En el aula con Rózsa Péter:

$\text{m.c.d}\,(116, 36)$

Nada mejor que las matemáticas para experimentar la alegría de descubrir, que es quizás la mayor alegría humana. Mis estudiantes siempre estuvieron en sintonía con esta idea, por lo que yo también he aprendido mucho de ellos. Jamás se me habría ocurrido hablar del Algoritmo de Euclides en una clase con niñas de doce años, pero fueron ellas quienes me llevaron a hacerlo. Me gustaría contarte aquella lección.

En lo que estábamos ocupados era en que yo decía dos números y ellas averiguaban su máximo común divisor. Para números pequeños, fue fácil y rápido. Gradualmente, nombraba números cada vez más grandes para que experimentaran las dificultades y aceptaran así el someterse a un procedimiento. Pensé que llegarían así a la factorización en números primos.

Todavía habían descubierto fácilmente el máximo común divisor de 60 y 48: "¡doce!". Pero una niña comentó: "bueno, eso es lo mismo que 60 menos 48".

"Sólo es una coincidencia", le dije y quise continuar. Pero no me dejaron: "Por favor, dinos entonces dos números para los que no pase eso".

"Está bien, 60 y 36 también tienen a 12 como máximo común divisor y la resta da 24".

Otra interrupción: "Ahora la resta es el doble del máximo común divisor".

"Está bien, está bien; lo cierto es que no es una coincidencia: la diferencia entre dos números siempre es divisible entre cualquiera de sus divisores comunes. Y también su suma". De decirlo, habría que decirlo bien, pero una vez dicho, ya estaba deseando continuar con más ejemplos. Y sin embargo, no pude hacerlo. Una niña me preguntó: "¿Y no pudieron descubrir algo para encontrar el máximo común divisor a partir de eso?"

¡Claro que sí! ¡Pero esa es precisamente la idea clave del Algoritmo de Euclides! Así que abandoné mi plan inicial y decidí seguir por el camino que me indicaban mis alumnas.

La razón por la que es difícil obtener el máximo común divisor de, por ejemplo, 116 y 36 es que 116 es fastidiosamente grande. Pero ahora que ya sabemos que el máximo común divisor también divide a la resta, tendrá que ser un divisor de 80 y, por supuesto, 80 ya es un poco más pequeño que 116. Por otro lado, todo lo que entra en 80 y 36 también entra en su suma, que es igual a 116. Por lo tanto, podríamos buscar el máximo común divisor de 80 y 36 en lugar del de 116 y 36. Pero si estos números todavía te parecen demasiado grandes, podemos volver restarlos; obtendremos así 44 en lugar de 80. Y ahora, el máximo común divisor de 44 y 36 ya es mucho más fácil de obtener. Pero quien quiera evitar este cálculo puede seguir restando: y considerará 8 en lugar de 44; luego 36 menos 8, que ya es 28 en lugar de 36; luego 28 menos 8, que es 20 en lugar de 28; luego 20 menos 8, que es 12 en lugar de 20 y finalmente, 12 menos 8, que es 4 en lugar de 12. Y ahora ya es evidente que el máximo común divisor de 4 y 8 es 4.

Así pues, ya tenían el procedimiento deseado a su disposición: hacer los números más pequeños restando hasta que averiguar su máximo común divisor sea un juego de niños.

Naturalmente, estas restas se convirtieron rápidamente en algo tedioso para las chicas, y observaron que también era innecesaria. En el ejemplo anterior, restamos 36 a 116 tres veces seguidas hasta que nos quedó un 8, luego restamos ese 8 a 36 cuatro veces hasta que nos quedó un 4. E hicimos esto porque 36 entra en 116 tres veces con resto 8 y 8 entra en 36 cuatro veces con el resto 4. Por lo tanto, en lugar de tanta resta, es mejor dividir y cambiar el número más grande por el resto de la división. Y he ahí el algoritmo.

Es un fragmento de:
Rózsa Péter, Mathematik ist schön,
Mathematik in der Schule 2 (1964), 81-90.