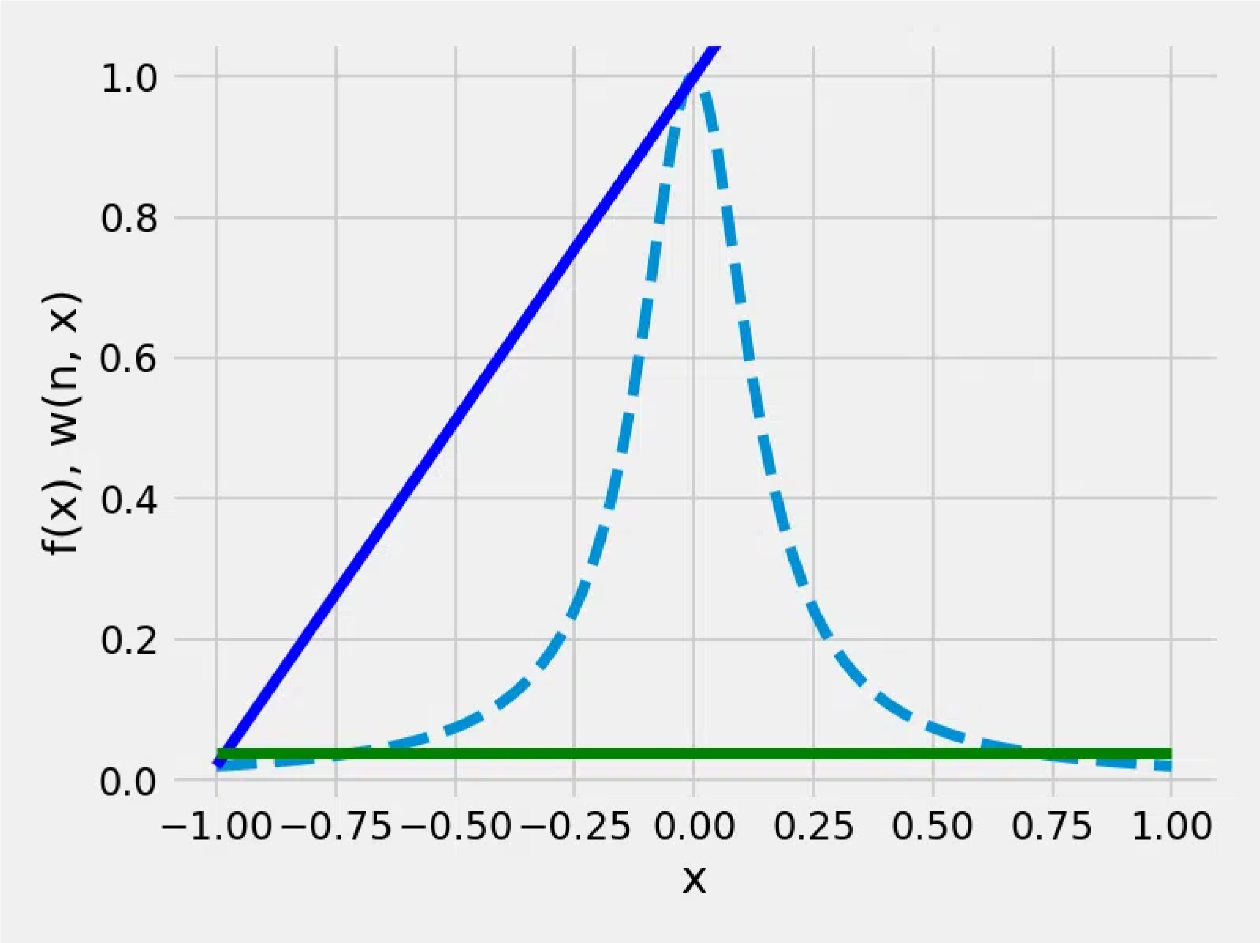
NUM7

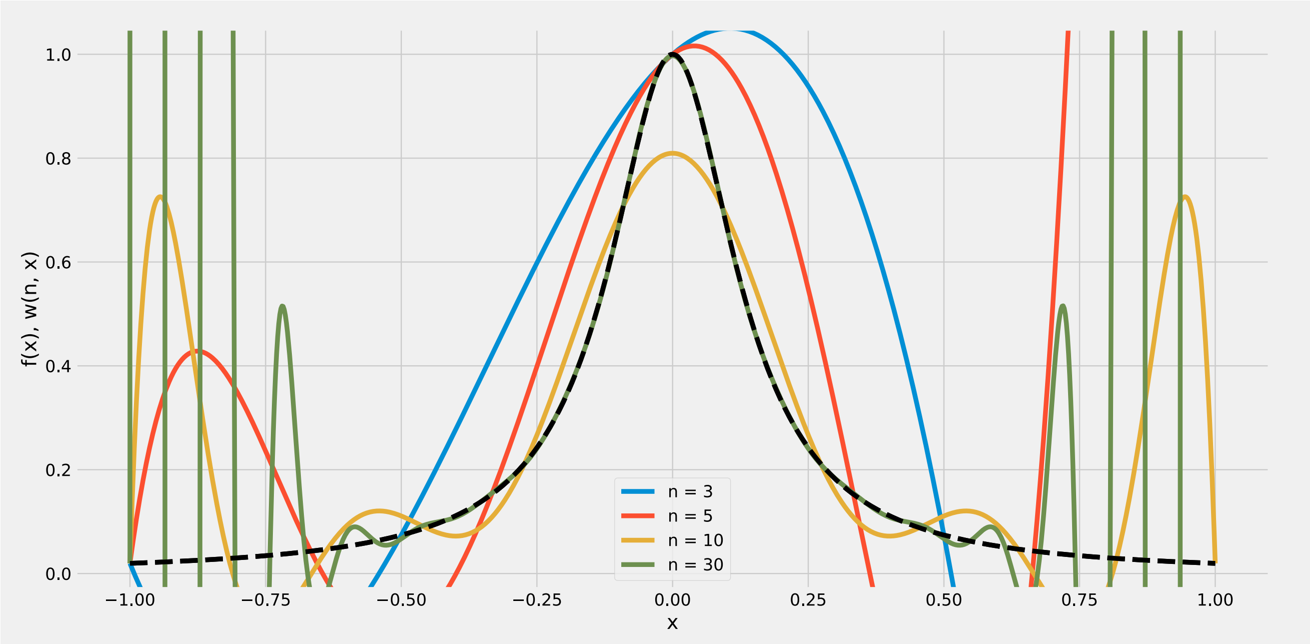
Dla podanej funkcji $f(x) = \frac{1}{1+50x^2}$ należy znaleść wielomiany interpolacyjne.



Jeśli nie wyświetla się animacja można otworzyć ją w przeglądarce klikając na wykres.

Rozkład jednomierny

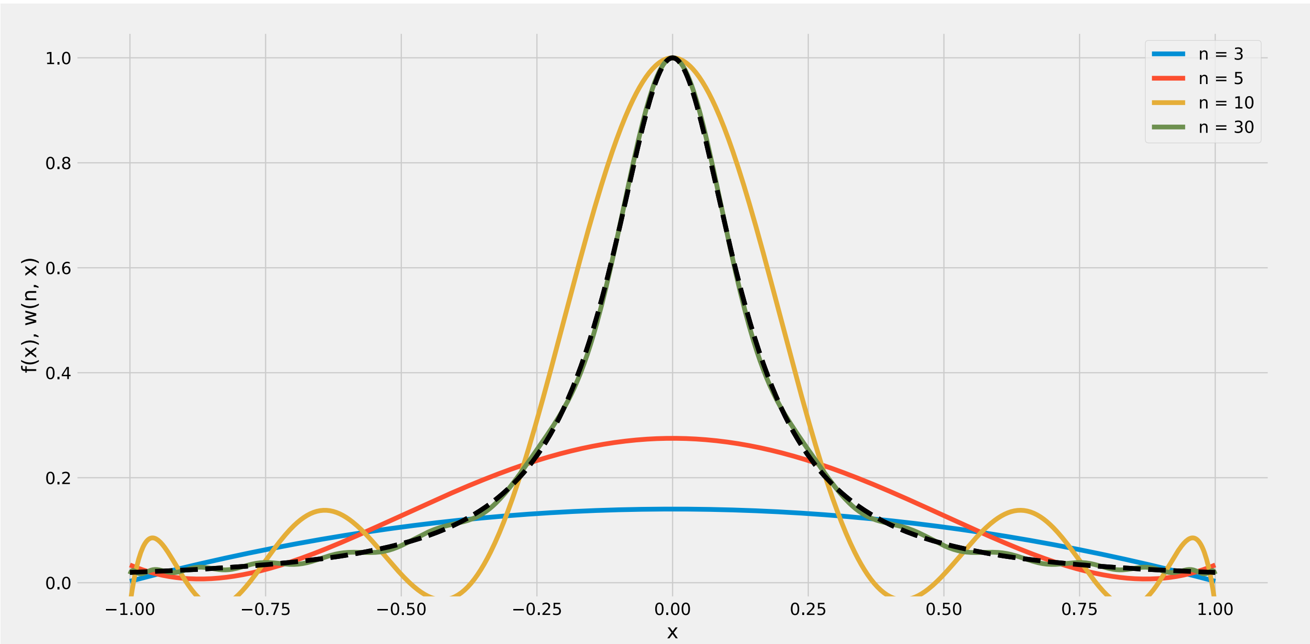
Jeżeli wielomian interpolacyjny zostanie wygenerowany używając jednomiernie rozmieszczonych węzłów interpolacji ($x_i = -1 + 2\frac{i}{n+1}$ dla $i = 0, 1, \ldots, n$), to nawet dla małych n część funkcji f blisko $x = 0$ jest dobrze zinterpolowana. Ta część wykresu polepsza się z rosnącym n. Bardzo inaczej jest jednak dla części wykresu f bliżej $x = \pm 1$, gdzie pojawiają się bardzo duże oscylacje (Efekt Rungego).



Na wykresie są pokazane wartości wielomianu interpolacyjnego dla $n = 3, 5, 10, 30$ oraz dokładna wartość funkcji (linią przerywaną). Widać, że pojawiają się oscylacje po bokach wykresu, które dla większych n stają się bardzo duże. Widać również, że blisko $x = 0$ z rosnącym n wykres szybko się przybliża do wykresu funkcji f.

Rozkład Czebyszewa

Jeśli wielomian interpolacyjny zostanie wygenerowany dla węzłów rozmieszczonych niejednomierne, biorąc składową x punktów rozmieszczonych jednomiernie na okręgu ($x_i = \cos(\pi \frac{2i+1}{2(n+1)})$), to problem oscylacji z poprzedniej części znika. Natomiast aby dokładniej zinterpolować wartości blisko $x = 0$ trzeba zwiększyć n.



Przedstawione są podobne wykresy jak poprzednio (dla $n = 3, 5, 10, 30$). Widać, że dla $n < 10$, wielomian interpoluje funkcję f bardzo niedokładnie blisko $x = 0$. Dla więszych n interpolacja się polepsza, i nie powstają duże oscylacje jak poprzednio, a wykres interpolacji dla $n = 30$ prawie całowicie się pokrywa z wykresem funkcji f.