

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA

FACULTAD DE INGENIERÍA

PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES DE AUDIO

---

## Práctica 2

---

*Autor:*

Julian O'FLAHERTY

25 de abril de 2022



UNIVERSIDAD  
DE LA REPÚBLICA  
URUGUAY



# Índice

|   |          |
|---|----------|
| <b>1. Ejercicio 1</b>                     | <b>2</b> |
| 1.1. Cálculo de envolvente . . . . .      | 2        |
| 1.2. Banco de filtros . . . . .           | 3        |
| 1.3. Modulación ruido blanco . . . . .    | 3        |
| 1.4. Banco de filtros diferente . . . . . | 3        |
| <b>2. Ejercicio 2</b>                     | <b>4</b> |
| 2.1. Parte 1 . . . . .                    | 4        |
| 2.1.1. Ecuación de recurrencia . . . . .  | 4        |
| 2.1.2. Síntesis notas . . . . .           | 5        |
| 2.2. Parte 2 . . . . .                    | 6        |
| 2.2.1. LPF en realimentación . . . . .    | 6        |
| 2.2.2. Pasa-bajos utilizado . . . . .     | 6        |
| 2.3. Parte 3 . . . . .                    | 7        |
| 2.3.1. APF en realimentación . . . . .    | 7        |
| 2.3.2. Implementación . . . . .           | 7        |
| 2.3.3. Comparación síntesis . . . . .     | 8        |

## 1. Ejercicio 1

Para el estudio de las características rítmicas de la señal se utilizará el método presentado por Scheirer en su artículo "Tempo and beat analysis of acoustic musical signals" [1]. En esencia lo que se hace se pasar la señal por un banco de filtros y se calcula la envolvente a la salida de cada uno. Esta envolvente nos permite luego modular un ruido blanco, obteniéndose una señal donde se distingue más que nada el ritmo de la canción.

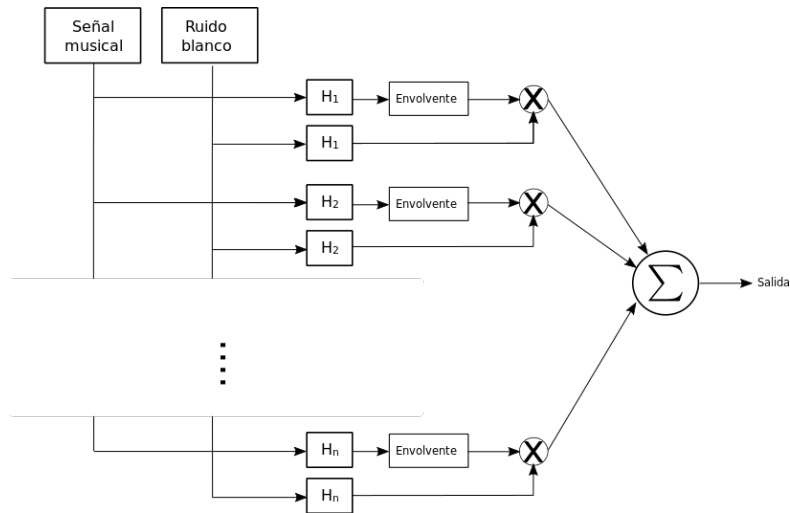


Figura 1: diagrama banco de modulado de ruido blanco con las envolventes de los filtros

### 1.1. Cálculo de envolvente

Para calcular la envolvente de la señal filtrada primero se filtra la señal por el filtro en cuestión. Luego, se rectifica la señal. A nivel de código, rectificar la señal es simplemente tomar el valor absoluto. Por último, se filtra pasa-bajos para obtener una señal más suave.

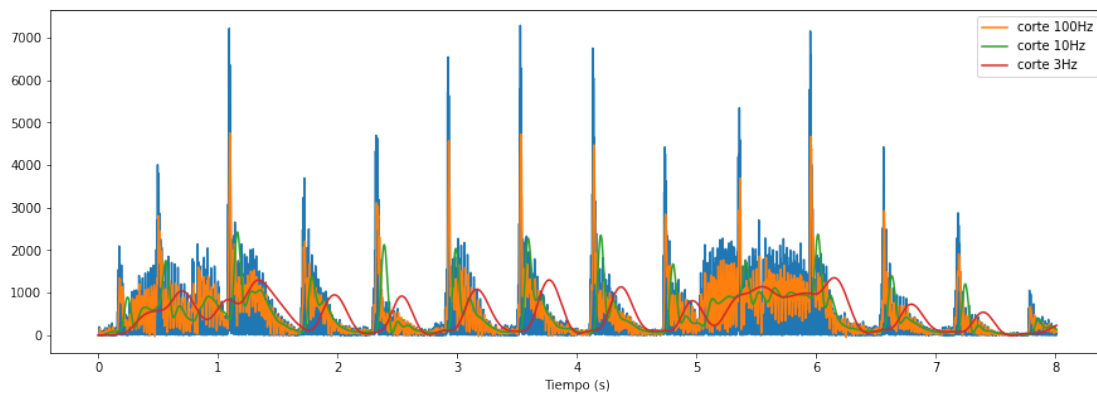


Figura 2: comparación de envolventes para LPFs con distintas frecuencias de corte

La frecuencia de corte del filtro pasa-bajos determina el nivel de detalle que adquiere la

envolvente. En la figura 2 se observa la comparación de envolventes para distintas frecuencias de corte. Se observa también que mientras más pequeña la frecuencia de corte más retardo tiene la envolvente respecto a la señal original. Se termina seleccionando el filtro con frecuencia de corte 10Hz.

## 1.2. Banco de filtros

| Banda | $f_{low}(Hz)$ | $f_{high}(Hz)$ | Tipo       |
|-------|---------------|----------------|------------|
| 1     | -             | 127            | pasa-bajo  |
| 2     | 127           | 254            | pasa-banda |
| 3     | 254           | 508            | pasa-banda |
| 4     | 508           | 1016           | pasa-banda |
| 5     | 1016          | 2032           | pasa-banda |
| 6     | 2032          | -              | pasa-alto  |

Cuadro 1: banco de filtros utilizado

En el cuadro 1 se muestra el banco de filtros utilizado para modular el ruido blanco en una primer instancia. Notar que se cubre todo el espectro, se podría decir que cada filtro se especializa en es banda de frecuencia y se encarga de aprender las características de la señal en ese caso. Por eso para modular el ruido blanco primero lo filtramos, para modificar esas componentes de frecuencia en particular con la envolvente aprendida para esas frecuencias.

En la figura 3b se muestran las envolventes obtenidas, con la señal de referencia arriba. Notar como las componentes de más baja frecuencia, en particular los primeros 3 filtros son los que tienen los mayores picos.

## 1.3. Modulación ruido blanco

Como se dijo antes, y se observa ilustra en al figura 1, para modular el ruido blanco primero se lo filtra por el banco de filtros y luego se multiplica por la envolventes, modulando así las componentes del ruido con las características de la señal.

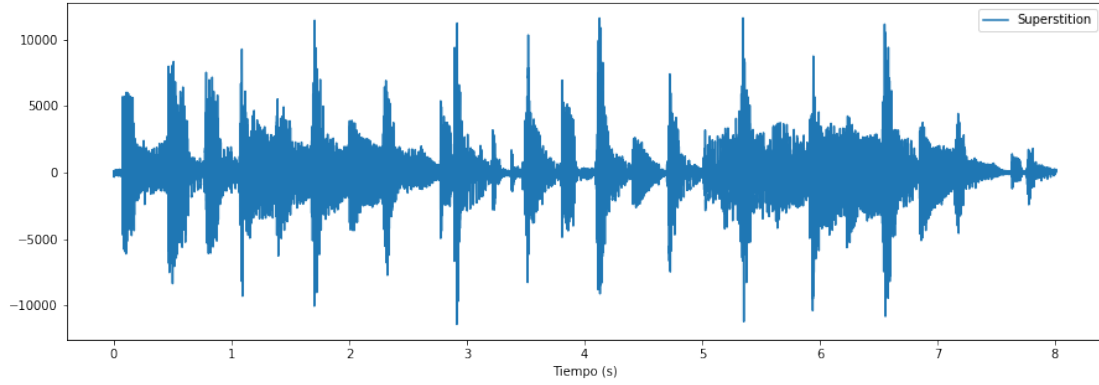
El resultado es una señal modulada se muestra en la figura 4. Se observa que aproxima muy bien la forma de onda de la señal, y resultado auditivo se lo podría describir como una persona jadeando la canción. Esto se debe porque, a pesar de que a grandes rasgos la señal parece ser igual, cuando se hace un zoom sobre la señal se ve que el ruido modulado no replica perfectamente la señal, como se muestra en la figura 5.

## 1.4. Banco de filtros diferente

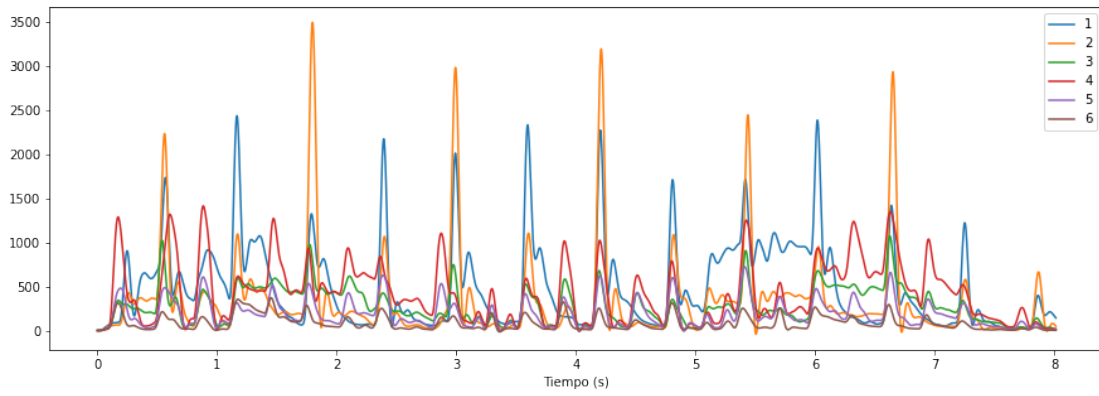
| Banda | $f_{low}(Hz)$ | $f_{high}(Hz)$ | Tipo       |
|-------|---------------|----------------|------------|
| 1     | -             | 674            | pasa-bajo  |
| 2     | 674           | 1348           | pasa-banda |
| 3     | 1348          | -              | pasa-altos |

Cuadro 2: segundo banco de filtros utilizado

Se realizó el mismo procedimiento con este nuevo banco de filtros. Auditivamente el resultado es similar, solo que se distingue con un poco menos de claridad la canción modulada.



(a) señal original



(b) envolvente obtenida para cada filtro

Figura 3: resultado calculo de envolventes

El resultado de modular el ruido se observa en la figura 6. No se aprecia un empeoramiento respecto a usar más filtros (figura 4).

## 2. Ejercicio 2

### 2.1. Parte 1

#### 2.1.1. Ecuación de recurrencia

La ecuación de recurrencia de un filtro peine de retardo  $L$  y atenuación  $R$  es:

$$y[n] = x[n] + R^L y[n - L] \quad (1)$$

La respuesta al impulso es trivial calcularla tomando  $x[n] = \delta[n]$ , obteniéndose:

$$h[n] = \begin{cases} R^{kL} & \text{si } n = kL, k \in \mathbb{N} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2)$$

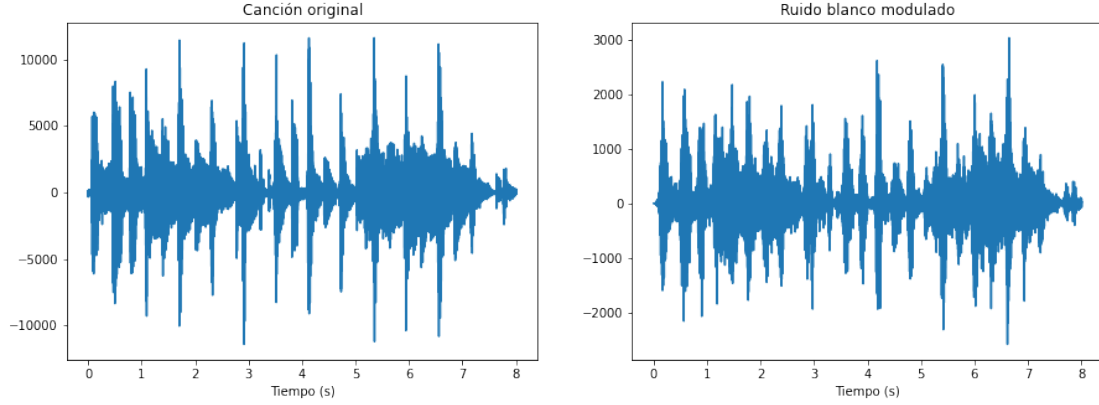


Figura 4: resultado de la modulación del ruido blanco

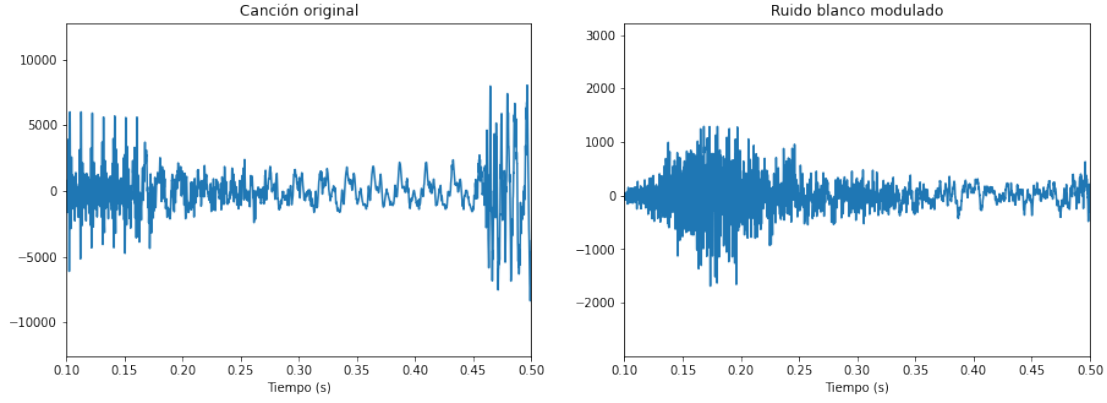


Figura 5: comparación fina de la señal original con la modulada

La frecuencia fundamental es la distancia entre los picos de la respuesta al impulso. Se observa de 2 que la distancia en muestras entre los picos es  $L$ , por lo que la frecuencia fundamental es

$$f_0 = \frac{f_s}{L} \quad (3)$$

por lo que no es posible obtener una respuesta al impulso de valor arbitrario.

### 2.1.2. Síntesis notas

Para sintetizar las notas se obtiene la respuesta al impulso de un filtro con  $L = \text{round}\left(\frac{f_s}{f_0}\right)$ . El valor de  $R$  influye en la duración de la nota, mientras más cerca de 1 más sustain tiene la nota.

En la figuras 7 y 8 se muestra como varía el espectrograma según el valor de  $R$ . Ambos valores son cercano a 1, pero ya con  $R = 0,999$  se obtiene una atenuación muy rápida de la señal, resultando en un sonido muy breve. También se observa como en ambos casos la atenuación es la misma para todo el espectro.

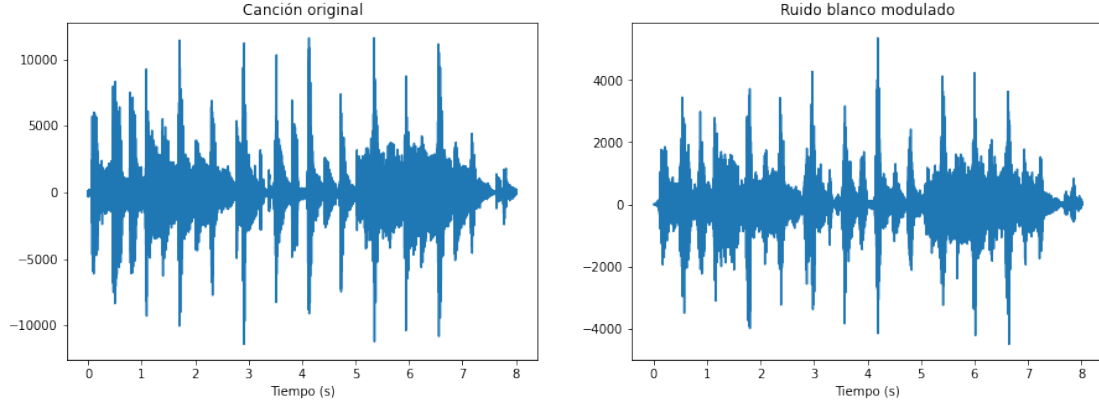


Figura 6: resultados de modulación con segundo banco de filtros

## 2.2. Parte 2

### 2.2.1. LPF en realimentación

Para mejorar las síntesis de la cuerda pulsada se utiliza un filtro pasa-bajos en la realimentación. La cuerda pulsada se caracteriza por su rapido ataque, donde por un instante se tienen componentes de muy alta frecuencia, para luego ir a un sustain con menos componentes. Antes de agregar el filtro, todas las componentes de frecuencia decaen a la misma velocidad, por lo que no se logra este efecto. Agregando el filtro pasa-bajos se logra que las componentes en alta frecuencia decaigan más rápidamente que las de baja frecuencia.

Llamando  $h_{LPF}$  la respuesta al impulso del filtro pasa-bajos utilizado, la ecuación en recurrencia de este nuevo sistema resulta en:

$$y[n] = h_{LPF} * (x[n] + R^L y[n - L])$$

### 2.2.2. Pasa-bajos utilizado

Se utilizo un filtro de media móvil de primer orden como filtro pasa-bajos. La ecuación en recurrencia de este filtro es:

$$y[n] = \frac{1}{2}(x[n] + x[n - 1]) \quad (4)$$

A partir de la ecuación 1 y 4 se puede obtener la ecuación de recurrencia del sistema incluyendo el LPF:

$$y[n] = \frac{1}{2}(x[n] + x[n - 1]) + \frac{R^L}{2}(y[n - L] + y[n - L - 1]) \quad (5)$$

El filtro de media móvil es de fase lineal, por lo que introduce un retardo a todas las frecuencias. Este retardo es de media muestra, por lo que el retardo del bucle pasa a ser  $L + \frac{1}{2}$ . Esto modifica la ecuación 3, que ahora pasa a ser:

$$f_0 = \frac{f_s}{L + \frac{1}{2}} \quad (6)$$

Auditivamente hay una notoria mejora en el sonido obtenido, asemejando mucho mas a una cuerda pulsada. También se observa un claro cambio en el espectro de la señal, teniendo un decaimiento más rápido a altas frecuencias como se ve en la figura 9.

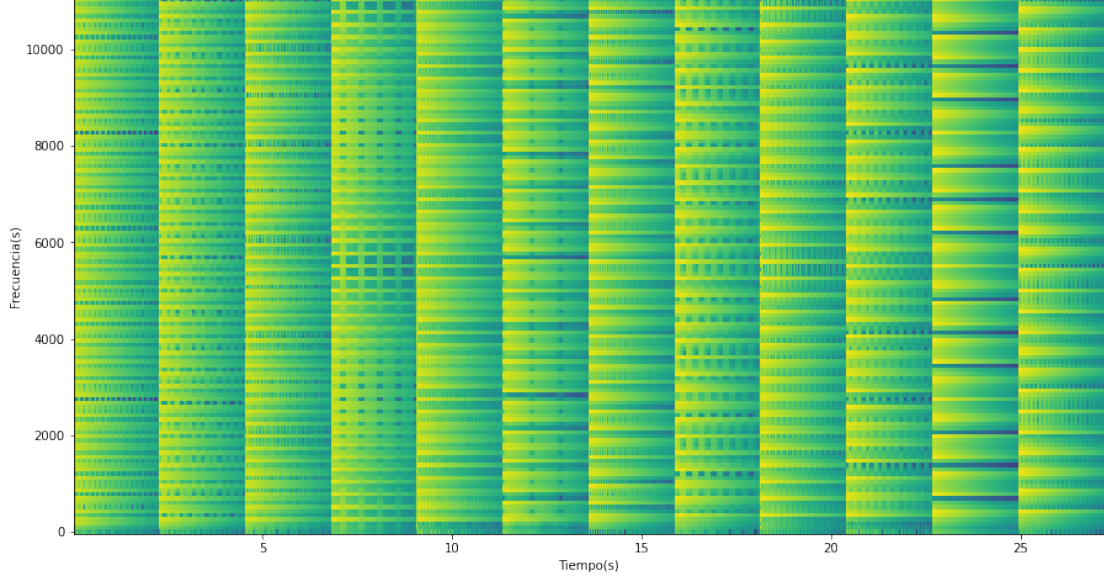


Figura 7: espectrograma notas con  $R = 0,99992$

## 2.3. Parte 3

### 2.3.1. APF en realimentación

Se agrega un filtro pasa-todos en cascada con el filtro pasa-bajos para compensar el desfase en la frecuencia fundamental de la nota introducido por el filtro pasa-bajos. El filtro pasa-todos utilizado tiene como ecuación de recurrencia:

$$y[n] - ay[n-1] = -ax[n] + x[n-1] \quad (7)$$

que pese a ser de fase no lineal, a baja frecuencia se puede aproximar el retardo de fase como:

$$\delta = \frac{1+a}{1-a}$$

A partir de las relaciones de recurrencia 4 y 7 se obtiene la ecuación de recurrencia de todo el sistema:

$$y[n] = ay[n-1] + \frac{1}{2} (-ax[n] + (1-a)x[n-1] + x[n-2] - aR^L y[n-L] + R^L(1-a)y[n-L-1] + R^L y[n-L-2]) \quad (8)$$

Actualizando la ecuación 3 obtenemos la frecuencia fundamental del filtro de síntesis:

$$f_0 = \frac{f_s}{L + \frac{1}{2} + \delta} \quad (9)$$

### 2.3.2. Implementación

Se implementa el filtro utilizando la recursión obtenida en 8. En la figura 10 se observa el espectrograma resultante. No se llega a apreciar una diferencia respecto al obtenido solo con el LPF (figura 9).



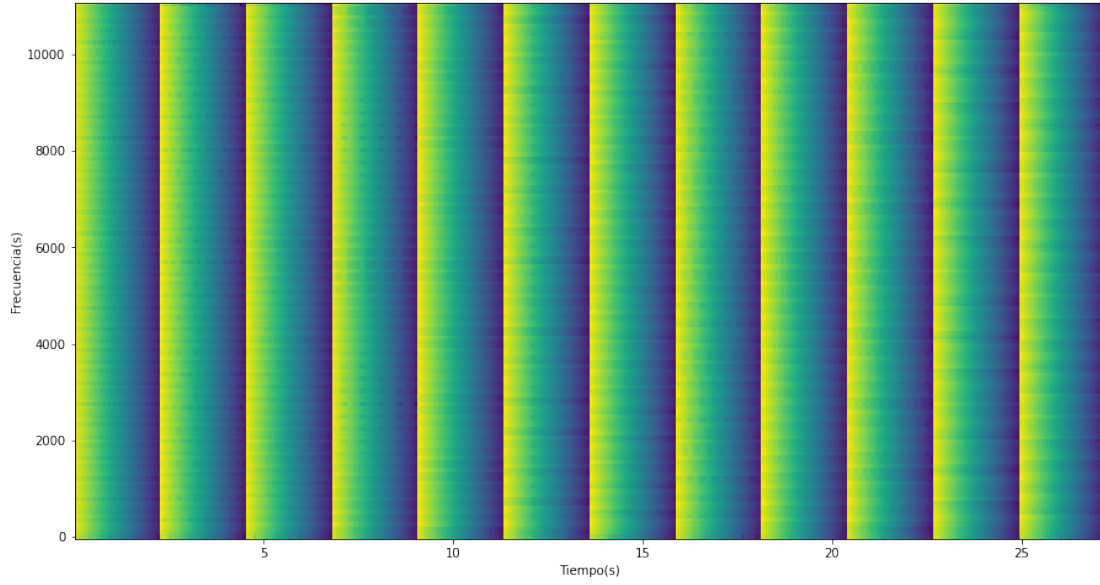


Figura 8: espectrograma notas con  $R = 0,999$

### 2.3.3. Comparación síntesis

En la tabla 3 se muestran los resultados de la frecuencia fundamental obtenida para cada síntesis.

| Nota | Objetivo  | Peine     | LPF       | LPF+APF   |
|------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| A3   | 220.00000 | 220.50000 | 219.61800 | 220.05900 |
| A3#  | 233.08188 | 231.96600 | 231.08400 | 233.28900 |
| B3   | 246.94165 | 247.84200 | 246.51900 | 246.96000 |
| C4   | 261.62557 | 262.39500 | 261.07200 | 261.51300 |
| C4#  | 277.18263 | 275.62500 | 273.86100 | 277.38900 |
| D4   | 293.66477 | 294.14700 | 291.94200 | 293.70600 |
| D4#  | 311.12698 | 310.46400 | 308.25900 | 311.34600 |
| E4   | 329.62756 | 328.98600 | 326.78100 | 329.42700 |
| F4   | 349.22823 | 350.15400 | 347.06700 | 349.27200 |
| F4#  | 369.99442 | 367.35300 | 364.26600 | 369.99900 |
| G4   | 391.99544 | 393.81300 | 390.28500 | 392.04900 |
| G4#  | 415.30470 | 415.86300 | 412.33500 | 415.42200 |

Cuadro 3: frecuencia fundamental obtenida para cada síntesis

Desde un punto de vista auditivo, la diferencia entre usar solo el LPF y usar un LPF y APF es prácticamente imperceptible. Sin embargo, la frecuencia fundamental de la nota obtenida es mucho más cercana a la buscada cuando se incluye el APF.

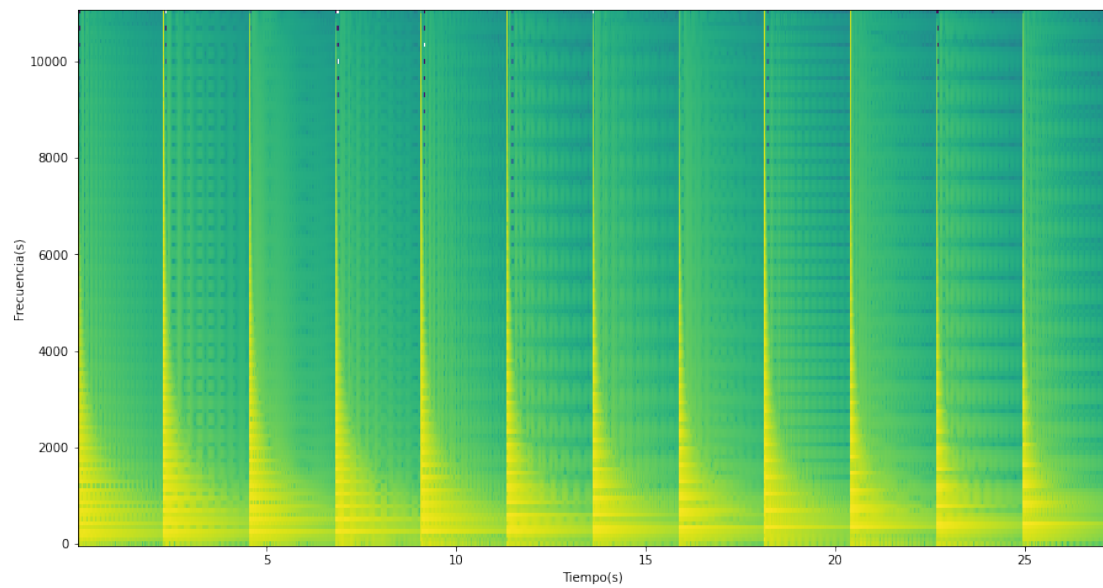


Figura 9: espectrograma con sistema incluyendo solo LPF

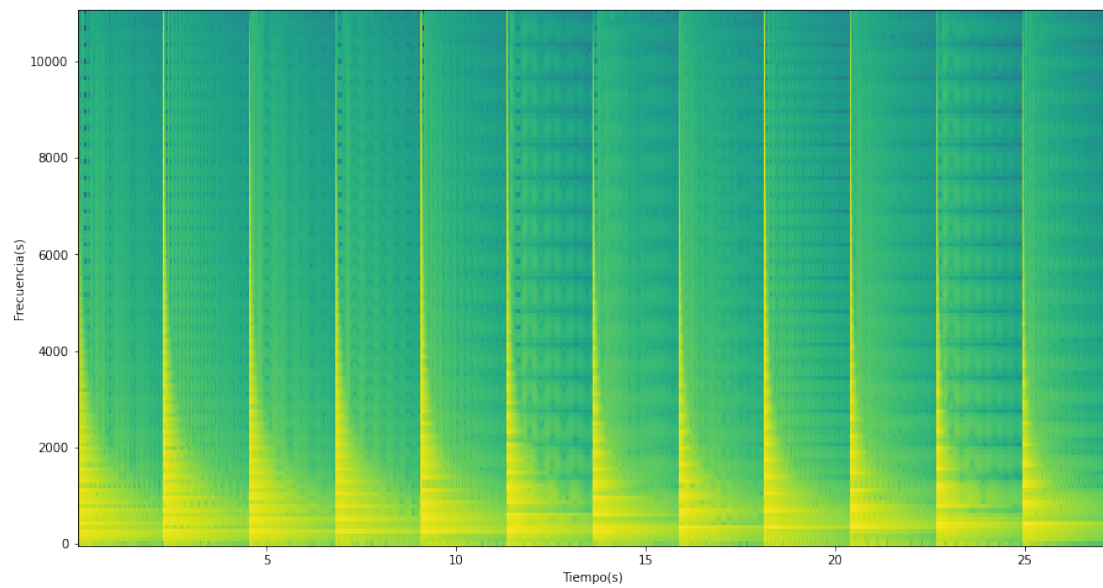


Figura 10: espectrograma resultante de sintetizar una octava con sistema completo

## Referencias

- [1] Eric D. Scheirer. Tempo and beat analysis of acoustic musical signals. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 103(1):588–601, 1998.