

I. Diálogo socrático sobre matemáticas

SÓCRATES: Buscas a alguén, querido Hipócrates?

HIPÓCRATES: Non, Sócrates, pois veño de atopar a quen buscaba: es ti. Estiven tras túa por todos lados. Na *ágora* dixéronme que te viran paseando por aquí, a carón do río, e foi entón que vin onda ti.

SÓCRATES: Ben, cóntame entón por que viñeches, que despois quero preguntarche algo sobre a nosa discusión con Protágoras do outro día. Lembras non?

HIPÓCRATES: Oféndeme a dúbida! Desde aquel día non pasa unha noite sen que pense naquilo. Veño pedir consello, pois aquela conversa mantense no meu pensamento.

SÓCRATES: Parece, querido Hipócrates, que quixeres falar comigo sobre a mesma cuestión que eu desexo discutir contigo e daquela, ambas cuestións son unha e coinciden. Os matemáticos andan logo trabucados cando din que dous nunca é igual a un.

HIPÓCRATES: Efectivamente, Sócrates, pois é xustamente de matemáticas do que quero falar.

SÓCRATES: Hipócrates, ben sabes que eu non son matemático. Por que non lle formulas as túas dúbidas ao afamado Teodoro?

HIPÓCRATES: Increíble, Sócrates, respondes ás miñas dúbidas incluso antes de que as formule. Vin pedir a túa opinión sobre o meu desexo de facerme discípulo de Teodoro.

Da última vez que vin onda ti, daquela coa intención de facerme discípulo de Protágoras, fomos logo falar con el e foi dirixindo ti a

conversa que me quedou ben claro que ese home non coñecía a disciplina da que falaba. Mudei así de opinión e non me fixen discípulo del. Aquela conversa axudoume a saber que non debo facer, pero non me mostrou ren sobre o que debo facer. Sigo interrogándome sobre isto último.

Fun a banquetes e estiven á parola cos mozos da miña idade, atrevome a dicir que me divertín moito, mais non é iso o que me satisfai. Amólamе decatarme ignorante. Máis exactamente, sinto que o coñecemento do que dispoño é incerto. Durante a discusión con Protágoras, decateime de que o meu coñecemento sobre a virtude, a xustiza ou a coraxe está ben lonxe de ser aceptable. Non obstante, penso que isto é un gran avance: vexo claramente a miña propia ignorancia.

SÓCRATES: Alédame, querido Hipócrates, que me entendas tan ben. Eu sempre me repito con sinceridade que nada sei e nada coñezo. *A diferenza da maioría das persoas, eu non imaxino que coñezo ou sei o que en realidade nin coñezo nin sei.*

HIPÓCRATES: Iso mostra claramente a túa sabedoría, Sócrates. Pero ese coñecemento non é suficiente para min. Eu sinto un forte desexo por obter algún coñecemento certo e sólido, penso non seerei feliz ata logralo. Reflexiono constantemente sobre que tipo de coñecemento debo intentar adquirir.

Recentemente, Teeteto díxome que só hai certeza nas matemáticas e suxeríume aprender matemáticas do seu mestre: Teodoro. Seica é o maior experto en números e xeometría de Atenas. Por iso díme, Sócrates, atoparei o tipo de coñecemento que busco se estudo matemáticas con Teodoro?

SÓCRATES: Se queres estudar matemáticas, fillo de Apodoloro, entón, certamente, nada mellor podes facer que ir onda o meu bo amigo Teodoro. Pero debes decidir por ti mesmo se realmente queres estudar matemáticas ou non. Ninguén mellor ca ti coñece o que verdadeiramente precisas.

HIPÓCRATES: Por que rexeitas axudarme, Sócrates? Ofendinte sen sabelo?

SÓCRATES: Non me malinterpretes, meu xove amigo. Non estou anoxado; pero preguntas polo imposible. Cada un ten que decidir por si mesmo o que quere facer. Non podo facer máis que asistir como parteira ao nacemento da túa decisión.

HIPÓCRATES: Por favor, querido Sócrates, non te negues a axudarme. Se non estás ocupado, comecemos de inmediato.

SÓCRATES: Moi ben, que así sexa. Botémonos á sombra daquel carballo. *Pero primeiro dime, estás preparado para levar a conversa do xeito que a min me gusta? Eu farei preguntas e ti responderás. Con este método verás máis claro o que xa sabes e coñeces, pois fará agromar as sementes do coñecemento que xa están na túa alma.*

Agardo que non te comportes coma o [rei Darío](#), quen matou ao capataz das súas minas por non sacar máis que cobre dunha mina na que o rei imaxinara ouro. Conto logo con que non esquezas que un mineiro só pode sacar dunha mina o que alí hai.

HIPÓCRATES: Xuro que non che recriminarei, pero, por [Zeus](#)! comecemos a minar dunha vez!

SÓCRATES: Todo ben daquela. Dime logo, sabes que son as matemáticas? Xa que queres estudalas, supoño que poderás dicirmo.

HIPÓCRATES: Podería responderche un cativo. As matemáticas son unha ciencia, unha das máis finas.

SÓCRATES: Non che pedín que louvaras as matemáticas, senón que describises a súa natureza. Por exemplo, se che preguntase pola arte dos médicos, responderías que trata sobre a saúde e a enfermidade, e que ten como obxectivo curar aos doentes e manter aos sans. Estou no certo, non?

HIPÓCRATES: Efectivamente.

SÓCRATES: Responde entón a isto: a arte dos médicos estuda algo que existe? Quero dicir, se non houbese médicos, existiría igualmente a enfermidade?

HIPÓCRATES: Certamente, aínda máis do que agora!

SÓCRATES: Falemos doutra arte; por exemplo, da astronomía. Concordas comigo en que os astrónomos estudan o movemento das estrelas?

HIPÓCRATES: Si, estou seguro.

SÓCRATES: E se che pregunto se a astronomía estudo algo que existe, cal será a túa resposta?

HIPÓCRATES: A miña resposta será que así é.

SÓCRATES: Existirían as estrelas se non houberse astrónomos neste mundo?

HIPÓCRATES: Por suposto! E se Zeus na súa ira extinguiuse a toda a humanidade, as estrelas lucirían no ceo pola noite. Pero... por que falamos de astronomía e non de matemáticas?

SÓCRATES: Non te impacientes, meu bo amigo. Consideremos novamente outra arte e compararémosla coas matemáticas. Como lle chamarías a un home que coñece todas as criaturas que viven na fraga e nas profundidades mariñas?

HIPÓCRATES: Diría que é un científico que estuda a natureza viva.

SÓCRATES: E concordas comigo en que tal home estuda cousas que existen?

HIPÓCRATES: Concordo.

SÓCRATES: E se afirmo que toda arte estuda algo que existe, estarás de acordo?

HIPÓCRATES: Completamente de acordo.

SÓCRATES: Agora dime, meu xoven amigo, cal é o obxecto de estudo das matemáticas? que é o que estudan os matemáticos?

HIPÓCRATES: Fíxenlle esa mesma pregunta a Teeteto. Respondeume que un matemático estuda números e formas xeométricas.

SÓCRATES: Ben, a resposta é correcta. E ti dirías que existen esas cousas?

HIPÓCRATES: Abofé que si! Como poderíamos falar deles se non existisen?

SÓCRATES: Daquela, se non houberse matemáticos, habería números primos? e de ser así, onde estarían?

HIPÓCRATES: Agora xa non sei que responder. Se os matemáticos pensan nos números primos, entón é evidente que estes existen na súa conciencia; mais se non houberse matemáticos... os números primos non estarían en ningures.

SÓCRATES: Insinúas que os matemáticos estudan cousas inexistentes?

HIPÓCRATES: Si, penso que debemos admitilo.

SÓCRATES: Olla a cuestión desde outra perspectiva. Escribín aquí, nesta placa de cera, o número 37. Velo ben?

HIPÓCRATES: Si, vexoo.

SÓCRATES: E podes tocalo coa túa man?

HIPÓCRATES: Certamente que si.

SÓCRATES: Entón, se cadra, si que existen os números, non?

HIPÓCRATES: Oh, Sócrates, riste de min. Mira aí, debuxei na mesma placa un dragón con sete cabezas. Existe ese dragón? Nunca coñecín a ninguén que vira un dragón e estou convencido de que, agás nos contos de fadas, os dragóns non existen. Entendo que estou enganado, supoño que nalgún lugar máis aló das Columnas de Hércules existen os dragóns, aínda que non teñen nada que ver co que eu debuxei.

SÓCRATES: Contas verdades, Hipócrates, e eu estou completamente de acordo co que ti ben dis. Mais, significa iso que aínda podendo falar deles e debuxalos, en realidade, os números non existan?

HIPÓCRATES: Certamente.

SÓCRATES: Non obteñas conclusións precipitadas. Fagamos outra proba. Levo razón se afirmo que podemos contar as ovellas que hai aquí no prado ou os barcos do [porto do Pireo](#)?

HIPÓCRATES: Si, podemos contalos.

Non podes imaxinar a sensación que foi para min ver á Terra —que cada vez era máis pequena— brillando no ceo escuro coma se fose a Lúa. Vina en movemento; xiraba maxestuosamente arredor do Sol á vez que rotaba sobre o seu propio eixe. Nunca antes estivera tan feliz. ¡Vía cos meus propios ollos o movemento da Terra!

Saquei entón o meu telescopio e, así como antes sempre mirara desde a Terra cara o ceo, mirei agora do ceo á Terra e apuntei a Roma. Era un telescopio excelente, moito mellor dos que construí; imaxínate: ata me permitía recoñecer as facianas. E vin a [Inchofer](#) e [Pasqualigo](#) —eses dous burriños de alma escura— camiñando polas marxes do [Tíber](#) mentres discutían.

Xirei un parafuso do meu telescopio e escoiteinos. Falaban do movemento da Terra, cada un máis alto e enervado co outro, e dicían que se trataba unha doutrina falsa e herética. Pero mentres tanto, a Terra nin se inmutaba e proseguía co seu maxestoso movemento arredor do Sol e, ignorando as súas babecadas, xiraba tamén sobre o seu eixo arrastrando consigo a estes dous papóns, que desapareceron da miña vista calumniándome a min e denigrando a Copérnico.

Pareceume todo tan grotesco que escachei a rir; brotáronme bágoas nos ollos de tanto rir e foi entón que espertei.

SRA. NICCOLINI: É un soño ben fermoso. Se cadra esta noite soña cunha época na que ata os cativos aprenden na escola que a Terra xira arredor do Sol.

GALILEI: Soño con esa idade moi a miúdo cando estou esperto e estou convencido de que ese momento chegará pronto.

O progreso da ciencia é imparabile, pero non é constante nin está libre de obstáculos. Dado que a ciencia é unha creación humana, as ideas e pensamentos novidosos tamén terán que loitar no futuro, pero máis tarde ou máis cedo, a verdade irromperá de novo e iluminará moitas das cuestións que hoxe nos desconcertan.

Sen embargo, preocúpame que fará a humanidade do futuro con eses coñecementos. Será a xente máis feliz nesa época? Non terán tamén eses tempos os seus propios prexuízos e dogmas? Existirán para

daquela daquela os envexosos sen talento que calumnian aos honestos? Non haberá tamén nesa época vermes parasitarios na frondosa árbore da ciencia?

SRA. NICCOLINI: Cando pensamos no futuro, só debemos desexar con esperanza que a humanidade non só coñeza, senón que aumente tamén a súa humanidade.

Estou segura de que nas vindeiras xeracións haberá vermes, pero tamén haberá sempre persoas para as que a verdade será o máis importante e cando volvan a vista atrás, verán que Galileo Galilei superaba aos seus contemporáneos por dúas cabezas e declararanse entón, con orgullo, como discípulos e continuadores da súa obra e dos seus soños.

Epílogo

Un autor optimista non escribe un prólogo para o seu libro, pois confía en que o libro fale por si mesmo e está convencido de que os lectores entenderán o que quere dicir sen necesidade de ningunha explicación adicional. Aínda que son optimista, no caso deste libro sentín que, se non un prefacio, si era necesario un epílogo sobre os obxectivos do autor e as consideracións que o levaron a escoller o estilo literario do diálogo. Engado estas observacións en forma de epílogo porque quero que sexan lidas despois dos diálogos, nunca antes.

O interese polas matemáticas e as súas aplicacións vai hoxe en aumento en todos os países e entre un número crecente de persoas. En xa en máis dunha ocasión, solicitou seme que impartira charlas divulgativas e populares sobre matemáticas. Foi entón cando observei que moita xente está interesada, ante todo, en saber que son —realmente— as matemáticas, descubrir en que consiste o seu método específico, entender e coñecer cal é a súa relación coas as humanidades e coas outras ciencias e finalmente, en saber que ofrecen as matemáticas a quen traballe noutra disciplina. Tamén descubrín que o público que acode a este tipo de conferencias —cuxa ampla maioría goza dunha formación que lles permite ler e entender libros de matemáticas dirixidos a un público non especialista— desexa, en xeneral, non máis ca unha simple ampliación da súa visión sobre a materia e pouco ou nada lle interesa adquirir os métodos específicos das matemáticas. É máis, aqueles que precisaban de certos coñecementos matemáticos para o seu traballo, antes de decidir se estudar a fondo determinada área das matemáticas, esixían saber que podían esperar dela, pois o estudo das matemáticas non é doado para quen non o ten por costume.

Mentres falaba de matemáticas con non matemáticos, atopeime con numerosos prexuízos, malentendidos e equívocos; e non foi só entre persoas cuxos intereses e actividades cotiás están alonxadas das matemáticas, senón tamén entre aquelas persoas que, por mor da súa profesión, teñen en verdade certo coñecemento sobre algunha rama desta disciplina. En realidade isto non é tan sorprendente, pois as persoas que teñen algún coñecemento pero carecen dunha visión suficientemente ampla e profunda acostuman estar máis dispostas a facer xeneralizacións falsas. Descubrí tamén que os fundamentos, tanto das matemáticas como das súas aplicacións, están a miúdo — mesmo entre os propios matemáticos — en disputa e suxeitos a certa controversia.

Estas circunstancias convencéronme da necesidade real dunha discusión sobre certas cuestións básicas de matemáticas e as súas aplicacións dun xeito que, aínda sendo accesible para os non especialistas, presente estes problemas na súa plena complexidade. Decateime axiña de que facer estas cuestións entendibles para o gran público non sería unha tarefa sinxela; polo tanto, busquei un método especial que me permitira achegar os problemas abstractos aos profanos. Tal procura levoume a experimentar co estilo dos diálogos socráticos, pois os diálogos socráticos mostran os pensamentos a medida que se van creando mentres esaxera e dramatiza ideas, mantendo esperta así a atención e facilitando daquela a comprensión dos contidos.

Escollín como tema central para o primeiro diálogo a cuestión “*Que son realmente as matemáticas?*” Penso que a discusión desta pregunta é de fundamental, pois a ensinanza das matemáticas nas escolas de educación primaria e secundaria está, aínda hoxe, moi lonxe de dar unha resposta clara, correcta e actualizada.

Nese primeiro diálogo, intentei calcar o mellor que souben o método, e mesmo a linguaxe e a fala, dos diálogos socráticos orixinais. O protagonista é o propio Sócrates e a discusión ten lugar na época que viu nacer ás matemáticas no sentido en que hoxe as entendemos; así pois, as matemáticas preséntanse ao lector “*in statu nascendi*”. No diálogo, Sócrates aplica o seu peculiar método de discusión: formulando preguntas, conduce ao interlocutor á comprensión da cuestión que os ocupa. Un diálogo socrático non é logo un choque entre dous puntos de vista; máis ben é unha conversa na que os participantes, xuntos, intentan descubrir a verdade. Mediante unha análise lóxica dos conceptos implicados, chegan paso a paso a respostas para cada unha das cuestións formuladas. Durante a discusión, os participantes

adoitan facer declaracións —en ocasións mesmo de forma categórica— que logo entenden como falsas. Así, un diálogo socrático é un todo orgánico e só pode entenderse seu verdadeiro significado lendoo de principio a fin e, se é posible, sen interrupcións. Todas estas características fan que o diálogo socrático sexa realista, intenso e animado, polo que me pareceu especialmente axeitado para os meus obxectivos iniciais.

Aínda tiña outra razón para escoller este estilo: creo firmemente que o método socrático está directamente relacionado co método matemático. Esta crenza viuse fortalecida polas investigacións de Árpád Szabó, quen recentemente arroxou nova luz sobre as orixes das matemáticas na Antiga Grecia.

O primeiro diálogo foi representado por primeira vez en Budapest en 1961; un ano máis tarde aparecería a primeira versión escrita na revista *Valóság*¹. En 1963, apareceu unha tradución ao francés en *Les Cahiers Rationalistes*². Ese mesmo ano, representeino por primeira vez en inglés; foi despois da cea do congreso de físicos estadounidenses en Edmonton. Publicouse a versión escrita correspondente tanto no *Canadian Mathematical Bulletin*³ coma en *Physics Today*⁴, que sería logo reimpresa pola revista *Simon Stevin*⁵. Desde entón apareceron traducións en alemán⁶ e portugués⁷.

A boa recepción do primeiro diálogo tanto entre matemáticos coma non matemáticos animoume a seguir experimentando con este xénero. Un segundo diálogo foi presentado por primeira na Universidade de Toronto, corría o ano 1964; a versión escrita en inglés foi publicada inicialmente pola *Ontario Mathematics Gazette*⁸ e tamén apareceu máis tarde en *Simon Stevin*⁹.

¹ Dialógus a matematikáról, *Valóság*, **3**, 1–19, 1962.

² Un dialogue, *Les Cahiers Rationalistes*, **33**, No. 208–209. Janvier–Février, 1963.

³ A Socratic dialogue on mathematics, *Canadian Mathematical Bulletin*, **7**, 441–462, 1964.

⁴ A Socratic dialogue on mathematics, *Physics Today*, December, 1964, pp. 1–36.

⁵ A Socratic dialogue on mathematics, *Simon Stevin*, **38**, 125–144, 1964–1965.

⁶ Skratisher Dialog, *Neue Sammlung*, **6**, 284–304, 1966.

⁷ A matemática—Um Dialogo Socrático, *Gazeta de Matemática*, **26**, N., 100, Julho–Dezembro 1965, pp. 59–71.

⁸ A dialogue on the applications of mathematics, *Ontario Mathematics Gazette*, **3**, No. 2, 28–40, 1964

⁹ A dialogue on the applications of mathematics, *Simon Stevin*, **39**, No. 2, 3–17, 1965

Dado que no primeiro diálogo só discutira a relación das matemáticas coa realidade no sentido filosófico, no segundo diálogo quixen facer unha discusión máis detallada das aplicacións das matemáticas. Era lóxico escoller a Arquímedes como protagonista para ese diálogo, pois o seu nome está intimamente ligado —xa desde a antigo— coas aplicacións. Non obstante, o marco histórico do segundo diálogo non me permitiu dicir todo o que me gustaría sobre un tema tan polémico.

Así pois, sentín que tiña que escribir un terceiro diálogo cuxo protagonista sería Galileo, o primeiro pensador dos tempos modernos que se decatou da importancia do método matemático para descubrir as leis da natureza e que propagou logo con tanto ímpeto a súa convicción. O segundo e o terceiro diálogo complementáanse entre si, pero tamén complementan ao primeiro. Son, non obstante, moi distintos do primeiro, tanto na forma coma no estilo. Por suposto, Arquímedes e Galileo non empregan o método socrático: en vez de guiar ao interlocutor para que adiviñe os seus pensamentos, simplemente exprésanos. Tiven que prescindir entón da principal fonte de tensión interior que proporciona o diálogo socrático. Pero intentei compensar esta perda ambientando os diálogos en situacións históricas extremadamente críticas e decisivas, cuxas dinámicas internas estarían directamente relacionadas coa temática do diálogo, amplificando así a tensión subxacente.

A presenza de Arquímedes e Galileo permitiúme tratar temas matemáticos máis avanzados cos do primeiro diálogo; especialmente, todos aqueles que se orixinaron con Arquímedes ou Galileo. Dunha ou doutra forma, intentei incorporar a maioría dos seus logros máis famosos e coñecidos.

En relación con isto, gustárame dicir algunhas palabras sobre o tratamento dos feitos históricos. Procurei evitar todo tipo de anacronismo nos tres diálogos. Tiven coidado de non atribuír aos meus personaxes ningún coñecemento de matemáticas (nin doutras cousas) que non puidesen posuír nese momento histórico. Non obstante, dado que Arquímedes e Galileo foron verdadeiros pioneiros cuxas ideas e forma de pensar non só foron moi adiantadas ao seu tempo, senón que incluso hoxe son modernas, non me gardei de incluír nestes diálogos todo aquilo que considerei preciso. Por suposto, para evitar o anacronismo, tiven que restrinxirme principalmente a exemplos de matemáticas elementais. Podería falar entón do cálculo infinitesimal, pero só do que Arquímedes e Galileo coñecían. Esta limitación, con todo, tiña certas

vantaxes; pois forzoume a evitar exemplos que serían demasiado difíciles para o profano en matemáticas.

Sen embargo, non interpretei o requisito da plenitude da fe histórica de forma tan ríxida como para atribuír aos meus personaxes só aqueles puntos de vista e ideas que realmente posuían; sentínme libre de atribuír-lles puntos de vista e ideas ás que quizais puidesen chegar, sobre todo cando se trataba de desenvolvementos lóxicos de ideas coas que si estaban ben familiarizados. Non obstante, naqueles casos nos que se sabe que tiñan crenzas erróneas, sentínme obrigado a non ocultar tal feito. Por exemplo, é ben coñecido que Galileo pensaba que os planetas se movían arredor do Sol describindo órbitas circulares e que non entendía o papel da gravitación, polo que Galileo fala sobre estas cuestións en consecuencia.

Doutra banda, pareceume admisible facer conxecturas tan atrevidas coma, por exemplo, que Arquímedes chegou a certas ideas que hoxe relacionamos coa cibernética e que planeaba unha máquina para cribar números primos¹⁰. Obviamente, non podo xustificar estas conxecturas con ningún documento histórico e, por suposto, tampouco as considero ben fundamentadas; o único que afirmo é que non é impensable que estas conxecturas sexan certas e, ademais, que os feitos ao noso alcance son tan insuficientes para desmentir estas conxecturas como para aceptalas. Pensei que a “licenza poética” permitía empregar hipóteses coma estas.

En canto aos antecedentes históricos do segundo e do terceiro diálogo, mantívénme fiel aos feitos nos puntos esenciais. A única excepción onde me afastei conscientemente dos feitos coñecidos atópase no segundo diálogo: onde o rei Hierón dirixe a defensa de Siracusa no cerco do ano 212 a. C., pero —en realidade— morreu tres anos antes. Estes dous diálogos conteñen a descrición de sucesos hipotéticos sobre os que non temos ningún tipo de coñecemento, pero que non contradín ningún dos feitos coñecidos. Este é o caso, por exemplo, do plan para axudar a Galileo a fuxir: non sabemos se Torricelli e os seus amigos tiñan realmente un plan coma ese, mais non é en absoluto imposible.

O contido esencial (non así a redacción) dalgúñas frases dos diálogos é ben directamente atribuíble aos personaxes, ou ben foi atribuído a eles por

¹⁰ Un aparato con tal utilidade foi descrito por primeira vez por D. H. Lehmer (A photoelectric number sieve, *American Mathematical Monthly*, **40**, 401–406, 1933).

personaxes contemporáneos deles. É o caso, por exemplo, de cando Sócrates fala sobre si mesmo,¹¹ Arquímedes sobre o seu método¹² e Galileo sobre a linguaxe do libro da natureza.¹³ Esas frases (e só esas) aparecen impresas en cursiva.

Intentei amosar a personalidade dos distintos personaxes da forma máis fiel posible ao coñecido. No caso do terceiro diálogo, a [obra de teatro de László Németh](#) influíume notablemente: tomei del, entre outras cousas, a idea de presentar a Torricelli e á señora Niccolini.

Para aqueles que queiran estudar os antecedentes históricos destes diálogos, engadín unha bibliografía seleccionada cuxo obxectivo non é a completitude; tan só contén aquelas referencias que, entre o material que consultei, me pareceron máis útiles e interesantes.

Agardo que este epílogo aclare cales eran os meus obxectivos cando escribín estes diálogos. Xulgar ata que punto logrei executar as miñas intencións é traballo do lector.

ALFRÉD RÉNYI

¹¹ Véxase, por exemplo, “Apología de Sócrates” (Platón, *Diálogos* (Gredos, 1981-1999), Volumen I).

¹² Véxase a carta de Arquímedes a Eratóstenes (Heath, T. L., *The works of Archimedes with the method of Archimedes* (Dover, 1960), p. 13). En particular, a seguinte frase: “certain things first became clear to me by a mechanical method, although they had to be demonstrated by geometry afterwards, because their investigation by the said method did not furnish an actual demonstration. But it is of course easier when we have previously acquired by the method, some knowledge of the question, to supply the proof than it is find it without any previous knowledge”.

¹³ Véxase a seguinte frase da carta de Galileo titulada “The Assayer” (Drake, S., *Discoveries and opinions of Galileo* (Doubleday, 1957), pp. 237–238.): “Philosophy is written in this grand book, the universe, which stands continually open to our gaze. But the book cannot be understood unless one first learns to comprehend the language and read the letters in which it is composed. It is written in the language of mathematics...”

*Bibliografía seleccionada*¹⁴

Primeiro diálogo

Platón, *Diálogos* (Gredos, 1981-1999).

Szabó, Á., The transformation of mathematics into deductive science and the beginnings of its foundation on definitions and axioms, *Scripta Mathematica*, **27**, 27–48, 1964.

Szabó, Á., The transformation of mathematics into deductive science and the beginnings of its foundation on definitions and axioms II, *Scripta Mathematica*, **27**, 113–139, 1964.

Segundo diálogo

Heath, T. L., *The works of Archimedes* (Dover, 1960).

Heath, T. L., *The works of Archimedes with the method of Archimedes* (Dover, 1960).

Heath, T. L., *Greek mathematics* (Dover, 1963).

Plutarco, *Vidas paralelas* (Gredos, 1985).

Clagett, M., *Greek science in antiquity* (Collier, 1955).

¹⁴Nota dos tradutores: as versións en húngaro e alemán inclúen tamén a seguinte referencia do filólogo e historiador da ciencia húngaro Á. Szabó:

Szabó, Á., Der älteste Versuch einer definitorisch-axiomatischen Grundlegung der Mathematik [O intento máis antigo de fundamentación axiomático de definición das matemáticas], *Osiris*, **14**, 308–369, 1962.

Terceiro diálogo

Galilei, G., *Diálogo sobre los dos máximos sistemas del mundo ptolemaico y copernicano* (Alianza, 1995).

Drake, S., *Discoveries and opinions of Galileo* (Doubleday, 1957).

Galilei, G., *Diálogos acerca de dos nuevas ciencias* (Losada, 2003).

Geymonat, L., *Galileo Galilei* (Península, 1986).

Santillana, G., *The crime of Galileo* (The University of Chicago, 1976).

Armitage, A., *The world of Copernicus* (New American Library, 1947).