

Análisis del comportamiento ferromagnético de una muestra de monel

Luciano Carullo Bedia
luchibedia@gmail.com

Tadeo Rodríguez
tadeorodriguez842@gmail.com

Joaquín Sequeira
joaquinetsqueira@gmail.com

10 de Mayo, 2024



Resumen

En este trabajo se estudió el comportamiento del Monel, a distintas temperaturas, bajo la acción de un campo magnético externo. Al ser el Monel un material ferromagnético, se observaron curvas de histéresis para cada temperatura. La caracterización de estas curvas de histéresis permitió calcular la magnetización remanente, y esta a su vez la temperatura de Curie. La temperatura de Curie resultó ser $T_c = (240,8 \pm 0,4) \text{ K}$ para el método de la señal integrada por un circuito y $T_c = (241 \pm 1) \text{ K}$ para la señal integrada numéricamente.

Para complementar lo observado experimentalmente, se compararon los resultados contra una simulación de Metrópolis-Hastings, que simula el comportamiento de un material ferromagnético usando el modelo de Ising.

2.

Introducción

La categorización de un material dependiendo de su comportamiento cuando se les aplica un campo magnético externo se divide en tres: diamagnéticos, paramagnéticos y ferromagnéticos. Esta categorización se basa en la diferencia en el valor de sus permeabilidades magnéticas μ , lo cual dicta el sentido del campo magnético que genera el material magnetizado. Para un material diamagnético esta permeabilidad cumple que $\mu_{dia} < 1$, mientras que para materiales paramagnéticos $\mu_{para} > 1$ y en ferromagnéticos $\mu \gg 1$ y no es un valor constante.

La diferencia entre estos materiales se basa en que los materiales ferromagnéticos tienen una estructura en dominios; regiones en las que los momentos magnéticos de los electrones están alineados. El resultado de esto es que, de aplicarse un campo magnético externo H , los distintos dominios se alinearían en la dirección de este campo, manteniéndose alineados incluso luego de apagar el campo externo. Esta magnetización que se conserva debido a que se alinean los dominios se llama magnetización remanente. La relación entre el campo externo H y el campo inducido B para un material ferromagnético, se puede escribir como [2]

$$B = \mu_0(H + M). \quad (1)$$

Si se estudia la relación se puede ver que tendrá la forma de un ciclo de histéresis como el de la figura (1). Además se ve en la fórmula que cuando se apaga el campo H , el campo B será proporcional a la magnetización remanente.

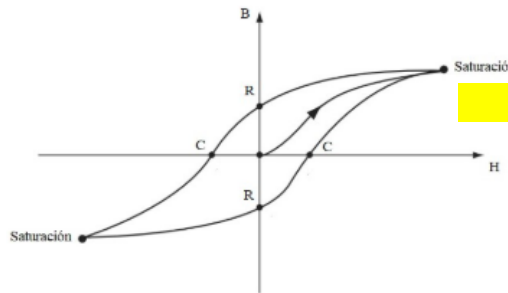


Figura 1: Esquema de como se ve una curva de histéresis, graficado en el eje x B y en el eje y H . El punto donde la curva corta el eje x es la magnetización remanente.

Esta magnetización remanente tiene una dependencia con la temperatura, ya que la agitación térmica altera la alineación de los momentos magnéticos dentro de los dominios. La temperatura de Curie es la temperatura en la que el comportamiento del material pasa a ser la de un material paramagnético, es decir, deja de existir magnetización remanente. Para temperaturas cercanas a esta, la relación [3] es:

$$M_r(T) \propto (T_c - T)^\beta, \quad (2)$$

donde T_c es la temperatura de Curie, y β es un parámetro que está entre 0,3 y 0,4, y se suele calcular experimentalmente. De esta expresión se extrae que

$$\log(M_r) = \alpha + \beta \log(T_c - T). \quad (3)$$

El valor esperado del exponente crítico es $\beta \approx 0,33$.

En el marco del experimento que realizamos fue necesario inducir un campo H , para lo cual se hizo circular una corriente libre por una bobina. La expresión aproximada para este campo H es [2]

$$H = \frac{NI}{\ell}, \quad (4)$$

siendo N el número de vueltas y ℓ el largo de la bobina. También se tuvo que medir el campo inducido, para lo cual se usó la ley de Faraday-Lenz, que para el caso de una bobina establece que

$$B = - \int \epsilon(t) \cdot dt. \quad (5)$$

El modelo de Ising es un modelo físico que se usa para describir el comportamiento de un material ferromagnético [4]. La forma de pensarlo cualitativamente para el caso de dos dimensiones es la siguiente: se suponen partículas colocadas en una matriz cuadrada. El momento magnético o spin de cada partícula puede apuntar en solo dos direcciones, las cuales quedan representadas por el valor que tome la matriz. El modelo de Ising es un modelo de la mecánica estadística, que determina el valor medio de los spines de toda la red, siendo este el correspondiente al macroestado más probable (aquel con más configuraciones microscópicas posibles). Este valor medio depende de la temperatura del material, ya que cuanto mayor es, mayor es la agitación térmica, haciendo que cada spin individual tenga orientación al azar.

El objetivo de esta práctica fue encontrar la temperatura de Curie de una muestra de Monel 400. Para esto se medirán B y H para distintas temperaturas, buscando encontrar la magnetización remanente de cada curva de histéresis, y con esta la temperatura de Curie.

3. Desarrollo experimental

El experimento tuvo la disposición que se observa en la figura (2). Se divide en un circuito primario y uno secundario. Todas las mediciones de voltaje se realizaron con una placa de adquisición DAQ NI USB 6212 modo diferencial. El objetivo del circuito primario era generar y medir el campo H de una bobina. Para montar el primario se conectó un variac a la tensión de línea (220 V, 50 Hz). A su vez se conectó en serie un transformador para reducir la tensión de salida. Esta combinación daba una alimentación variable entre 0 V y 36 V. A la salida del transformador se conectó una resistencia de $(1,70 \pm 0,01) \Omega$, en paralelo a la cual se midió la caída de voltaje sobre esa resistencia V_H , para obtener así la corriente del primario. En serie con esta resistencia se conectó la bobina, que actuó como fuente del secundario, ya que al recorrer corriente alterna generaba un campo magnético variable que inducía corriente en el secundario.

El secundario se armó de la siguiente forma: dentro del solenoide primario se colocaron dos bobinas con $N = 49$ vueltas. La sutileza sobre la conexión de estas dos bobinas es que debieron ser conectadas en serie pero en contrafase. Esto es un transformador diferencial, donde la idea es que exista una simetría entre las dos bobinas, de tal forma que cuando no haya un material magnético dentro de las bobinas, el campo inducido B sea cero. La consecuencia directa que tiene esto se puede pensar a partir de (1) y es que al romper la simetría el campo inducido B es igual a la magnetización del material M . En paralelo a las bobinas se toman dos señales, ambas con la intención de obtener la f.e.m integrada. Una es la diferencia de potencial entre las bobinas V_ϵ , y la otra es esta misma f.e.m pero pasada por un circuito integrador V_{Bc} . El sensor DAQ utilizado fue el modelo NI USB 6212.

El monel se coloca, luego de haber sido enfriada con nitrógeno líquido, en una de las bobinas del secundario. La temperatura del monel se calcula usando una resistencia de platino PT100 en contacto térmico con el monel. Para estimar el valor de esta resistencia se midió a cuatro terminales. Esto es, se armó un circuito alimentado por un generador de funciones Tektronik AFG3021B y una señal de 50 Hz y 5 V, que consistía en la resistencia de platino conectada en serie a una resistencia de $(9,98 \pm 0,11) \Omega$. En paralelo a la resistencia de platino se midió la caída de voltaje V_{pt} y en paralelo a la resistencia conocida se midió V_{rc} . Juntando estas dos señales, se puede obtener el valor de la PT100 en todo momento, y usando la hoja de referencia de la resistencia [1], vincular el valor de la resistencia con su temperatura.

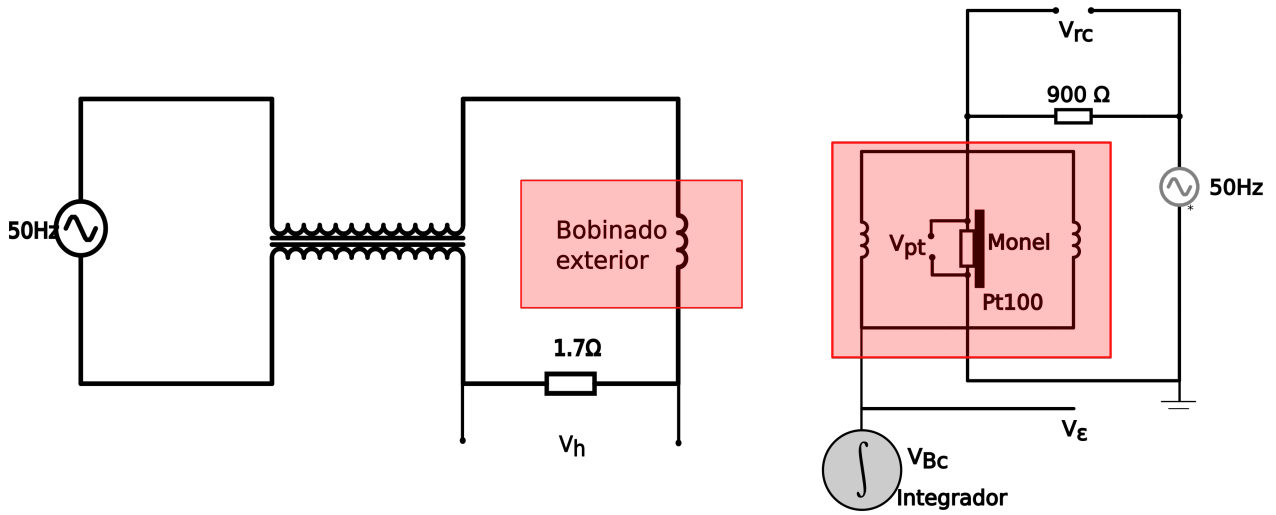


Figura 2: Esquema de la disposición experimental, en la imagen de la izquierda se ve como la muestra de monel se inserta dentro de una de las bobinas junto con la pt100.

4. Resultados y discusión

Para cada temperatura se midieron tres señales: el voltaje de entrada a la bobina primaria V_H , proporcional al campo H ; el voltaje entre las bobinas secundarias V_ϵ , la fem total inducida en el circuito secundario; y el voltaje a la salida del circuito integrador V_{Bc} , proporcional al campo B . Además se integró numéricamente V_ϵ para obtener V_{Bn} , también proporcional a B . En la figura (3) se pueden ver las cuatro señales para $T = (86 \pm 2)$ K. Las mediciones contienen 5 períodos de las señales para cada temperatura.

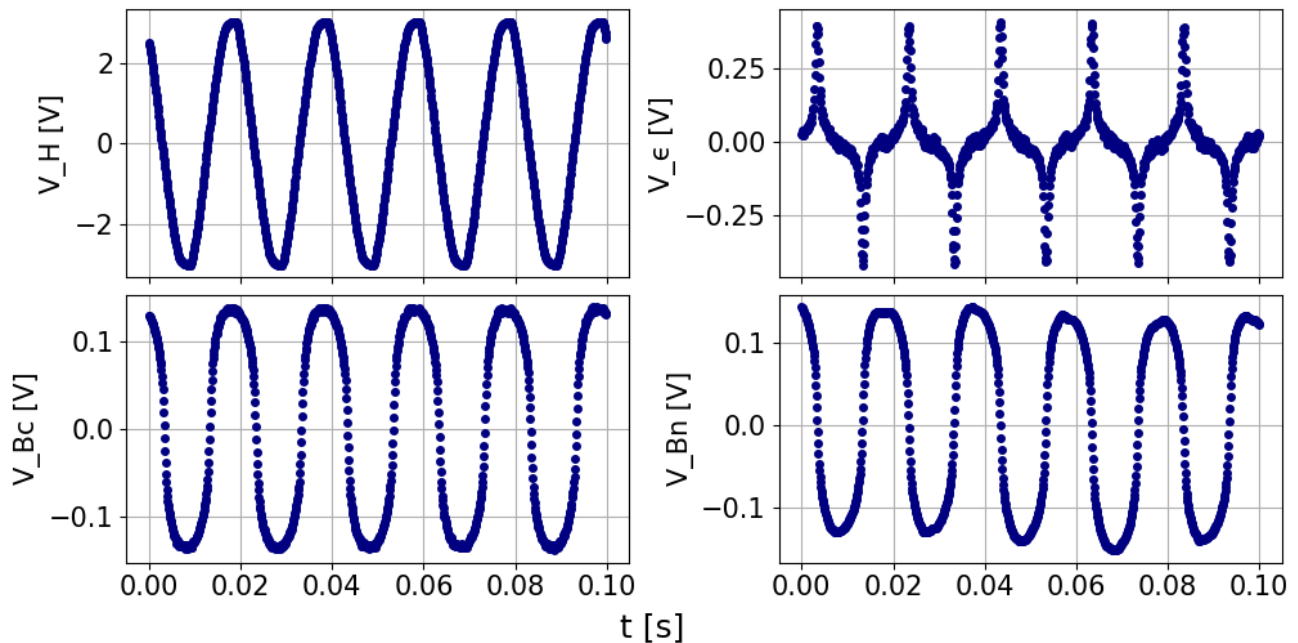


Figura 3: Voltajes medidos a $T = (86 \pm 2)$ K. El voltaje proporcional al campo H (izquierda arriba), el proporcional a la fem (derecha arriba), el proporcional al campo B del circuito integrador (izquierda abajo) y el proporcional al campo B integrado numéricamente (derecha abajo).

Para ambos métodos de cálculo del campo magnético se observaron curvas de histéresis. En la figura (4) se pueden ver estas curvas a distintas temperaturas, arriba para el circuito integrador y abajo para la integración numérica. Como consecuencia de las fluctuaciones de la señal original, la curva integrada numéricamente no se cierra al completar cada período. Esto se vuelve más notorio para temperaturas más cercanas a la del ambiente, donde el ruido pasa a tener mayor intensidad relativa y tiene más peso al momento de calcular la integral.

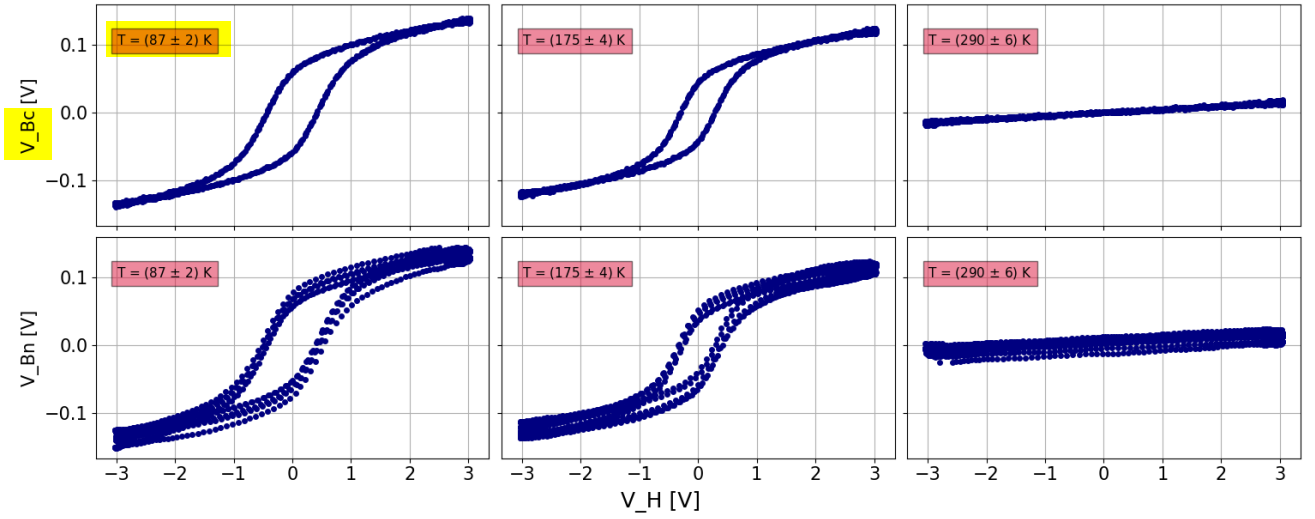


Figura 4: Curvas de histéresis a distintas temperaturas para los dos métodos de integración. Arriba, las correspondientes al circuito integrador. Abajo, las de la integración numérica. De izquierda a derecha, $T = (87 \pm 2) \text{ K}$, $T = (175 \pm 4) \text{ K}$ y $T = (290 \pm 6) \text{ K}$

Para las primeras temperaturas podemos ver el gráfico de histéresis típico de un material ferromagnético. Como se explicó en el marco experimental, por estar el transformador conectado en forma diferencial, la señal integrada que sale de medir la diferencia de potencial en las bobinas es la magnetización del medio M . Para temperaturas bajas en $H = 0$ queda una magnetización remanente, lo que indica que M no es lineal con el campo H . Esto también se puede ver en que cuando H es máximo la curva empieza a saturarse. La magnetización remanente y la magnetización de saturación son propias de los materiales ferromagnéticos.

Otra observación que se puede hacer de la figura es que la curva de histéresis se estrecha cuando aumenta la temperatura, tendiendo a **anularse para todos los valores de H para temperaturas altas**. Esto no termina de ocurrir, como se puede ver en los gráficos de la derecha. Hay una leve tendencia lineal presente en ambos métodos de integración. Esto se puede atribuir a un pequeño offset en la señal a integrar, que se debe a que el campo generado por ambas bobinas del secundario no es exactamente igual. Por más de que no haya un medio, el campo inducido no se termina de cancelar, y al aumentar H , aumenta linealmente esta **diferencia**.

Para **anular** la magnetización remanente, primero se dividió cada medición en **los 5 períodos correspondientes**. **Entonces**, cada uno se obtuvieron los valores positivos y negativos de V_B con V_H más cercanos a 0. Se promedió su módulo, llegando 5 valores de la magnetización remanente para cada temperatura, que fueron a su vez promediados. Se normalizó la magnetización M para que vaya de 0 a 1. Todo esto se hizo para ambos métodos de integración, **puediendo ver** los resultados en función de la temperatura en la figura (5).

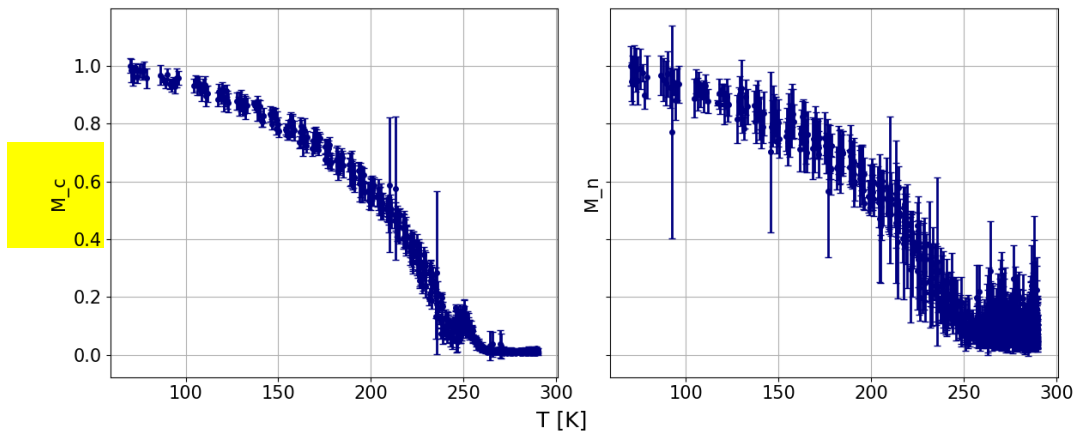


Figura 5: Magnetización remanente en función de la temperatura calculada según el circuito integrador (izquierda) y el cálculo numérico (derecha).

En ambos casos se puede observar como a partir de una cierta temperatura cambia el comportamiento de

M , pasando de decaer a mantenerse en un valor constante cercano a cero. Es en ese punto, en la temperatura de Curie, que se produce el cambio de fase de ferromagnético a paramagnético. La magnetización es continua, pero salta su derivada.

Al aproximarse a T_c desde temperaturas menores, la magnetización se comporta según la ecuación (2). En la escala log-log, nos queda la ecuación (3). El rango en el que el logaritmo de M sea lineal con el logaritmo de $T_c - T$ va a ser el rango en el que (2) sea válida. Para encontrarlo, se usó como valor estimador $T_c \approx 250$ K para poder tomar el logaritmo. Se fue variando el intervalo hasta encontrar un ajuste lineal con residuos estadísticos. Los gráficos se pueden ver en las figuras (11) y (12) del apéndice. Tanto para el circuito integrador como para la integración numérica se llegó a un rango de validez de $161 \text{ K} < T < 239 \text{ K}$.

Se ajustó la magnetización remanente como función de la temperatura en ese rango según la ecuación (2). Los datos y los ajustes se pueden ver en la figura (6). A partir de los parámetros se calcularon la temperatura de Curie y el exponente crítico. Para el circuito integrador se obtuvo $T_c = (240,8 \pm 0,4) \text{ K}$ y $\beta = (0,50 \pm 0,01)$, con $\frac{\chi^2}{\nu} = 1,2$. Para la integración numérica, $T_c = (241 \pm 1) \text{ K}$ y $\beta = (0,48 \pm 0,03)$, con $\frac{\chi^2}{\nu} = 0,5$. Este último valor corresponde a un ajuste con incertezas sobrestimadas. Esto es consecuencia de las fluctuaciones generadas por el ruido integrado.

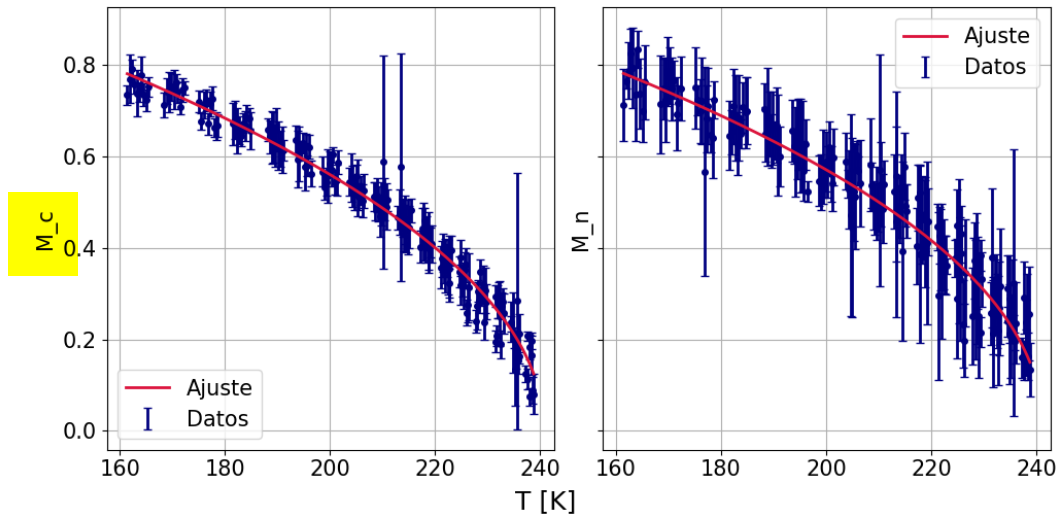


Figura 6: Ajustes de la magnetización remanente en función de la temperatura en el rango de validez de la ecuación (2). A la izquierda para el circuito integrador, y a la derecha para la integración numérica.

Para complementar con los datos medidos experimentalmente, se realizó una simulación de una red de Ising de dos dimensiones con lado $L = 100$ utilizando el algoritmo metrópolis (sobre el cual se profundiza en el apéndice). Se realizó para $H = 0$ en todo momento, mirando únicamente la magnetización remanente. Los resultados para distintas temperaturas se pueden ver en la figura (7). La magnetización está normalizada de la misma manera que en los casos anteriores, mientras que la temperatura está expresada en unidades en las que la constante de interacción del sistema J y la constante de Boltzmann k_B valen ambas 1.

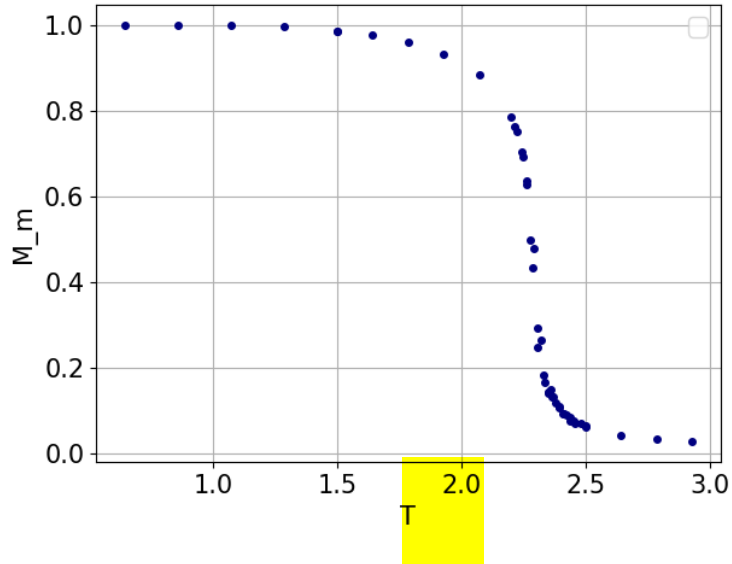


Figura 7: Gráfico de la magnetización remanente en función de la temperatura calculada según la simulación computacional.

Para tener una mejor imagen, en la figura (8) se puede ver como queda la matriz una vez completado el proceso del algoritmo para diferentes valores de T (1,5, 2,5 y 3,5, el primero debajo de la temperatura crítica y los otros dos por encima):

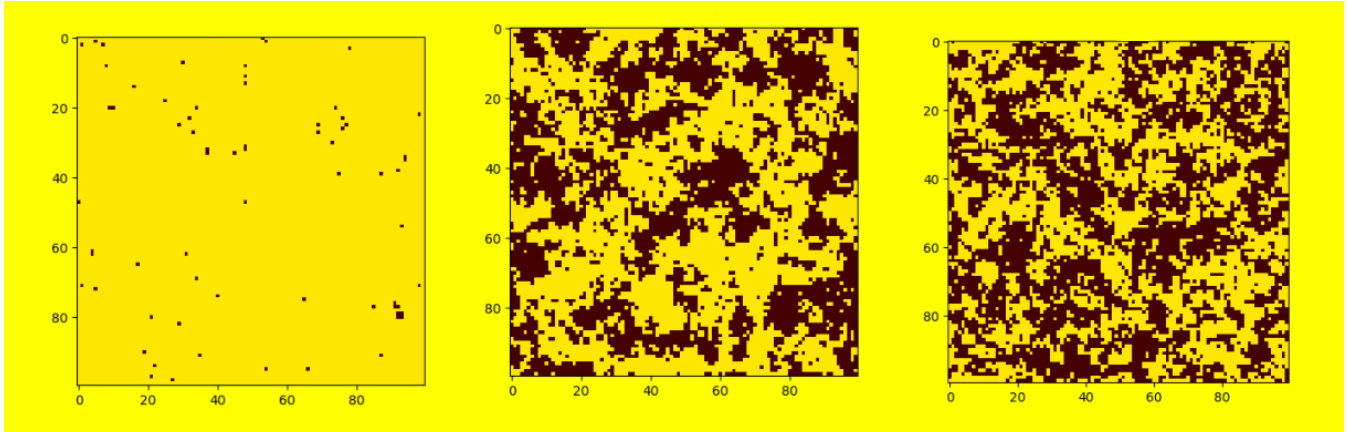


Figura 8: Se muestra una representación de como están distribuidos los valores de los spines para cada una de las temperaturas. Si el píxel es amarillo el spin vale 1 si es violeta -1. Se aprecia como al aumentar la temperatura esto se vuelve aleatorio y no habría una dirección privilegiada.

Para una temperatura bastante menor a la crítica se puede ver que todos los spines apuntan en una dirección a excepción de unos pocos. Para la temperatura cercana a T_c (qué en la solución exacta para $L \rightarrow \infty$ es 2,27) podemos ver que se presentan regiones donde los spines comparten orientación lo cual corresponde a que los materiales ferromagnéticos se magnetizan por dominios. Por ultimo, si analizamos lo que ocurre para temperaturas altas es una aleatoriedad absoluta, no hay una dirección privilegiada y por lo tanto su magnetización media es próxima a 0.

Se aplicó el mismo procedimiento que con los resultados experimentales, con la verificación del rango de linealidad en la figura (13). Esto resultó en $2,20 < T < 2,29$. La temperatura crítica obtenida fue $T_c = (2,289 \pm 0,002)$, y el exponente crítico $\beta = (0,20 \pm 0,03)$. Los datos y el ajuste se pueden ver en la figura (9).

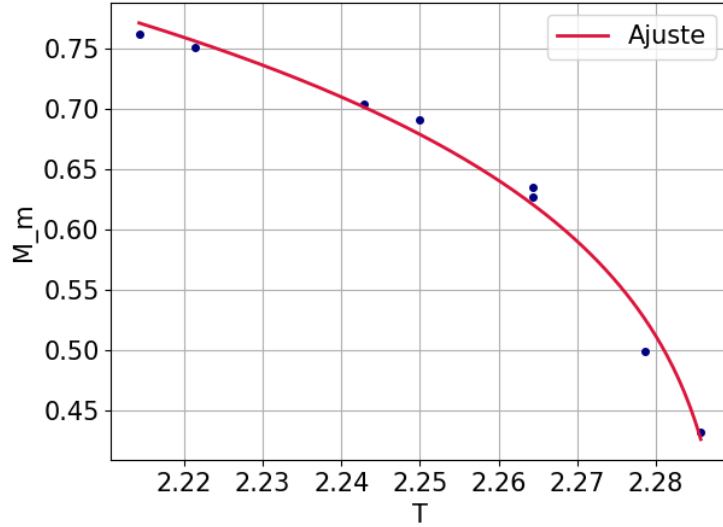


Figura 9: Ajustes de la magnetización remanente en función de la temperatura en el rango de validez de la ecuación (2) para la simulación computacional.

Finalmente, se graficaron en la figura (10) las tres magnetizaciones remanentes en función de la temperatura, en la escala de los resultados experimentales. **Es necesario acotar que la superposición en un solo gráfico es puramente cualitativa.** El comportamiento general sin embargo es el mismo, la magnetización del material decae rápidamente con la temperatura, hasta llegar a un valor pequeño y comportarse como un material paramagnético.

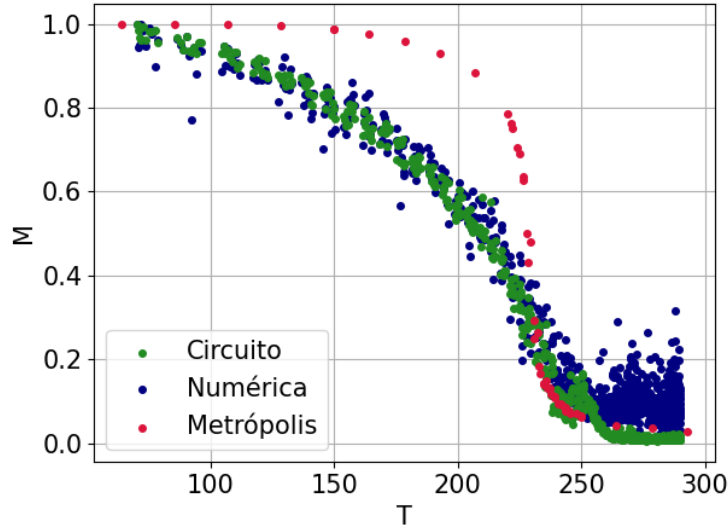


Figura 10: Magnetización permanente en función de la temperatura, con la temperatura de la simulación reescalada a la de las mediciones experimentales

5. Conclusiones

La propuesta principal del trabajo, la estimación de la temperatura de Curie del Monel, se llevó a cabo de dos **formas distintas.** Para la señal proporcional a M integrada por el circuito se llegó a $T_c = (240,8 \pm 0,4)$ K, mientras que con la señal integrada numéricamente se encontró $T_c = (241 \pm 1)$ K. Además se calculó el exponente crítico. Este exponente resultó $\beta = (0,50 \pm 0,01)$ para el circuito integrador, $\beta = (0,48 \pm 0,03)$ para el integrado numéricamente y $\beta = (0,20 \pm 0,03)$ para la simulación. **Los tres métodos** presentaron diferencias significativas con el valor esperado del exponente crítico (0,33), pero los intervalos de incerteza de los dos métodos experimentales

se superponían. Esto último también ocurrió con la temperatura de Curie, por lo que se los puede considerar equivalentes para calcular esto.

Algunas maneras de mejorar la experiencia serían utilizar un filtro que suavice la señal antes de integrarla numéricamente, y poder aprovecharse de una caracterización correcta del circuito integrador. Esta fue realizada pero debido a problemas en la configuración experimental durante la misma los datos debieron ser descartados.

Finalmente la simulación computacional se pueden obtener varias conclusiones de la simulación computacional. En primer lugar, los datos no coincidían perfectamente con los experimentales, dado que el material no es perfectamente homogéneo y la matriz, pese a ser grande, tenía menos puntos que la muestra real. Se puede observar como el ordenamiento de los spines se presenta por dominios para temperaturas altas. Se ve que la simulación coincide en los comportamiento con los datos, especialmente en la abrupta caída en la magnetización.

6. Apéndice

6.1. Rango de validez de la aproximación crítica

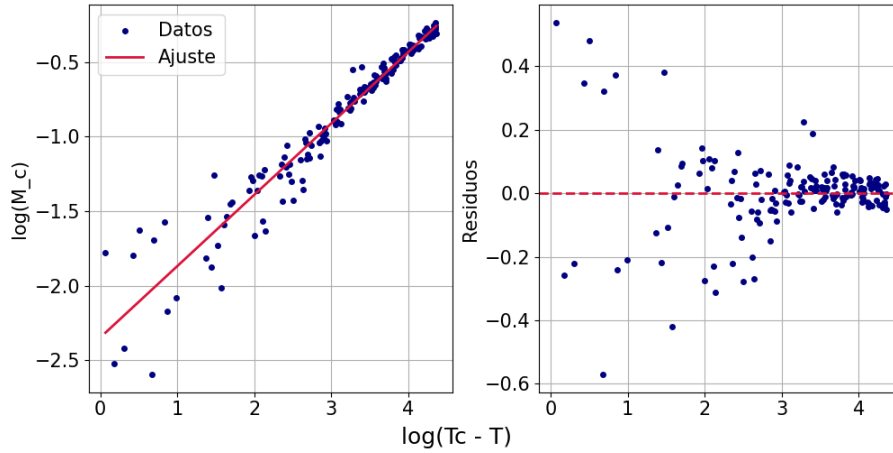


Figura 11: Ajuste lineal y residuos en escala log-log de la magnetización remanente en función de la temperatura para el circuito integrador. Se concluyó que el rango de validez era $161 \text{ K} < T < 239 \text{ K}$.

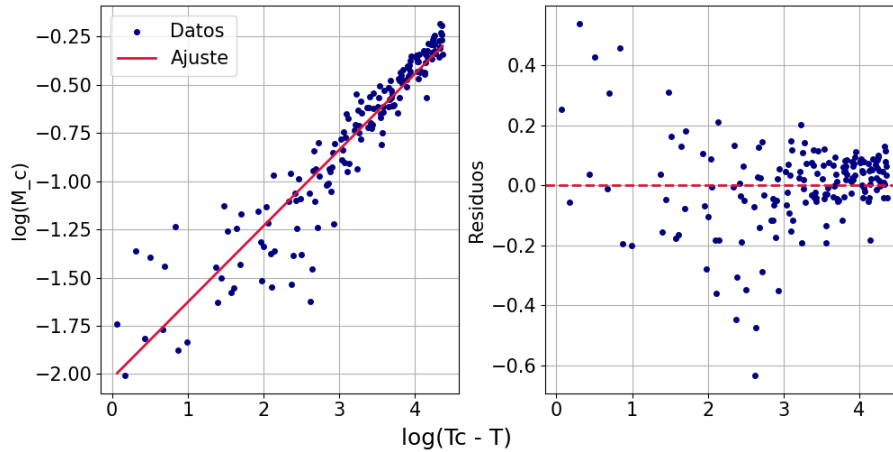


Figura 12: Ajuste lineal y residuos en escala log-log de la magnetización remanente en función de la temperatura para la integración numérica. Se concluyó que el rango de validez era $161 \text{ K} < T < 239 \text{ K}$.

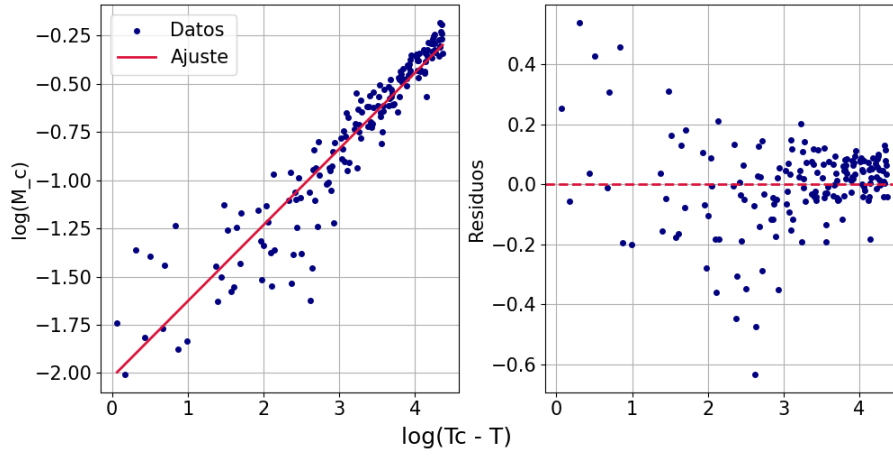


Figura 13: Ajuste lineal y residuos en escala log-log de la magnetización remanente en función de la temperatura para la simulación computacional. Se concluyó que el rango de validez era $2,20 < T < 2,29$.

6.2. Simulación computacional

[3]

El algoritmo metrópolis consiste en una cadena de simulaciones de Monte-Carlo. En este caso se simuló la orientación de cada spin. Se generó una matriz aleatoria de 100×100 cuyos elementos podían valer 1 o -1. Se elegía un spin al azar y se lo daba vuelta. Si la energía pasaba a ser menor (configuración con mayor probabilidad) se dejaba el cambio. Si la energía pasaba a ser mayor (configuración con menor probabilidad) se hacía un cálculo, y se sampleaba de esa distribución para definir si se volvía o no al estado anterior. Esto se repitió para un número de pasos muy grande, hasta que la energía asociada a la matriz se estabilizaba, es decir el sistema termalizaba. Esto es lo que se puede ver en la figura (14).

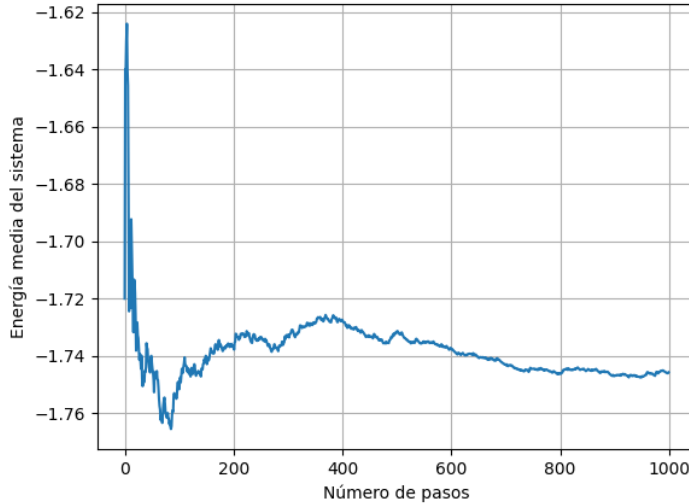


Figura 14:

Referencias

- [1] Datos fabricante resistencia de platino. <https://gmelectronica.com.ar/resistencias-de-platino-rtd/>.
- [2] David J. Griffiths. *Introducción a Electrodinámica*. 2013.
- [3] Getzlaff M. *Fundamentals in Magnetism*, Universidad de Düsseldorf. 2008.
- [4] Paul D. Beale R.K. Pathria. *Statistical Mechanics*. 2021.