NUM8

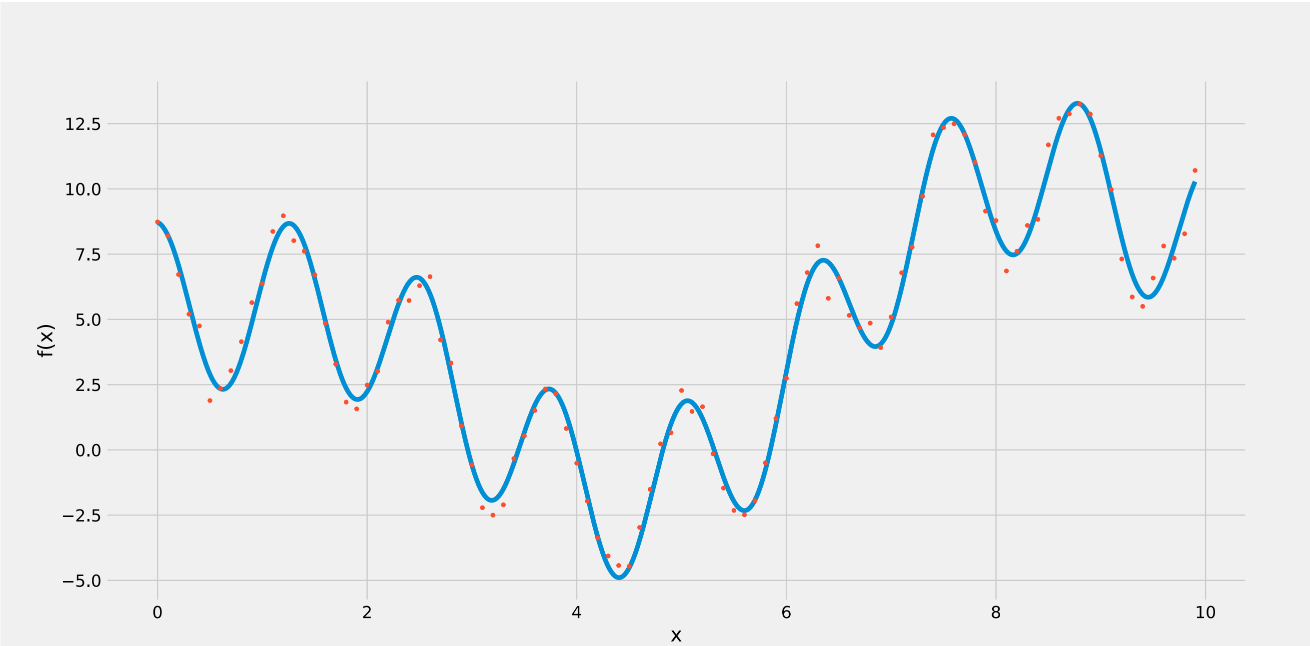
Dla zadanego zbioru punktów wygenerowanych z zaburzeniami za pomocą funkcji $f(x, \beta) = \beta_1 * x^2 + \beta_2 * \sin(x) + \beta_3 * \cos(5x) + \beta_4 * \exp(-x)$ należy znaleść warości parametrów β.

Metoda Gaussa-Newtona

Aby obliczyć minimum błędu $R^2 = S(\beta) = \sum_i r_i(\beta)^2$ dla $r_i(\beta) = y_i - f(x_i, \beta)$ dla podanych x i y, należy znaleść wartość β dla której gradient tej funkcji jest równy 0. Można to zrobić iteracyjnie: $\beta^{(k+1)} = \beta^{(k)} - (J^T J)^{-1} J^T r(\beta^{(k)})$, gdzie r to wektor wszystkich r_i, a J to macierz Jacobiana zdefiniowana jako $J_{i,j} = \frac{\delta r_i(\beta^{(k)})}{\delta \beta_j}$. Przekształcając ten wzór (z $\Delta = \beta^{(k+1)} - \beta^{(k)}$) można otrzymać równanie $(J^T J)\Delta = -J^T r(\beta^{(k)})$.

Wyniki dla funkcji z zadania

Dla funkcji z zadania przybliżone parametry funkcji mają wartości $\beta \approx [0.101 \quad 4.023 \quad 3.089 \quad 5.633]^T$.

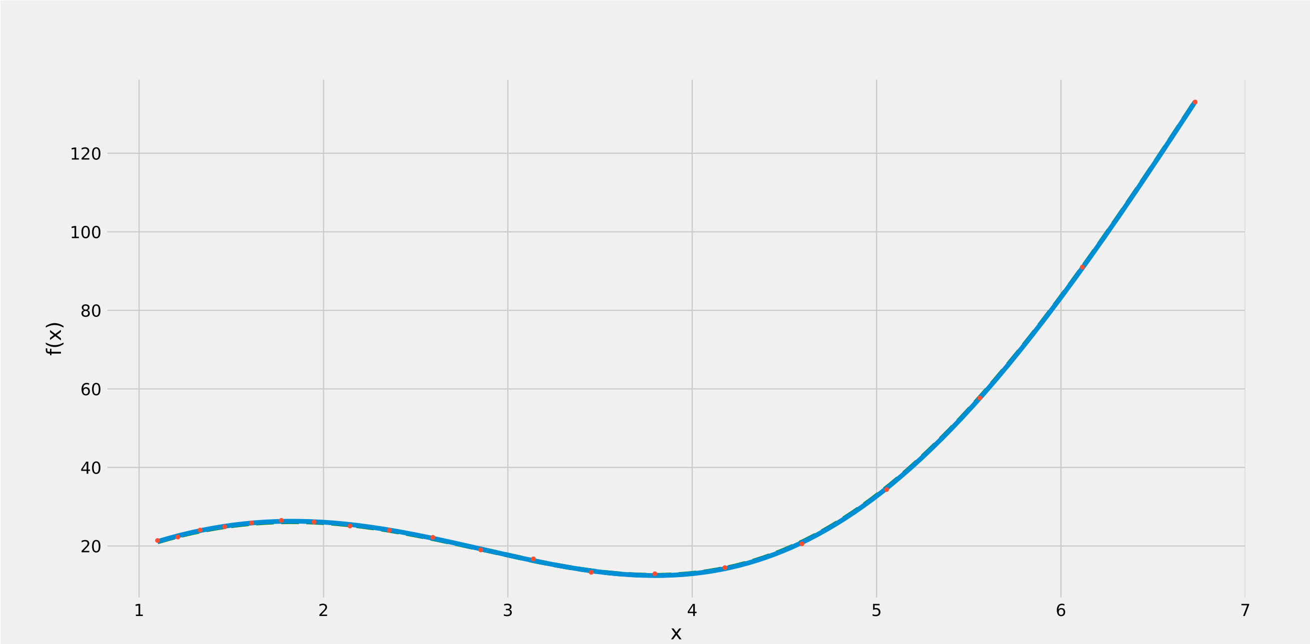


Na wykresie podane punkty są zaznaczone na czerwono, a przybliżona funkcji na niebiesko.

Wyniki dla innej funkcji

Podobna aproksymacja została przeprowadzona dla funkcji $g(x, \beta) = \beta_1 * x^2 + \beta_2 * x^3 + \beta_3 * \log(x) + \beta_4 * \sin(x)$ z losowo wygenerowanymi parametrami β.

Przybliżone parametry funkcji dla różnych losowych parametrów β przy kilku wykonaniach programu każdym razem były bardzo bliskie, ale nie dokładnie równe, początkowym parametrom. Na wykresie jest pokazany przykład dla $\beta \approx [0.27285 \quad 0.35048 \quad 2.3246 \quad 22.481]^T$, gdzie przybliżone parametry miały wartości $\tilde{\beta} \approx [0.26335 \quad 0.35109 \quad 2.4068 \quad 22.572]^T$.



Na wykresie wygenerowane punkty są zaznaczone na czerwono, początkowa funkcja przerywaną linią na zielono, a przybliżona funkcji na niebiesko. Widać, że przybliżona funkcja prawie całkowicie pokrywa początkową.