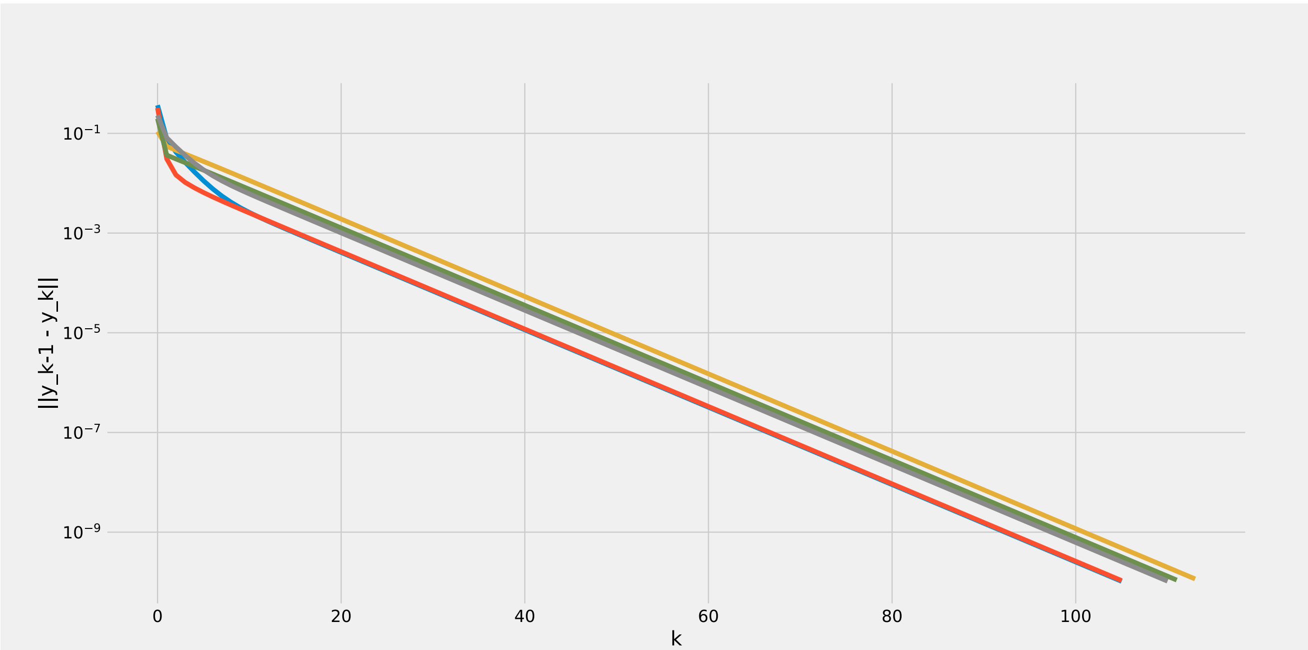
NUM6

Zadana jest macierz $M = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 7 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \end{bmatrix}$, i dla niej należy znaleść wartości i wektory własne.

Metoda potęgowa

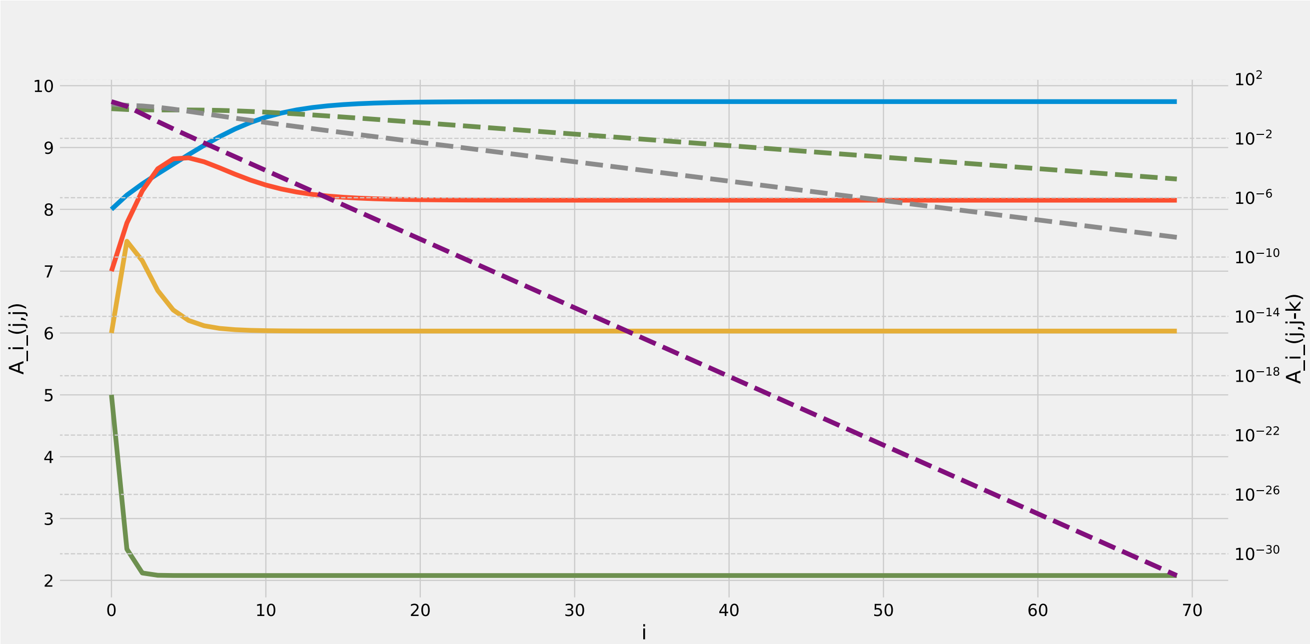
Metoda potęgowa polega na obliczeniu kolejnych iteracji $\tilde{y}_k = Ay_{k-1}$, $y_k = \frac{\tilde{y}_k}{||\tilde{y}_k||}$. Ta metoda dla macierzy rzeczywistych symetrycznych dla (praktycznie) dowolnego wektora początkowego y_1 zbiega do wektora własnego odpowiadającego bezwzględnie największej wartości własnej.



Na wykresie przedstawiona jest zmiana wektora ($||y_{k-1} - y_k||$) w kolejnej iteracji od iteracji (k) dla pięciu losowych wektorów początkowych. Widać, że metoda potęgowa zbiega do bardzo małego błędu po kilkudziesięciu iteracjach.

Algorytm QR

Wartości własne macierzy można również obliczyć algorytmem QR polegającym na rozkładzie QR macierzy $A_i = Q_i R_i$. Kolejne iteracje mnożą $A_{i+1} = R_i Q_i$ i ponownie rozkładają macierz.



Wykres pokazuje (ciągłe linie, skala po lewej) wartości na diagonali macierzy $A_{i_{j,j}}$ zależnie od iteracji i. Widać, że po kilkunastu iteracjach zbiegają one do pewnych wartości. Te wartości są wartościami własnymi tej macierzy. Na wykresie również widać (przerywane linie, skala po prawej) wartości macierzy pod główną diagonalą. Trzy z nich są równe 0 od początku, a pozostałe zbiegają do zera, co pokazuje, że macierz w kolejnych iteracjach upodabnia się do macierzy trójkątnej górnej.