente examinado por todas as partes e autorizouse finalmente a súa publicación. Din que o censor foi un incauto, que non debería permitir a publicación. Pero iso non é cousa miña, que poden facer contra min por iso? Por suposto, poden suprimir o diálogo, decisión que pouco me importaría, pois hai xa moito tempo que está descatalogado. Se deciden o meu diálogo debe ser queimado, non sei onde atoparán nin unha soa copia. Estaría ben que o imprimisen de novo para ter algo que queimar. Pero se non, nin sequera poden demostrar que o censor cometeu un erro. *Acatei estritamente ás instrucións do cardeal Bellarmine de non defender as ensinanzas de Copérnico. No meu diálogo, relaciono con bastante obxectividade todos aqueles argumentos a favor do sistema copernicano, pero tamén aqueles que parecen estar na súa contra. Calquera que lea o meu diálogo pode ver que presento os argumentos a favor da inmobilidade da terra moito máis poderoso do que podería facer calquera dos meus miserentos inimigos, que serían unha vergoña para Copérnico.* Non é culpa miña se os argumentos non son convincentes. Se me queren acusar, deben atopar primeiro mellores argumentos para a inmobilidade da terra. Non obstante, ata o de agora, durante as audiencias non tiven ocasión de falar disto; sempre me silencian e comezan a interrogarme unha e outra vez sobre por que non lle lembrei ao censor que en 1616 o Santo Oficio xa tratara tal cuestión. Pero isto é ridículo; o censor debe coñecer ese feito nem mellor ca min. Responderon que debería contarlle ao censor o que me dixo Bellarmine fai 16 anos. Pero só teño del a advertencia da que xa che falei. Despois preguntaron se Bellarmine dixo só que non debía defender a ensinanza copernicana ou que non debía discutila "de ningún xeito". Pero el non falou de non debatelo "de ningún xeito". En relación con isto, aínda teño un trunfo sen usar na miña man. *Teño unha carta escrita polo propio Bellarmine na que menciona a nosa charla. Só afirma que non debería defender a teoría copernicana*.

TORRICELLI: E se os teus inimigos invocan un documento no que se diga exactamente o contrario, que farás entón?

GALILEI: Que insinúas? Non existe tal documento.

SRA. NICCOLINI: Non sería o primeiro escrito falsificado.

GALILEI: Non vexo nin aos meus inimigos capaces de tal vileza.

NICCOLINI: Non o esqueza: quen loita contra a verdade non pode ser exixente na escolla dos seus medios, pois está cada vez máis enleado nun labirinto de mentiras e calumnias.

GALILEI: Non, iso é inviable. Estou convencido de que se lles amoso a carta de Bellarmine rematará todo o proceso. Chegou a hora de ensinarlles esa carta, pois vexo que continúan interrogándome sobre cuestións formais, mais sobre o que realmente é a verdade –se a terra, xirando sobre o seu eixo, xira arredor do sol ou se está inmóbil no centro do universo– aínda ninguén falou unha soa palabra. Unha vez teña oportunidade de falar e dar miña opinión, confío solucionar o caso.

TORRICELLI: E se tivese esa oportunidade, Mestre, que diría? Probaríalle que a teoría copernicana é a única verdadeira?

GALILEI: Encantaríame facelo, meu fillo, se puidese, pois estou convencido de que é a verdade; pero desgraciadamente, aínda non o podo demostrar con certeza. Só podo probar que as ensinanzas de Copérnico son compatibles con todos os feitos que coñecemos e que non hai nada que as contradiga. As aparentes contradicións poden explicarse facilmente. Demostrei que se a terra se move, nós, que nela vivimos e que con ela nos movemos, non podemos percibir directamente o seu movemento; polo tanto, as nosas experiencias cotiás non refutan a teoría copernicana. Xa vivimos a mesma situación con respecto á forma esférica da terra. Houbo un tempo no que a xente dubidaba en aceptalo. Na época de Dante, dixeron que iso ía en contra do sentido común; referíanse ás súas experiencias cotiás. Dixeron que se a terra era esférica, a xente do outro lado do mundo colgaría boca abaixo e caería. Contáronse tantas tonterías sobre as antípodas! Hoxe en día, esas discusións están máis ca esquicidad e a xente está afeita á idea de que a terra é unha pelota. Que podían dicir e pensar cando viron que os barcos que partían cara ao leste regresaban a casa, despois dun tempo, desde o oeste? Este ano é o cento undécimo aniversario do regreso do barco de Magallanes, o "Vitoria", despois da súa viaxe ao redor do mundo. Aínda non temos unha proba tan espectacular do movemento terrestre; é esta a razón pola que é tan difícil loitar pola verdade. *Só podo demostrar que todo o presentado como proba contra Copérnico é froito de malentendidos ou da ignorancia. Tamén podo demostrar que é máis doado explicar o movemento aparente do sol, da lúa e dos planetas coas hipóteses copernicanas que coa teoría de Ptolomeo. As lúas de Xúpiter, o anel de Saturno, a fouce de Venus e moitos outros fenómenos que descubrín apoian a teoría copernicana*; mais non son unha proba. Durante as audiencias, levantouseme o cargo de que escribín o diálogo para demostrar a verdade das teorías de Copérnico. Cando declarei, como resposta a esta acusación, que non foi tal, dicía a verdade. Sen embargo, non dixen que o único motivo polo que non escribín o diálogo con esta intención foi porque, por desgraza, aínda non teño na miña man ningunha proba decisiva.

TORRICELLI: Pero, e a teoría das mareas? Non é concluínte?

GALILEI: Cando escribín o diálogo concedinlle moita importancia a esa cuestión. Pero teño que recoñecer que lendo de novo o diálogo e despois de tres anos, non estou satisfeito con esta parte. Se puidese reescribir o diálogo, deixaría fóra esa parte ou, cando menos, escribiríaa doutro xeito.

TORRICELLI: Por que? A túa explicación das mareas como causa do dobre movemento da terra é moi convincente.

GALILEI: Non me malinterpretes; non é que dubide das miñas propias conclusións sobre as mareas. Pero, malia que a explicación das mareas polo movemento da terra é máis simple é clara que outras moitas explicacións, este argumento tampouco é máis concluínte cos outros.

TORRICELLI: Entendo.

GALILEI: Seino, pregúntase se merece a pena provocar tantos problemas cando aínda non logrei resolver a cuestión de xeito decisivo. Non, non protestes. Sei que esta idea está agora na túa mente; é natural. Eu tamén pensei niso durante o último mes, non sería mellor agardar uns anos ata atopar a proba concluínte? Pero despois dunha boa reflexión, respondínme que "non" a dita pregunta. Xa vou vello, non podo agardar moito, quizais non viva para ver o descubrimento da proba concluínte. Penso que o que podo dicir, aínda que non resolva a cuestión, é o suficientemente importante como para dicilo. Sinto tamén que estou obrigado a contar o que sei, pois podería axudar a outra persoa a atopar a proba concluínte. Pero témome que aínda estamos lonxe diso. A propia hipótese copernicana precisa perfeccionarse; non describe con exactitude o movemento aparente dos planetas e aínda non conseguín explicar esa discrepancia entre teoría e observación.

TORRICELLI: Kepler afirma que se supoñemos que a órbita de cada planeta é unha elipse, co sol nun dos seus focos, e que os planetas non se moven con velocidade uniforme, senón de xeito que o radiovector que liga un planeta co Sol describe áreas iguais en tempos iguais, entón obtemos resultados máis coherentes co observado.

GALILEI: Di iso Kepler? Sorpréndeme; ignorabao totalmente. Mais non creo que esas hipóteses sexan realmente necesarias. Por que han moverse os planetas describindo órbitas elípticas? Non che lembra iso aos epicicloides cos que adoitan axustar a teoría ptolemaica aos feitos observables? A hipótese de que os planetas se moven describindo órbitas circulares e con velocidade uniforme é a única que logro explicar mediante a mecánica; tamén é a máis simple.

TORRICELLI: Que algo sexa simple non significa que sexa certo. Vostede mesmo, Mestre, ridiculizou aos que non aceptan a existencia de montañas na Lúa –a pesar de que se mirasen polo seu telescopio ben poderían velas– dicindo se houbese montañas na lúa, entón a Lúa non sería unha esfera perfecta, sendo logo imperfecta.

GALILEI: Ese é, por suposto, un argumento ridículo. Pero aínda máis ridículo é aquilo co que Clavio intentou xustificar a perfección da lúa: os vales da Lúa seica están cheos dun material invisible e así, a pesar das montañas que observamos, a Lúa segue sendo unha esfera perfecta. Con igual dereito podería dicir que Clavio ten orellas de burro, só que están feitas dun material perfectamente transparente e fino, de maneira que son invisibles, intanxibles e de ningún outro modo observables. En canto ás elipses de Kepler, é evidente que debemos examinar con cautela esas hipóteses. Se a liberdade de investigación non está limitada, farase en pouco tempo. Na nosa situación, o máis importante é que a Igrexa non restrinxa a liberdade de investigación científica sobre o movemento da terra ou calquer outra cuestión relativa á natureza. Din que o meu diálogo defende a bandeira da teoría copernicana. Respondo que o obxectivo principal do meu diálogo é defender a bandeira da liberdade da ciencia. É por iso escribín o meu diálogo; é por iso que sufro a persecución producida por ese traballo. Non me preocupa o futuro da teoría copernicana; tarde ou cedo aceptarán a súa verdade. Pero estou moi preocupado de que se non gaño nesta loita, a ciencia quedará paralizada –polo menos aquí, en Italia– durante un longo periodo de tempo. Que axudaría entón a miña fuxida a Holanda? Ademais de que dificilmente imaxino como comezar unha nova vida alí á miña idade, significaría que renuncio á loita antes de perder. Mentres viva a mínima chispa de esperanza, non fuxirei. Dálle os mellores cumprimentos aos teus amigos. Alédame saber que aínda hai xente que quere axudarme.

TORRICELLI: Sempre pode contar comigo e cos meus amigos; faremos todo o posible. Pero témome que se seguimos aprazando a realización do noso plan, será logo demasiado tarde. Adeus, Mestre; envíeme unha mensaxe se muda de opinión sobre o noso plan ou se podo axudarlle doutro xeito.

GALILEI: Adeus, meu amigo. Agradézoche vir visitarme e todo o que quixeches facer por min. Adeus.

SRA. NICCOLINI: Acompañareino, Signor Torricelli... Este Torricelli éche un mozo ben xeitoso, tan simpático e adorable... Signor Galilei, probe estes marabillosos pexegos florentinos; esquecerá todos os problemas só con miralos. Escoitei a súa discusión con moita atención e pracer, pero non entendín todo perfectamente. Se tivese tempo, gustaríame pedirlle que me explicara algunha que outra cousa.

GALILEI: E por que non agora? Encántame falarche de ciencia, Caterina; tes unha mente sa e libre, intacta da pedantería académica.

Sra. Niccolini: Non prefire acougar? Non está fatigado despois da conversa?

Galilei: En absoluto, só me espertou un pouco. Estou fresco e preparado; gustaríame falarei contigo do que ti queiras. Dime, que é o que che interesa?

Sra. Niccolini: Non entendín iso que dixo sobre as ensinanzas de Copérnico: di que está convencido da súa verdade, pero que non pode demostralo. Se non pode demostralo, por que está convencido de que é certo? E pola contra, se ten unha boa razón para iso, entón para que precisa dunha proba a maiores?

Galilei: É unha pregunta ben complexa e espiñenta. Non podo responderche cunha ou dúas palabras; teño que contarche primeiro algúns detalles sobre o método científico. Pero antes de facelo, gustaríame preguntarche algo, morro de curiosidade: dime, como descubriches que me espiaba o teu criado?

Sra. Niccolini: Está ben, contareille o que pasou, pois remataría por descubrilo de todos os xeitos. Chámoume a atención que Giuseppe –así se chamaba moi ruin– desaparecía unhas horas de cando en vez. Daquela, o pasado venres á tardiña, cando fun ao mercado, cacheino nunha porta borboriñando cun frade dominico. Isto era, por suposto, moi sospeitoso; pero descoñecía en que allada andaba. Decidín entón por a proba ao vil criado. Metín un dos meus falcóns nun saco e pedinlle ao Pater Castelli que nolo enviara indicando ao Signore Galilei como destinario. Cando escoitei que petaban na porta, mandei o Giuseppe abrir. Despois duns minutos fun eu tras del. O falcón voaba polo corredor e Giuseppe, coas mans ensanguentadas, tentaba atrapalo. Estaba case segura, pero aínda tiña algunhas dúbidas; se cadra, só tiña curiosidade. Decidín logo facer outra proba. Escribín entón unha carta para o arcebispo Ascanio Piccolomini na que lle daba boa conta da súa saúde; intencionadamente, deixei a carta sobre a mesa e tirei tinta no chan. Chamei o Giuseppe e pedinlle que a limpase. Mentres tanto, de costas a el, saín para a terraza, pero observaba o el que facía co meu pequeno espello veneciano. Foi entón cando vin ao canalla lendo a carta e tomando nota do seu contido. Agora xa estaba bastante segura da miña hipótese, pero para unh confirmación definitiva, pregunteille ao día seguinte: "Guiseppe, sabes ler e escribir?". Respondeume que nin tan sequera sabía escribir o seu propio nome. "Fóra logo da miña casa. Non preciso dun babeco tan ignorante", respondinlle. Pero, dígoche de veras que non sei por que te aborrezo con tan longa historia.

Galilei: Non oh, non me aburres! Polo que dis, vexo que –aínda que nunca cho ensinaran nin o aprenderas– tes máis coñecemento do método científico que todos os peripatéticos da Universidade de Padova. Porque, que é que realmente estabas a facer? Observaches que Giuseppe desaparecía e preguntaches entón cal podería ser a causa diso. Logo, cando o pescaches rexoubando co dominico, ideaches unha hipótese: a que di que Giuseppe é, en relaidade, un espía. Daquela, xa non agardaches a que se presentase unha nova observación, senón que planificaches ti mesma o experimento co falcón. Dixécheste a ti mesma: se Giuseppe é un espía, abrirá o saco; e así ocorreu. Un cinetífico, intelectual ou pensador superficial xa vería entón demostrada a súa sospeita. Pero ti aínda te fixeches a seguinte pregunta: e non podo explicar a acción do Giuseppe doutro xeito? Por exemplo, se cadra só é un curioso impertinente. Recoñeces entón que o experimento, que te levou a un resultado co que xa contabas, aínda non é concluínte. Quen desexe desvelar os misterios da natureza debe empregar, esencialmente, o mesmo método. Sobre a base da observación, constrúese unha hipótese que intentamos logo comprobar mediante experimentos ben planificados. Non abonda con escoitar as palabras aleatorias da natureza; hai que interrogar á natureza. Se o experimento non dá o resultado que esperamos, refutamos a nosa hipótese inicial. Pero se dá o resultado co que xa contabamos, a hipótese aínda non está probada, pois hai que preguntarse: podo explicar o resultado doutro xeito? Se atopamos outra explicación ou unha nova hipótese distinta da primeira, teremos que facer entón outro experimento para xulgar cal das dúas hipóteses é a verdadeira. Se o resultado deste segundo experimento está novamente de acordo coa primeira hipótese e contradí á segunda, entón a última hipótese debe ser rexeita ou, cando menos, reformulada.

SRA. NICCOLINI: Pero entón, ese proceso nunca rematará! pois sempre poderei atopar explicacións tan complicadas como sexa preciso para calquera experimento que faga. Por exemplo, podemos dicir que Giuseppe leu a carta por curiosidade. Por suposto, isto non é bastaría para explicar por que fixo as anotación. Pero podo imaxinar para isto outra explicación, por exemplo, que lle gusta moito o meu estilo. Podemos explicar que negou saber ler e escribir porque ten medo de que lle encargue ese traballo. Significa todo isto que unha hipótese sobre a natureza só pode ser desmentida, pero nunca probada?

GALILEI: Non, non é así. Por suposto, despois de cada experimento que contradiga á nosa hipótese podemos modificar a hipótese errónea, e eliminar así a contradición. Pero cada novo experimento que remata co resultado esperado en base á nosa hipótese e que só se pode conciliar con outra hipótese con grandes dificultades fortalece a nosa convicción de que a hipótese orixinal é certa. Despois de realizar moitos experimentos concordantes, e sabendo que aínda non dispomos de ningunha proba decisiva, convencémonos firmemente da veracidade da nosa hipótese.

SRA. NICCOLINI: Comezo a entender. Se remendo unha camisa vella e luída só para que rache por outro sitio, decátome entón de que teño que tirala. Malia todo, iso aínda non responde á miña pregunta; como podemos estar absolutamente seguros de que a nosa hipótese sobre a natureza é certa?

GALILEI: En realidade, unha hipótese física sobre a natureza nunca pode ser probada do mesmo xeito ca se fai teorema matemático; isto é, nos se pode deducir a partir de certos axiomas mediante unha serie de deducións lóxicas. As hipóteses sobre a natureza son coma os axiomas, que tampouco se poden demostrar en matemáticas. Non se poden probar os axiomas da xeometría. Un convéncese de que son correctos só porque a xeometría baseada neles describe correctamente o espazo no que vivimos. As hipóteses físicas, en xeral, non se poden demostrar de xeito formal. O único que si podemos facer é, partindo desas hipóteses, sacar conclusións sobre eventos observables e controlables experimentalmente que serán logo verificadas. Non obstante, a dedución de conclusións a partir das nosas hipóteses faise empregando os métodos das matemáticas; deste xeito, empregamos as nosas hipóteses como axiomas e, partindo delas, deducimos e comcluímo logo con rigor propio das matemáticas.

Sra. Niccolini: Vaia! Comezo a entender agora por que son tan necesarias as matemáticas para estudar e entender a natureza.

Galilei: Esta é só unha das razóns polas que as matemáticas son indispensables para o estudo da natureza. Hai outra máis profunda: as leis fundamentais da natureza non se poden expresar máis que coas fórmulas matemáticas. *Só poden ler o gran libro da natureza aqueles que coñecen a lingua no que está escrito, e tal lingua son as matemáticas*. Aqueles que en vez de observar e forzar á natureza a falar mediante experimentos contan só lerias sobre a mesma nunca o saberán; pero se alguén logra lle fale a natureza, falaralle na linguaxe das matemáticas. Polo tanto, sen coñecer esa lingua, non entenderemos nada do que diga. Ademais, non bastará cun coñecemento trapalleiro e inconexo desa lingua –que é, moi a meu pesar, o habitual entre moita xente–, pois malinterpretariamos facilmente o que en verdade di a natureza e se quixermos contar as nosas propias ideas na linguaxe das matemáticas, resultaría entón un tatexo lamentable. Hai moitos científicos e filósofos que teñen ideas un tanto estrañas –ou mellor dito, bárbaras– sobre as matemáticas. A día de hoxe xa non poden negar a necesidade das matemáticas, pero aínda din que quen emprega as matemáticas para o estudo da natureza non precisa coñecelas a fondo. Estas xented de mente tan estreita din que só precisan dos resultados finais e que non teñen tempo nin paciencia para loitar con probas ou con formulacións exactas e rigorosas de proposicións e teoremas. Mais dicir iso é a mesma babecada ca dicir: "cortemos as follas e raíces da árbore, pois só necesitamos dos seus froitos". As matemáticas son un todo orgánica e quen desexe gozar dos seus froitos debe aceptar –gústenlle ou non– a súa forma de pensar e traballar.

SRA. NICCOLINI: Non entendo como quen pretende facer uso das matemáticas é tamén hostil ao espírito desa ciencia. Eu poucio sei sobre todo isto; só coñezo o que vostede, Signor Galileo, me explica durante as nosas conversas. Daquela, dar a miña opinión sobre isto último sería, polo miña parte, presuntuoso e atrevido. Malia todo, penso algo si que entendín. Non quero fatigalo. Ben coñece vostede todo aquilo canto eu poida dicir.

GALILEI: Por favor, fálame dos teus pensamentos; estou moi interesado no que entendiches. A túa mente imparcial acostuma observar e comprender cousas e feitos que se lles escapan a moitos dos meus colegas máis eruditos.

SRA. NICCOLINI: Decateime de que nunca entenderei ben un teorema matemático ata que non entenda perfectamente a súa proba. É máis, a veces acontece que non entendo realmente ben un teorema ata que me mostra vostede unha proba nova e diferente da orixinal. Cando ocorreu isto por primeira vez, vostede dixo ía darme unha proba adicional do teorema; admito que daquela non sabía por que era necesaria, por que non bastaba cunha única proba proba? Decateime entón de que, do mesmo xeito que é útil e interesante mirar a unha estatua desde diferentes ángulos, é tamén ben interesante e moi útil observar a unha mesma pregunta desde moitos puntos de vista. Por suposto, entendo tamén o motivo polo que evitamos ou fuximos das demostracións máis dura e complexas; a miúdo, asustábanme as longas e complicadas cadeas de argumentos que debía seguir paso a paso. En moitas ocasións sentinme coma unha escaladora que rube –entre perigosos precipicios, mirando só ao que ten diante dos seus pés e coidando de non esvarar– ata o alto dunha montaña. Non obstante, cando chegas á cima e miras ao redor, a magnífica vista é a compensación do duro traballo precedente. Primeiro obrigábame a comprender as fatigosas probas só coa esperanza desa vista; pero recentemente, tamén atopei pracer nos sorprendentes e enxeñosos pasos da propia proba, é a mesma ledicia que se atopa nas músicas máis fermosas. A situación é exactamente a mesma ca do escalador: primeiro, comeza a facer forza e a rubir só coa esperanza dunha boa vista; pero cando se esquece dela, a escalada en si mesma, a derrota de certos obstáculos e o descubrimento de agarradoiras e técnicas novídosas convértense entón nunha fonte de pracer.

GALILEI: Non sabes canto me aleda escoitarte! Durante a miña longa vida, só tiven uns poucos estudantes que entenderon cal é o verdadeiro espírito das matemáticas. Cando che explico algo novo, sempre miro aos teus ollos. Vexo como se che iluminan e sei entón que entendiches a esencia do asunto. Ensinando nas aulas, a miña maior ledicia e recompensa sempre foi ese fulgor nos ollos dos meus alumnos. É a mesma ledicia ca que se produce cando, na estufa, acende por fin o lume que intentabas revivir. Hai profesores que pretenden ensinar matemáticas con en regras memorísticas ou desenvolvendo unha rutina mecánica. Na miña opinión, son canallas e ese ensino pouco ou nada vale. O verdadeiro profesor está máis preocupado por facer entender ao alumno; trata de ensinarlle a pensar. Quen en vez de entender de veras todo aquilo que cre aprender, aprenda só receitas, nunca empregará esas receitas correctamente; pois só se pode contar ben pensando. Os que contan en vez de pensar calculan todo de xeito excesivamente complicado e, en ocasións, non contan o que realmente se precisa. Daquelas, aínda que no cómputo non haxa ningún erro, o resultado ben podería ser inútil e prescindible. Gustaríame engadir dúas cousas ao que ti dixeches. En primeiro lugar, as matemáticas non só son útiles e incluso indispensables para alguén que queira entender a natureza ou empregar as súas capacidades e aplicacións —-por exemplo, para construir máquinas—-, senón que tamén son interesantes e ben fermosas; son tamén unha emocionante e marabillosa aventura da mente humana. A meu modo de ver, a beleza das matemáticas non é unha característica subsidiaria, anecdótica ou accesoria; é, máis bén, unha da característica básica desta ciencia. A verdade sempre é fermosa e a beleza sempre é verdadeira; sabíano moi ben os antigos gregos. Aqueles que teñen ideas bárbaras sobre as matemáticas nunca entenden isto: ou están cegos para a beleza das matemáticas ou, se verdadeiramente a ven, desconfían dela. Cren que a beleza é un luxo superfluo; e pensan que só dándolle as costas se achegarán á realidade. Gozan en exceso do papel de homes prácticos; desprezan con soberbia a quen verdadeiramente penetra no espírito real das matemáticas e ridiculízanos logo chámandolle soñadores. Nada hai neste mundo tan infundado como a prepotencia coa que estas persoas intentan tapar as súas propias limitacións. É a mesma soberbia ca de Alexandre o Grande, quen cortou coa súa espada – e tamén coa súa impotente rabia– o lazo de Gordias ao non ser capaz de resolver tal crebacabezas. Na corte dos tiranos bárbaros leste, a arte e as ciencias só eran un luxo. Sen embargo, na Antiga Grecia, arte e ciencia eran partes orgánicas da vida; e, cos seus diversos medios, apuntaban cara un mesmo obxectivo: entender a condición humana e o mundo no que vivimos. Por fin, despois de dous mil anos, retomamos novamente o traballo dos gregos. Debemos logo continuar desde o punto no que se detivo Arquímedes.

Sra. Niccolini: Leva vostede toda a razón. Fíxese, ata os artistas da nosa época fan agora exactamente o mesmo. Prometera dous comentarios sobre o que eu dixen; cal é o segundo?

Galilei: O meu segundo comentario está intimamente relacionado co primeiro. Ata o de agora, só falei da beleza das matemáticas e desa ledicia que está moi preto da ledicia que a pura beleza das artes produce no home, pero que tamén pode ser produto da comprensión real das matemáticas e da que os ollos brillantes son boa testemuña. Pero esta alegría só pode acadarse mediante un duro traballo. Pareceume moi apropiado o teu símil do escalador; é boa proba do que eu digo. Ninguén chegará moi lonxe en matemáticas sen facer antes un esforzo mental duro e serio. Pero quen probe a alegría do coñecemento puro, quen vexa a beleza das matemáticas desexará facer dito esforzo. O obxectivo principal do ensino das matemáticas debe ser familiarizar ao estudante con esta alegría e, a través disto, educalo no pensamento lóxico e disciplinado, pois é indispensable para as matemáticas. Paga a pena facelo, ou cando menos intentalo, pois os que acadan, a través das matemáticas, a arte do pensamento lóxico poderán logo empregalo en todas as áreas da vida cotiá.

SRA. NICCOLINI: Hai quen di que se todo o mundo pensara coa súa propia cabeza viviriamos no caos; din, en definitiva, que é mellor que a xente siga ás autoridades. Cal é a súa opinión?

GALILEI: Levo toda a vida loitando contra este tipo de crenzas. É en parte que por iso agora me acusan. Quixera mencionar un exemplo: Aristóteles cría que para manter o movemento era necesaria unha forza. Pero iso non é certo: *a tese principal do meu novo traballo, que está apoiada nunha gran cantidade de probas, é que só para cambiar un movemento é precisa algunha forza; se ningunha forza actúa sobre un corpo en movemento, este manterá tal movemento*. Sen darse conta disto, é imposible entender completamente as leis do movemento. A razón pola que non era coñecido ata o de agora débese a que durante dous mil anos a xente cría máis na autoridade de Aristóteles ca nos seus propios ollos. Na vida cotiá, tamén é moi importante que cada un pense por si mesmo; é tan importante coma ciencia. As persoas non somos ovelliñas ás que hai que encarreirar con cans que van ladrando. Diferenciámonos dos animais en que nós somo capaces de pensar. Aqueles que non queren que a xente pense por si soa o que pretenden e desexan é degradar ás persoas ao nivel dos animais. Témome que nos alonxamos moito do obxectivo orixinal da nosa conversa. Non sei se respondín á túa pregunta.

SRA. NICCOLINI: Aínda non entendín o sinificado exacto do que lle comentou a Torricelli cando afirmou non dispor da proba concluínte da teoría copernicana. Tendo en conta o que me dixo antes, entendo que non debería existir tal proba.

GALILEI: Aí estás equivocada, Signora. Estou seguro de que existen probas que permitan refutar dunha vez por todas a idea de que a Terra está inmóbil no centro do espazo e co Sol xirando a seu redor. Cando falo de probas concluíntes da teoría de Copérnico refírome a observacións ou experimentos que sexan totalmente incompatibles e irreconciliables coa cosmovisión de Ptolomeo. Ando á procura destas evidencias constantemente. Se cadra, o seguinte exemplo axudache a ver e comprender a dificultade desta cuestión. Imaxina que estás nun barco, nun camarote pechado e sen xanelas. Se esperta-ras no medio da noite, non saberías se o barco está parado ou se se move con certa velocidade constante en liña recta; aínda que teña a túa disposición instrumetos de medida, nunca poderás distinguir entre estas dúas situacións se ficas dentro do camarote. Por exemplo, se deixas caer un obxecto ao chan, caerá do mesmo xeito xa estea o barco en movemento ou completamente parado. Non obstante, se cambia o movento do barco –ben sexa a súa velocidade ou a súa dirección–, diso si que te percatarías. Pero mentres o buque se mova con velocidade constante e en liña recta, ti non poderás percibilo ou detectalo desde o teu camarote. Por suposto, se o camarote ten unha xanela desde a que observas a costa, iso podería axudarche a xulgar se se move ou non o buque. Mais se estiveses en mar aberto e só ves outro barco no horizonte, poderías observar que o teu barco móvese respecto dese barco para o que miras; pero novamente, non poderías saber se iso ocorre porque se move o teu barco, porque se move o outro barco ou porque se moven ámbolos dous barcos.

Sra. Niccolini: Iso entendoo. Pero segundo Copérnico, a terra non se move en liña recta; faino ao redor do sol. Non sería entón similar a un barco mudando de dirección? Tal movemento, como vostede dixo, poderiamos percibilo no camarote pechado, non si?

Galilei: Se o barco muda de dirección moi lentamente, será difícil percatarse; só sentimos os cambios bruscos. A Terra dá unha volta ao redor do Sol nun ano. O cambio da dirección durante un día é moi leve. Eis a dificultade da súa observación.

Sra. Niccolini: E que pasa coa rotación da Terra respecto do seu propio eixo? Segundo Copérnico, a terra dá un xiro completo cada día. Tampouco podemos percibir ese movemento directamente?

Galilei: Pola que me preguntas, vexo que entendes perfectamente cal é tipo de proba que busco. Como xa che dixen, aínda non teño nada; confío en que a ciencia dará pronto con ela.

Sra. Nicolini: Dixo denantes que as leis da natureza están escritas na linguaxe das matemáticas. Iso tampouco o entendín ben.

Podería explicarmo cun exemplo?

GALILEI: Achégate á xanela, por favor. Mira esta bóla; vouna soltar; fíxate na súa caída. Que viches?

SRA. NICCOLINI: Pareceume que cae cada vez más rápido.

GALILEI: Estás no certo. Pero, como é que consegue gañar cada vez máis velocidade? Detrás disto hai unha lei marabillosamente sinxela. As distancias que percorre a bóla en períodos de y¡tempo iguais están en proporción cos números impares: isto é, a distancia percorrida pola bóla durante o segundo segundo é 3 veces a distancia percorrida durante o primeiro segundo, durante o terceiro segundo é 5 veces, durante o cuarto segundo é 7 veces e así sucesivamente. Noutras palabras: *o movemento dun corpo en caída libre é un movemento uniformemente acelerado; isto é, un movemeto uniformemente non uniforme*. Os escolásticos xa se ocuparon do estudo deste tipo de movemento, pero non o fixérono ignorando de costas ás matemáticas; e, sen matemáticas, nunca poderás entendelo de veras.

SRA. NICCOLINI: Isto é moi interesante!

GALILEI: Agarda un momento, aínda non rematei co que quería contarche sobre a caída libre. O que xa che contei ata o de agora tamén se pode expresar dicindo que a velocidade dun corpo en caída libre aumenta proporcionalmente co tempo. Observemos agora a distancia percorrida por dito corpo desde que o solto ata un instante arbitrario. Se denotamos á distancia –percorrida polo corpo durante o primeiro segundo– por a; entón, como xa dixen, a distancia percorrida durante o segundo segundo será $3a$; e daquela, a distancia percorrida durante os dous primeiros segundos será $3a + a = 4a$. Lembras o que dixen sobre a distancia percorrida durante o terceiro segundo?

SRA. NICCOLINI: Por suposto! Tal distancia é $5a$. Daquela, nos tres primeiros segundos de caída, a distancia percorrida será $4a + 5a = 9a$. Durante o cuarto segundo –tal e como vostede dixo– a distancia percorrida é $7a$ e entón, despois dos catro primeiros segundos, a altura da caída será $16a$.

GALILEI: Así pois, o corpo en caída libre cobre durante dous segundos a distancia $4a$, durante tres segundos a distancia $9a$, durante catro segundos a distancia $16a$. Ves algún padrón?

SRA. NICCOLINI: Paréceme que a distancia é proporcional ao cadrado do número de segundos. É así?

GALILEI: Adiviñas ben, si. Ademais, esta regra non só é certa para segundos enteiros ou completos, esta regra tamén aplicase a un período de tempo calquera.

SRA. NICCOLINI: Como se demostra iso en xeral?

GALILEI: Moi doado: debuxa unha liña recta e escolle un punto P_0 nesa liña que se corresponderá co instante no que se iniciou o movemento. Agora, cada punto P_t da recta L que se atopa á dereita de P_0 correspóndese cun instante de tempo t despois de que comezase a caída. Por cada un dos puntos P_t, debuxamos a liña recta perpendicular á recta L e seleccionamos sobre ela o punto Q_t cuxa distancia ao punto P_t correspondente é igual á velocidade do corpo en caída libre no instante de tempo t. Dado que a velocidade aumenta en proporción directa co tempo, os puntos Q_t situaranse todos nunha recta que pasa polo punto de partida P_0.

SRA. NICCOLINI: Iso está claro, pero como se podo obter a partir diso a distancia total percorrida?

GALILEI: Moi doado: a distancia percorrida ata o instante t é igual á área do triángulo PP_tQ_t.

SRA. NICCOLINI: Explíqueme os detalles, por favor. Aínda non entendo istoo último que acaba de dicir.

GALILEI: Se a velocidade é constante, a distancia percorrida é igual ao produto do tempo e a velocidade. Se un segmento horizontal representa ao tempo e un segmento vertical representa á velocidade, a distancia percorrida é igual á área do rectángulo que ten por lados os segmentos mencionados. Se a velocidade muda, a situación é máis complicada, pero a distancia seguirá sendo unha área. Por exemplo, se a velocidade é constante durante algún tempo e cambia de supeto a un valor máis alto e permanece nese punto, entón a distancia percorrida será igual á área dun dominio composto por dous rectángulos. Se a velocidade cambia máis a miúdo, pero permanece constante entre dous cambios bruscos consecutivos, entón a distancia percorrida será igual á área dun dominio composto por moitos rectángulos. Se a velocidade muda continuamente a un ritmo uniforme, a distancia percorrida será igual á área dun triángulo. Para entender isto, só tes que fixante en que podemos pensar un triángulo como se estivese formado por infinitos rectángulos paralelos, infinitamente finos e de diferentes alturas.

SRA. NICCOLINI: Isto é realmente fabuloso! Tratará o teu libro sobre as matemáticas do movemento esta cuestión?

GALILEI: Si, por suposto! Tratarei tamén outras moitas cuestións similares. Por exemplo, do mesmo xeito que se pode predicir onde estará unha pedra en caída libre despois de 2 ou 3 segundos, tamén se pode demostrar que se lanzo –en calquera dirección– a súa traxectoria será sempre un curva parabólica. Isto é moi interesante non só en situacións prácticas, senón tamén desde un punto de vista teórico, pois permitirame amosar que ocorre cando se combinan diferentes tipos de movemento. En realidade, non acabo de comprender por que nos empeñamos desde de Ptolomeo, e incluso desde épocas anteriores, en intentar calcular os movementos aparentes do sol, a lúa e os planetas que observamos día a día ou ano a ano e sen embargo, ata o día de hoxe, ninguén –agás, se cadra, Arquímedes– se molestou en examinar a fondo que é o que ocorre cando lanzamos ou tiramos unha pedra. E aínda que me acuse novamente de herexe por mor disto, afirmo que *o movemento dos corpos segue as mesmas leis aquí na Terra ca nos ceos*.

SRA. NICCOLINI: Daquela, o cosmos é coma un gran reloxo no que podemos calcular con total exactitude como xiran as súas rodas e resortes, desde o máis pequeno ata o máis grande.

GALILEI: Estas marabillosas regras só forman un dos moitos capítulos do libro da natureza. Pois na natureza tamén abundan os fenómenos irregulares, aleatorios e imprevisibles.

SRA. NICCOLINI: A que se refire?

GALILEI: Pensa, por exemplo, nas estrelas que ocasionalmente –por exemplo, hai agora 60 anos– aparecen de súpeto no ceo. Durante uns anos, aumenta cada día o seu brillo e resplandos no ceo; pero despois, tan subitamente como chegaron, subitamente desaparecen. Pensa tamén nas manchas solares que xiran ao redor do Sol ben preto da súa superficie. Ás veces medran, ás veces minguan, aparecen logo outras manchas novas, xiran e desaparecen. O universo non se asemella en todo a un reloxo, para nada! En moitos aspectos é máis ben coma un pícaro antolladizo e anoxado.

SRA. NICCOLINI: Polo que di, deduzo que no libro da natureza haberá capítulos que non están escritos na linguaxe das matemáticas porque, como vostede di, hai sucesos imprevisibles.

GALILEI: Equivócase, Signora. É comprensible que pense así, pois a descrición matemática dos fenómenos aleatorios aínda está nos seus inicios. Malia todo, tal é como eu mesmo demostrei cun sinxelo exemplo, a descrición matemática do azar é posible.

SRA. NICCOLINI: Fáleme logo dese exemplo!

GALILEI: Trátase fun antigo pero aínda hoxe popular xogo de azar: o xogo dos dados. Se tiramos un dado, como caia depende completamente do azar. Se as caras do dado están etiquetadas cos números 1, 2, 3, 4, 5 e 6 e tiramos o dado unha vez, entón só podemos asegurar que o número que sairá será un calquera deses seis. Mais se tiramos un dado moitas veces, observaremos entón certa regularidade: cada un dos seis números sairá un número aproximadamente igual de veces. Pero é moito máis interesante tirar dous dados á vez e sumar os números que saian. Con que valores debemos contar?

SRA. NICCOLINI: Moi fácil; con calquera entre 2 e 12.

GALILEI: Si. Pero esas 11 posibilidades non sucederán coa mesma frecuencia. Na maioría das tiradas, aproximadamente nun 1/6 delas, obteremos o 7; o 6 e o 8 sairán aproximadamente, cada un deles, un 5/36 do total de tiradas; o 5 e o 9 só sairán, aproximadamente, un 1/9 das veces; o 4 e o 10 un 1/12; o 3 e o 11 un 1/18 e, finalmente o 2 e o 12 só sairán, aproximadamente, un 1/36 do total de veces que tiramos os dados.

SRA. NICCOLINI: Vaia misterio. Cal é o motivo?

GALILEI: É moi simple. *Podemos obter o* 4 *de tres formas distintas: como suma dun* 3 *e dun* 1 *–tanto ten a orde na que saian– e tamén como suma dun* 2 *con outro* 2. *Sen embargo, para que saia o 12, tan só temos unha opción: debe saír un* 6 *nos dous dados. Polo tanto, entre todas as posibles sumas, o* 4 *aparecerá aproximadamente* 3 *veces máis frecuentemente co* 12.

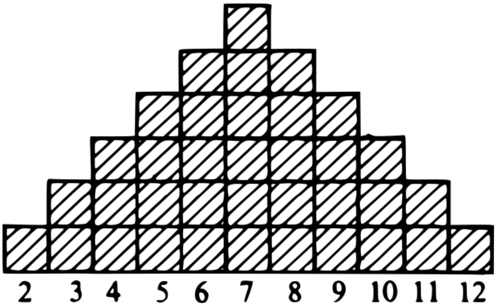
SRA. NICCOLINI: Vaites! Vou probar esa lei das matemáticas do azar no xogo dos dados, cre que gañarei moitos cartos?

GALILEI: Un xogo de azar é xusto se as súas regras están configuradas de tal modo que ningún dos xogadores se encontra nunha posición de vantaxe. Se as regras están mal configuradas, entón por suposto que un xogador podería gañar moito diñeiro sempre e cando xogue o tempo suficiente e teña cartos suficientes como para xogar ata que aparezan as leis do azar.

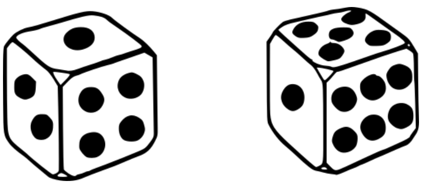
SRA. NICCOLINI: Nunca pensei que as matemáticas se agochasen detrás dos xogos de azar. Como se chama esta rama das matemáticas?

GALILEI: É unha rama tan novidosa, que aínda non ten nome. Poderiamos chamarlle “cálculo d eprobabilidades”.

SRA. NICCOLINI: Como é que nunca escoitara falar disto?



$$
\begin{array}{rcccccccccccc}
2 = & 1+1 & & & & & \\
3 = & 1+2 & = 2+1 & & & & \\
4 = & 1+3 & = 2+2 & = 3+1 & & & \\
5 = & 1+4 & = 2+3 & = 3+2 & = 4+1 & & \\
6 = & 1+5 & = 2+4 & = 3+3 & = 4+2 & = 5+1 & \\
7 = & 1+6 & = 2+5 & = 3+4 & = 4+3 & = 5+2 & = 6+1 \\
8 = & & = 2+6 & = 3+5 & = 4+4 & = 5+3 & = 6+2 \\
9 = & & & = 3+6 & = 4+5 & = 5+4 & = 6+3 \\
10 = & & & & = 4+6 & = 5+5 & = 6+4 \\
11 = & & & & & = 5+6 & = 6+5 \\
12 = & & & & & & = 6+6
\end{array}
$$



$$1 + 5 = 6$$

GALILEI: Ata hai ben pouco, os matemáticos, acostumados a estudar só aquilo que é exacto e regular, fuxían do tratamento e estudo do azar, pois entendían que non debía ser esa unha das súas preocupacións. A autoridade de Aristóteles tivo un efecto inhibidor; segundo a súa doutrina, as matemáticas estadan o inmutable e firme. E claro, que pode ser máis cambiante co propio azar? Había tamén outros prexuízos aínda máis remotos: é un costume antigo ver a vontade de Deus en fenómenos fortuitos como o lanzamento de dados, o voo das aves ou as liñas irregulares do fígado dun animal sacrificado, que chegaban incluso a observarse con medo e temor. Todo isto dotaba á aparición dos sucesos aleatorios de certa conmoción; e así, intentar explicar este tipo de eventos –tan divinos– coa mente humana era visto pola maioría da xente como algo moi próximo á blasfemia.

SRA. NICCOLINI: Encántame como as matemáticas –aínda que eu só sei delas o que vostede me conta– fan que as cousas máis complicadas sexan sinxelas. Á luz do facho das matemáticas, moitas cousas difíciles e pouco comprensibles fanse tan claras e simples.

GALILEI: Si, é certo o que dis. Pero debe dicirche que as matemáticas, ás veces, tamén nos ensinan que as cousas aparentemente simples son, en realidade, moi complexas.

SRA. NICCOLINI: Que pretende dicirme, Signor Galilei?

GALILEI: Dareiche un exemplo ben sinxelo. Imos escribir nesta folla de papel os números enteiros do cero en diante; si, do seguinte xeito: 0, 1, 2, 3, ... Imaxinemos que esta sucesión de números continúa ata o infinito. Agora, entre todos estes, marcamos aqueles que sexan o cadrado dalgún número. Ben ves, a medida que imos avanzando, atopamos cada vez menos números que marcar; as distancias entre eles fanse máis e máis longas.

SRA. NICCOLINI: Efectivamente, as distancias entre os números marcados son 1, 3, 5, 7, 9, ...; os números impares.

GALILEI: Lémbrame ás distancias da pedra en caída libre. Respóndeme entón ao seguinte: se afirmo que hai menos números cadrados ca números en xeral, levo razón; non si?

SRA. NICCOLINI: Pois paréceme que leva, si.

GALILEI: Fai agora o seguinte: escribe de novo a sucesións dos números enteiros e apunta debaixo de cada número o seu cadrado. Na segunda liña só hai cadrados, non si? e fíxate, cada un só se aparece unha vez, non si?

SRA. NICCOLINI: Si, si.

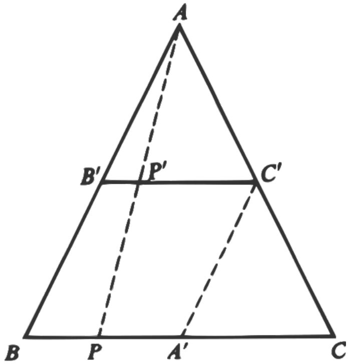
GALILEI: Embaixo de cada número hai outro. Logo na segunda liña hai tantos números coma na primeira. Aínda dis que hai menos números cadrados ca números enteiros?

$$\begin{array}{cccccccccccccccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 19 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & \dots \\ 0 & 1 & 4 & 9 & 16 & 25 & 36 & 49 & 64 & 81 & \dots \end{array}$$

SRA. NICCOLINI: Confundiume con este exemplo. Que deducimos disto?

GALILEI: *Que o que é certo no caso finito –por exemplo, que as partes sempre son menores que a totalidade– non é necesariamente certo no caso infinito*. En realidade, disto xa se dera conta Zenón; non lembras o seu paradoxo sobre o estadio?
Observou o seguinte: se nun triángulo ABC conectas os puntos medios C' e B' dos lados AC e AB e proxectas logo a liña de conexión co punto A cara ao lado BC, entón cada punto P' do segmento $B'C'$ correspóndese cun punto P do lado BC e viceversa; polo tanto, o segmento $B'C'$ –cuxa lonxitude é a metade da lonxitude do segmento BC– ten tantos puntos coma o segmento BC. É curioso, pero Zenón non se decatou de que cos números enteiros ocorre exactamente o mesmo paradoxo.

SRA. NICCOLINI: Daquela, tamén podes demostrar que, en realidade, hai tantos números pares como números enteiros e, sen embargo, só un de cada dous números enteiros é par.



Galilei: Vexo que entendiches á perfección o que dixen. Recoñécese cando alguén entende un tema a fondo mirando simplemente se é capaz de transformalo por si mesmo, de cambialo; nunha palabra, de recrealo.

Sra. Niccolini: Iso é certo. Quen só sabe cociñar seguindo receitas, non é un bo cociñeiro. O bo cociñeiro modifica as receitas libremente; bota máis ou menos especias segundo conveña e cociña así un prato distinto de cada vez.

Galilei: O bo cociñeiro fai experimentos, coma un científico; e pode facelos libremente, sen sospeitas de herexía nin blasfemia!

Sra. Niccolini: Signor Galilei, mentres me contaba tantas cousas interesantes, fíxose noite. Penso que é hora de que se vaia á cama. Sinto moito entretelo durante tanto tempo. Non estará canso de explicarme tantas cousas?

Galilei: Ah, en absoluto, gocei moito desta conversa. Esquecín totalmente a miña penosa situación.

Sra. Niccolini: De verdade? Non debe matinar tanto niso.

Galilei: Cando me preguntas sobre matemáticas, falo para manterme entretido e para que non pense nos meus problemas?

Sra. Niccolini: Espero que non se enfade comigo por iso. Créame, aínda que tamén teña outros motivos, estou moi interesada nestes problemas. Vexo, señor Galilei, que pode ler non só no libro da natureza, senón tamén na alma humana. Non entendo por que non emprega esa habilidade contra os seus inimigos; defenderíase moito mellor deles e evitaría enervalos.

GALILEI: Ler na túa alma anxelical é para min un pracer tan puro como explorar nas marabillas da natureza. Pero non leo na alma dos meus inimigos; só ao porco lle gusta remexer na lama.

SRA. NICCOLINI: Se ignorase por un intre ese odio e intentase ler no pensamento dos seus inimigos, creo que mudaría de opinión sobre o plan de Torricelli e os seus entusiastas amigos.

GALILEI: Tamén ti me recomendas fuxir? De veras cres que debería aceptar a súa oferta?

SRA. NICCOLINI: A única razón pola que non respondo cun simple "si" é que descoñezo como de realistas son eses plans e se, en verdade, terían éxito. Se eu estiver no seu lugar, Signor Galileo, intentaría informarme ben. Se o plan é realizable –conste que eu non estou convencida disto–, debería aceptar. Non quería entremeterme, pero xa que mo pregunta, opino.

GALILEI: Ti tampouco confías en que gañe?

SRA. NICCOLINI: Vostede dixo que só confía na verdade. Estou de acordo: tarde ou cedo prevalecerá a verdade, pero non estou convencida de se estaremos vivos cando iso suceda. Di tamén que os cargos non teñen ningún fundamento e non lograrán probar nada. Paréceme que aí comete un erro: non se confunda, a Inquisición non xulga a verdade do mesmo modo que fai vostede cunha proba na ciencia; nada diso! Pero non falemos disto. Se cadra, son demasiado pesimista. É hora de deitarse. Ogallá que durma e descanse tan ben coma onte.

GALILEI: Onte pola noite soñei. Soñei que estando alí sentado –no meu cuarto, á beira da xanela–, de súpeto, a butaca comezaba a voar, cada vez máis alto e máis alto, xa por riba nas nubes, cara ao espazo baleiro. Non podes imaxinar a sensación tan marabillosa que foi para min ver á Terra –cada vez máis pequena– brillando no ceo escuro coma se fose a Lúa. Vina moverse; xiraba maxestuosamente ao redor do Sol á vez que rotaba tamén sobre o seu propio eixe. Nunca antes estivera tan feliz, vía cos meus propios ollos o movemento da Terra! Saquei entón o meu telescopio e, así como antes sempre mirara da Terra ao ceo, mirei agora do ceo á Terra; apuntei cara Roma. Era un telescopio moi bo, moito mellor ca calquera coñecido; permitíame incluso recoñecer as facianas. Imaxínate, e vin a Inchofer e Pasqualigo –eses dous burriños de alma escura– camiñando polas marxes do Tíber mentras discutían. Xirei un parafuso do meu telescopio e escoitabaos falar. Falaban do movemento da Terra; cada un máis alto e enervado co outro, declararon que se trataba unha doutrina falsa e herética. Pero mentres tanto, a Terra proseguía co seu maxestuoso movemento ao redor do Sol e –ignorando as súas babecadas– xirou sobre o seu eixo levando consigo a estes dous papóns que desapareceron da miña vista burlándose e calumniándome a min e a Copérnico. Pareceume todo tan grotesco que escachei a rir; brotáronme as bágoas nos ollos de tanto rir e foi entón cando acordei.

Sra. Niccolini: Vaites! Ese é un soño ben bonito. Se cadra esta noite soña cunha época na que ata os cativos aprenden na escola que a terra se move ao redor do Sol.

Galilei: Cando non estou durmindo, soño con esa idade a miúdo; estou convencido de que ese momento chegará pronto. O progreso da ciencia é imparable, pero non será constante nin estará libre de obstáculos. Dado que a ciencia é unha creación humana, as novas ideas e pensamentos tamén terán que loitar no futuro. Máis tarde ou máis cedo, a verdade irromperá como e caerá a luz sobre moitas cousas que aínda hoxe nos desconcertan. Sen embargo, ás veces preocúpame o que fará a humanidade con ese coñecemento. Será a xente máis feliz nesa época? Cando era novo, cría inxenuamente que calquera que se dedicara á ciencia debía ser necesariamente bo. Estaba equivocado, mudará a situación actual neses tempos cos que soñamos? ou non terán tamén eses tempos os seus propios prexuízos e dogmas? seguirán daquela os envexosos sen talento calumniando e enterrando a xente decente? haberá tamén daquela vermes que parasiten a árbore viva da ciencia?

SRA. NICCOLINI: En verdade, cando pensamos no futuro, só debemos desexar e agardar con esperanza que o ser humán non só coñeza, senón que aumente tamén a súa humanidade. Estou segura de que nas vindeiras xeracións –aínda que, efectivamente, tamén haberá vermes– haberá sempre persoas que dediquen a súa vida a loitar por esa época coa que tanto soñamos. Cando esas persoas volvan a vista atrás, ao pasado, verán que Galileo Galilei estaba dúas cabezas por riba dos seus contemporáneos e confesaranse entón, con orgullo, como os seus discípulos, continuadores do seu traballo e herdeiros dos seus soños.

Posdata

Un autor optimista non escribe un prólogo para o seu libro, pois confía en que o libro fale por si só e está convencido de que os lectores entenderán o que quere dicir sen necesidade de ningunha explicación adicional. Aínda que son optimista, no caso deste libro sentín que, se non un prefacio, si era necesaria unha posdata sobre os obxectivos do autor e sobre as consideracións que o levaron a escoller o estilo literario do diálogo. Engado estas observacións en forma de posdata porque quero que sexan lidas despois dos diálogos, nunca antes.

O interese polas matemáticas e as súas aplicacións vai hoxe en aumento, en todos os países, entre un número crecente de persoas. Pedíronme en xa en máis dunha ocasión que impartise charlas divulgativas e populares sobre matemáticas; foi entón cando observei que moita xente está interesada, ante todo, en saber que son –en verdade– as matemáticas, en descubrir en que consiste o seu método específico, en entender e coñecer cal é a súa relación coas as humanidades e coas outras ciencias e finalmente, en saber que ofrecen as matemáticas a quen traballe noutra disciplina. Tamén descubrín que o público que acode a este tipo de conferencias –cuxa ampla maioría goza dunha formación que lles permite ler e entender libros de matemáticas dirixidos a un público non especialista– desexa, en xeneral, non máis ca unha simple ampliación da súa visión sobre a materia; pouco ou nada lles interesa adquirir os métodos específicos das matemáticas. É máis, aqueles que precisaban de certos coñecementos matemáticos para o seu traballo, antes de decidir se estudar a fondo determinada área das matemáticas, exixían saber que podían esperar dela, pois o estudo das matemáticas non é doado para quen non o ten por costume.

Mentres falaba de matemáticas con non matemáticos, atopeime con bastantes prexuízos, malentendidos e equívocos; non só entre persoas cuxos principais intereses e actividades cotiás están alonxadas das matemáticas, senón tamén entre aquelas persoas que, por mor da súa profesión, teñen en verdade certo coñecemento sobre algunha rama sesta disciplina. En realidade, isto non é tan sorprendente, pois as persoas que teñen algún coñecemento pero carecen dunha visión suficientemente ampla e profunda, acostuman estar máis dispostas a facer xeneralizacións falsas. Descubrín tamén que os fundamentos, tanto das matemáticas como das súas aplicacións, están a miúdo –incluso entre os propios matemáticos– en disputa e suxeitos a certa controversia.

Estas circunstancias convencéronme da necesidade real dunha discusión sobre as cuestións básicas das matemáticas e as súas aplicacións dun xeito que, sendo accesible para os non especialistas, presente estes problemas na súa plena complexidade. Decateime axiña de que facer estas preguntas comprensibles para o público xeral non sería unha tarefa nada sinxela; polo tanto, busquei un método especial que me permitira achegar os problemas abstractos aos profanos. Esta procura levoume a experimentar co estilo dos diálogos socráticos. Os diálogos socráticos mostran os pensamentos a medida que van sendo creados e esaxera e dramatiza ideas, mantendo esperta así a atención e facilitando daquela a comprensión.

Escollín como tema central para o primeiro diálogo a cuestión “Que son en verdade as matemáticas?” Penso que a discusión desta pregunta é de vital importancia, pois o ensino das matemáticas nas escolas de educación primarias e secundaria aínda está, aínda hoxe, lonxe de dar unha resposta clara, correcta e actualizada.

Nese diálogo, intentei calcar o mellor que souben o método, e incluso a linguaxe e a fala, dos diálogos socráticos orixinais. O protagonista é o propio Sócrates e a discusión ten lugar na época que viu nacer ás matemáticas no sentido en que hoxe as entendemos; así pois, as matemáticas preséntanse ao lector “in statu nascendi”. No diálogo, Sócrates aplica o seu peculiar método de discusión: formulando preguntas, conduce ao interlocutor cara á comprensión da cuestión que os ocupa. Un diálogo socrático non é logo un choque entre dous puntos de vista; máis ben, é unha conversa na que, xuntos, os participantes intentan descubrir a verdade. Mediante unha análise lóxica dos conceptos implicados, chegan paso a paso a respostas para cada unha das cuestións formuladas. Durante a discusión, os participantes adoitan facer declaracións –ás veces incluso de forma categórica– que logo entenden como falsas. Así, un diálogo socrático é un todo orgánico e o só pode entenderse seu significado real lendoo de principio a fin e, se é posible, sen interrupcións. Todas estas características fan que o diálogo socrático sexa realista, intenso e animado, polo que me pareceu entón especialmente axeitado para os meus obxectivos.

Aínda tiña outra razón para escoller este estilo: creo firmemente que o método socrático está directamente relacionado co método matemático. Esta crenza viuse recentemente fortalecida polas investigacións de Árpád Szabó, quen arroxou nova luz sobre as orixes das matemáticas na Antiga Grecia.

O primeiro diálogo foi representado por primeira vez en Budapest en 1961; un ano máis tarde aparecería a primeira versión escrita na revista *Valósag* [1]. En 1963, apareceu unha tradución ao francés en *Les Cahiers Rationalistes* [2]. Nese mesmo ano, representeino por primeira vez en inglés; foi despois da cea da reunión de físicos estadounidenses en Edmonton. Publicouse a versión escrita correspondente tanto no *Canadian Mathematical Bulletin* [3] coma en *Physics Today* [4], que sería logo reimpresa pola revista *Simon Stevin* [5]. Desde entón, apareceron traducións en alemán [6] e portugués [7].

A boa recepción do primeiro diálogo tanto entre matemáticos coma entre non matemáticos animoume a seguir experimentando con este xénero. Un segundo diálogo foi presentado por primeira na Universidade de Toronto, corría o ano 1964; a versión escrita en inglés foi publicada inicialmente pola *Ontario Mathematics Gazette* [8] e máis tarde, tamén apareceu en *Simon Stevin*

[1] Dialógus a matematikáról, *Valóság*, **3**, 1–19, 1962.

[2] Un dialogue, *Les Cahiers Rationalistes*, **33**, No. 208-209. Janvier-Frévier, 1963.

[3] A Socratic dialogue on mathematics, *Canadian Mathematical Bulletin*, **7**, 441–462, 1964.

[4] A Socratic dialogue on mathematics, *Physiscs Today*, December, 1964, pp. 1–36.

[5] A Socratic dialogue on mathematics, *Simon Stevin*, **38**, 125–144, 1964–1965.

[6] Skratischer Dialog, *Neue Sammlung*, **6**, 284–304, 1966.

[7] A matemática–Um Dialogo Socrático, *Gazeta de Matemática*, **26**, N,. 100, Julho-Dezembro 1965, pp. 59-71.

[8] A dialogue on the applications of mathematics, *Ontario Mathematics Gazette*, **3**, No. 2, 28–40, 1964

[9].

Dado que no primeiro diálogo só discutira a relación das matemáticas coa realidade no sentido filosófico, no segundo quixen facer unha discusión máis detallada das aplicacións das matemáticas. Era lóxico escoller a Arquímedes como protagonista de tal diálogo, pois o seu nome está inseparablemente ligado –xa desde a antigo– coas aplicacións. Non obstante, o marco histórico do segundo diálogo non permitiu dicir todo o que quería sobre este tema tan polémico.

Así pois, sentín que debía escribir un terceiro diálogo cuxo protagonista sería Galileo, o primeiro pensador dos tempos modernos que se decatou da importancia do método matemático para descubrir as leis da natureza, e que propagou logo con tanto ímpeto a súa convicción. O segundo e o terceiro diálogo compleméntanse entre si, pero tamén ao primeiro. Son, non obstante, moi distintos do primeiro, tanto na forma coma no estilo. Por suposto, Arquímedes e Galileo non empregan o método socrático: en vez de guiar ao interlecutor para que adiviñar os seus pensamentos, simplemente exprésanos. Tiven que prescindir da principal fonte de tensión interior que proporciona o diálogo socrático. Pero intentei compensar esta perda ambientando os diálogos en situacións históricas extremadamente críticas e decisivas, cuxas dinámicas internas estarían directamente relacionadas coa temática do diálogo, amplificando así a tensión subxacente.

A presenza de Arquímedes e Galileo permitíame tratar temas matemáticos moito máis especializados cos do primeiro diálogo; especialmente, todos aqueles que se orixinaran con Arquímedes ou Galileo. Dunha ou doutra forma, intentei incorporar a maiorías dos seus logros máis famosos e coñecidos.

En relación con isto, gustaríame dicir algunhas palabras sobre o tratamento dos feitos históricos. Procurei evitar todo tipo de anacronismo nos tres diálogos. Tiven coidado de non atribuír aos meus personaxes ningún coñecemento de matemáticas (nin doutras cousas) que non puidesen posuír nese momento. Non obstante, dado que Arquímedes e Galileo foron verdadeiros pioneiros cuxas ideas e forma de pensar non só foron moi adiantadas ao seu tempo, senón que incluso hoxe son modernas, non me gardei de incluír nestes diálogos todo aquili considerei importante dicir. Por suposto, para evitar

[9] A dialogue on the applications of mathematics, *Simon Stevin*, **39**, No. 2, 3–17, 1965

o anacronismo, tiven que restrinxirme principalmente a exemplos de matemáticas elementais. Podería falar entón do cálculo infinitesimais, pero só do que Arquímedes e Galileo coñecían. Esta restrición, con todo, tiña certas vantaxes; pois obrigoume a evitar exemplos que serían demasiado difíciles para o profano en matemáticas.

Sen embargo, non interpretei o requisito da plenitude da fe histórica de forma tan ríxida como para atribuír aos meus personaxes só aqueles puntos de vista e ideas que realmente posuían; sentinme libre de atribuírlles puntos de vista e ideas ás que se cadra puideron chegar, sobre todo cando se trataba de desenvolvementos lóxicos de ideas coas que si estaban ben familiarizados. Non obstante, naqueles casos nos que se sabe que tiñan crenzas erróneas, sentinme obrigado a non ocultar tal feito. Por exemplo, é ben coñecido que Galileo pensaba que os planetas se movían ao redor do Sol describindo órbitas circulares e que non entendía o papel da gravitación; polo que Galileo fala sobre estas cuestións en consecuencia.

Doutra banda, pareceume admisible facer conxecturas tan atrevidas coma, por exemplo, que Arquímedes chegou a certas ideas que hoxe relacionamos coa cibernética e que planeaba unha máquina para cribar números primos[10]. Obviamente, non podo xustificar estas conxecturas en ningún documento histótico e, por suposto, tampouco as considero ben fundamentadas; o único que afirmo é que non é impensable que estas conxecturas sexan certas e, ademais, que os feitos ao noso alcance son tan insuficientes para desmentir estas conxecturas como para demostralas. Pensei que a "licenza poética" permitía empregar hipóteses coma estas.

En canto aos antecedentes históricos do segundo e do terceiro diálogo, mantívenme fiel aos feitos en todos os puntos esenciais. A única excepción onde me afastei conscientemente dos feitos coñecidos, atópase no segundo diálogo: onde o rei Hierón dirixe a defensa de Siracusa no cerco do ano 212 a. C., pero –en realidade– morreu tres anos antes. Estes dous diálogos conteñen a descrición de sucesos hipotéticos sobre os que non temos ningún tipo de coñecemento, pero que non son contradicidos con ningún dos feitos coñecidos. Este é o caso, por exemplo, do plan para axudar a Galileo a fuxir: non sabemos se Torricelli e os seus amigos tiñan realmente ese plan, mais non

[10] Un aparato con tal utilidade foi descrito por primeira vez por D. H. Lehmer (A photoelectric number sieve, *American Mathematical Monthly*, **40**, 401–406, 1933).

é en absoluto imposible.

O contido esencial (non así a redacción) dalgunhas frases dos diálogos é ben directamente atribuíble aos personaxes, ou bem atribuído polos seus contemporáneos. É o caso, por exemplo, de cando Sócrates fala sobre si mesmo, [11] Arquímedes sobre o seu método [12] e Galileo sobre a linguaxe do libro da natureza. [13] Esas frases (e só esas) aprecen impresas en cursiva.

Intentei amosar a personalidade dos distintos personaxes da forma máis fiel posible ao coñecido. No caso do terceiro diálogo, a obra de teatro de László Németh influíume notablemente: tomei del, entre outras cousas, a idea de presentar a Torricelli e á señora Niccolini.

Para aqueles que queiran estudar os antecedentes históricos destes diálogos, engadín unha bibliografía seleccionada cuxo obxectivo non é a completitude; tan só contén aquelas referencias que, entre o material que consultei, me pareceron máis útiles e interesantes.

Espero que esta posdata deixe claro cales eran os meus obxectivos cando escribín estes diálogos. Correspóndelle agora ao lector xulgar ata onde puiden executar as miñas intencións.

Alfréd Rényi

[11] Véxase, por exemplo, "Apología de Sócrates" (Platón, *Diálogos* (Gredos, 1981-1999), Volumen I).

[12] Véxase a carta de Arquímedes a Eratóstenes (Heath, T. L., *The works of Archimedes with the method of Archimedes* (Dover, 1960), p. 13). En particular, a seguinte frase: "certain things first became clear to me by a mechanical method, although they had to be demonstrated by geometry afterwards, because their investigation by the said method did not furnish an actual demonstration. But it is of courese easier when we have previously acquiered by the method, some knowledge of the question, to supply the proof than it is find it whitout any previous knowlwdge".

[13] Véxase a seguite frase da carta de Galileo titulada "The Assayer" (Drake, S., *Discoveries and opinions of Galileo* (Doubleday, 1957), pp. 237–238.): "Philosophy is written in this grand book, the universe, which stands continually open to our gaze. But the bok cannot be understood unless one first learns to comprehend the language and read the letters in which it is composed. It is written in the language of mathematics..."

Bibliografía seleccionada[14]

Primeiro diálogo

Platón, *Diálogos* (Gredos, 1981-1999).

Szabó, Á., The transformation of mathematics into deductive science and the beginnings of its foundation on definitions and axioms, *Scripta Mathematica*, **27**, 27–48, 1964.

Szabó, Á., The transformation of mathematics into deductive science and the beginnings of its foundation on definitions and axioms II, *Scripta Mathematica*, **27**, 113–139, 1964.

Segundo diálogo

Heath, T. L., *The works of Archimedes* (Dover, 1960).

Heath, T. L., *The works of Archimedes with the method of Archimedes* (Dover, 1960).

Heath, T. L., *Greek mathematics* (Dover, 1963).

Plutarco, *Vidas paralelas* (Gredos, 1985).

Clagett, M., *Greek science in antiquity* (Collier, 1955).

[14]Nota dos tradutores: as versións en húngaro e alemán inclúen tamén a seguinte referencia do filólogo e historiador da ciencia húngaro Á. Szabó:

Szabó, Á., Der älteste Versuch einer definitorisch-axiomatischen Grundlegung der Mathematik [O intento máis antigo de fundamentación axiomático de definición das matemáticas], *Osiris*, **14**, 308–369, 1962.

Terceiro diálogo

Galilei, G., *Diálogo sobre los dos máximos sistemas del mundo ptolemaico y copernicano* (Alianza, 1995).

Drake, S., *Discoveries and opinions of Galileo* (Doubleday, 1957).

Galilei, G., *Diálogos acerca de dos nuevas ciencias* (Losada, 2003).

Geymonat, L., *Galileo Galilei* (Península, 1986).

Santillana, G., *The crime of Galileo* (The University of Chicago, 1976).

Armitage, A., *The world of Copernicus* (New American Library, 1947).