

Conteo de fotones

Luciano Carullo Bedia
luchibedia@gmail.com

Tadeo Rodríguez
tadeorodriguez842@gmail.com

Joaquín Sequeira
joaquinetsequeira@gmail.com

*Laboratorio 5, Cátedra Grosz, Departamento de Física, Facultad de Ciencias
Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires*

9 de Septiembre, 2024

Resumen

En este trabajo se analizó la estadística de la distintas fuentes de luz a intensidades bajas, utilizando una aproximación semiclásica para el tratamiento del efecto fotoeléctrico, considerando cuánticamente a los fotones y clásicamente al campo eléctrico. Se trabajó con fuentes con distintos tiempos de coherencia. Se obtuvieron resultados que mostraban la semejanza entre la estadística de la luz coherente y una distribución de Poisson, y la de la luz caótica como una distribución de Bose-Einstein.

1. Introducción

El estudio de la luz es un área de mucho interés para la física con aplicaciones en diversos campos. En muchas ocasiones se realizan experimentos que utilizan altas intensidades, tales que se mide con señales continuas. También es de interés analizar lo que ocurre cuando la intensidad es baja. Esto se acerca al límite cuántico, ya que se empieza a tener que tratar con fotones individuales. Aún así se pueden mantener algunos argumentos clásicos.

Generalmente en estas mediciones basadas en la luz se utilizan detectores de la intensidad de los haces. Cuando estos haces son de alta intensidad, inciden con un número alto de fotones por unidad de tiempo. Esto se traslada a que la señal medida parezca continua. Si se usa un fotomultiplicador como el de la figura 1, se observa un número alto de fotones detectados por unidad de tiempo. Esto hace que se se emita un número alto de electrones, que al multiplicarse en los dínodos producen una corriente analógica, que se detecta como una señal continua. Por el contrario, si la intensidad del haz es lo suficientemente baja, el número de fotones por unidad de tiempo va a ser tal que los electrones emitidos van a estar temporalmente espaciados, y se van a detectar pulsos. Se produce una señal en la que los eventos que corresponden a los fotones, denominados cuentas, estén discretizados. Esto permite estudiar la estadística de las cuentas por unidad de tiempo. Con este método, se trabaja desde una aproximación semiclásica, donde se considera cuánticamente el comportamiento de las partículas, pero clásicamente el del campo eléctrico al analizar la intensidad. El resultado es convertir una intensidad clásica que está promediada en un conteo discreto.

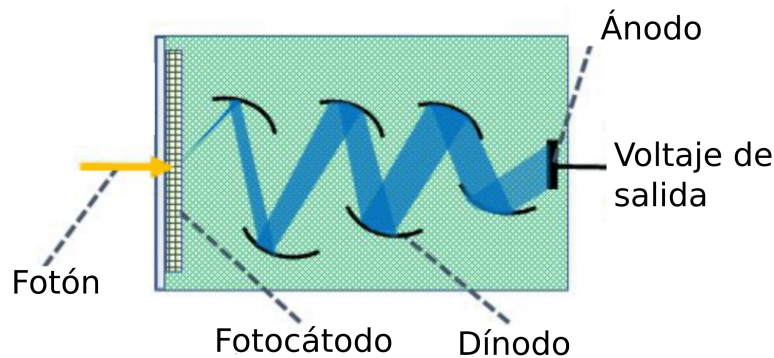


Figura 1: Esquema del tubo fotomultiplicador. Cuando un fotón ingresa al dispositivo, incide sobre el fotocátodo, que emite un electrón por efecto fotoeléctrico. Este electrón se multiplica al chocar con los dínodos, obteniéndose a la salida un voltaje suficientemente significativo para que sea medible con un osciloscopio.

Para llegar al análisis estadístico, es necesario conseguir las distribuciones de probabilidad de las cuentas. Se parte desde la asunción de que la probabilidad de detectar un fotón en un tiempo t es proporcional a la intensidad promediada en un período según la siguiente ecuación [1]

$$p(t)dt = \varepsilon \hat{I}(t)dt ,$$

donde ε es la constante de eficiencia del fototubo. Si se sigue desarrollando, se llega a la fórmula de Mandel [1] para la probabilidad $P_m(T)$ de detectar m fotones en un intervalo de tiempo T

$$P_m(T) = \left\langle \frac{(\varepsilon \hat{I}(t, T)T)^m}{m!} \exp(-\varepsilon \hat{I}(t, T)T) \right\rangle . \quad (1)$$

Aquí toda la expresión está promediada sobre distintos t para variar el instante inicial. $\hat{I}(t, T)$ es la intensidad promediada entre t y $t + T$, calculada según

$$\hat{I}(t, T) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \hat{I}(t') dt' .$$

El promedio se toma para evitar fluctuaciones que dependan del primer punto intervalo sobre el que se integra. Esta expresión de $P_m(T)$ no es fácil de calcular, pero si se trabaja en ciertos regímenes se llega a algo más simple.

Aquí aparece el tiempo de coherencia τ de la fuente de luz que incide sobre el fotodetector. Cuando se tiene $T \gg \tau$, se promedia la intensidad sobre un tiempo mucho más largo al de las fluctuaciones, haciendo que $\hat{I}(t, T)$ sea constante en t . En este caso, la probabilidad se reduce a una distribución de Poisson de la siguiente forma

$$P_m(T) = \frac{\langle m \rangle^m}{m!} e^{-\langle m \rangle} . \quad (2)$$

En esta expresión, el valor medio de las cuentas en un tiempo T es

$$\langle m \rangle = \varepsilon \hat{I}T . \quad (3)$$

Si se miden suficientes ventanas para un mismo T , se debería reproducir esta distribución.

Por otro lado, si se estudia un régimen con $\tau \gg T$ se tiene luz caótica, cuyas fluctuaciones predominan. La intensidad se vuelve función únicamente de t , con estadística gaussiana. Esto implica que la probabilidad de tener intensidad promediada en un ciclo entre $\hat{I}(t)$ y $d\hat{I}(t)$ es $p(\hat{I}(t))d\hat{I}(t) = \frac{1}{\hat{I}} \exp(-\hat{I}(t)/\hat{I})$. Aquí \hat{I} es la intensidad promediada a tiempos largos que se usó para el caso anterior, que sirve para normalizar. Teniendo esto en cuenta, el promedio de la ecuación 1 queda

$$P_m(T) = \frac{\langle m \rangle^m}{(1 + \langle m \rangle)^{1+m}} . \quad (4)$$

Esta es una distribución discreta de Bose-Einstein. Este régimen tiene como problemática que está limitado por la resolución de los instrumentos de medición, porque las fuentes normalmente tienen un tiempo de coherencia demasiado bajo para medir sin equipamiento especializado. Para aumentar el valor del tiempo de coherencia se puede emular una fuente térmica utilizando un disco rotante, que funciona como un conjunto de dispersores en movimiento que aumentan el tiempo de coherencia del haz. Esta técnica sirve para llegar a valores de τ del orden del milisegundo, que permiten tomar T varios órdenes de magnitud menor y aún así medir sin necesitar más resolución temporal que la de un osciloscopio.

Para saber cuál es el tiempo de coherencia del haz de esta fuente pseudo-térmica se puede analizar la función de autocorrelación g de la intensidad del haz en función del tiempo. Para obtener esto es necesario usar un haz con la intensidad lo suficientemente alta para que el detector mida intensidad continua y no pulsos discretos. Si se tiene estadística gaussiana para las fluctuaciones, g debería decaer exponencialmente con τ como tiempo de decaimiento. Esto permite estimar el tiempo de coherencia a partir de la función de autocorrelación, y en base a esto definir los valores de T para los que medir.

A partir de estas estimaciones del tiempo de coherencia se puede medir en cada uno de los regímenes mencionados, para observar las distintas fuentes de luz desde un punto de vista estadístico. En este trabajo se buscó constatar los resultados experimentales con las distribuciones esperadas y analizar el comportamiento teóricamente lineal de $\langle m \rangle$ con respecto a T .

2. Desarrollo experimental

El montaje experimental es el ilustrado en la figura 2. Se puede ver la fuente de luz utilizada, un láser HeNe *MellesGriot*. El haz se orientaba con espejos. En su camino atravesaba dos polarizadores lineales para

modular su intensidad. También pasaba por un disco de acrílico, conectado a un motor que permite hacerlo rotar. Finalmente incidía sobre un tubo fotomultiplicador (o PMT) *Hamamatsu 1P28*. Todos los elementos anteriores se encontraban contenidos dentro de una caja cerrada para bloquear fuentes de luz externas. El PMT se alimentaba con una fuente de alta tensión *S.R.S PS350 5000V-25W* a 1100 V, y su salida se conectaba a un osciloscopio *Tektronix 1002B*. Para variar el tiempo característico del circuito, que alteraba el ancho de los pulsos, se conectaron resistencias en paralelo al osciloscopio. Se usaron distintas resistencias según la ventana. Esto permitió tener pulsos estrechos, facilitando el tratamiento posterior para contabilizar eventos.

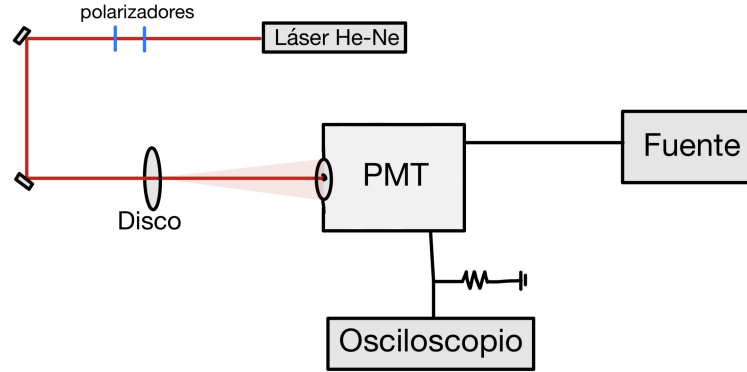


Figura 2: Se observa el sistema experimental utilizado. El láser atraviesa dos polarizadores y un disco de acrílico antes de incidir en el PMT. El PMT está conectado a una fuente de alta tensión, y a la salida a un osciloscopio. El osciloscopio está conectado en paralelo a una resistencia.

Para estudiar la estadística de cada fuente de luz se tomaron 800 mediciones de cada una de las distintas ventanas temporales, que fueron desde $1\text{ }\mu\text{s}$ hasta 1 ms . Para las ventanas temporales de entre $1\text{ }\mu\text{s}$ y $100\text{ }\mu\text{s}$ se utilizó una resistencia de $1\text{ k}\Omega$. Para las ventanas mayores a $100\text{ }\mu\text{s}$ se utilizó una resistencia de $9,9\text{ k}\Omega$.

Además de las mediciones con el láser prendido, se tomaron 100 mediciones del ruido (con el láser apagado) para cada ventana. Esto fue importante para la determinación del umbral, a partir del cual se consideraba que los eventos detectados eran fotones.

Para poder trabajar con luz caótica era necesario un estimador del tiempo de coherencia. Se conectó el disco a una fuente, y se lo hizo girar enviando distintos voltajes. Se aumentó la intensidad del haz abriendo los polarizadores hasta que la corriente a la salida del PMT fuese continua. Para estas señales se midió durante 100 ms . Se continuó con la fuente en $(3,1 \pm 0,1)\text{ V}$, que según el análisis de la función de autocorrelación correspondía a un $\tau \sim 20\text{ ms}$. Utilizando la resistencia de $1\text{ k}\Omega$ se midieron luego 400 veces para ventanas con T entre $1\text{ }\mu\text{s}$ y $100\text{ }\mu\text{s}$.

3. Resultados y discusión

3.1. Definición del umbral

Una vez tomados los datos, para empezar a estudiar la estadística del haz del láser, fue necesario determinar a partir de qué voltaje se consideraría un pico como una cuenta. Para esto se realizaron histogramas de los datos medidos para cada ventana temporal, tanto para el láser apagado como para el láser prendido. Uno de estos gráficos (para $T = 10\text{ }\mu\text{s}$) se observa en la figura 3, donde se puede ver los histogramas de las mediciones con el láser apagado, y superpuesto el histograma de los datos con el láser prendido. Se calculó la desviación estándar σ_R para cada una de las señales del ruido. Se definió el umbral como la menor cantidad de σ_R de distancia a la media del ruido que no tomara picos de las fluctuaciones eléctricas como eventos. Para todas las ventanas, el número de σ_R que mejor cumplía con el criterio resultó en un umbral de $4\sigma_R$. Esto se ve en la figura 3 para una ventana de $10\text{ }\mu\text{s}$.

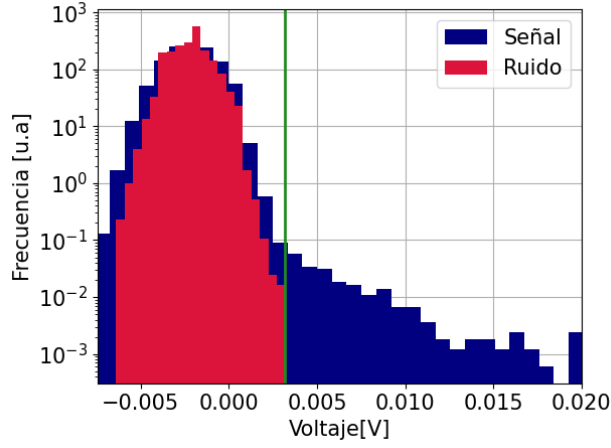


Figura 3: En la figura se observan los histogramas de cantidad de datos para cada voltaje de la ventana de $10 \mu s$. En rojo para las mediciones del ruido y en azul para las mediciones con el láser prendido. La línea vertical está a 4σ de la media del ruido. Se eligió porque era el umbral que mejor cumplía con el criterio de no tomar puntos del ruido eléctrico como fotones, pero sin sacrificar una cantidad representativa de cuentas detectadas.

El umbral resuelve la cuestión de que el ruido eléctrico no sea contado como fotones. Otro problema que puede modificar los estadísticos obtenidos son las cuentas oscuras. Filtrar cuentas oscuras de fotones no es posible; el PMT genera voltajes indistinguibles para ambos. Por esto, la solución es tenerlo en cuenta como fuente de incertezas o error experimental. La forma elegida para calcular la incerteza fue, para las mediciones con el láser apagado de cada ventana, obtener el promedio de cuentas oscuras detectadas. Este valor promedio es el que se utilizó como incerteza experimental.

Una vez obtenido el umbral los fotones se contabilizaron como los picos con un voltaje mayor a este. Para obtener estos picos se utilizó la función `scipy.optimize.find_peaks[2]`, donde sus parámetros se definían en busca de que por pulso se contabilice un solo punto.

3.2. Luz coherente

Si se mide en ventanas de T mucho mayor al tiempo de coherencia de la fuente, lo que se debe observar es una distribución de Poisson para los fotones detectados, como establece la ecuación 2. Se realizó, para 9 ventanas entre $1 \mu s$ y $1 ms$, un histograma de la frecuencia con la que se detectó cada número de eventos. En la figura 4 se puede ver la distribución obtenida para la ventana de $T = 500 \mu s$. Se ve también el ajuste por una distribución de Poisson.

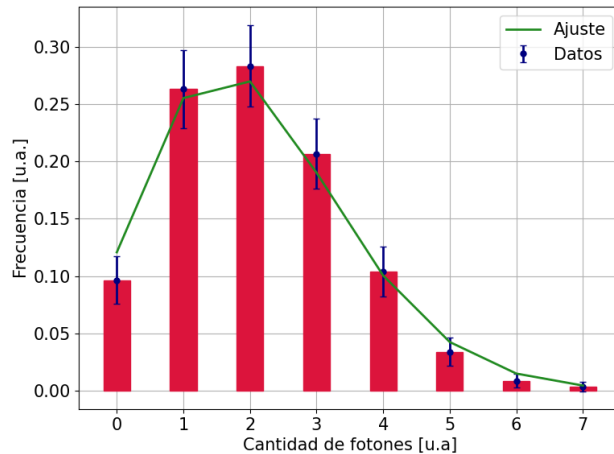


Figura 4: Se ven en azul los datos de la frecuencia en función de la cantidad de eventos para la ventana $250 \mu s$. En verde se ve el ajuste por una distribución de Poisson. La media de este ajuste resultó $\langle m \rangle = (1,810 \pm 0,051)$.

El ajuste de la distribución se realizó para cada una de las ventanas, obteniendo para cada una un valor de la media. En la figura 5 se observa el valor de la media obtenido en función del tiempo de medición. Lo esperado teóricamente, de acuerdo con la ecuación 3 es una relación lineal entre la media y la duración T . Se puede ver

en la figura que los puntos tienen un comportamiento distinto entre los valores menores y mayores a $10 \mu\text{s}$. Esto se estima que se debe al funcionamiento de *find_peaks*, que a pesar de cambiar los parámetros, fallaba a la hora de detectar ciertos picos. Al perder resolución por el aumento del T , este problema empeoraba. El hecho de que se detecten menos picos, hace que la media no crezca de la misma manera que T , concluyendo en que no se observe correctamente la linealidad esperada. Esto si se pudo ver en el rango entre $1 \mu\text{s}$ y $10 \mu\text{s}$, donde la ecuación 3 ajusta correctamente los datos.

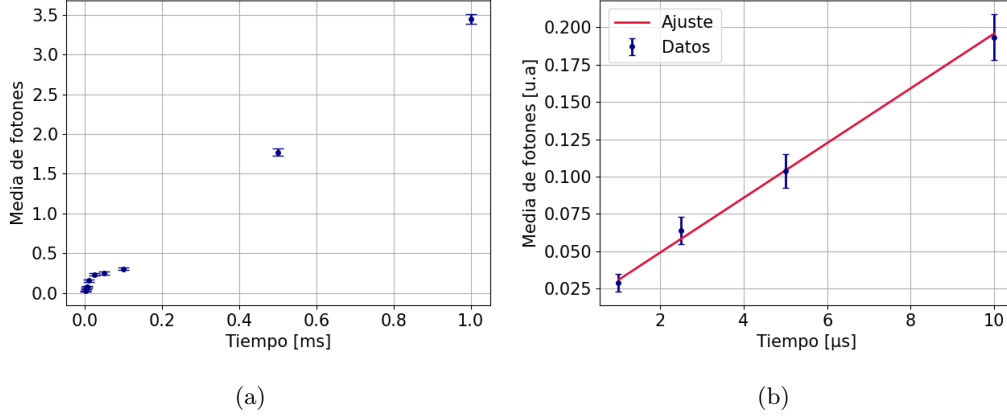


Figura 5: (a) Gráfico de la media de la distribución en función de la duración de la ventana. Se observa una relación distinta entre los puntos menores y mayores a $10 \mu\text{s}$. (b) Gráfico de la media de la distribución en función de la ventana temporal, solo para los valores hasta $10 \mu\text{s}$. En rojo el ajuste de los datos, que resultó en una pendiente de $(0,018 \pm 0,002)$, una ordenada de $(0,012 \pm 0,006)$ y un $p_{valor} = 76\%$ que no rechaza la hipótesis.

3.3. Luz caótica

Para poder trabajar con luz caótica, fue necesario medir en ventanas de ancho temporal mucho menor al tiempo de coherencia del haz incidente sobre el fototubo. Para saber qué valores de T cumplen con esta condición no es necesario determinar el valor exacto de τ , alcanza con conocer su orden de magnitud. Para esto se puede analizar la función de autocorrelación de la señal de intensidad, y utilizar como estimador el tiempo que tarda en decaer a la mitad de su valor máximo. La función g se obtuvo usando el paquete de *python statsmodels*[3]. En la figura 6 se puede ver el gráfico para g con el disco rotando a distintas velocidades, que se variaban con el valor del voltaje de la fuente a la que estaba conectado. En rojo los puntos que se consideraron como estimadores de τ . Como se continuó con la fuente en $V = (3,1 \pm 0,1) \text{ V}$, se estimó el tiempo de coherencia en $\tau \sim 20 \text{ ms}$. Teniendo esto en cuenta, realizar mediciones entre $1 \mu\text{s}$ y $100 \mu\text{s}$ cumplía con el rango buscado.

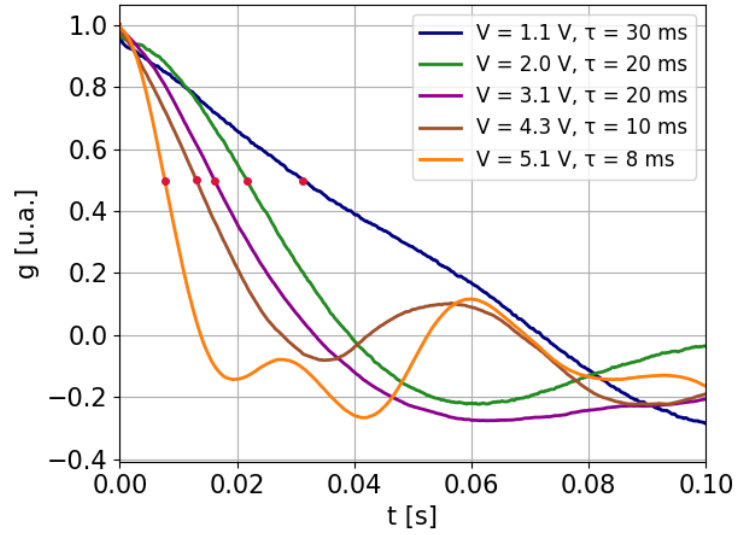


Figura 6: Gráfico de la función de correlación g en función del tiempo para distintos valores del voltaje de la fuente del disco. En rojo los puntos utilizados para estimar τ tomando el tiempo que tardaba la función en decaer a la mitad de su valor inicial.

En la figura 7 se puede apreciar para $50\mu\text{s}$ el histograma que muestra la frecuencia con la que se midieron los fotones para las 400 mediciones. En verde se ve el ajuste según la ecuación 4. El ajuste pasa por la barra de error de los centros de los bins y su $p_{valor} = 81\%$ no permite rechazar la hipótesis. Se obtuvo una media $\langle m \rangle = (0,19 \pm 0,01)$. A partir de esto se puede considerar que esta fuente pseudo-térmica tiene un comportamiento estadístico que se asemeja a una distribución de Bose-Einstein.

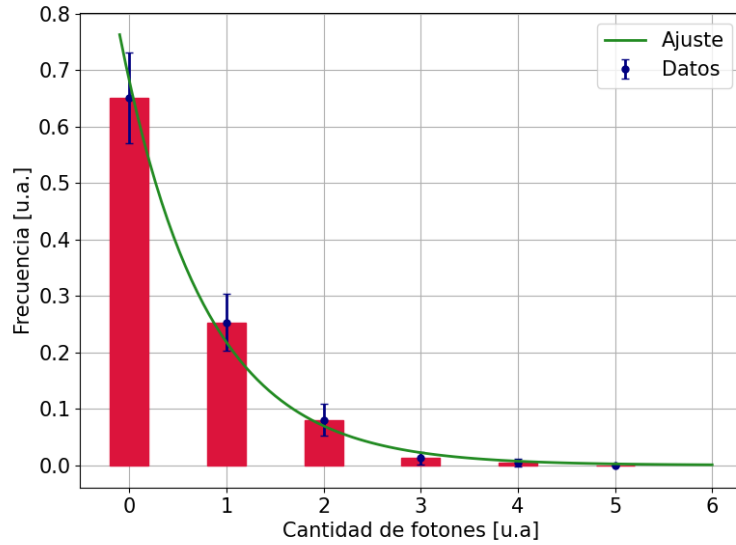


Figura 7: Se representa con un histograma la frecuencia con la que se midieron fotones. Luego en azul el centro de cada uno de los bins con su respectivo error estadístico e instrumental. En verde un ajuste según la fórmula 4, obteniendo una media de $\langle m \rangle = (0,19 \pm 0,01)$ y un $p_{valor} = 81\%$

Teniendo en cuenta esto, se procedió de la misma forma para obtener las medias de las demás ventanas de tiempo. En la figura 8 se muestra la media de fotones medidos en función de la duración de la ventana. Los datos se ajustaron según la formula 3.

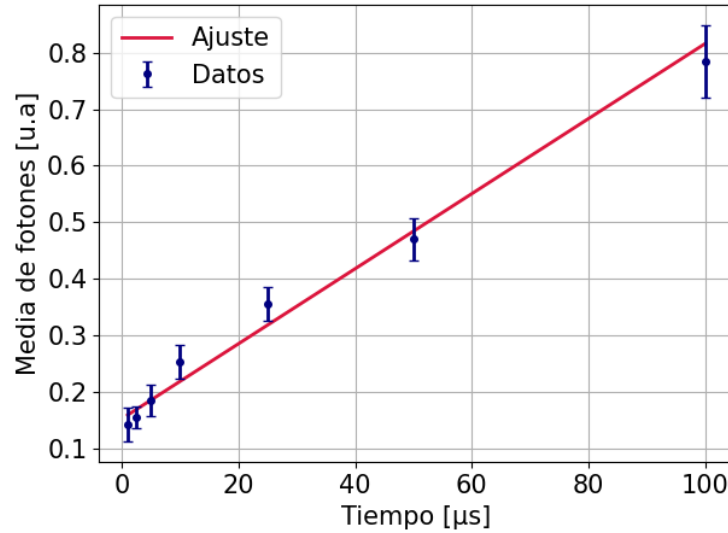


Figura 8: Se representa en el eje horizontal la duración de la ventana y en el vertical la media de fotones obtenidos. Se ajustaron los datos según la ecuación 3 y se obtuvo $(0,0066 \pm 0,0005)$ para la pendiente y $(0,15 \pm 0,01)$ para la ordenada. Se obtuvo un $p_{valor} = 72\%$

Según el $p_{valor} = 73\%$ que no rechaza la hipótesis y viendo la distribución de los datos en torno a la lineal, la fórmula 3, se observa un comportamiento lineal al variar el ancho temporal de la ventana con una intensidad del láser constante.

4. Conclusiones

Se realizó una caracterización para distintos tipos de fuentes de luz, coherentes y caóticas. Para cada una de ellas se estudió el comportamiento de la estadística. Para lograr esto se desarrollaron criterios para filtrar fotones del ruido, estableciendo un umbral a partir de las mediciones. Además, se estimó el error instrumental, para contemplar la existencia de las cuentas oscuras y como afecta esto los estadísticos.

Para el caso de la luz coherente se vio que una distribución poissoniana describe de forma acertada la probabilidad de medir un dado número de fotones en una ventana T . También se observó para tiempos de orden del μs una linealidad en el promedio de fotones medidos respecto a T .

Por otro lado, para valores de intensidad altas del láser con el detector midiendo una señal continua se analizaron los tiempos de coherencia. Se obtuvo, como se esperaba, que al variar la velocidad de giro del disco aumente el tiempo de coherencia hasta el orden de los milisegundos. Para la luz caótica se puede concluir que el comportamiento experimental es compatible con una descripción estadística de Bose-Einstein. Para las distintas ventanas se vio un comportamiento lineal de los promedios de fotones obtenidos respecto a T .

Referencias

- [1] R. Loudon. «The Quantum Theory of Light». En: Oxford University Press, 2000. Cap. 3.
- [2] *scipy.signal.find_peaks*. https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.find_peaks.html.
- [3] *statsmodels.tsa.stattools.acf*. <https://www.statsmodels.org/stable/generated/statsmodels.tsa.stattools.acf.html>.