

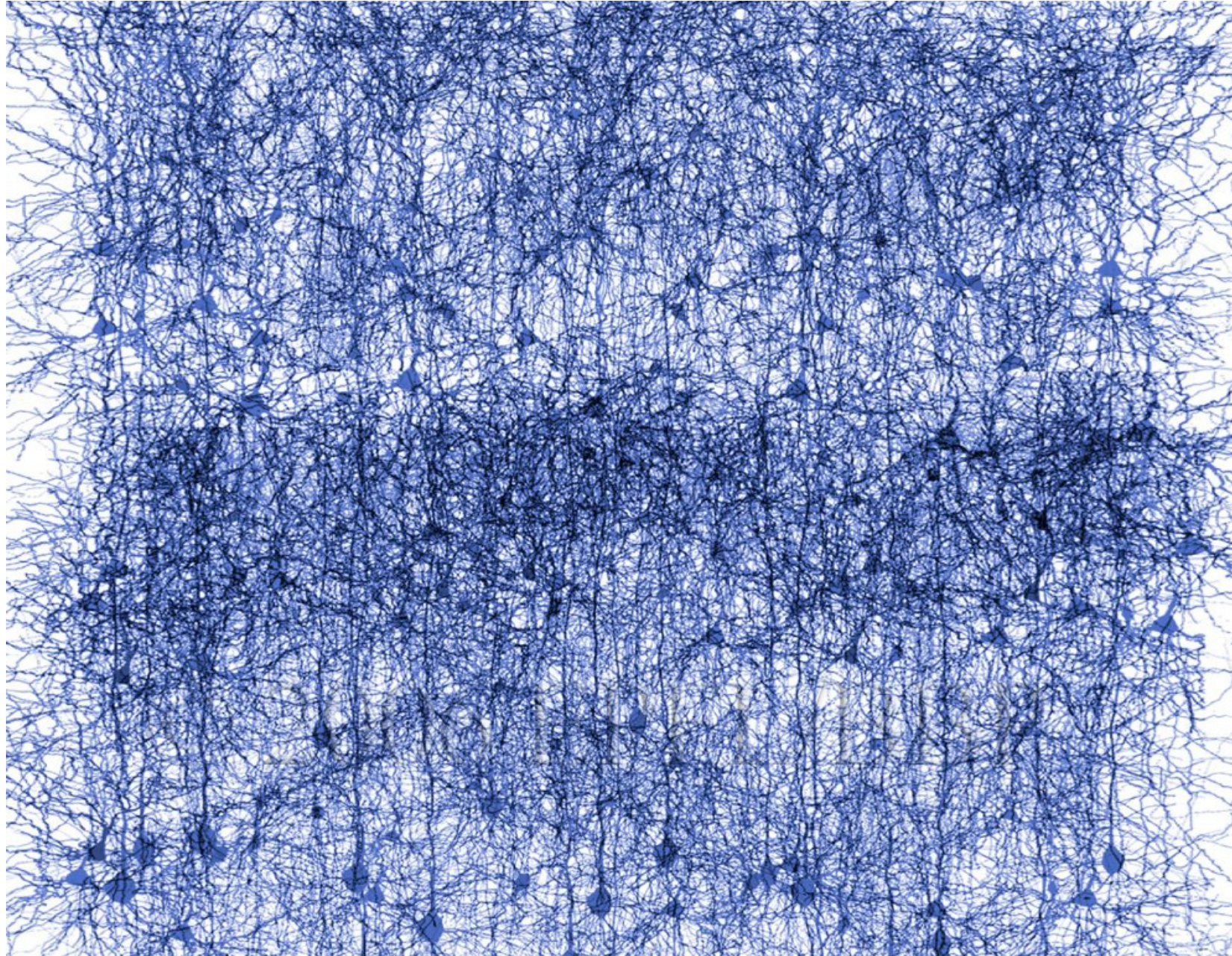


Leçon 5 : Réseaux et apprentissage

Jonas Ranft
Neurosciences computationnelles

Nov–Dec 2020

Les neurones forment des réseaux



Le cerveau : un réseau de 10^{11} neurones connectés par 10^{15} synapses

Mémoire et apprentissage

Jusqu'ici : propriétés des réseaux en absence de stimuli externes

- Exemple 1 : *réseau à spike* pour comprendre l'activité irrégulière asynchrone dans le cortex
- Exemple 2 : *réseau à taux* pour comprendre l'origine d'oscillations entre populations excitatrices et inhibitrices
- Exemple 3 : *réseau à taux* pour comprendre l'activité persistante pour retenir une direction en mémoire de travail

Quel est l'effet de stimuli externes sur un réseau ?

Comment est-ce que cela affecte les connexions synaptiques ?

Comment apprendre quelque-chose, et comment le récupérer ?

Réseaux attracteur

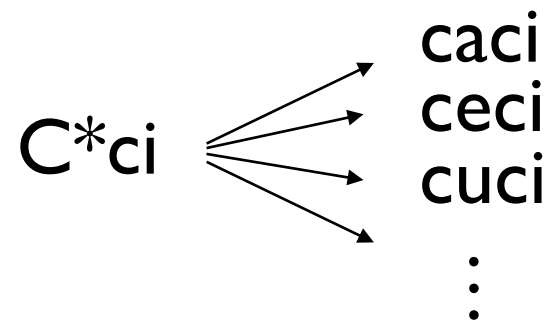
Pouvez-vous lire ce texte ?

C*ci est j*ste un p*tit exa*ple
d'*n te*te q*e vous pou*ez
s*rem*nt *ire mal*ré l*
s*ppr*ss*on d'u* bon n*mb*e de
lett*es. C* n'e*t pe*t-*tre p*s de
*a b*nn* li*tér*tu*e ma*s un
messa*e tr*s info*ma*if q*ant a*
fo*ction**ment du cerv**u :
no*s so*mes ca*ables de
“compl*ter” les mo*s à *artir de
qu**ques lett*es s**lement !

Réseaux attracteur

Pouvez-vous lire ce texte ?

C*ci est j*ste un p*tit exa*ple
d'*n te*te q*e vous pou*ez
s*rem*nt *ire mal*ré l*
s*ppr*ss*on d'u* bon n*mb*e de
lett*es. C* n'e*t pe*t-*tre p*s de
*a b*nn* li*tér*tu*e ma*s un
messa*e tr*s info*ma*if q*ant a*
fo*ction**ment du cerv**u :
no*s so*mes ca*ables de
“compl*ter” les mo*s à *artir de
qu**ques lett*es s**lement !



Réseaux attracteur

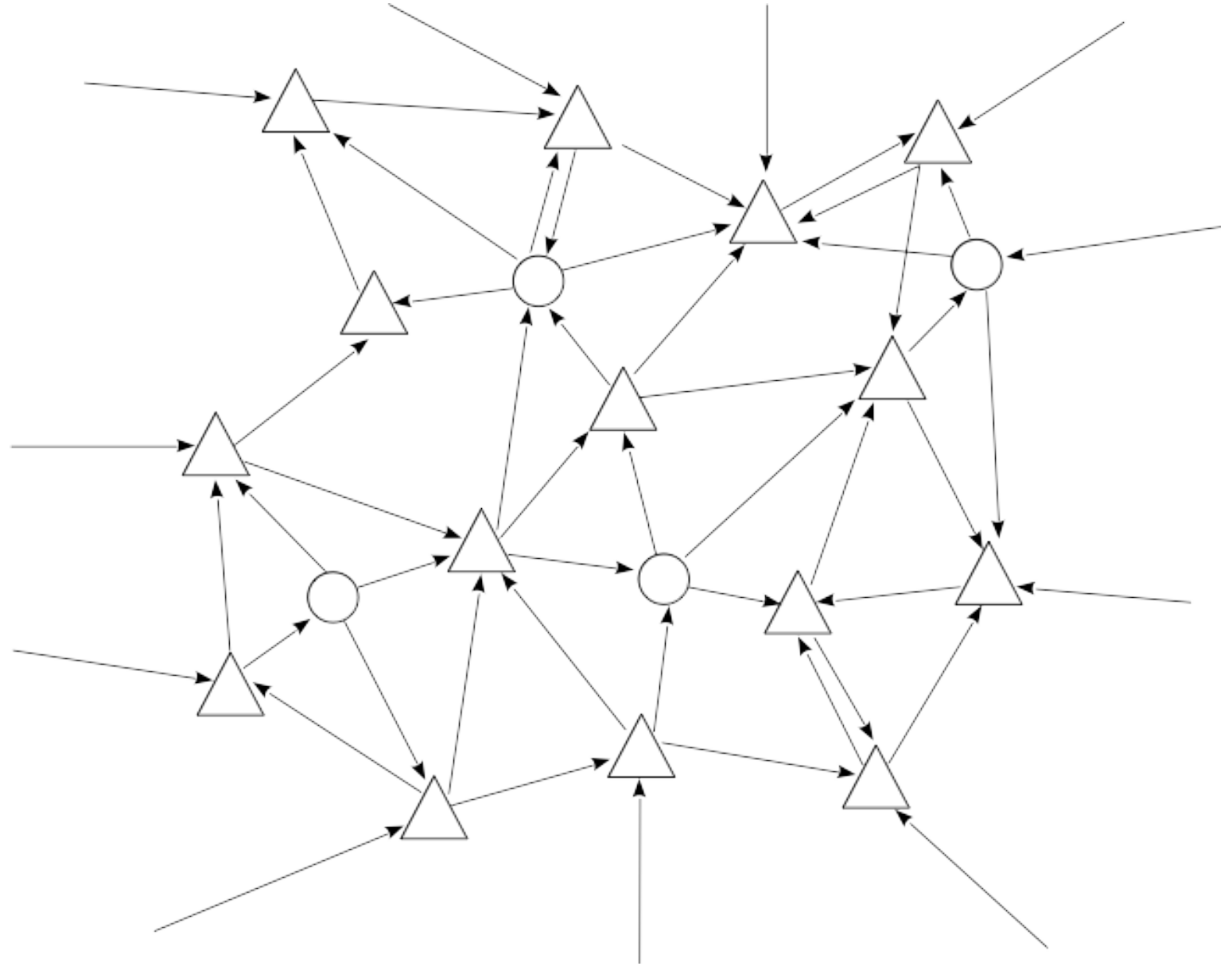
Pouvez-vous lire ce texte ?

C*ci est j*ste un p*tit exa*ple
d'*n te*te q*e vous pou*ez
s*rem*nt *ire mal*ré l*
s*ppr*ss*on d'u* bon n*mb*e de
lett*es. C* n'e*t pe*t-*tre p*s de
*a b*nn* li*tér*tu*e ma*s un
messa*e tr*s info*ma*if q*ant a*
fo*ction**ment du cerv**u :
no*s so*mes ca*ables de
“compl*ter” les mo*s à *artir de
qu**ques lett*es s**lement !



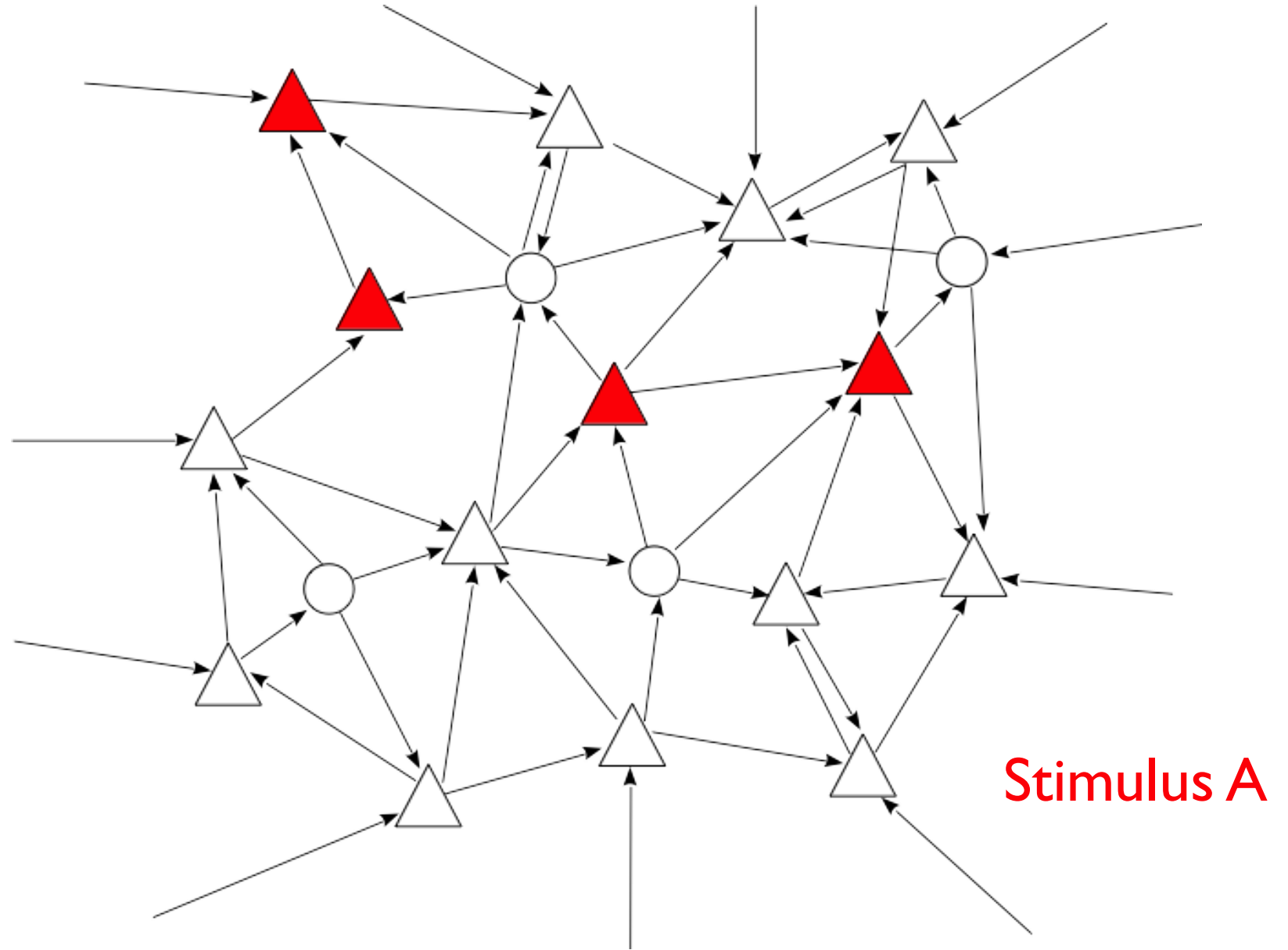
Mécanismes d'apprentissage

Les stimuli externes modifient l'activité neuronale dans le cerveau.



Mécanismes d'apprentissage

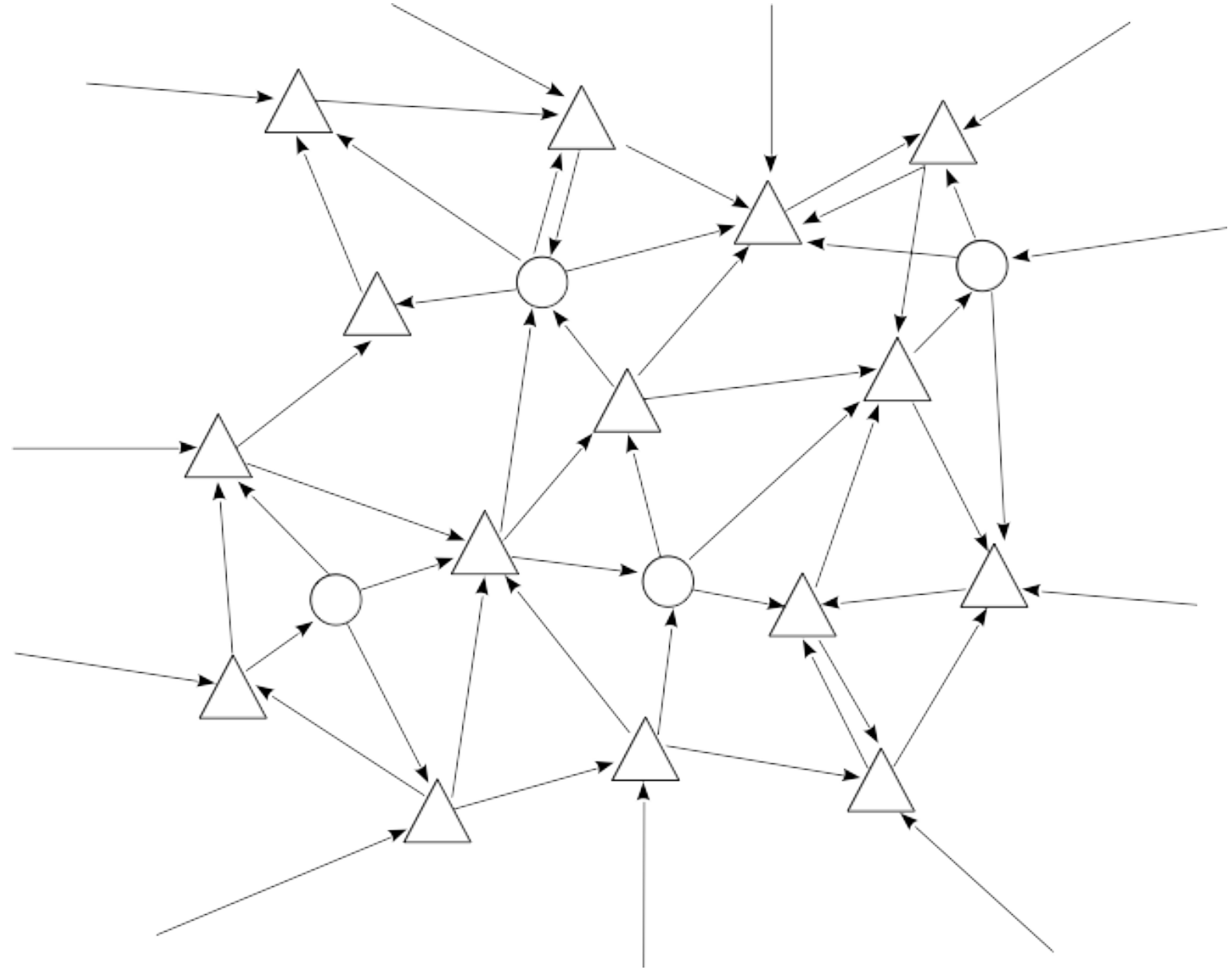
Les stimuli externes modifient l'activité neuronale dans le cerveau.



Mécanismes d'apprentissage

Les stimuli externes modifient l'activité neuronale dans le cerveau.

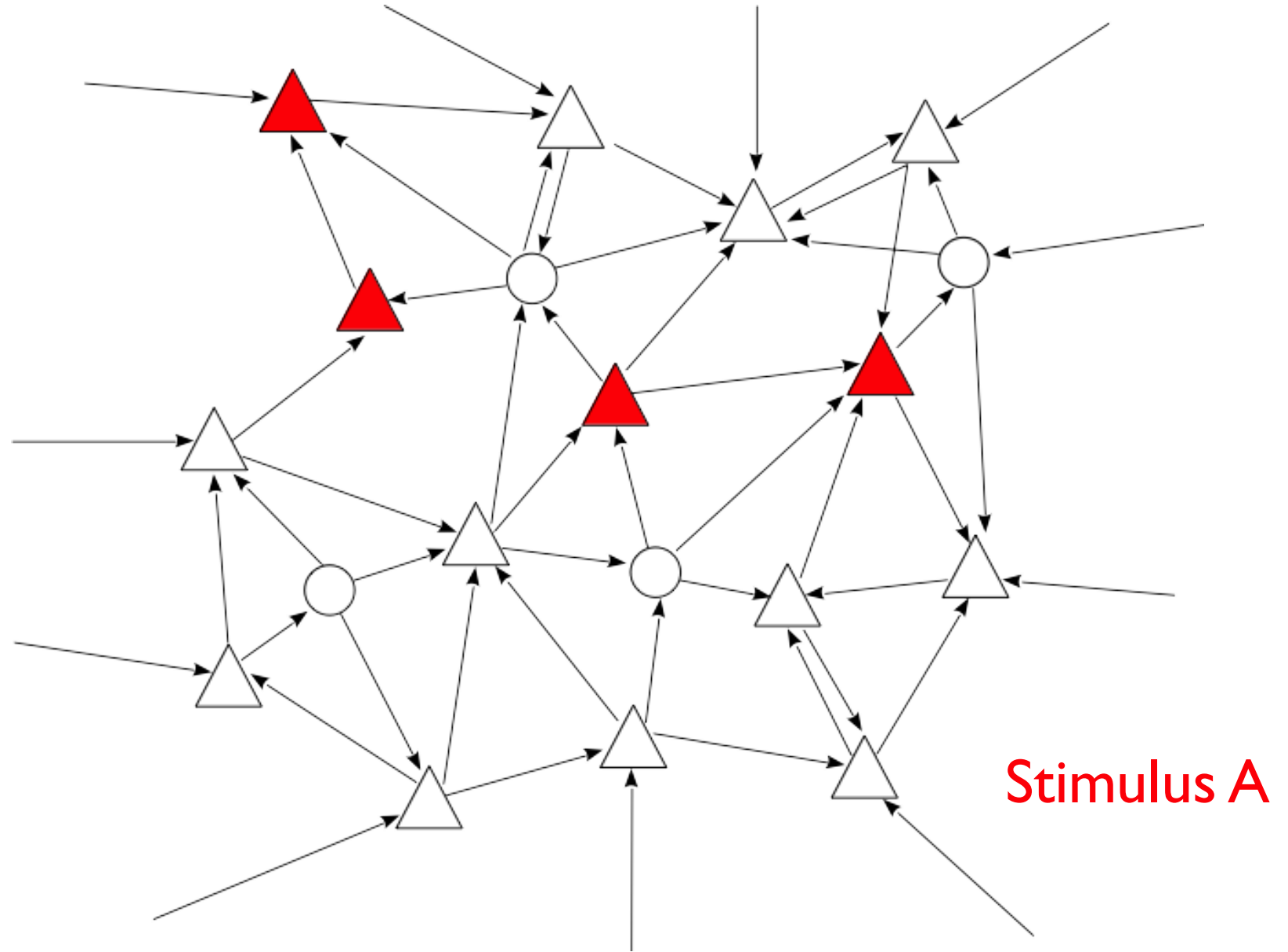
- Si un stimulus ne laisse pas de trace
→ aucun souvenir !



Mécanismes d'apprentissage

Les stimuli externes modifient l'activité neuronale dans le cerveau.

- Si un stimulus ne laisse pas de trace
→ aucun souvenir !

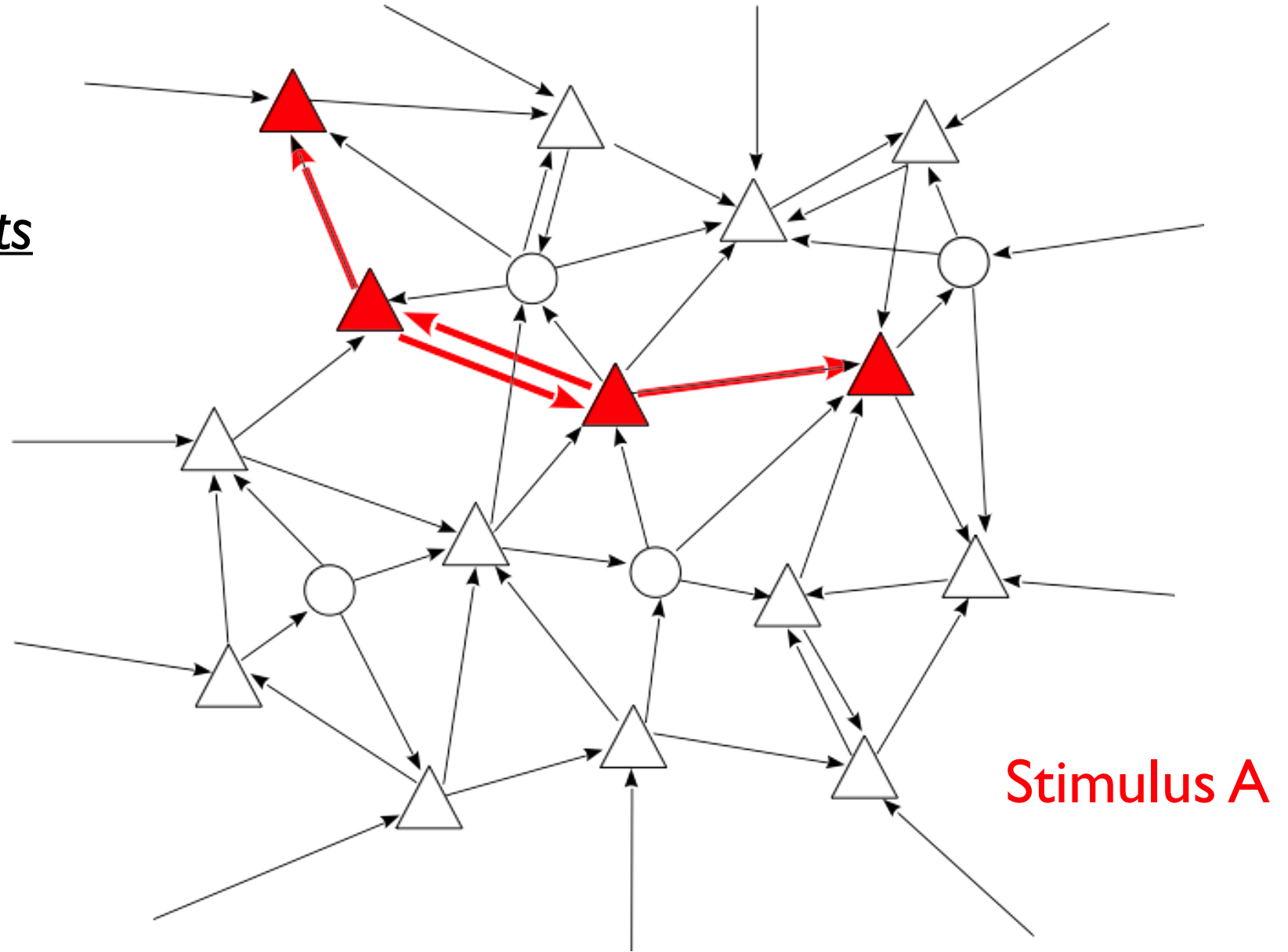


Mécanismes d'apprentissage

Les stimuli externes modifient l'activité neuronale dans le cerveau.

- Si un stimulus ne laisse pas de trace
→ aucun souvenir !

- Les changements d'activité engendrent des changements de connectivité (plasticité structurelle/synaptique) !



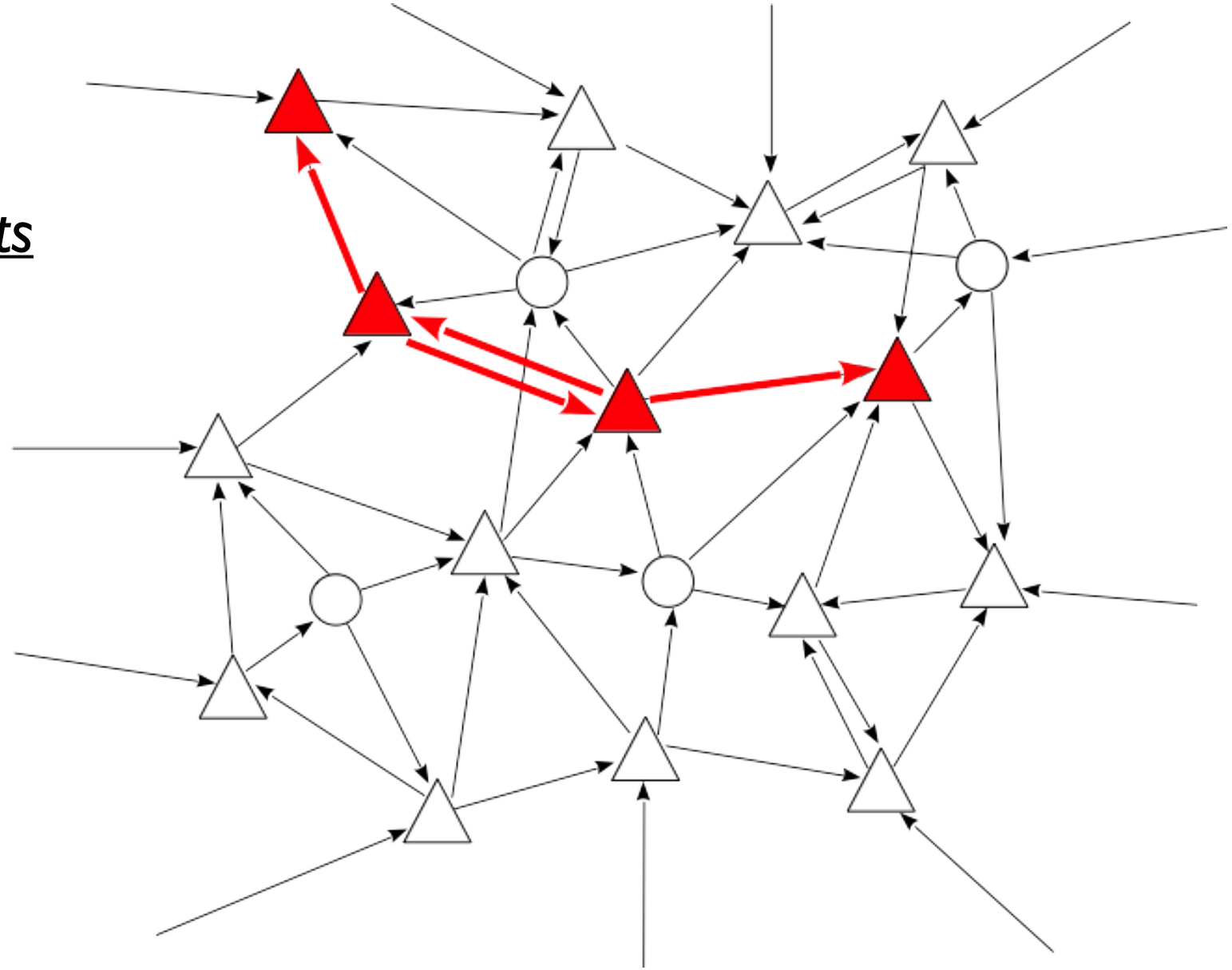
Mécanismes d'apprentissage

Les stimuli externes modifient l'activité neuronale dans le cerveau.

- Si un stimulus ne laisse pas de trace

→ aucun souvenir !

- Les changements d'activité engendrent des changements de connectivité (plasticité structurelle/synaptique) !



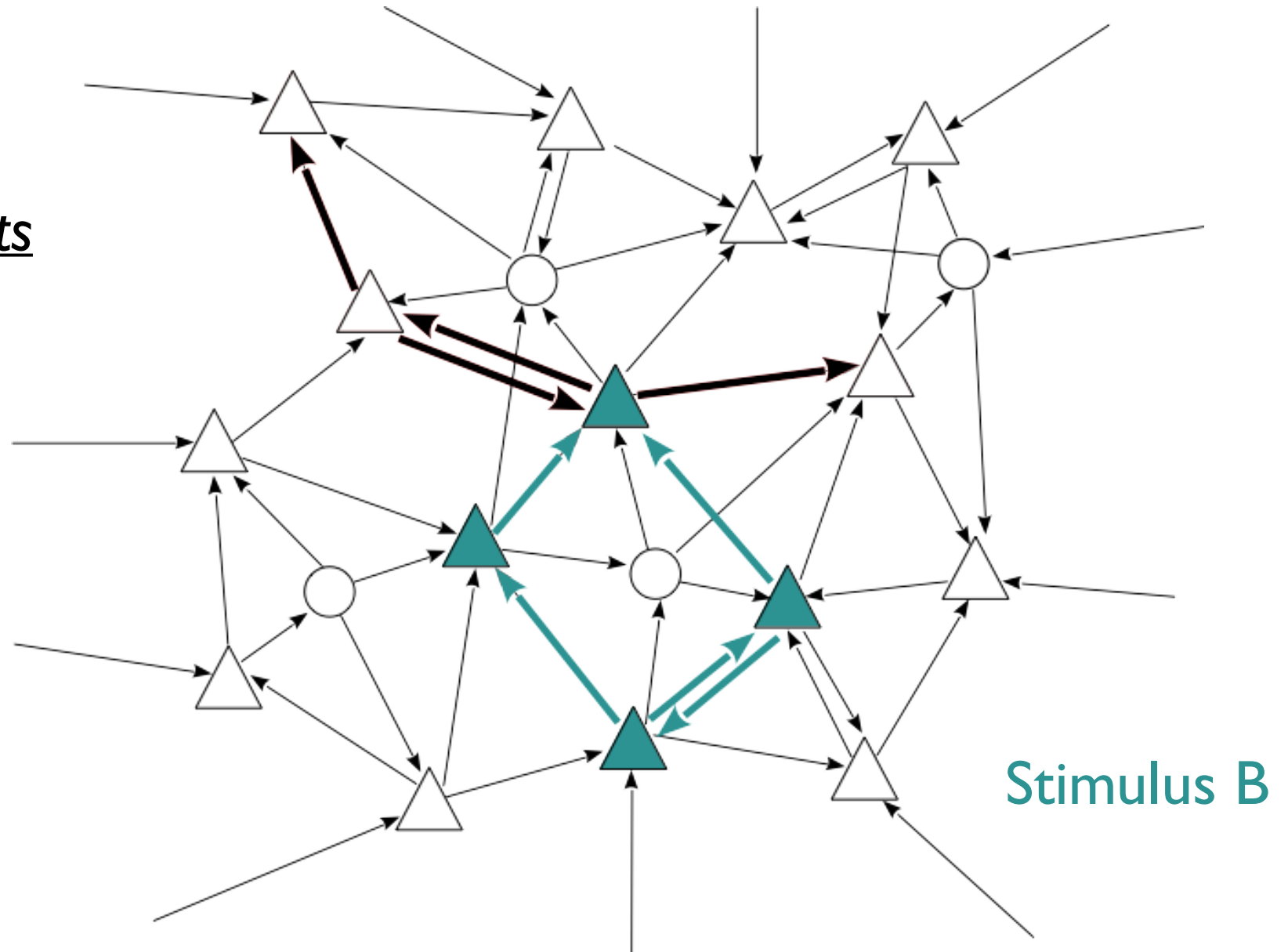
Mécanismes d'apprentissage

Les stimuli externes modifient l'activité neuronale dans le cerveau.

- Si un stimulus ne laisse pas de trace
→ aucun souvenir !

- Les changements d'activité engendrent des changements de connectivité (plasticité structurelle/synaptique) !

- Un autre stimulus peut modifier l'activité dans un sous-ensemble différent.



Mécanismes d'apprentissage

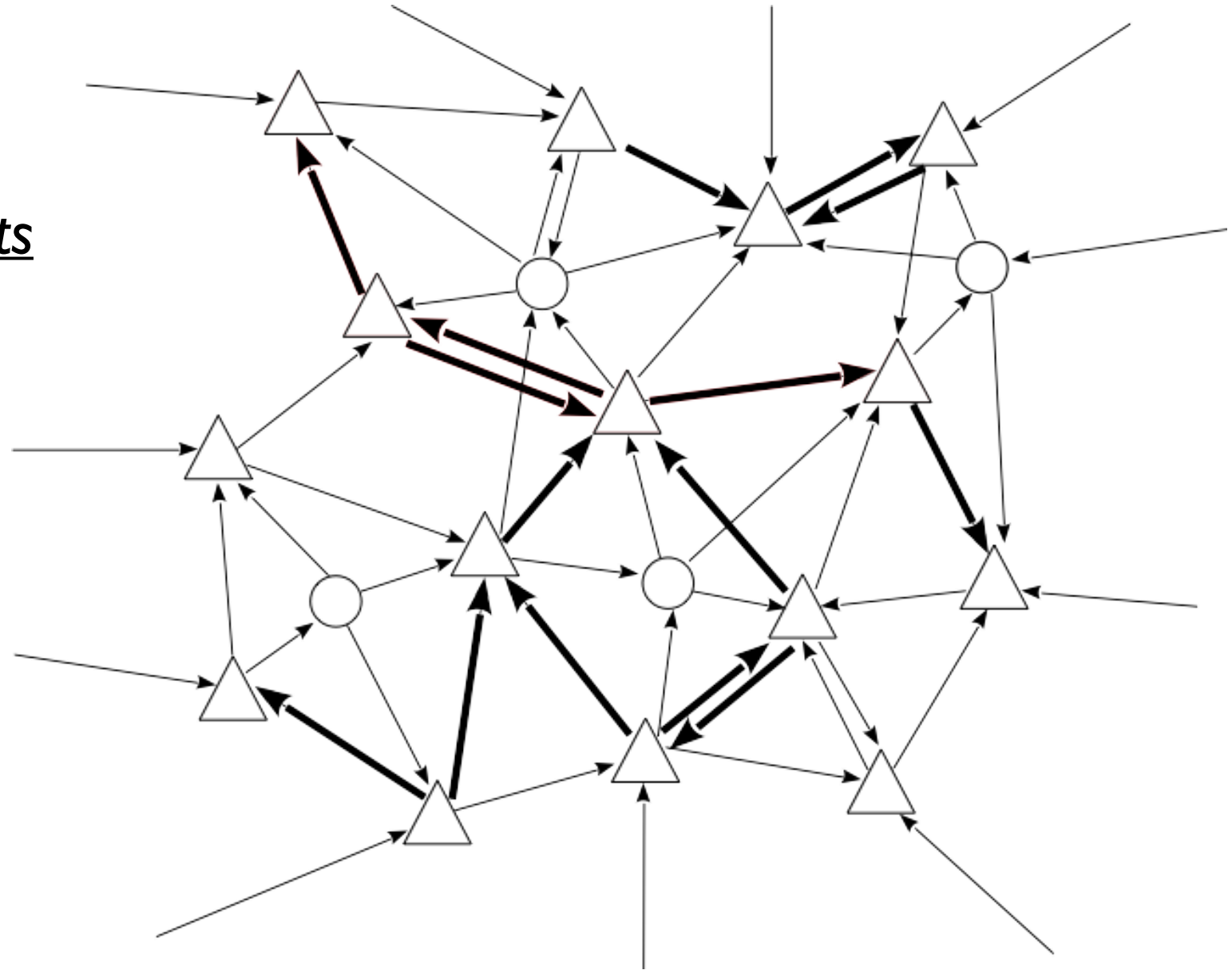
Les stimuli externes modifient l'activité neuronale dans le cerveau.

- Si un stimulus ne laisse pas de trace
→ aucun souvenir !

- Les changements d'activité engendrent des changements de connectivité (plasticité structurelle/synaptique) !

- Un autre stimulus peut modifier l'activité dans un sous-ensemble différent.

- La connectivité synaptique résulte de la superposition des traces laissées par les entrées externes.

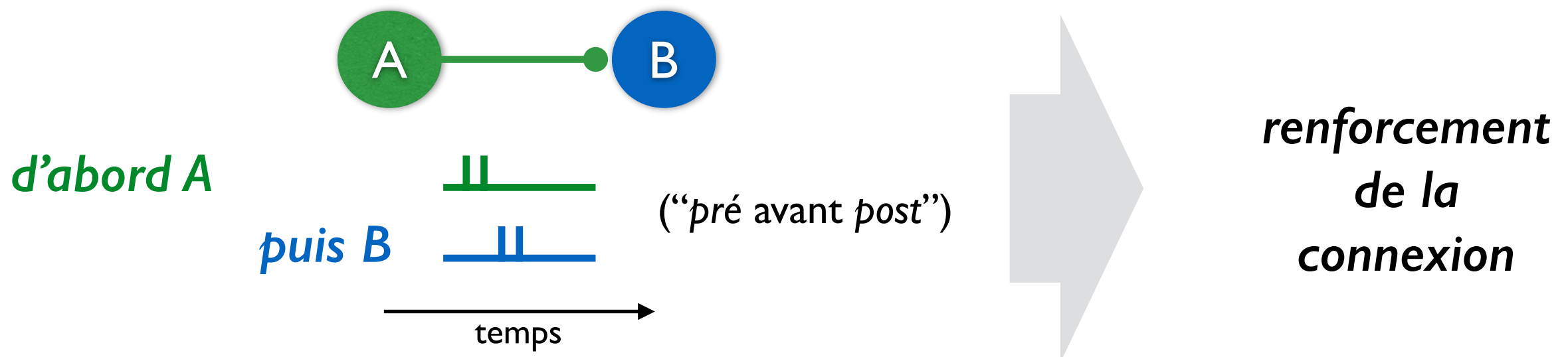


Changements synaptiques : Le scénario “Hebbien”

“Fire together, wire together.”

“Lorsqu'un axone de la cellule A est assez proche pour exciter une cellule B et qu'il participe de façon répétée et persistante à sa décharge, une croissance ou des changements métaboliques se produisent dans l'une ou les deux cellules, de sorte que l'efficacité de la cellule A, comme l'une des cellules qui déclenche B, est augmentée.”

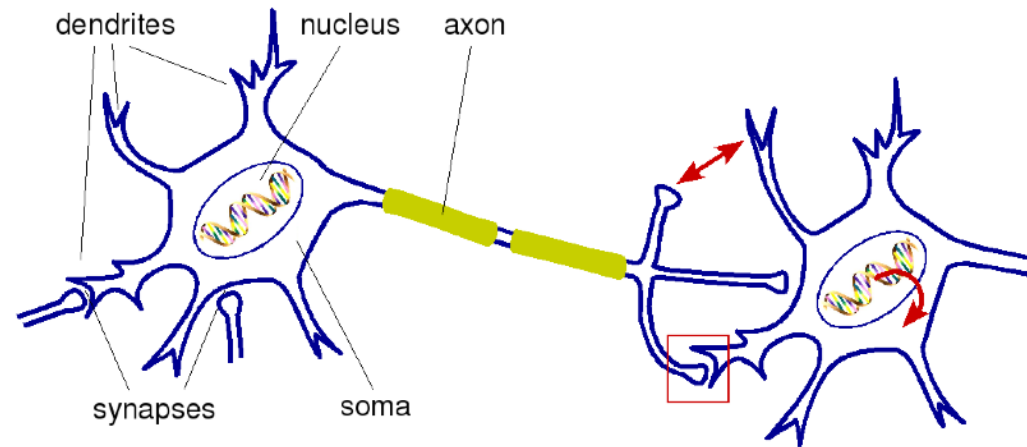
Donald Hebb, 1949



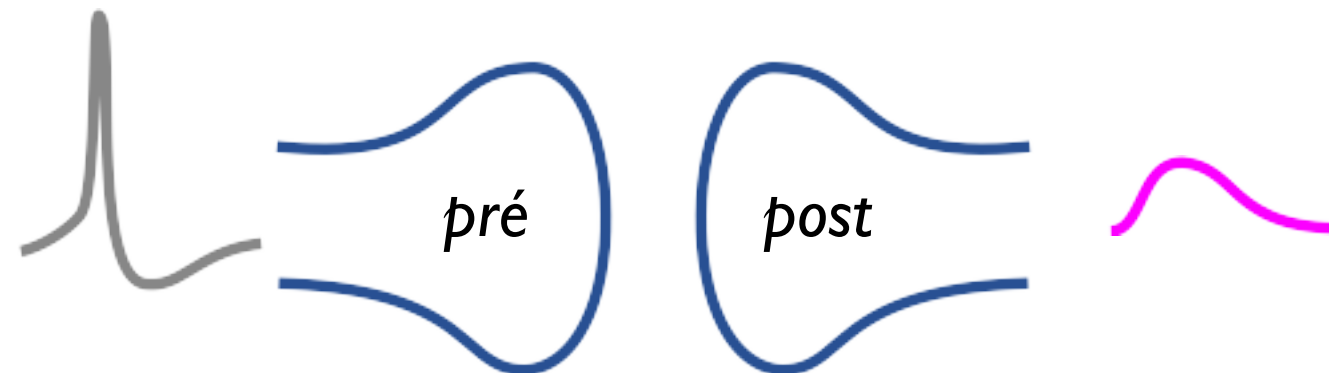
Un peu de biologie...

On peut distinguer deux types de changements de connexions.

- La **plasticité structurelle**, c'est-à-dire la création ou la suppression d'une connexion physique entre deux neurones :



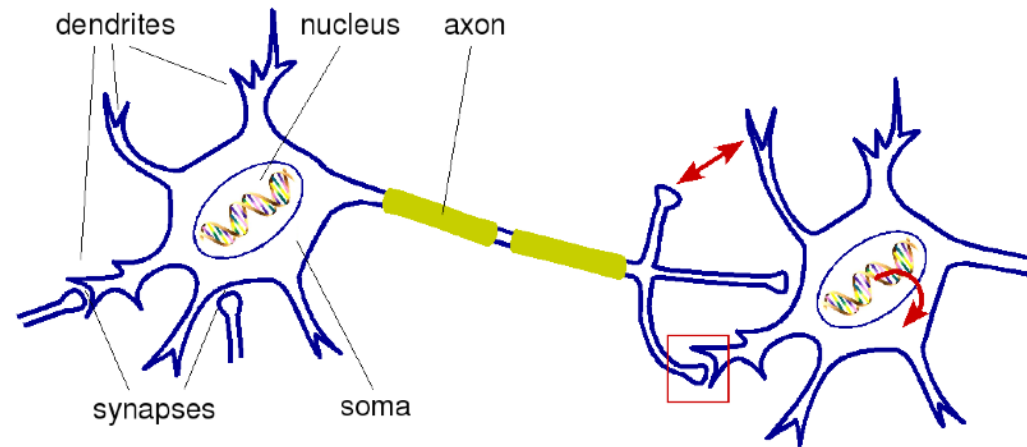
- La **plasticité synaptique** “à long terme”, c'est-à-dire l'augmentation (LTP, *long-term potentiation*) ou diminution (LTD, *long-term depression*) de l'effet d'un potentiel d'action présynaptique sur la dépolarisation postsynaptique.



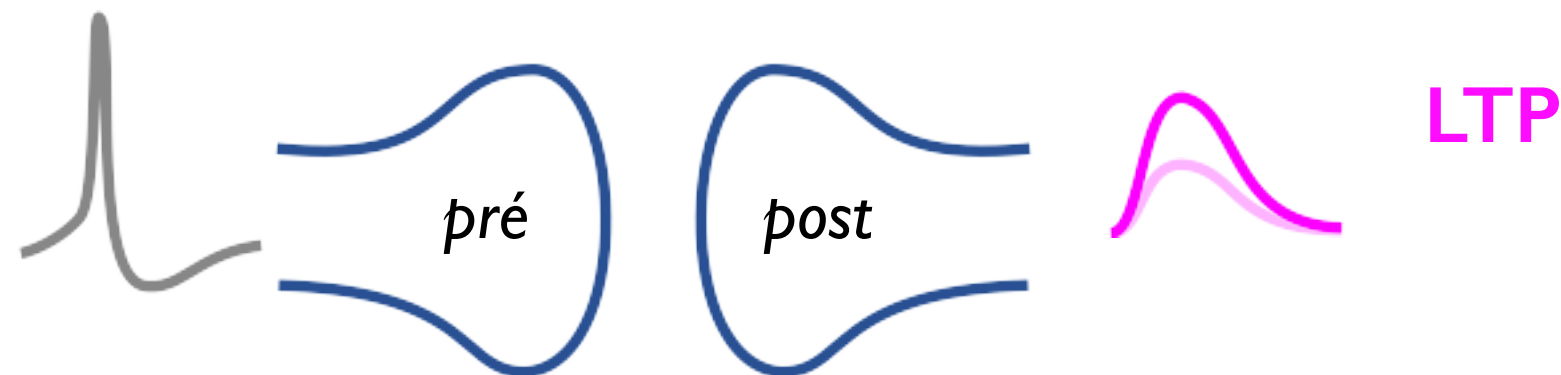
Un peu de biologie...

On peut distinguer deux types de changements de connexions.

- La **plasticité structurelle**, c'est-à-dire la création ou la suppression d'une connexion physique entre deux neurones :



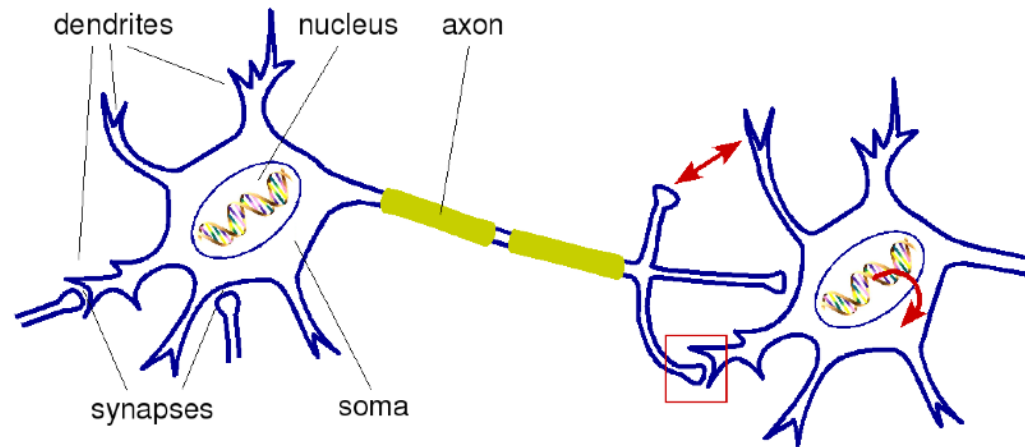
- La **plasticité synaptique** “à long terme”, c'est-à-dire l'augmentation (LTP, *long-term potentiation*) ou diminution (LTD, *long-term depression*) de l'effet d'un potentiel d'action présynaptique sur la dépolarisation postsynaptique.



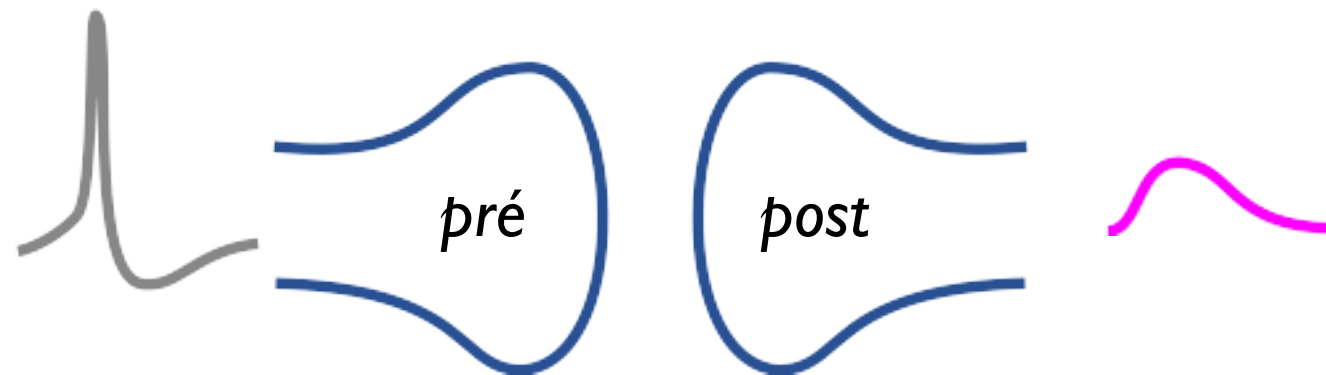
Un peu de biologie...

On peut distinguer deux types de changements de connexions.

- La **plasticité structurelle**, c'est-à-dire la création ou la suppression d'une connexion physique entre deux neurones :



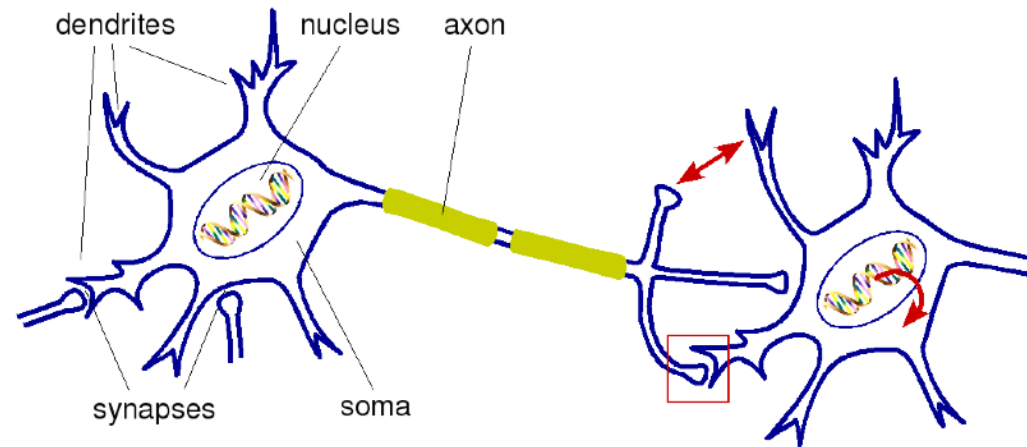
- La **plasticité synaptique** “à long terme”, c'est-à-dire l'augmentation (LTP, *long-term potentiation*) ou diminution (LTD, *long-term depression*) de l'effet d'un potentiel d'action présynaptique sur la dépolarisation postsynaptique.



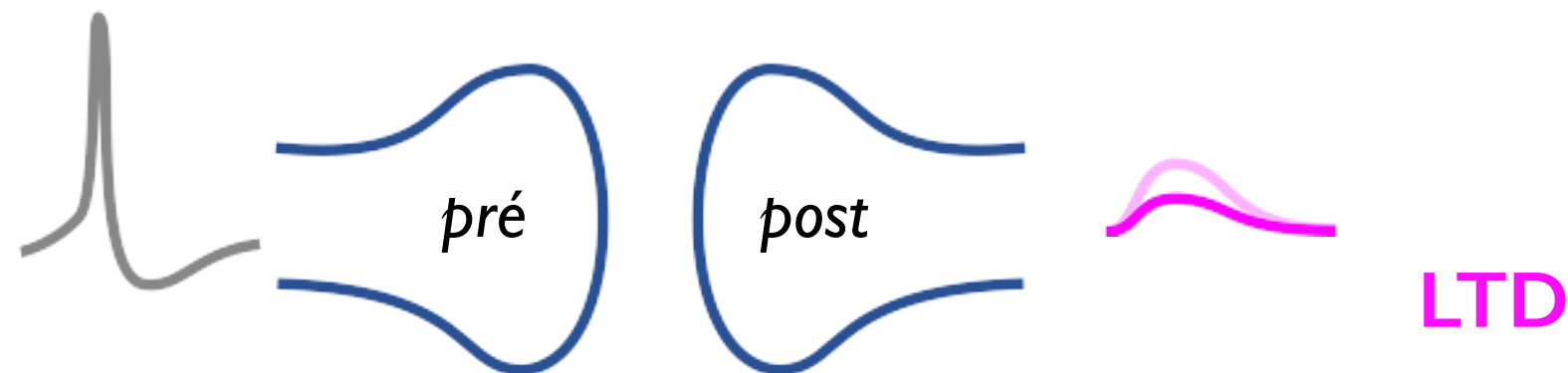
Un peu de biologie...

On peut distinguer deux types de changements de connexions.

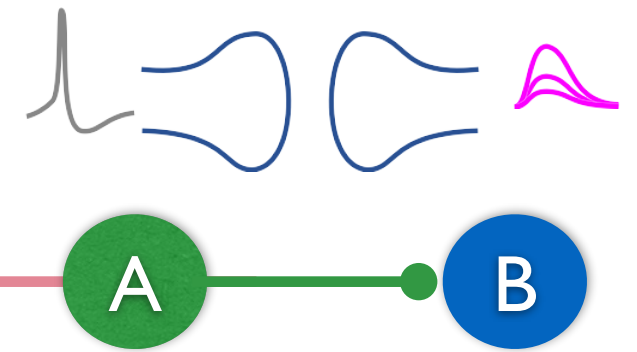
- La **plasticité structurelle**, c'est-à-dire la création ou la suppression d'une connexion physique entre deux neurones :



- La **plasticité synaptique** “à long terme”, c'est-à-dire l'augmentation (LTP, *long-term potentiation*) ou diminution (LTD, *long-term depression*) de l'effet d'un potentiel d'action présynaptique sur la dépolarisation postsynaptique.



Règles de plasticité synaptique

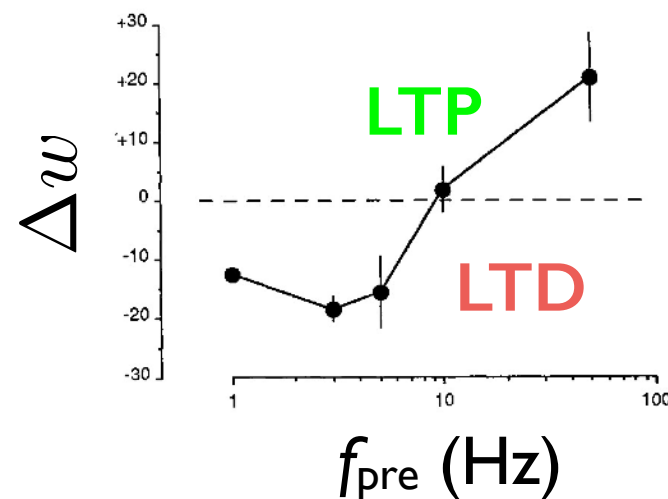


- Le changement Δw du poids synaptique peut dépendre

de la fréquence
de stimulation

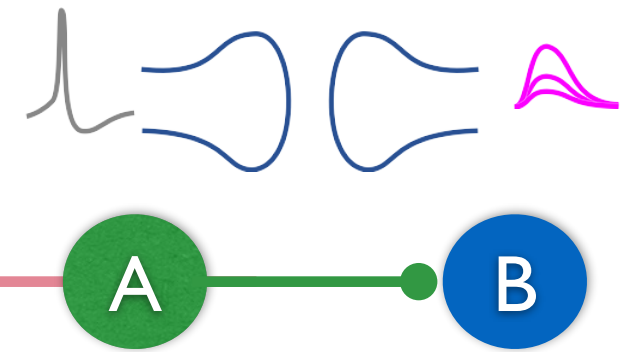
pré 
post 

900 impulsions à 1-100 Hz



Dudek & Bear, 1992

Règles de plasticité synaptique

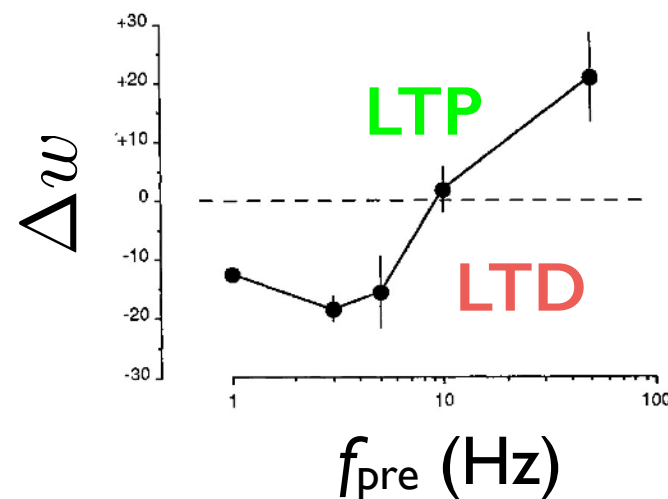


- Le changement Δw du poids synaptique peut dépendre

de la fréquence
de stimulation

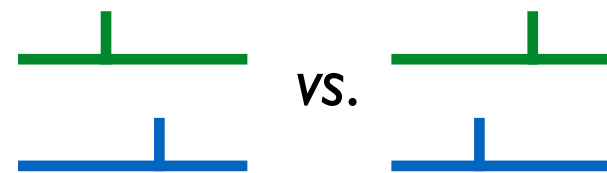


900 impulsions à 1-100 Hz

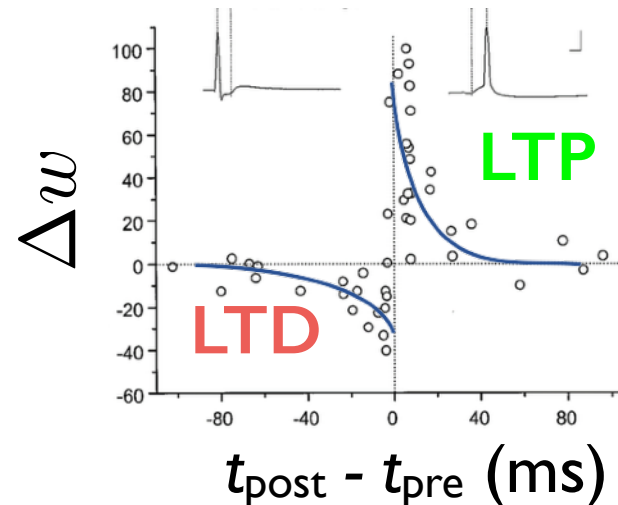


Dudek & Bear, 1992

des temps précis
des spikes

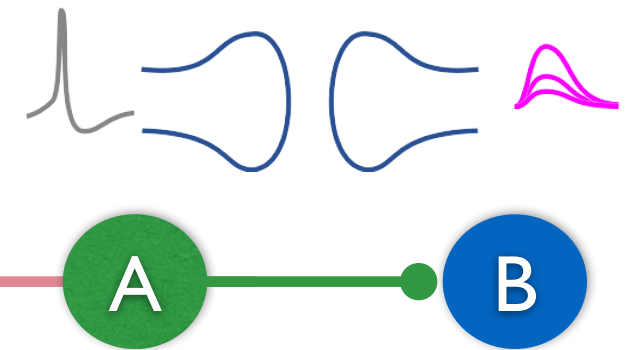


60 paires à 1 Hz



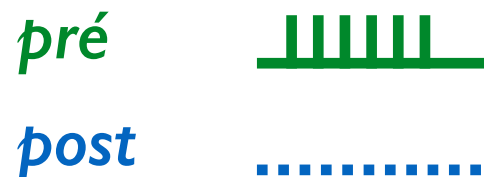
Bi & Poo, 1998

Règles de plasticité synaptique

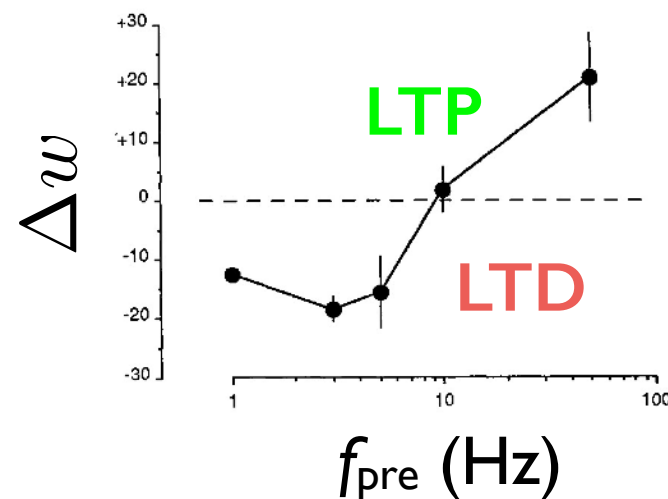


- Le changement Δw du poids synaptique peut dépendre

de la fréquence
de stimulation

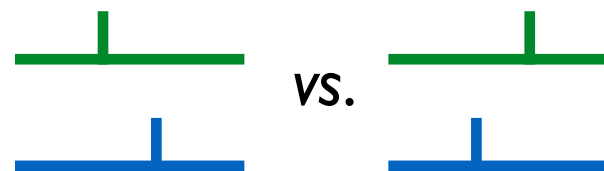


900 impulsions à 1-100 Hz

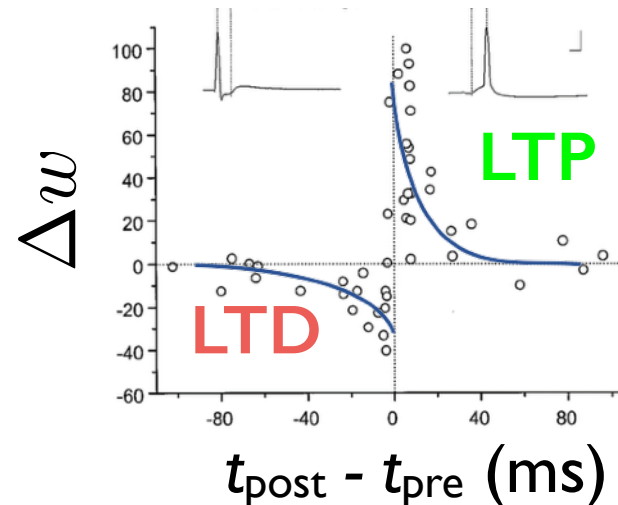


Dudek & Bear, 1992

des temps précis
des spikes

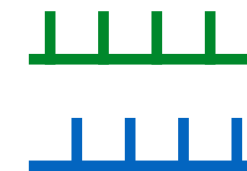


60 paires à 1 Hz

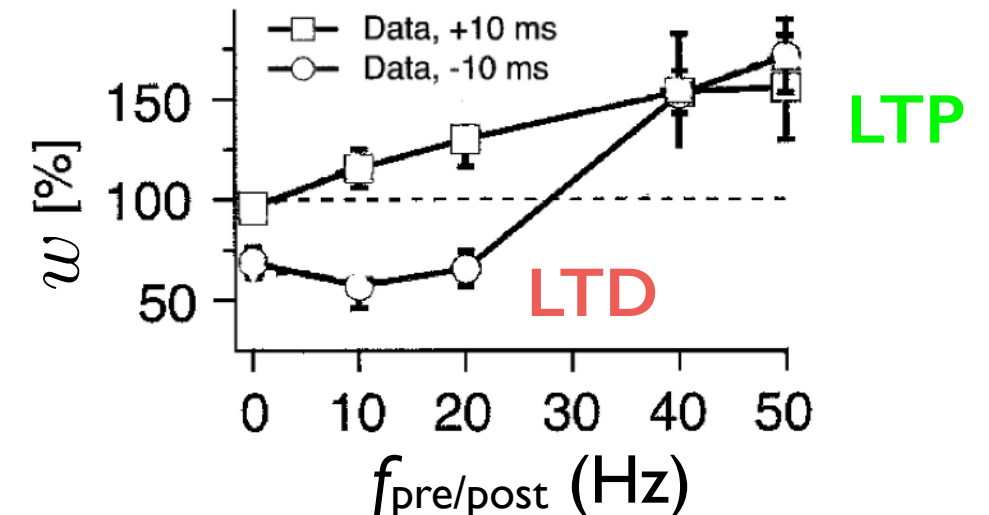


Bi & Poo, 1998

de la combinaison
des deux

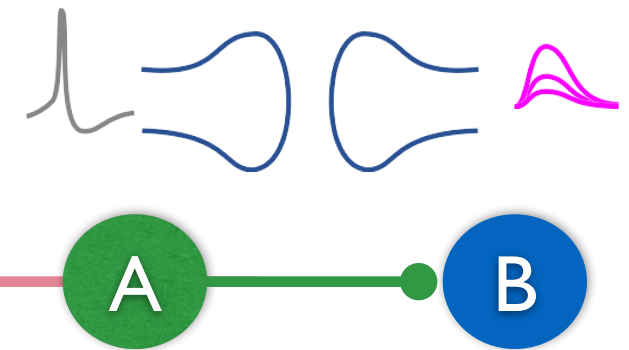


5 paires, 15x à 0.1 Hz



Sjöström et al., 2001

Règles de plasticité synaptique

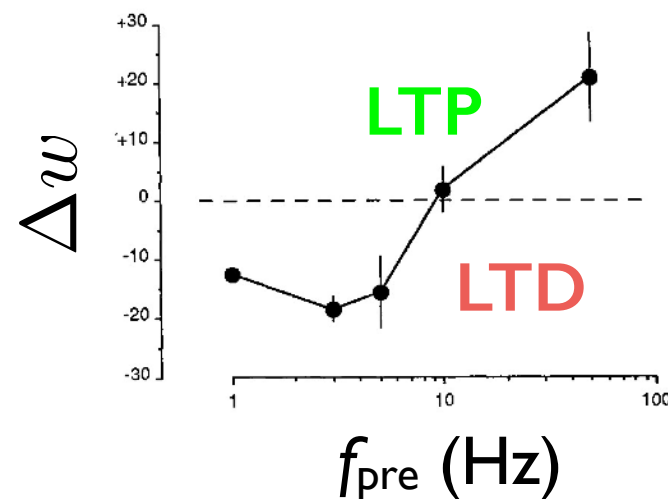


- Le changement Δw du poids synaptique peut dépendre

de la fréquence
de stimulation

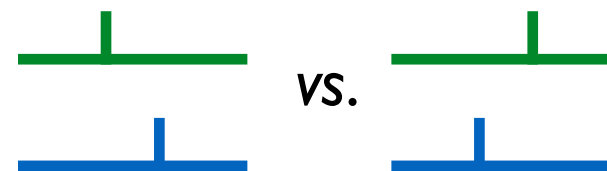


900 impulsions à 1-100 Hz

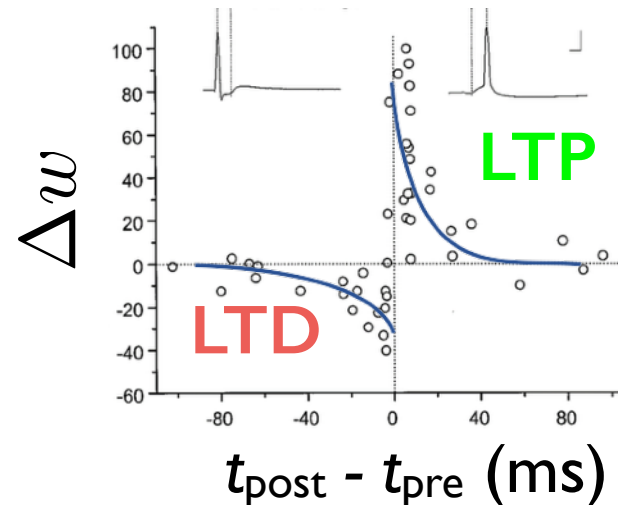


Dudek & Bear, 1992

des temps précis
des spikes

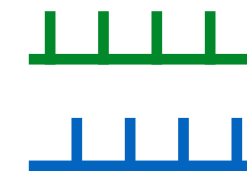


60 paires à 1 Hz

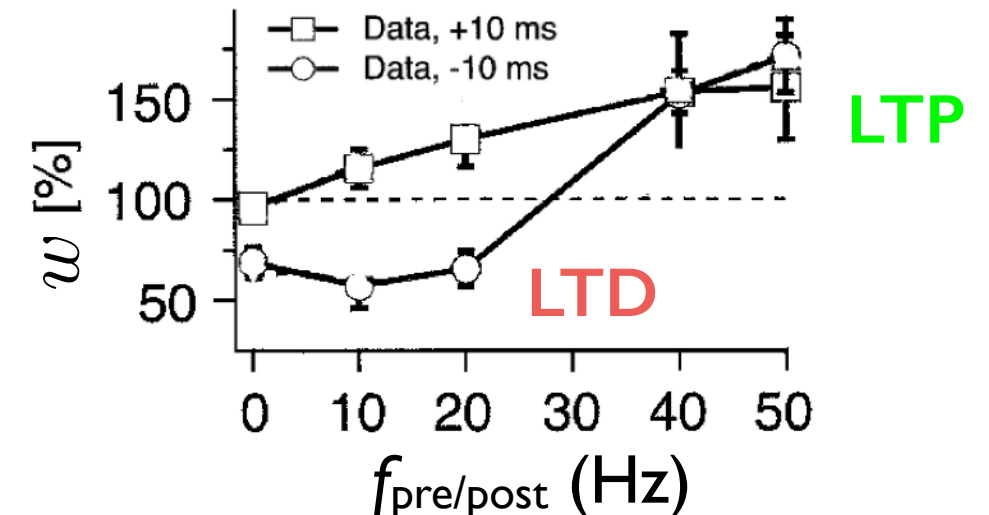


Bi & Poo, 1998

de la combinaison
des deux



5 paires, 15x à 0.1 Hz



Sjöström et al., 2001

→ Modélisation phénoménologique avec + ou - de détail...

Retour sur l'attracteur : Le modèle de Hopfield

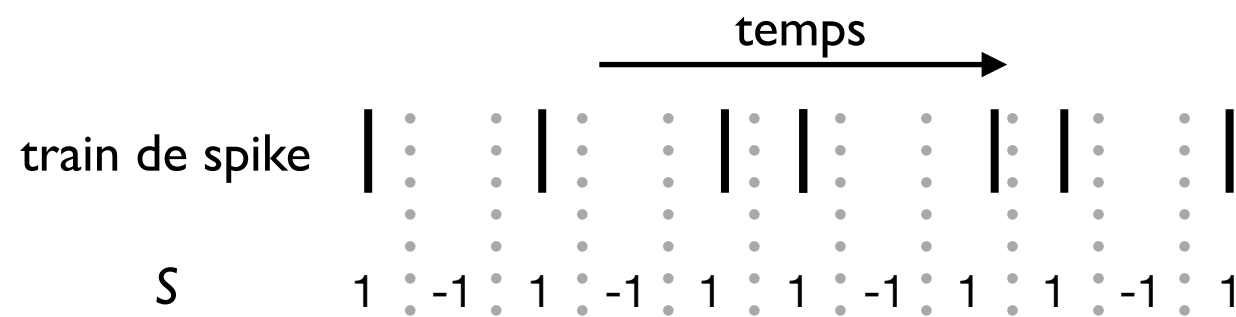
Modèle pionnier d'un réseau de neurone avec attracteur

- Chaque neurone i est représenté par une variable *binaire*, $S_i \in \{-1, 1\}$, qui représente s'il est actif ou inactif dans un interval de temps Δt .

Retour sur l'attracteur : Le modèle de Hopfield

Modèle pionnier d'un réseau de neurone avec attracteur

- Chaque neurone i est représenté par une variable *binaire*, $S_i \in \{-1, 1\}$, qui représente s'il est actif ou inactif dans un interval de temps Δt .



Retour sur l'attracteur : Le modèle de Hopfield

Modèle pionnier d'un réseau de neurone avec attracteur

- Chaque neurone i est représenté par une variable *binaire*, $S_i \in \{-1, 1\}$, qui représente s'il est actif ou inactif dans un interval de temps Δt .

Retour sur l'attracteur : Le modèle de Hopfield

Modèle pionnier d'un réseau de neurone avec attracteur

- Chaque neurone i est représenté par une variable *binaire*, $S_i \in \{-1, 1\}$, qui représente s'il est actif ou inactif dans un interval de temps Δt .
- L'activité à $t + \Delta t$ dépend de l'état au temps précédent t selon

$$\text{prob}[S_i(t + \Delta t) = 1] = \frac{1}{1 + e^{-\beta h_i(t)}}$$

avec les entrées $h_i = \sum_{j=1 \dots N} w_{ij} S_j$.

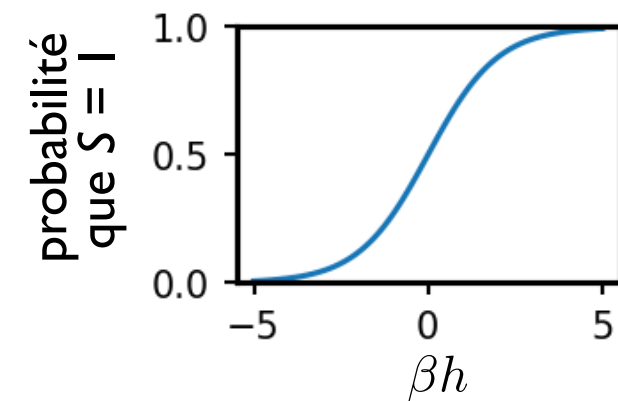
Retour sur l'attracteur : Le modèle de Hopfield

Modèle pionnier d'un réseau de neurone avec attracteur

- Chaque neurone i est représenté par une variable *binaire*, $S_i \in \{-1, 1\}$, qui représente s'il est actif ou inactif dans un interval de temps Δt .
- L'activité à $t + \Delta t$ dépend de l'état au temps précédent t selon

$$\text{prob}[S_i(t + \Delta t) = 1] = \frac{1}{1 + e^{-\beta h_i(t)}}$$

avec les entrées $h_i = \sum_{j=1 \dots N} w_{ij} S_j$.



Retour sur l'attracteur : Le modèle de Hopfield

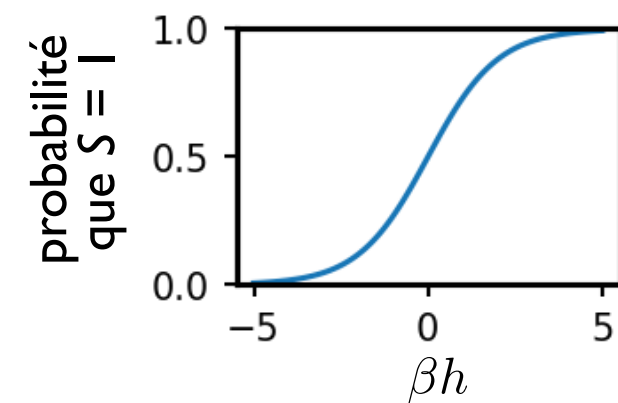
Modèle pionnier d'un réseau de neurone avec attracteur

- Chaque neurone i est représenté par une variable *binaire*, $S_i \in \{-1, 1\}$, qui représente s'il est actif ou inactif dans un interval de temps Δt .
- L'activité à $t + \Delta t$ dépend de l'état au temps précédent t selon

$$\text{prob}[S_i(t + \Delta t) = 1] = \frac{1}{1 + e^{-\beta h_i(t)}}$$

avec les entrées $h_i = \sum_{j=1 \dots N} w_{ij} S_j$.

matrice de connexion



Retour sur l'attracteur : Le modèle de Hopfield

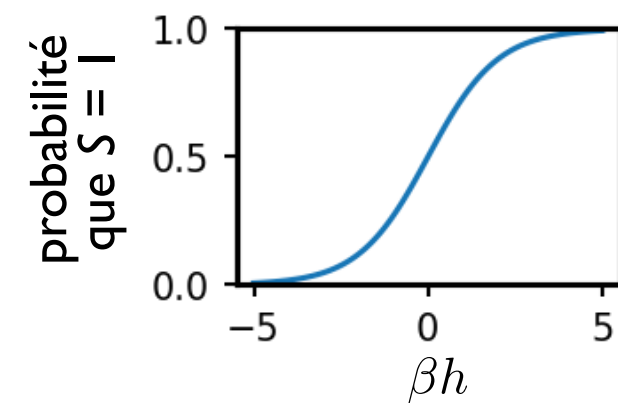
Modèle pionnier d'un réseau de neurone avec attracteur

- Chaque neurone i est représenté par une variable *binaire*, $S_i \in \{-1, 1\}$, qui représente s'il est actif ou inactif dans un interval de temps Δt .
- L'activité à $t + \Delta t$ dépend de l'état au temps précédent t selon

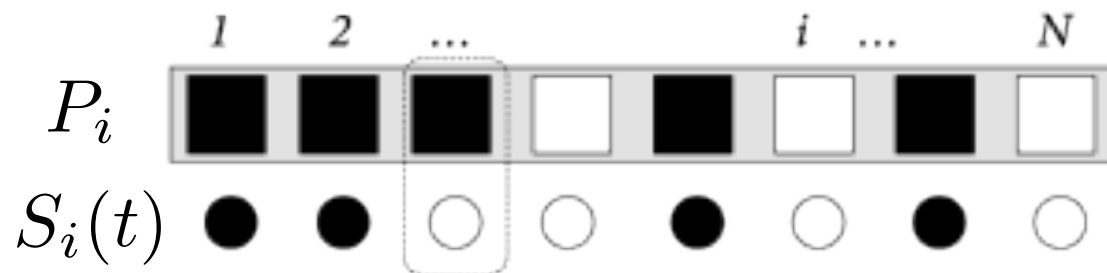
$$\text{prob}[S_i(t + \Delta t) = 1] = \frac{1}{1 + e^{-\beta h_i(t)}}$$

avec les entrées $h_i = \sum_{j=1 \dots N} w_{ij} S_j$.

matrice de connexion



- La mémoire à retenir sont les motifs $P_i^\mu \in \{-1, 1\}$: $\mu = 1 \dots K$



Retour sur l'attracteur : Le modèle de Hopfield

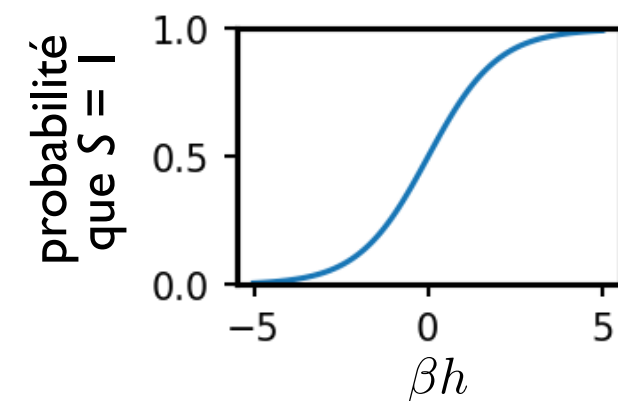
Modèle pionnier d'un réseau de neurone avec attracteur

- Chaque neurone i est représenté par une variable *binaire*, $S_i \in \{-1, 1\}$, qui représente s'il est actif ou inactif dans un interval de temps Δt .
- L'activité à $t + \Delta t$ dépend de l'état au temps précédent t selon

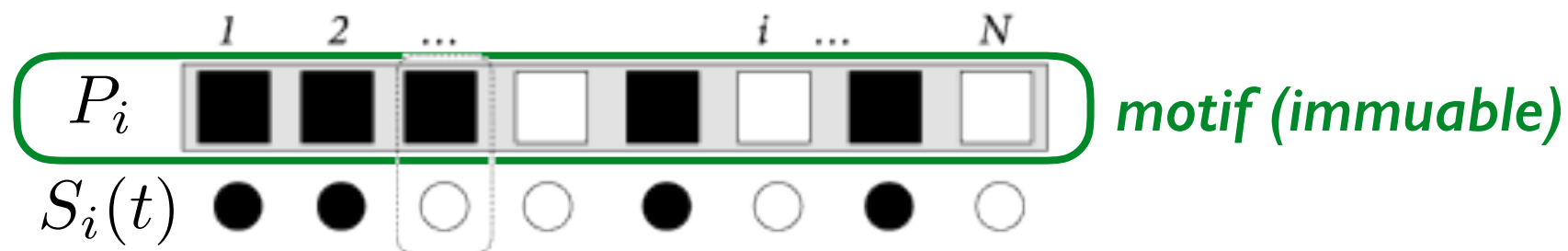
$$\text{prob}[S_i(t + \Delta t) = 1] = \frac{1}{1 + e^{-\beta h_i(t)}}$$

avec les entrées $h_i = \sum_{j=1 \dots N} w_{ij} S_j$.

matrice de connexion



- La mémoire à retenir sont les motifs $P_i^\mu \in \{-1, 1\}$: $\mu = 1 \dots K$



Retour sur l'attracteur : Le modèle de Hopfield

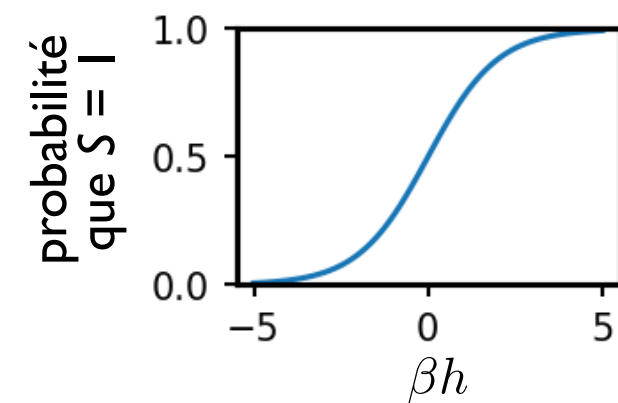
Modèle pionnier d'un réseau de neurone avec attracteur

- Chaque neurone i est représenté par une variable *binaire*, $S_i \in \{-1, 1\}$, qui représente s'il est actif ou inactif dans un interval de temps Δt .
- L'activité à $t + \Delta t$ dépend de l'état au temps précédent t selon

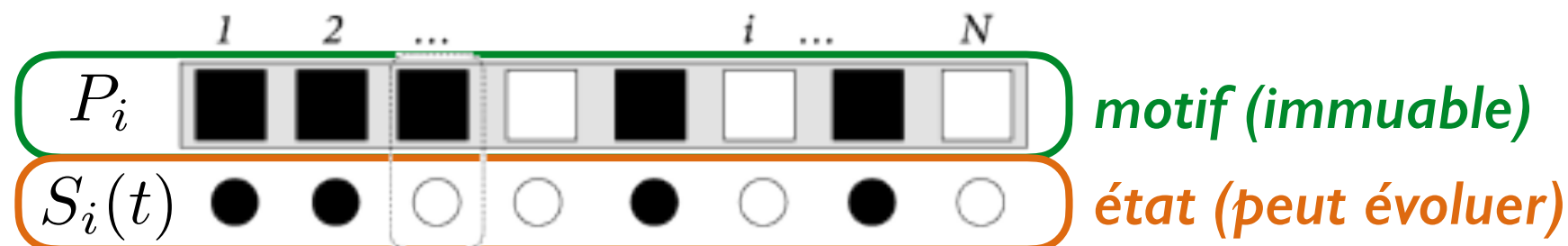
$$\text{prob}[S_i(t + \Delta t) = 1] = \frac{1}{1 + e^{-\beta h_i(t)}}$$

avec les entrées $h_i = \sum_{j=1 \dots N} w_{ij} S_j$.

matrice de connexion



- La mémoire à retenir sont les motifs $P_i^\mu \in \{-1, 1\}$: $\mu = 1 \dots K$



Retour sur l'attracteur : Le modèle de Hopfield

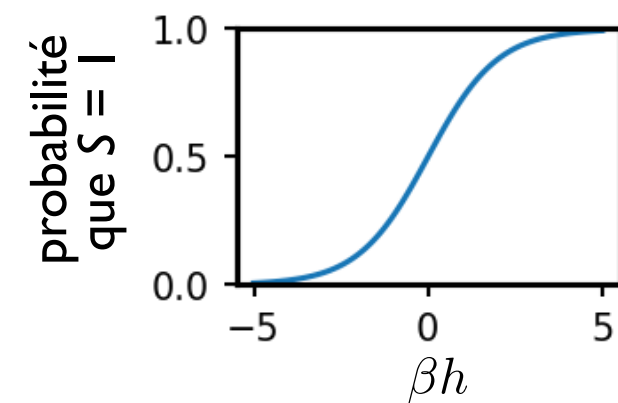
Modèle pionnier d'un réseau de neurone avec attracteur

- Chaque neurone i est représenté par une variable *binaire*, $S_i \in \{-1, 1\}$, qui représente s'il est actif ou inactif dans un interval de temps Δt .
- L'activité à $t + \Delta t$ dépend de l'état au temps précédent t selon

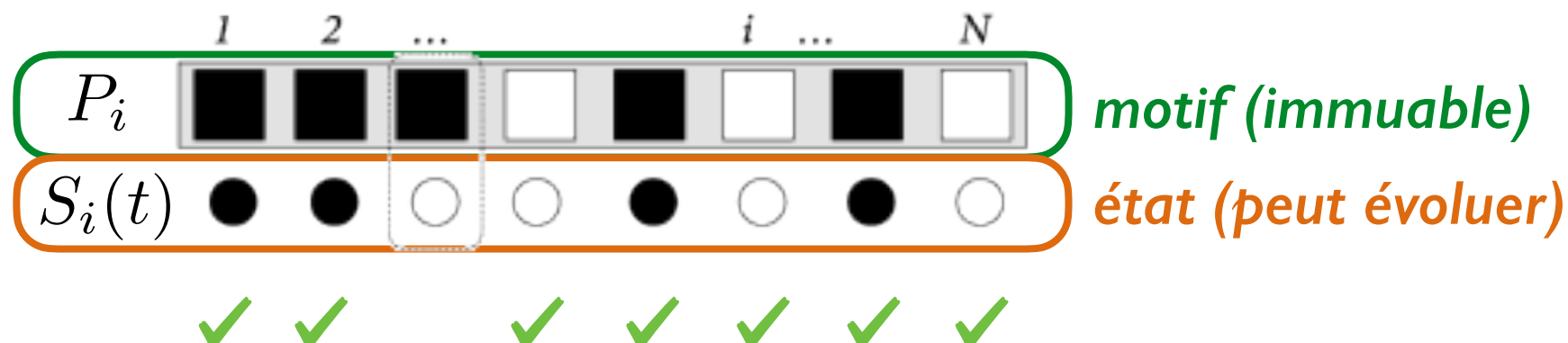
$$\text{prob}[S_i(t + \Delta t) = 1] = \frac{1}{1 + e^{-\beta h_i(t)}}$$

avec les entrées $h_i = \sum_{j=1 \dots N} w_{ij} S_j$.

matrice de connexion



- La mémoire à retenir sont les motifs $P_i^\mu \in \{-1, 1\}$: $\mu = 1 \dots K$



Retour sur l'attracteur : Le modèle de Hopfield

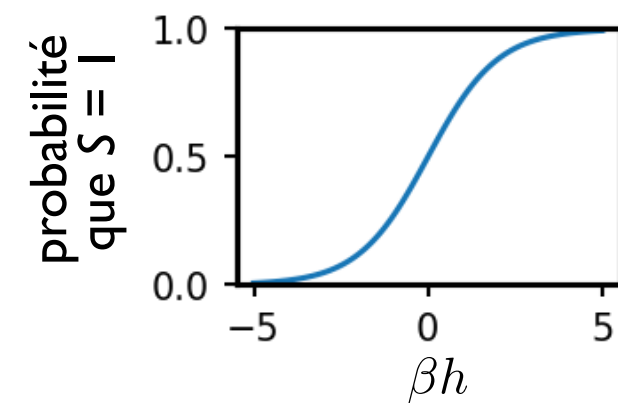
Modèle pionnier d'un réseau de neurone avec attracteur

- Chaque neurone i est représenté par une variable *binaire*, $S_i \in \{-1, 1\}$, qui représente s'il est actif ou inactif dans un interval de temps Δt .
- L'activité à $t + \Delta t$ dépend de l'état au temps précédent t selon

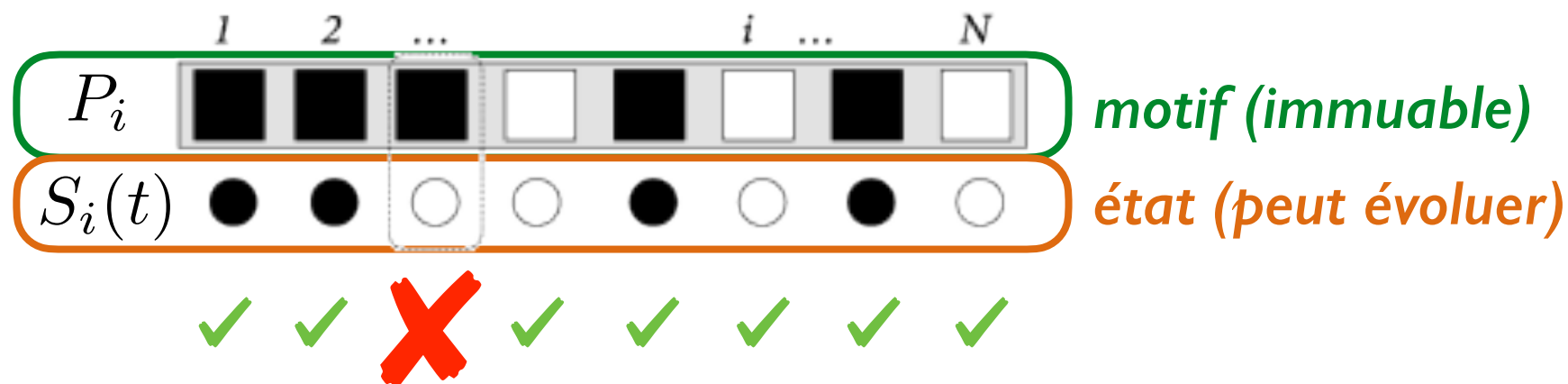
$$\text{prob}[S_i(t + \Delta t) = 1] = \frac{1}{1 + e^{-\beta h_i(t)}}$$

avec les entrées $h_i = \sum_{j=1 \dots N} w_{ij} S_j$.

matrice de connexion



- La mémoire à retenir sont les motifs $P_i^\mu \in \{-1, 1\}$: $\mu = 1 \dots K$



Retour sur l'attracteur : Le modèle de Hopfield

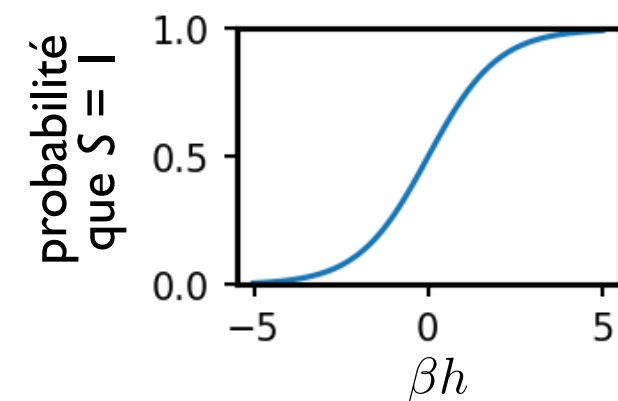
Modèle pionnier d'un réseau de neurone avec attracteur

- Chaque neurone i est représenté par une variable *binaire*, $S_i \in \{-1, 1\}$, qui représente s'il est actif ou inactif dans un interval de temps Δt .
- L'activité à $t + \Delta t$ dépend de l'état au temps précédent t selon

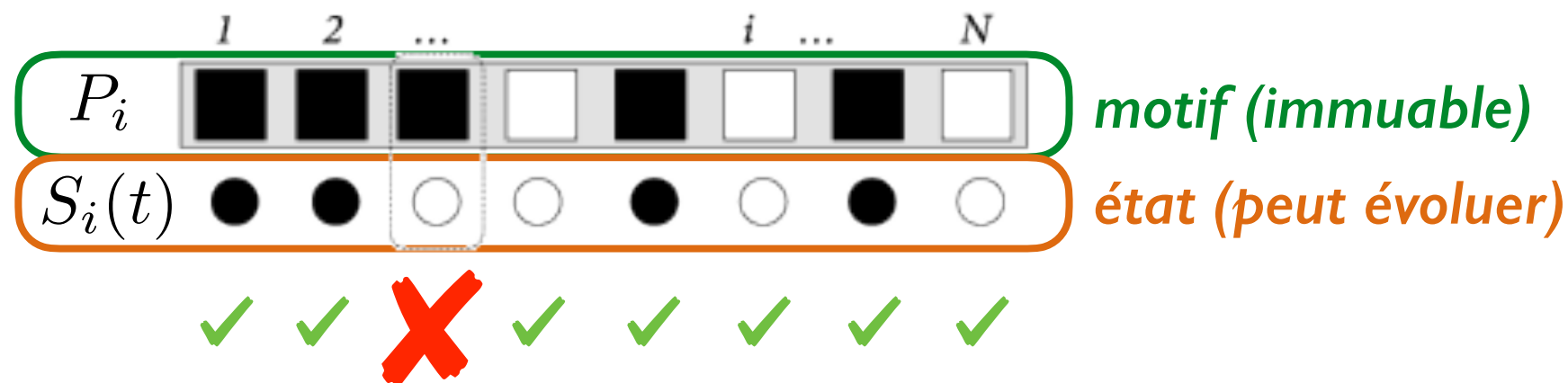
$$\text{prob}[S_i(t + \Delta t) = 1] = \frac{1}{1 + e^{-\beta h_i(t)}}$$

avec les entrées $h_i = \sum_{j=1 \dots N} w_{ij} S_j$.

← *matrice de connexion*



- La mémoire à retenir sont les motifs $P_i^\mu \in \{-1, 1\}$: $\mu = 1 \dots K$

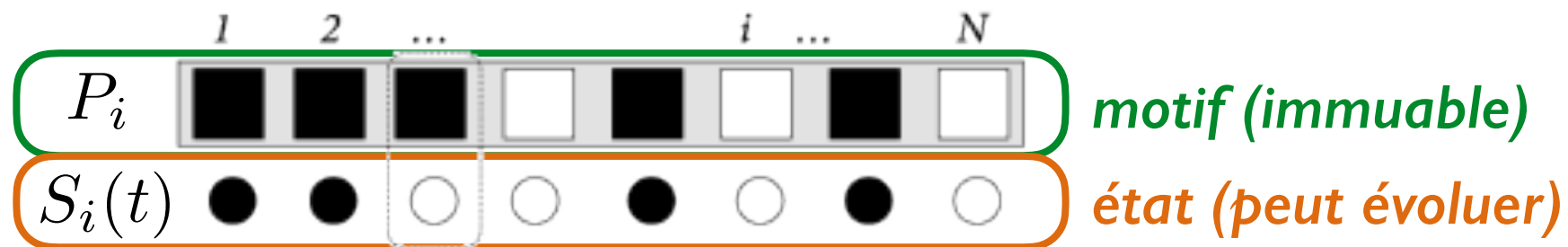


“overlap” (degré d'accord) :

$$m^\mu(t) = \frac{1}{N} \sum_i P_i^\mu S_i(t)$$

Retour sur l'attracteur : Le modèle de Hopfield

- La mémoire à retenir sont les motifs $P_i^\mu \in \{-1, 1\}$: $\mu = 1 \dots K$

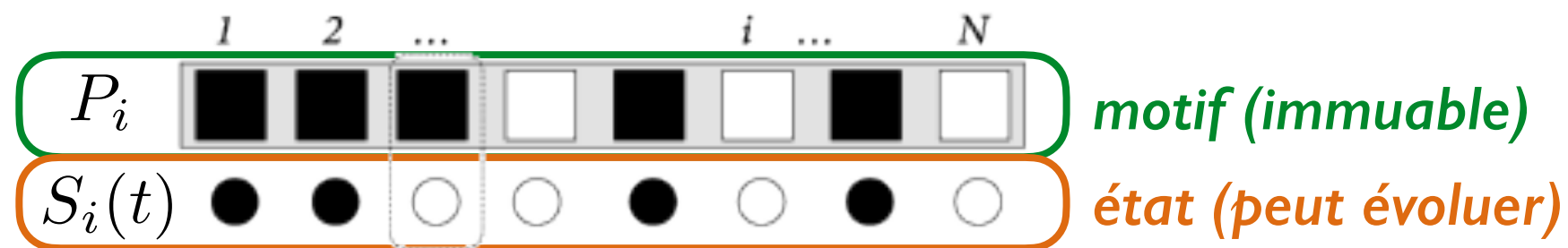


"overlap" (degré d'accord) :

$$m^\mu(t) = \frac{1}{N} \sum_i P_i^\mu S_i(t)$$

Retour sur l'attracteur : Le modèle de Hopfield

- La mémoire à retenir sont les motifs $P_i^\mu \in \{-1, 1\}$: $\mu = 1 \dots K$



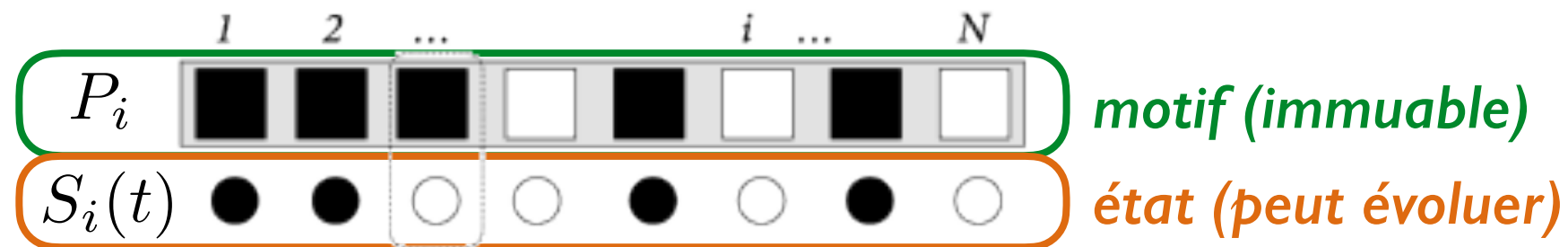
“overlap” (degré d’accord) :

$$m^\mu(t) = \frac{1}{N} \sum_i P_i^\mu S_i(t)$$

***Quelles sont les conditions qui permettent la
récupération d’un motif à partir d’un petit overlap ?***

Retour sur l'attracteur : le modèle de Hopfield

- La mémoire à retenir sont les motifs $P_i^\mu \in \{-1, 1\}$: $\mu = 1 \dots K$



“overlap” (degré d'accord) :

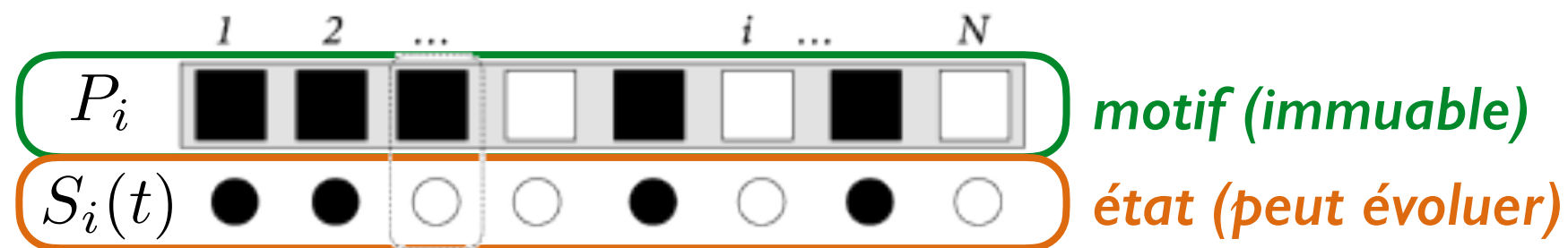
$$m^\mu(t) = \frac{1}{N} \sum_i P_i^\mu S_i(t)$$

Quelles sont les conditions qui permettent la récupération d'un motif à partir d'un petit overlap ?

- Résultat théorique : $w_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{\mu=1 \dots K} P_i^\mu P_j^\mu$

Retour sur l'attracteur : le modèle de Hopfield

- La mémoire à retenir sont les motifs $P_i^\mu \in \{-1, 1\}$: $\mu = 1 \dots K$



“overlap” (degré d'accord) :

$$m^\mu(t) = \frac{1}{N} \sum_i P_i^\mu S_i(t)$$

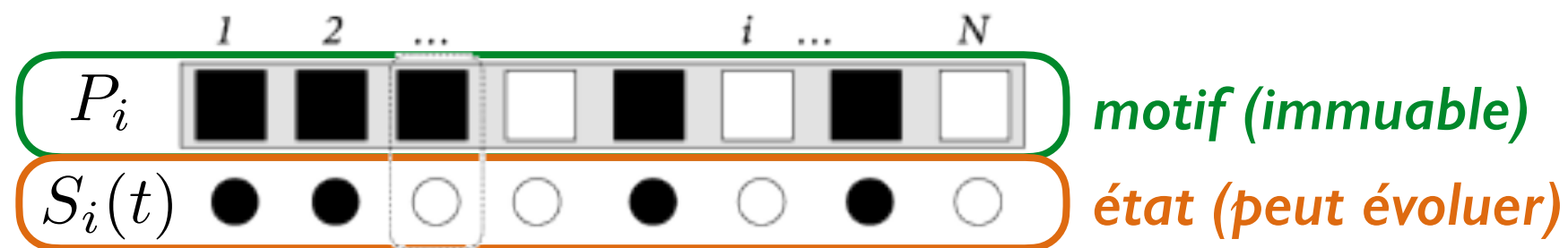
Quelles sont les conditions qui permettent la récupération d'un motif à partir d'un petit overlap ?

- Résultat théorique : $w_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{\mu=1 \dots K} P_i^\mu P_j^\mu$

**“Fire together,
wire together.”**

Retour sur l'attracteur : le modèle de Hopfield

- La mémoire à retenir sont les motifs $P_i^\mu \in \{-1, 1\}$: $\mu = 1 \dots K$



“overlap” (degré d’accord) :

$$m^\mu(t) = \frac{1}{N} \sum_i P_i^\mu S_i(t)$$

Quelles sont les conditions qui permettent la récupération d’un motif à partir d’un petit overlap ?

- Résultat théorique : $w_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{\mu=1 \dots K} P_i^\mu P_j^\mu$ “Fire together, wire together.”

- L’analyse mathématique permet de déterminer la nombre de motifs qui peuvent être stockés sans dégrader la mémoire : $K_{\max} = 0.138 N$

↑
capacité