

Buen informe! Comentario general: tienen que dar mas contexto cuando comienzan a explicar las cosas, ponerle mas onda al título y resumen. Y no se olviden de reportar los errores (en desarrollo experimental no pusieron ninguno) y citar las ecuaciones de la intro.

## Tercer Informe

Andrew McCallum  
awmcc97@gmail.com

Joaquín Sequeira  
joaquinetsequeira@gmail.com

Tadeo Rodríguez  
tadeorodriguez842@gmail.com

13 de Mayo, 2023

En este informe se buscó analizar a través del análisis armónico la respuesta de distintos sistemas físicos a un pulso cuadrado.

### 1. Introducción

Los transductores usados para generar las ondas están formados por materiales piezoelectrinos. Estos materiales tienen la propiedad de que un cambio en el campo electromagnético genera una deformación en el material. También funciona a la inversa, ante deformaciones por fuerzas internas desarrolla un potencial. En el caso en que a un piezoelectrino se le induce un potencial oscilante, el volumen del material también oscilará, generando una vibración.

De esta forma, dos transductores piezoelectrinos pueden recibir y enviar información entre sí. Los materiales piezoelectrinos, sin embargo, tienen un rango acotado de frecuencias a las que responden, que tiene que ver con el ancho de su campana de resonancia. Para las frecuencias fuera de esta campana, el piezoelectrino funcionará como un filtro. En particular para los piezoelectrinos utilizados este rango es  $R = (40,5 \pm 4,0)$  Hz.

Las ondas estacionarias de presión confinadas, como es el caso del tubo de Kundt, se amplifican cuando son excitadas con una frecuencia correspondiente a la de alguno de sus modos normales. Estos son infinitos y sus frecuencias están equiespaciadas. Esto es un ejemplo de un sistema con múltiples frecuencias de resonancia.

En este experimento las ondas analizadas representan desplazamientos desde el equilibrio en función del tiempo. En general, todo análisis se realiza sobre el tratamiento de estas dos variables. Las frecuencias, sin embargo, resultan muy útiles en lo que respecta al análisis de Fourier. Las series de Fourier describen funciones periódicas y continuas como una combinación de funciones armónicas [1],

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{2n\pi}{T}t\right) + b_n \sin\left(\frac{2n\pi}{T}t\right), \quad (1)$$

dónde  $f(t)$  es una función de período  $T$  y las constantes  $a_n$  y  $b_n$  dan información sobre el peso de cada función armónica en la conformación de  $f(t)$ .

En particular, para una onda cuadrada, el desarrollo en serie de Fourier es

$$f(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2\pi(2n-1)f_o \cdot t)}{2n-1} = \frac{4}{\pi} [\sin(w_o \cdot t) + \frac{1}{3}\sin(3 \cdot w_o \cdot t) + \frac{1}{5}\sin(5 \cdot w_o \cdot t) + \dots], \quad (2)$$

donde  $w_0$  es la frecuencia fundamental de la función cuadrada.

Otra herramienta del análisis armónico es la transformada de Fourier, que es la operación definida como [1]

$$\mathcal{F}(f)(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i2\pi\omega x} dx, \quad (3)$$

donde  $f(x)$  es la función que se está transformando y  $\omega$  es la variable independiente correspondiente al espectro de frecuencias. Esta transformación pasa a la función del espacio correspondiente a  $x$  a aquel correspondiente a las frecuencias que conforman la señal.

### 2. Desarrollo experimental

Para este trabajo se utilizaron dos distintos sistemas experimentales.

El primero (Figura 1) consistió en conectar un generador de funciones a un parlante que se encontraba pegado al extremo de un tubo, cerrado por un pistón móvil en el otro extremo, a una distancia  $L = 80$  cm. Dentro del tubo se encontraba un micrófono que podía ser movido a lo largo del mismo mediante un palillo. El cable del micrófono salía por el lado del parlante, pasaba su señal por un amplificador y luego al osciloscopio.

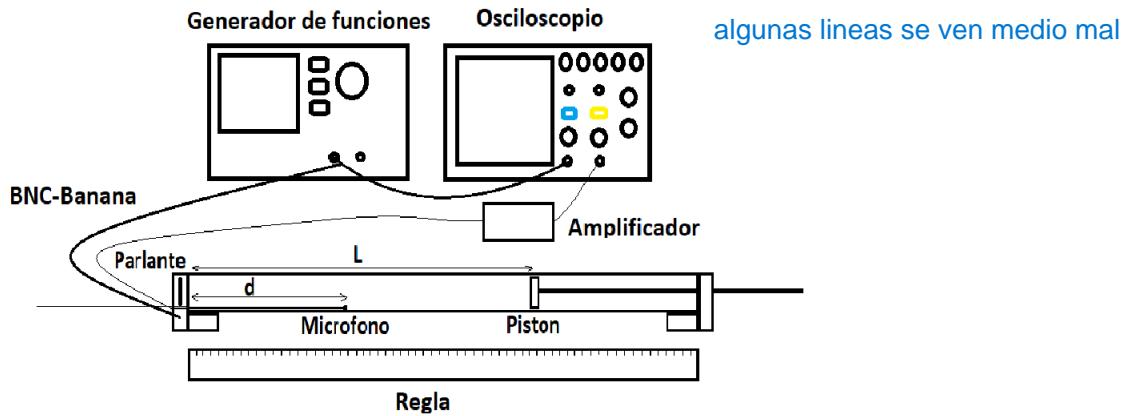


Figura 1: Sistema experimental. Se puede observar un tubo con ambos extremos cerrados. En el extremo izquierdo un parlante y a una distancia  $d$  un micrófono sobre un palillo móvil. En el extremo derecho un pistón móvil y removible que podía hacer variar  $L$ . El generador de funciones conectado al parlante y al osciloscopio con la misma señal a través de una T, y el micrófono conectado a un amplificador y luego al osciloscopio.

Se envió, desde el parlante, un pulso cuadrado de frecuencia de 10 Hz y  $V_{pp} = 2\text{V}$ . Se colocó el micrófono a una distancia fija del parlante (40 cm), que recibió las señales de sonido, correspondientes a la onda emitida y a los rebotes de la misma en los extremos del tubo. **les falta contar que hacen con estos datos**

El segundo sistema experimental consistió en usar dos piezoelectrinos apuntados entre sí, sobre un riel. El primero (emisor) se encontraba conectado a un generador de funciones que le mandaba una señal sinusoidal de voltaje, haciendo que emitiese ondas de ultrasonido. El otro (receptor), respondía a estas ondas generando su propia diferencia de potencial, la cual fue captado por el osciloscopio (Figura 2).

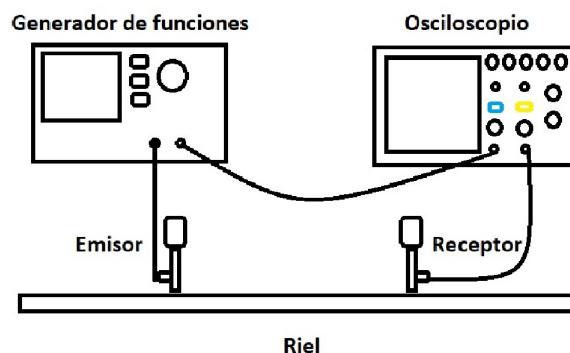


Figura 2: Esquema general de los experimentos. Se observan los piezoelectrinos en la parte inferior de la imagen, montados sobre un riel. El emisor conectado al Generador de funciones y el receptor conectado al osciloscopio. A su vez el **g** Generador de funciones esta conectado al osciloscopio.

Con el objetivo de encontrar la frecuencia natural del piezoelectrico, se realizó un barrido de frecuencias entre 38 kHz y 46 kHz, cuyo resultado fue la campana de resonancia del piezoelectrico.

Luego se le envió una señal cuadrada de distintas frecuencias y se midió la amplitud, con el objetivo de reconstruir la señal. Para esto se buscó encontrar la amplitud de los armónicos que conformaban el pulso cuadrado. Para poder observar esto, se partió de que el piezoelectrico funciona como un filtro de frecuencias, y que por esto, de los armónicos del pulso, solo detectaría aquellos cuya frecuencia se encontrara en el rango del piezoelectrico. Para calcular la amplitud de cada armónico entonces se utilizó un pulso con frecuencia  $\frac{f_r}{2n+1}$  donde  $f_r$  es la frecuencia de resonancia ( $f_r = (40,5 \pm 4,0)$  kHz).

**difícil de leer**

**falta mencionar la transformada**

### 3. Resultados

falta contexto. Además esto fue lo último que contaron en desarrollo, hubiese esperado que empiecen con tubo

Los coeficientes de respuesta para cada armónico medidos experimentalmente se pueden observar en la figura 3, donde se comparan con los esperados. Estos últimos se obtuvieron dividiendo la amplitud del primer coeficiente experimental por el número de armónico. También se pueden apreciar las diferencias en la figura 4 (a), donde se muestran las reconstrucciones del pulso a partir de los coeficientes experimentales y esperados.

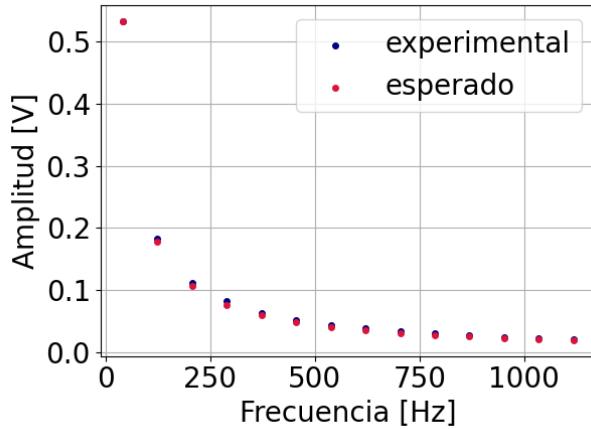


Figura 3: Respuesta del piezoelectrónico a la frecuencia de cada armónico, experimental y esperada. La esperada es la respuesta al primer armónico dividido por el número del armónico.

En la figura 4 (b) se puede ver como se compara la reconstrucción, realizada a partir de 14 armónicos, con el pulso. Si se hubiesen podido medir más armónicos, la correlación sería aún mayor. De todas formas, se puede apreciar como una sumatoria limitada por las resoluciones de los instrumentos utilizados ya se acerca a los valores de amplitud del pulso.

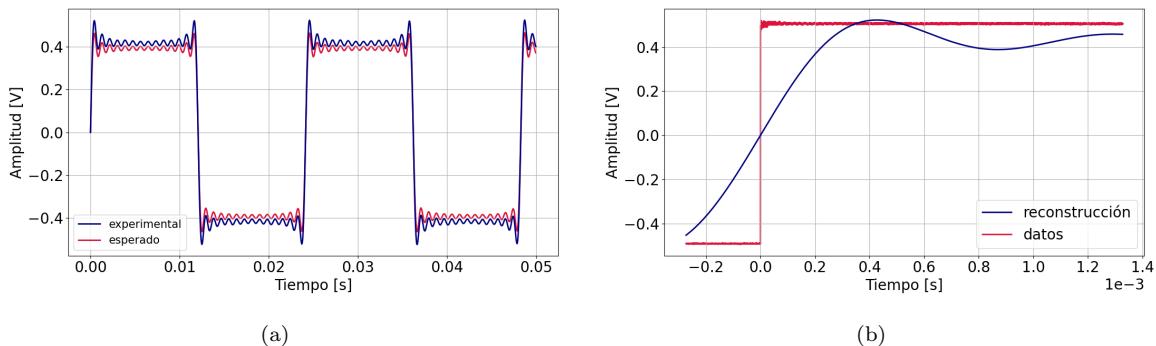


Figura 4: (a) Reconstrucción de la señal enviada, a partir de los coeficientes esperados y los medidos experimentalmente. (b) Comparación de la señal del pulso con la reconstrucción basada en los coeficientes experimentales.

falta contexto

En la figura 5 (a) se muestran el pulso enviado y la respuesta del piezoelectrónico. En las figuras 5 (b) y 5 (c) se ve la transformada de Fourier de la señal recibida a distintas escalas. Esta fue interpolada, dando como resultado (figura 5 (d)) una función muy similar a la campana medida experimentalmente (figura 6). Todo esto remarca la calidad de la transformada de Fourier como herramienta para el estudio de la respuesta a distintas frecuencias de oscilación de un sistema dado.

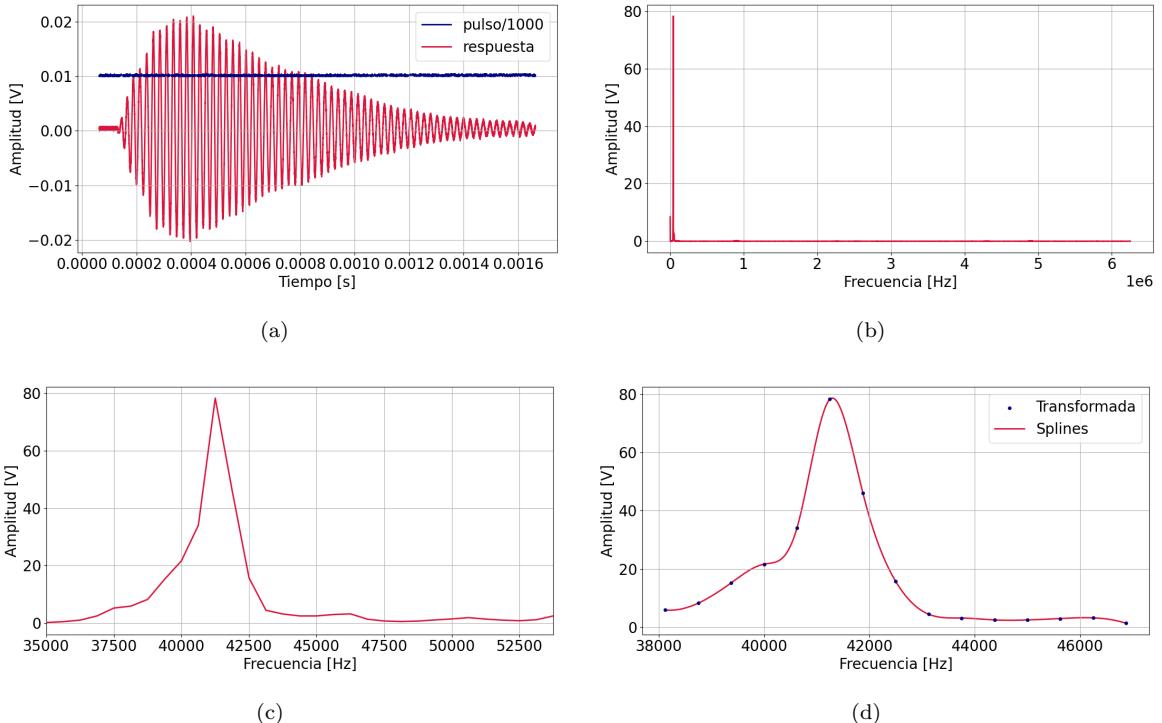


Figura 5: (a) Señales medidas por el osciloscopio conectado al generador de funciones y al piezoeléctrico. (b) Transformada de Fourier de la respuesta del piezoeléctrico. (c) Sección de la transformada de Fourier de la respuesta del piezoeléctrico correspondiente a las frecuencias cercanas a la resonancia. (d) Interpolación de la transformada de Fourier de la respuesta del piezoeléctrico.

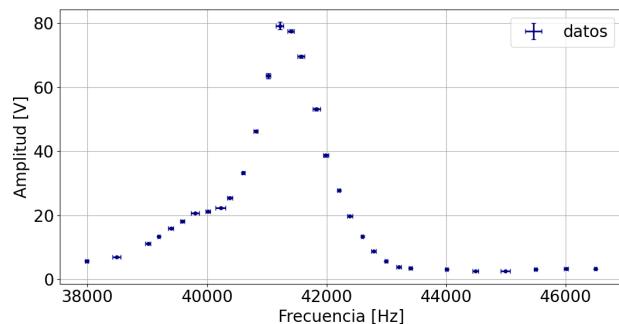


Figura 6: Campana de resonancia del piezoeléctrico.

falta contexto

En la figura 7 (a) se muestran el pulso enviado y la respuesta del tubo de Kundt. En las figuras 7 (b) y 7 (c) se ve la transformada de Fourier de la señal recibida a distintas escalas. Esta fue interpolada, lo cual se puede observar en la figura 7 (d). A diferencia del caso de los piezoeléctricos, se puede ver que no hay una campana fuertemente localizada, sino que se observan varios picos alrededor del principal. Esto además en un espectro más ancho, mostrando que muchas frecuencias aportan a la respuesta.

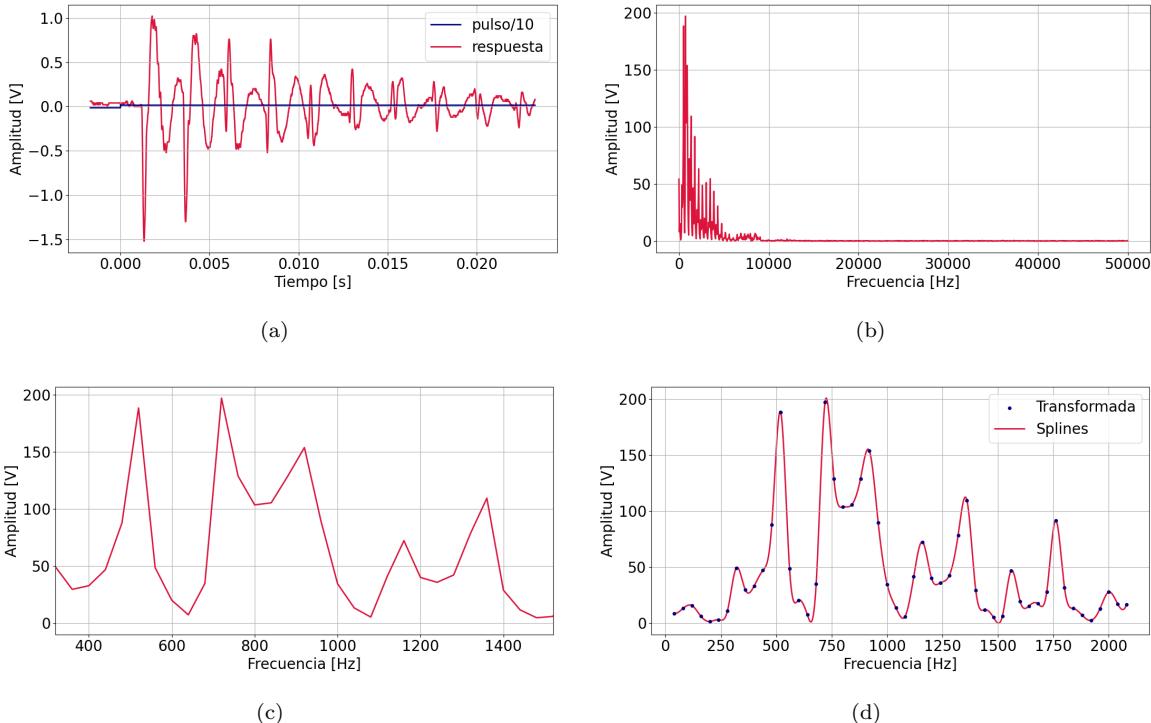


Figura 7: (a) Señales medidas por el osciloscopio conectado al generador de funciones y al micrófono en el tubo de Kundt. (b) Transformada de Fourier de la respuesta del tubo de Kundt. (c) Sección de la transformada de Fourier de la respuesta del tubo de Kundt correspondiente a las frecuencias cercanas a la resonancia. (d) Interpolación de la transformada de Fourier de la respuesta del tubo de Kundt

## 4. Conclusión

*falta contexto de qué experimento hablan*

En conclusión, midiendo 14 distintas respuestas del receptor para pulsos cuadrados con la frecuencia de los primeros 14 armónicos se pudo reconstruir el pulso cuadrado enviado al piezoelectrónico con una buena correlación al medido experimentalmente.

Con respecto al pulso cuadrado de baja frecuencia, se logró transformar la respuesta e interpolar este resultado para obtener un gráfico muy similar a la campana de resonancia hecha con un barrido fino.

Para el caso del pulso cuadrado en el tubo de Kundt no se pudo comparar con una campana, ya que este no tiene una única frecuencia de resonancia, sino infinitas, correspondientes a los modos normales. Esto se puede observar en el gráfico de la interpolación de la transformada, con los picos en las frecuencias cercanas a los modos normales.

## Referencias

- [1] Gerald B. Folland. *Fourier Analysis and Its Applications*. 2009.