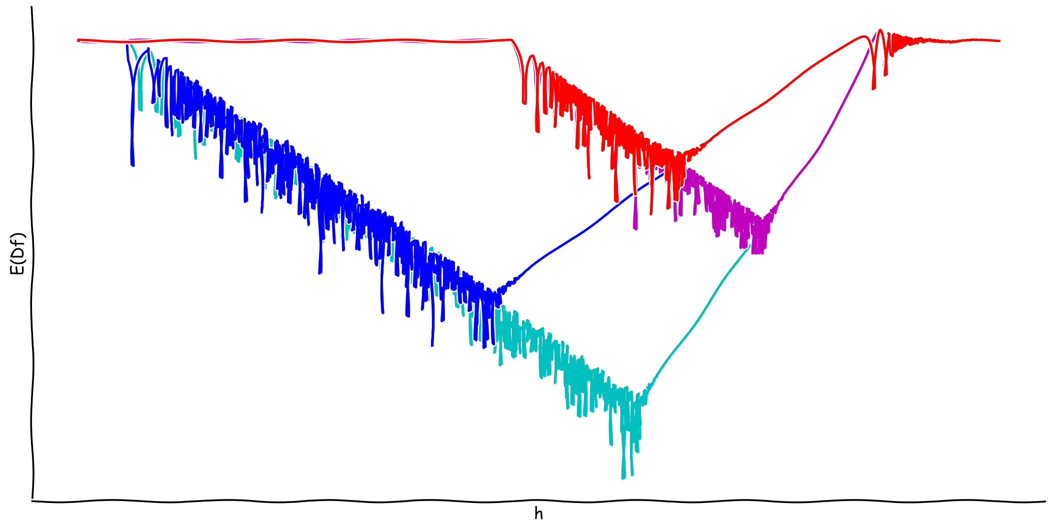


Wstęp

Problem

Analiza błędu spowodowanego przez oszacowanie pochodnej funkcji ze skończoną precyzją używając wzorów na przybliżenie pochodnych $\mathrm{D}_h f(n) = \frac{f(n+h)-f(n)}{h}$ ("przybliżenie asymetryczne") oraz $\mathrm{D}_{sym\ h} f(n) = \frac{f(n+h)-f(n-h)}{2h}$ ("przybliżenie symetryczne").

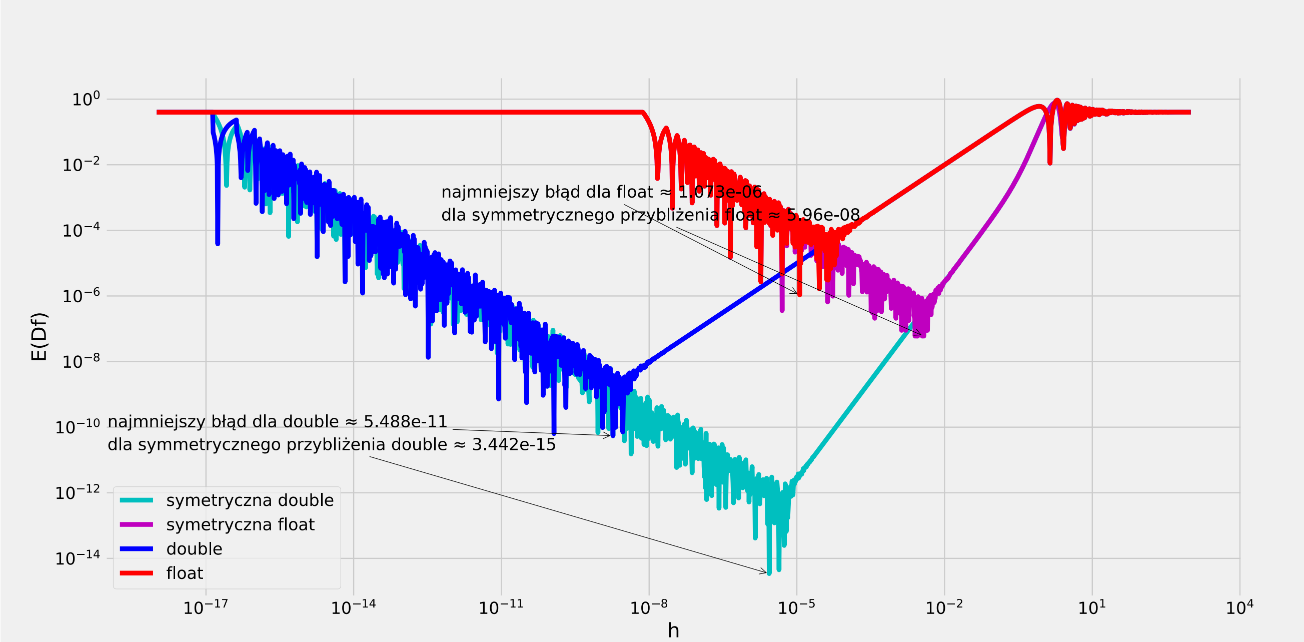
Spodziewania

1. Wyniki dla obliczeń z danymi i zmiennymi typu `double` będą dokładniejsze niż dla typu `float`.
2. Błąd będzie miał jakieś minimum rzędu dokładności typu danych ($\sim 10^{-7}$ dla `float`, $\sim 10^{-15}$ dla `double`) spowodowany przez dokładność oszacowania pochodnej polepszającej się z h dążącym do zera, oraz z powiększającymi się błędami zaokrąglenia dla bardzo małych h.

Algorytm

Program oblicza dla dużej ilości równomiernie logarytmicznie rozłożonych wartości h błąd przybliżenia pochodnej ze wzoru $\mathrm{D}_h f(x) = \frac{\sin((x+h)^2)-\sin(x^2)}{h}$ i $\mathrm{D}_{sym\ h} f(x) = \frac{\sin((x+h)^2)-\sin((x-h)^2)}{2h}$ w porównaniu do wartości ze wzoru $\mathrm{f}'(x) = 2x\cos(x^2)$, na każdym kroku wykonując zaokrąglenie według [algorytmu]() dla wykorzystanego typu danych (`float` - IEEE 754 binary32 oraz `double` - IEEE 754 binary64).

Wyniki



Błędy dla bardzo małych h ($h < 10^{-8}$ dla `float`, $h < 10^{-17}$ dla `double`) są stałe i wysokie ($E(Df) \approx 0.5$).
Podobnie jest dla bardzo dużych h ($h > 100$).

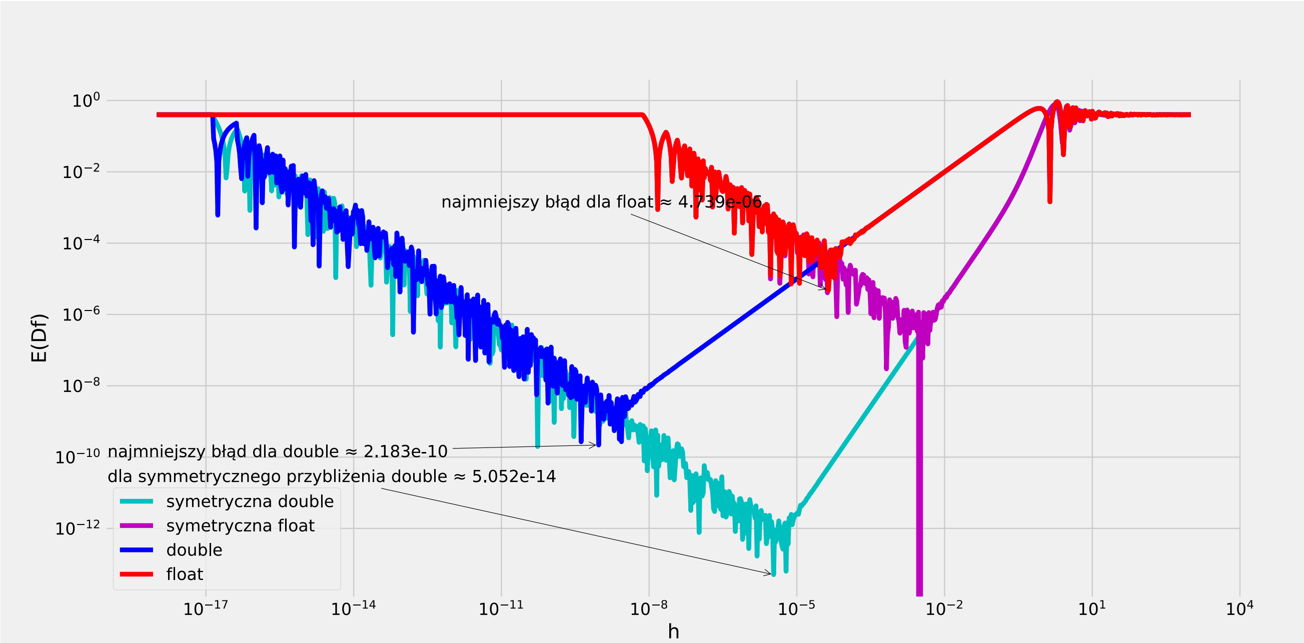
Dla średnio-dużych h ($10^{-2} < h < 1$ dla symetrycznego przybliżenia `float`em, $10^{-4} < h < 1$ dla asymetrycznego przybliżenia `float`em, $10^{-6} < h < 1$ dla przybliżenia symetrycznego `double`m, $10^{-9} < h < 1$ dla asymetrycznego przybliżenia `double`m) błąd obliczeniowy maleje z malejącym h (mniej-więcej) liniowo.

Dla średnio-małych h ($10^{-8} < h < 10^{-3}$ dla symetrycznego przybliżenia `float`em, $10^{-8} < h < 10^{-4}$ dla asymetrycznego przybliżenia `float`em, $10^{-17} < h < 10^{-6}$ dla przybliżenia symetrycznego `double`m, $10^{-17} < h < 10^{-9}$ dla asymetrycznego przybliżenia `double`m) dominuje błąd przybliżeniowy, który rośnie z malejącym h liniowo z dużymi zaburzeniami.

Oczekiwania się w większości sprawdziły. Obliczenia z typem `double` są bardziej dokładne niż z `float`em. Istnieje pewna optymalna wartość h, lecz zależy ona od użytego algorytmu przybliżającego pochodną, przy czym symetryczne przybliżenie ma mniejszy minimalny błąd dla większego h w porównaniu do asymetrycznego.

Minimalny błąd dla obliczeń `double`m wynosi około $3.442 * 10^{-15}$, a dla obliczeń `float`em około $5.96 * 10^{-8}$.

Istnieją też wartości h dla których błąd obliczeń wydaje się wynosić 0:



Tutaj, zmieniając tylko ilość różnych wartości h dla których jest generowany wykres, pojawia się wartość błędu 0 dla $h \approx 0.003108082$ w przybliżeniu symetrycznym dla `float`ów. [Dokładna wartośc błędu]() w tym przypadku nie jest na prawdę równa 0, lecz około $2.575 * 10^{-7}$. Zerowy błąd jest spowodowany przypadkowym zredukowaniem błędu przez zaokrąglenia podczas obliczeń.
Takie zredukowanie błędu niestety nie może służyć do obliczenia dokładnej (dla danego typu danych) wartości pochodnej, ponieważ zależy nie tylko od wartości h, ale również od funkcji oraz jej argumentu.