

Análisis del efecto fotoeléctrico a partir de distintos métodos para obtener el potencial de frenado

Luciano Carullo Bedia
luchibedia@gmail.com

Tadeo Rodríguez
tadeorodriguez842@gmail.com

Joaquín Sequeira
joaquinetsequeira@gmail.com

*Laboratorio 5, Cátedra Grosz, Departamento de Física, Facultad de Ciencias
Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires*

29 de Noviembre, 2024

Resumen

En este trabajo se buscó, mediante el estudio del efecto fotoeléctrico, encontrar la constante de Planck. **Para eso se caracterizó el dispositivo experimental, identificando posibles inconvenientes.** Para encontrar la constante de Planck fue necesario estimar potenciales de frenado. Para estimar estos potenciales se utilizaron tres métodos distintos: Uno por un ajuste de cuadrados mínimos, uno mediante el análisis de la segunda derivada, y el último mediante la determinación de un umbral. Además, se llevó a cabo una discusión sobre las ventajas y desventajas de cada uno.

1. Introducción

El efecto fotoeléctrico es un proceso que tiene gran importancia en la historia de la física. En los albores del desarrollo de la mecánica cuántica, fue uno de los descubrimientos que mostraba discrepancias con las expectativas clásicas. Al día de hoy es sumamente útil en muchas aplicaciones, al permitir convertir energía en forma de luz en corriente eléctrica. El efecto consiste en la emisión de un electrón por parte de un material fotosensible sobre el que incide un fotón. Un electrón del material absorbe la energía del fotón, y si su energía cinética resultante es suficiente para pasar la barrera de potencial, escapa del material y es emitido. Esto implica que si la frecuencia del fotón no es suficientemente alta, no se va a emitir un electrón. Una imagen ilustrativa se puede ver en la figura 1.

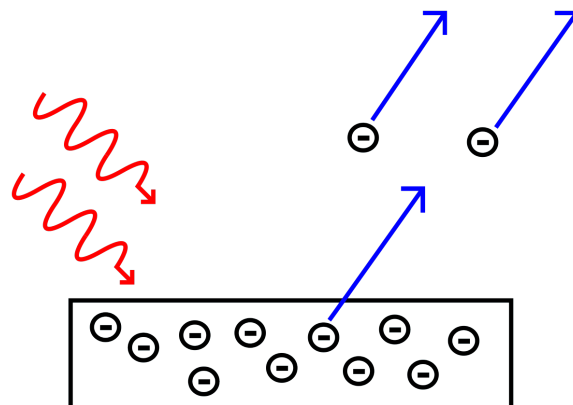


Figura 1: Ilustración del efecto fotoeléctrico. Los fotones inciden sobre el material, que emite aquellos electrones con energía suficiente para escapar la barrera de potencial.

Un sistema que permite analizar este efecto es el de la figura 2. Está compuesto por un ánodo y un cátodo fotosensible, sobre el que incide luz de una fuente monocromática de frecuencia ν . Se mide la corriente entre ambos, que corresponde al flujo de electrones emitidos por el cátodo. Se somete el sistema a un potencial variable V entre el cátodo y el ánodo, que actúa como potencial retardador para los electrones que se liberan. Para que un electrón se libere en primer lugar, su energía cinética tiene que superar a la barrera de potencial antes mencionada, que es la función trabajo ϕ del cátodo. Si se escapa, para llegar al ánodo tiene que pasar una nueva barrera que corresponde a la energía del potencial retardador eV , con $e < 0$ la carga del electrón.

Aquellos electrones que salgan con energía cinética menor a la necesaria para superar esta barrera no alcanzan el ánodo.

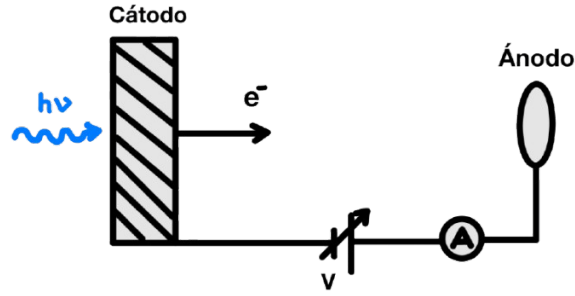


Figura 2: Sistema que permite estudiar el efecto fotoeléctrico. Luz de frecuencia ν incide sobre un cátodo que emite electrones, atraídos a su vez por el ánodo. Se mide la corriente entre estos dos elementos, y se induce un potencial retardador variable V .

La energía cinética con la que pueden salir los electrones del cátodo tiene un valor máximo $h\nu - \phi$, por lo que va a existir un voltaje V_0 tal que si $V < V_0$ ningún electrón llega al ánodo, y no se mide corriente. Este valor de V se denomina potencial de frenado. Este potencial no depende de la intensidad con la que se ilumina el cátodo, porque la energía que puede absorber un electrón está dada únicamente por la frecuencia de la luz. V_0 está dado por [1]

$$eV_0 = h\nu - \phi. \quad (1)$$

Teniendo todo esto en cuenta, para distintas intensidades $I_1 > I_2 > I_3$ la corriente en función del potencial retardador toma la forma de la figura 3. Para voltajes menores al potencial de frenado la corriente es nula, y para voltajes mayores es lineal con una pendiente proporcional a la intensidad [1]. Esto corresponde a la función partida continua dada por [1]

$$I(V) = \begin{cases} 0 & V < V_0 \\ mV + B & V \geq V_0 \end{cases}. \quad (2)$$

Aquí m y B son constantes con unidades de corriente sobre voltaje y corriente respectivamente. Para la continuidad en el punto de quiebre V_0 se debe cumplir $mV_0 + B = 0$. Esta función tiene, al tratarse de dos rectas, una primera derivada proporcional a una función escalón, y una segunda proporcional a una delta de Dirac.

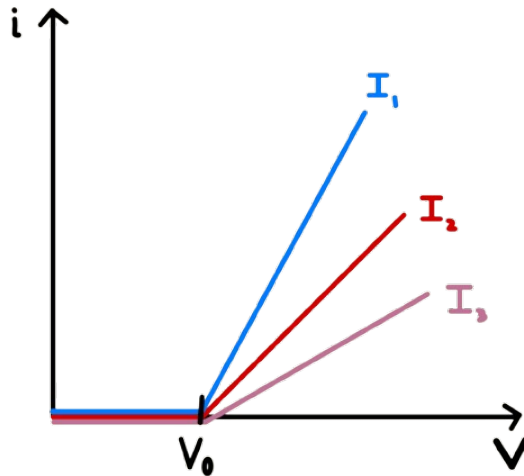


Figura 3: Corriente en función del potencial retardador para distintos valores de intensidad de la luz incidente $I_1 > I_2 > I_3$. En todos los casos, para $V < V_0$ la corriente se anula, y el potencial de frenado no depende de la intensidad. Para $V > V_0$, la corriente es lineal en V , con una pendiente a su vez lineal en la intensidad.

En este trabajo se buscó estudiar el comportamiento del efecto fotoeléctrico para distintas frecuencias. Se buscó obtener un valor de la constante de Planck utilizando la linealidad del potencial de frenado. A partir de los distintos comportamientos de la corriente como función del potencial retardador, se utilizaron distintos métodos para obtener V_0 .

2. Desarrollo experimental

Para estudiar el efecto fotoeléctrico se utilizó el dispositivo experimental de la figura 4. El mismo estaba basado en el ejemplo de la introducción con algunas modificaciones. Se utilizó como fuente de luz un LED de luz blanca que se enfocaba con lentes para que incidiese sobre un filtro sintonizable *Thorlabs KUROS-WB1*. Esto buscaba emular una fuente monocromática. El LED estaba alimentado por un circuito conectado a un generador de funciones *Tektronik AFG3021B*. La luz a la salida del filtro entraba a la fotocelda, que contenía el cátodo, sobre el que incidía la luz, y el ánodo. La fotocelda estaba conectada a un lock-in *Stanford Research Systems SR830DSP*. Este último se utilizaba a la vez para medir la corriente y aplicar el potencial retardador. Era necesario medir la corriente con este instrumento porque era del orden de los pA, y había que eliminar fuentes de ruido externo. A partir de esto se moduló la señal de la corriente alimentando el LED con un voltaje sinusoidal a 70 Hz. El lock-in demodulaba la corriente, también a 70 Hz y devolvía una señal de corriente continua de la que se eliminaban los componentes con otras frecuencias.

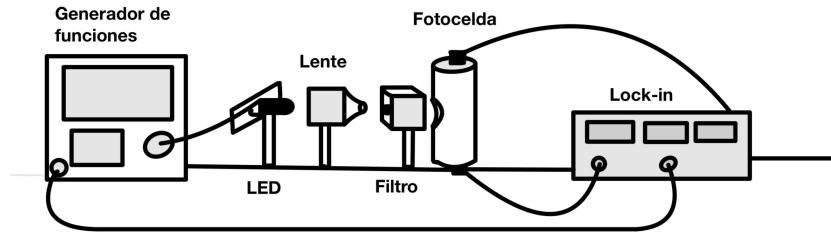


Figura 4: Esquema experimental del trabajo. El mismo consistía en un LED blanco alimentado por un circuito conectado a un generador de funciones. La luz del LED atravesaba lentes e incidía sobre un filtro sintonizable, para luego entrar a una fotocelda que contenía el cátodo y el ánodo. El lock-in conectado a la fotocelda aplicaba el potencial retardador y medía la corriente entre el cátodo y el ánodo.

Durante todo el experimento se trabajó utilizando los mismos valores de longitud de onda en el filtro sintonizable. Estos correspondían a saltos de 20 nm desde el valor mínimo (440 nm) hasta el máximo (720 nm). Se hizo esto para poder trabajar con espectros conocidos en todo momento. Para cada una de estas longitudes de onda se midió la distribución de intensidad a la salida del filtro utilizando un espectrómetro *Thorlabs*.

Una vez conocidos los espectros para cada valor de longitud de onda del filtro, se fijó la amplitud de la alimentación en 5 V (correspondiente a intensidad de la luz fija). Se realizó un barrido de potencial retardador para cada una de las longitudes de onda mencionadas. El mismo iba desde -2 V a 4 V. Con estos barridos se buscaba obtener el potencial de frenado para cada frecuencia.

Luego se cambió al análisis de la respuesta en función de intensidad. Se fijó $\lambda = 580$ nm y se realizaron barridos de potencial retardador entre $-1,5$ V y 0,5 V. Esto se hizo para amplitud de alimentación de 2 V, 3 V y 5 V.

3. Resultados y discusión

3.1. Espectro a la salida del filtro

Se caracterizó el filtro por medio de un espectrómetro. Para cada longitud de onda con la que se trabajó se analizó su espectro tal como se puede ver en la figura 5. Se pueden apreciar dos cosas: En primer lugar, en 5a la luz que incide sobre el cátodo no tiene la misma intensidad para distintas longitudes de onda. Como se explicó en los párrafos anteriores, usando 1, el potencial de frenado no depende de la intensidad. Por lo tanto esto no representa un problema para calcular V_0 a distintas frecuencias. En segundo lugar, se puede ver en 5b que el espectro es una campana. Como el filtro no es ideal, al cátodo también llega luz con longitudes de onda que no son la deseada. Esto representa un problema dado que el marco teórico supone una fuente monocromática. Además, en la mayoría de los casos el valor que se enviaba desde el filtro no era el máximo de la campana correspondiente, teniendo un corrimiento del orden de los nanómetros. En las siguientes secciones se muestra como este fenómeno afectó los resultados de cada método.

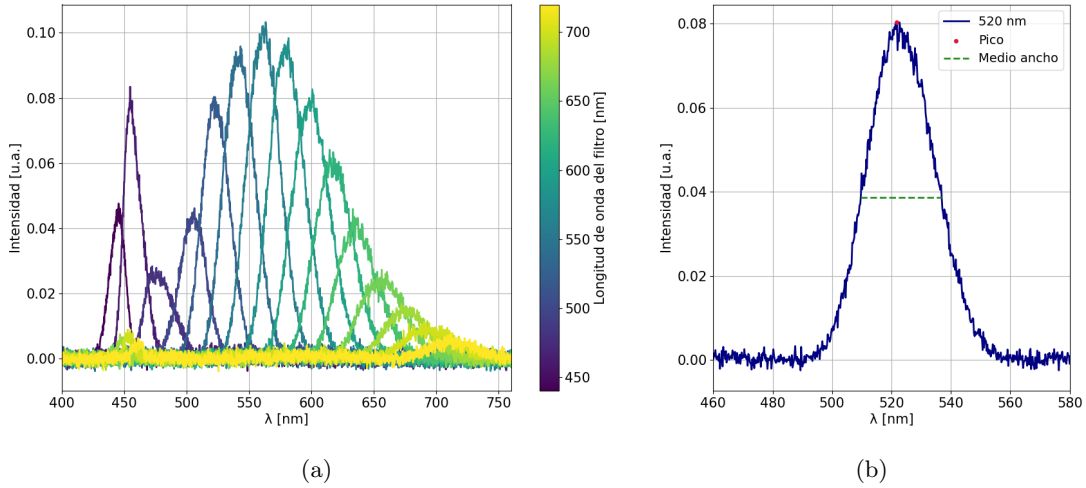


Figura 5: (a) Los espectros de todas las longitudes de onda, se puede apreciar como la intensidad no es uniforme. (b) La campana de 520 nm que presenta un ancho significativo. Se calculó su máximo para el valor de λ y se tomó como error el medio ancho.

3.2. Método 1: Ajuste por una función partida

La primer forma de abordar los datos consistió en ajustar la corriente en función del potencial retardador por una función partida según la ecuación 2. Para considerar corrientes espurias que no aparecen en el caso teórico, se cambió la función para $V < V_0$ a una constante no necesariamente igual a 0. Por medio de cuadrados mínimos se estimaron las ordenadas de las lineales, la pendiente de la segunda y el punto de quiebre que representa el potencial de frenado. En la figura 6 se pueden ver los ajustes para tres voltajes de alimentación distintos del LED lo cual genera diferentes intensidades de luz que incide sobre el cátodo. El ajuste estimó para las tres lineales valores de quiebre que no presentan diferencias significativas. Esto muestra que el valor del potencial de frenado no depende de la intensidad de la luz que incide en el cátodo. Lo que cambia son los valores de las pendientes de ambas lineales.

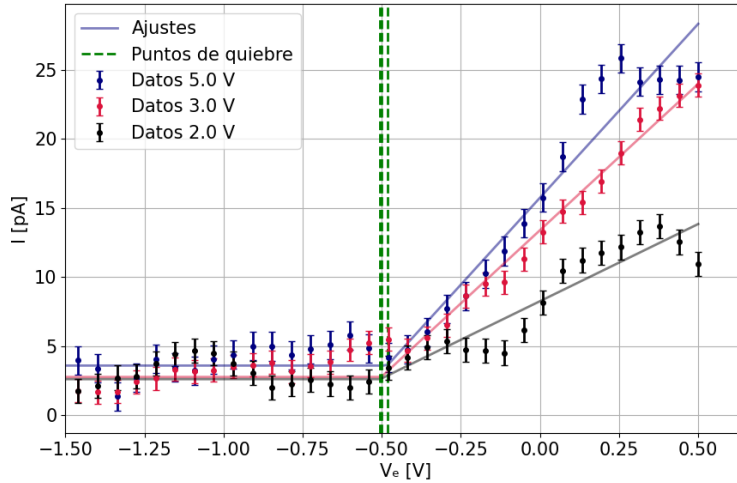


Figura 6: Se ve en el grafico tres señales para distintas alimentaciones del LED y por ende, distintas intensidades. Cada una fue ajustada según 2. El punto de quiebre para la señal azul es de $(0,50 \pm 0,03)$ V el de la roja es de $(-0,48 \pm 0,03)$ V y el de la negra $(-0,50 \pm 0,03)$ V. Los valores no presentan diferencias significativas, por ende el potencial de frenado no depende de la intensidad.

A partir de los ajustes de los datos, se obtuvo V_0 para cada longitud de onda. En 7a se puede ver el ajuste para $\lambda = 520$ nm. Luego se ajustaron los valores de V_0 en función de la frecuencia por una lineal que sigue 1. Esto se puede ver en 7b. La pendiente obtenida es el valor de la constante de Planck si se toma la unidad de energía como eV. Para este ajuste dio $h = (1,8 \pm 0,4)$ eV · fs. Este resultado presenta diferencias significativas con el valor tabulado de la constante de Planck, pero es del mismo orden de magnitud.

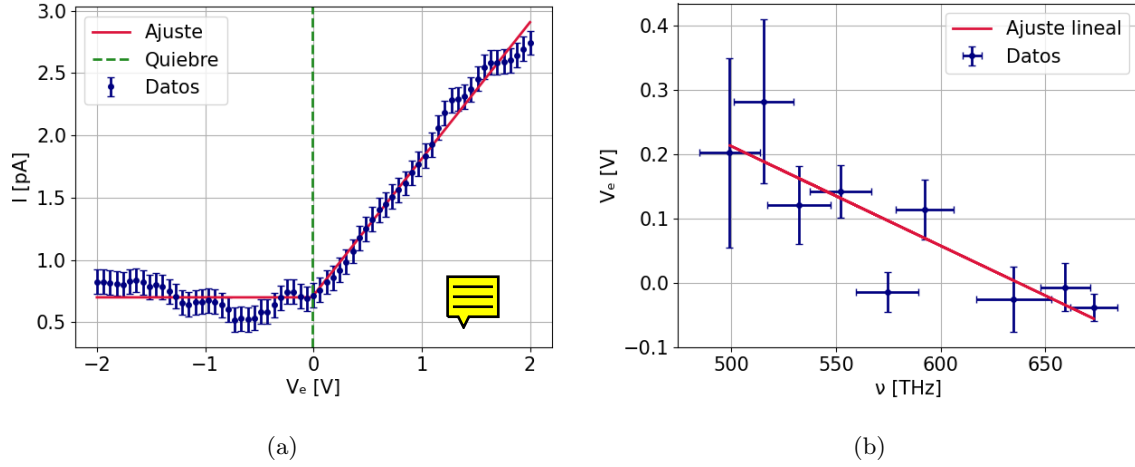


Figura 7: (a) La corriente medida en función del potencial emitido. Se lo ajusta según 2 y se obtiene el potencial de frenado. (b) Potenciales de frenado obtenidos para cada frecuencia con la que se incide. Esto se lo ajusta con una lineal siguiendo la formula 1. Obteniendo una pendiente $h = (1,8 \pm 0,4) \text{ eV} \cdot \text{fs}$.

3.3. Método 2: Análisis de la segunda derivada

De acuerdo con la teoría, la señal debería ser dos lineales con un punto de quiebre en el potencial de frenado. Este método se basa en que la segunda derivada es la tasa de cambio de la pendiente. Para una señal compuesta por dos lineales, la pendiente es constante en dos tramos, y solo cambia en el punto de quiebre, por lo que idealmente la derivada segunda debería ser una delta de Dirac centrada en el punto de interés.

Para el cálculo de la derivada resultaba indispensable una señal con el menor ruido posible. Para esto se utilizó un filtro Lowess. El filtro se eligió por sobre otros (como un filtro Savitsky-Golay o Gaussiano) porque resultaba en un buen balance entre deshacerse del ruido y mantener el comportamiento original. Esto último es importante porque el filtro debe suavizar, pero idealmente mantener el cambio pronunciado en el punto de quiebre.

Un resultado de la segunda derivada se puede ver en la figura 8. Se puede ver la campana en la región de interés, con el punto máximo que se tomó como punto de quiebre. Gráficos de estas características se obtuvieron para cada longitud de onda. Al graficar el punto de quiebre en función de la frecuencia se obtuvo la figura 8. Al igual que para el método anterior se ajustó por una función lineal, según la ecuación 1. A partir de la ecuación se pudo estimar un valor de la constante de Planck, que resultó de $h = (3,7 \pm 0,3) \text{ eV} \cdot \text{fs}$. El valor presenta menos de un sigma de diferencia con el valor tabulado.

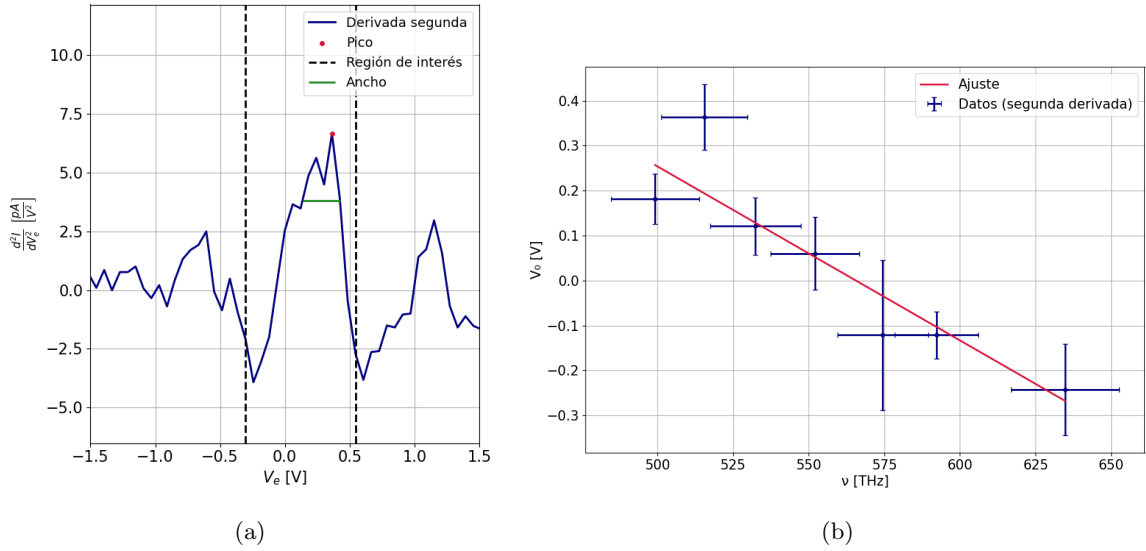


Figura 8: (a) Segunda derivada numérica de la señal, marcado con líneas negras la región de interés en la que se observaba un crecimiento para la señal. En rojo el máximo tomado como punto de quiebre. En verde se ve el ancho de la campana. (b) Los distintos voltajes de frenado para cada frecuencia. En azul los datos con sus errores y en rojo el ajuste, que se realizó según la ecuación 1. El valor de la pendiente que se obtuvo fue de $h = (3,7 \pm 0,3) \text{ eV} \cdot \text{fs}$.

3.4. Método 3: Definición de umbral de crecimiento

El método tres es el menos sofisticado de los que se usaron. Consiste en la definición de un umbral a partir de la cual se considera que el punto deja de pertenecer a la recta de pendiente cero. Este punto es el que se toma como potencial de frenado. Por el comportamiento de las señales, para poder aplicar este método también fue necesario filtrar la señal, porque el ruido generaba inconvenientes. El filtro elegido fue el mismo que para la derivada.

Una vez filtrada la señal se procedió a definir el umbral. El umbral se eligió de tres sigmas con respecto a la media de los puntos anteriores. La definición de este umbral se basó en la hipótesis de que los primeros quiebres con respecto a la recta de pendiente cero se debían exclusivamente a las frecuencias más altas presentes en cada espectro. Por ejemplo, para la campana de la figura 5b, antes de observar el potencial de frenado para la longitud de onda de 520 nm, se observarían **desviamientos** debidos a la presencia de 505 nm. Además ya se estudió que el potencial de frenado no depende de la intensidad, por lo que mientras haya fotones con esa energía, se observará corriente en la fotocelda. El umbral de tres sigmas se eligió para que sea lo suficientemente grande para no tomar esas primeras desviaciones.

Una señal y el umbral correspondiente se pueden ver en la figura 9a(a). El mismo cálculo se realizó para todas las frecuencias, llegando para cada una a un potencial de frenado. El gráfico de potencial de frenado en función de la frecuencia se puede ver en la figura 9b. Además se ve el ajuste realizado con la misma función que en los métodos anteriores. En este caso, el valor estimado para la constante de Planck resultó de $(4,5 \pm 0,8) \text{ eV} \cdot \text{fs}$, el cual no presenta diferencias significativas con el valor tabulado.

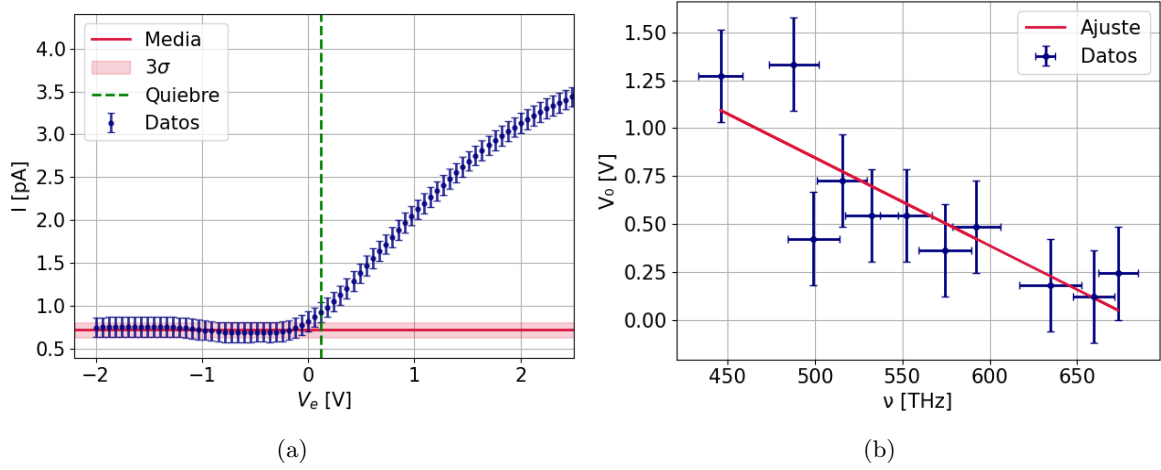


Figura 9: (a) En azul se ve la señal filtrada. También se observa la media (en rojo) de los puntos previos al potencial de frenado. El potencial de frenado está ubicado en la línea punteada verde, y es el primer punto que difiere en tres sigmas de la media. Este último intervalo está graficado en rosa. (b) En azul los valores de potencial de frenado en función de la frecuencia. En rojo el ajuste lineal, con un valor para la pendiente de $(4,5 \pm 0,8) \text{ eV} \cdot \text{fs}$.

3.5. Discusión de los métodos

En esta sección se discutirán las ventajas y desventajas de los métodos. Además, se buscará dar una explicación a por qué los resultados observados son coherentes, y de cómo las condiciones del experimento afectan a cada método.

Para empezar se puede ver en la figura 10, una comparación de los valores que se obtuvieron con el valor tabulado de la constante de Planck. La primera conclusión que se puede sacar de este gráfico es que el método del umbral es el único que no presenta diferencias significativas con el valor tabulado. Mientras que el método de la segunda derivada se aleja del valor tabulado por **menos de un sigma**, el método de la función partida presenta un resultado que difiere en varios sigmas.

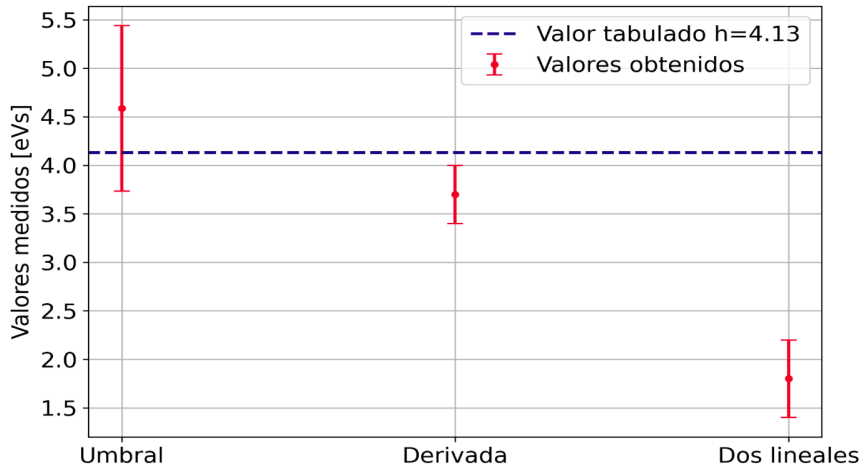


Figura 10: Resultados obtenidos para la constante de Planck con los tres métodos. En azul punteado el valor tabulado. Se puede ver que el método del umbral no presenta diferencias significativas, mientras que los otros dos sí. Con la derivada numérica la diferencia es menos de un sigma. Para el método de la función partida el resultado difiere en varios sigmas con el valor tabulado.

El método del umbral **tiene cierta arbitrariedad a la hora de definir el umbral**, lo cual podría ser, a primeras, considerado como una desventaja. Sin embargo, esta arbitrariedad permite hacer uso del conocimiento que se tiene sobre las condiciones que impone el experimento. En este caso, bajo la hipótesis de que los primeros desviamientos correspondían a frecuencias no filtradas, se eligió un umbral acorde. Esto hace que el método, aunque no sea el más confiable ni sofisticado, tenga ciertas ventajas si se pueden estudiar las señales y si se

conocen las condiciones del experimento. El método tiene la desventaja de que su funcionamiento se ve muy afectado por la presencia de ruido.

En oposición al umbral, se encuentra el método de la función partida. El resultado utilizando la función partida es el que más diferencias significativas presenta con el valor tabulado. Sin embargo, se cree que potencialmente este método es el más confiable, ya que funciona con una minimización de la función de costo y no esta sujeto a ninguna arbitrariedad. Si los datos observados se comportaran de acuerdo a la teoría, su implementación sería mucho más adecuada. Tiene además la ventaja de que el ruido no impide que se ajusten los datos.

Por último queda la derivada segunda. La derivada segunda comparte algunas de las desventajas de cada método: Su correcto funcionamiento depende en gran parte de una señal sin ruido, y al igual que la función partida no permite usar los conocimientos sobre las condiciones del experimento o sobre la señal. También tiene una ventaja, y es que da información sobre la señal que los otros dos métodos no.

A lo largo del trabajo se planteó como hipótesis que el quiebre no tan pronunciado en la señal se debe a las frecuencias más altas no filtradas, cuya energía es suficiente para que se genere corriente. La derivada segunda nos permite desarrollar intuición acerca de si esto es cierto. Si la variación de la pendiente tiene un máximo como vimos anteriormente, tendrá un ancho asociado. Este ancho entre dos voltajes describe una región en la cual cambia la pendiente. La pregunta que se buscó responder es si este ancho tiene que ver con la diferencia de los potenciales de frenado entre las frecuencias bajas y altas de la campana del espectro. Esta relación respaldaría la hipótesis de que la variación se debe a los potenciales de frenado de todas las frecuencias de la campana. Este filtrado podría ser lo que haga que no sea puntual.

Para cada frecuencia del filtro entonces se comparó la diferencia de energía asociada al ancho del pico de la segunda derivada con la diferencia de voltajes de frenado asociados al ancho de la campana del espectro (las frecuencias en las que la intensidad caía a un décimo de la intensidad máxima). La diferencia de los voltajes de frenado para cada frecuencia se calculó usando los valores tabulados de la constante de Planck. Los resultados se ven en la siguiente tabla.

λ (filtro)	Energía asociada a $h\Delta\nu$	Energía asociada a $e\Delta V_0$	Cociente
480 nm	0,14 eV	0,13 eV	0.9
500 nm	0,12 eV	0,07 eV	0.6
520 nm	0,12 eV	0,18 eV	1.5
540 nm	0,12 eV	0,15 eV	1.2
560 nm	0,13 eV	0,13 eV	1.0
580 nm	0,12 eV	0,10 eV	0.9
600 nm	0,12 eV	0,14 eV	1.1

Se ve en la tabla que la diferencia de energía asociada a las frecuencias del borde de la campana del espectro, es siempre similar al valor de la diferencia de energía asociada al ancho del máximo de la derivada segunda. En la cuarta columna se puede ver el cociente entre las mismas, resultando en todos los casos del orden de magnitud y en varios casos cercano a 1. Esto no es concluyente y requeriría más análisis cuantitativo, pero es un indicio de que la suavidad de los quiebres está relacionada con el hecho de que los espectros tengan contribuciones de muchas frecuencias.

4. Conclusiones

En primer lugar, se caracterizó el dispositivo experimental, encontrando posibles complicaciones para estimar los potenciales de frenado debido al ancho espectral generado por el filtro.

En segundo lugar y como posible solución a esto se plantearon tres métodos: Un ajuste de la señal por una función partida, una derivada segunda numérica y un umbral de crecimiento. Se encontró con cada método un valor de la constante de Planck.

En tercer lugar se realizó una comparación de los métodos, enumerando ventajas y desventajas, y situaciones en las que se cree que cada uno funcionaría.

Por último, se relacionó el ancho de la campana de la derivada segunda con la diferencia entre los potenciales de frenado para frecuencias en los extremos de cada espectro. Para todas la frecuencias se encontró que las diferencias de energía eran muy cercanas, lo cual respalda la hipótesis de que lo que genera que el quiebre no sea pronunciado son las frecuencias no filtradas.

Referencias

- [1] D.A. Skoog, F.J. Holler y S.R. Crouch. *Principles of Instrumental Analysis*. Cengage Learning, 2017.