第一冊習題詳解本

1 直線方程式
1.1
1.1.1 直角坐標與斜率
1.【北一】
設 $A(1,3)$ 、 $B(-1,2)$ 、 $C(5,8)$,若 $ABCD$ 為平行四邊形,則 \mathbf{D} 點的座標為。
Solution:
(7,9)
設 $A(2,-3)$ 、 $(1,-4)$,求直線 AB 的斜率為。
Solution:
1
3.【中和】
直線 L 斜率為 $-rac{5}{12}$ 且過 $A(5,-8)$ 、 $B(k,2)$,則 \mathbf{k} =。
Solution:
-19

4.【大直】

用對於直線的斜率與截距,選出正確的選項。

- (A) 斜率越大,直線的傾斜程度越大
- (B) 斜率為正的直線必通過第一象限

(C) 直線的斜率有可能不存在

- (D) 截距必為正數或 ()
- (E) 已知直線 L 的 x 和 y 截距都存在,若 x 截距為 0,則 y 截距亦為 0

Solution:

(C)(E)

5.【竹北】

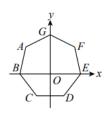
直線 L:y=mx+2 上有雨點 $A\left(1,a\right)$ 、 $B\left(2,b\right)$, $a,b\in\mathbb{R}$ 。若 $\overline{AB}=5\sqrt{2}$,試求 m=

Solution:

 ± 7

6.【成淵】

已知 ABCDEFG 為正七邊形,B,E 在 x 軸上,G 在 y 軸上,如圖,請問哪一條線段在直角坐標上的斜率之值最小?



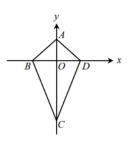
- (A) \overline{EF}
- (B) \overline{AG}
- (C) \overline{AB}
- (D) \overline{BC}
- (E) \overline{DE}

Solution:

(A)

7.【94 學測】

如下圖所示,座標平面上一鳶形 ABCD,其中 A,C 在 y 軸上, B,D 在 x 軸上,且 $\overline{AB} = \overline{AD} = 2$, $\overline{BC} = \overline{CD} = 4$, $\overline{AC} = 5$ 。 令 $m_{\overline{AB}}$, $m_{\overline{BC}}$, $m_{\overline{CD}}$, $m_{\overline{DA}}$ 分別表直線 AB,BC,CD,DA 之斜率。試問以下那些敘述成立?



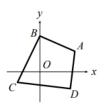
- (A) 此四數值中以 $m_{\overline{AB}}$ 為最大 (B) 此四數值中以 $m_{\overline{BC}}$ 為最小 (C) $m_{\overline{BC}}=-m_{\overline{CD}}$
- (D) $m_{\overline{AB}} \times m_{\overline{BC}} = -1$
- (E) $m_{\overline{CD}} + m_{\overline{DA}} > 0$

Solution:

(B)(C)(E)

8. 【中山】

如圖,四邊形 ABCD 在桌標平面上, $\angle ADC=90^\circ$,令 m_{AB} , m_{BC} , m_{CD} , m_{DA} 分別表直線 AB,BC,CD,DA 之斜率,請 問以下哪些敘述成立 (x,y 軸單位長為相等)



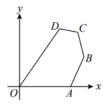
- (A) 此四數值中以 m_{BC} 為最大 (B) 此四數值中以 m_{AB} 為最小 (C) $m_{CD}=-m_{DA}=-1$
- (D) $m_{CD} \times m_{BC} > -1$
- (E) $m_{DA} + m_{CD} > 0$

Solution:

(B)(C)(D)(E)

9.【南一中】

觀察圖中線段的斜率,試問下列選項何者為真?



	(A) \overline{OA} 的斜率最小	(B) \overline{AB} 1	的斜率最大	
	(\mathbf{D}) \overline{CD} 的斜率介於 0 , 1 之間	(E) \overline{OD}	的斜率介在	1,2之
		間。		
	Solution:			
	(B)(C)(E)			
).	【道明】			

10.

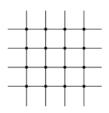
右圖之12個點(左右、上下間格相同),則由這些點連成之直線 共有 種方向。

α	· •	
	11111	nn.
. 7111	luti	

12

11.【花蓮】

途中是座標平面上的十六個點(左、右、上、下間格均相等), 這些點中任意兩點連成直線不考慮無斜率的情形,則斜率最小者 為下列哪一個數值?



- (A) 4
- (B) -3
- (C) -2
- (D) -1
- (E) 以上皆非

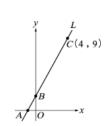
(C) \overline{BC} 的斜率最小

Solution:

(B)

12.【鳳山】

如圖所示,直線 L 分別與 x 軸、y 軸交於 $A \cdot B$, 已知 C(4,9)在 L 上,且 $4\overline{AB} = \overline{BC}$,試問直線 L 之斜率為下列何值?



(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{2}{3}$

(C) 1

(D) $\frac{3}{2}$

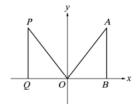
(E) $\frac{9}{5}$

Solution:

(E)

13.【附中】

如圖, $\triangle OAB$ 與 $\triangle OPQ$ 對應全等,若過 O ,A 兩點的直線斜率 為 k ,試問過 O 、P 兩點的直線斜率為何?



(A) $\frac{1}{k}$

(B) k

(C) $-\frac{1}{k}$

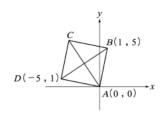
(D) -k

Solution:

(D)

14.【嘉女】

座標平面上有一個正方形,其中有一邊所在的直線斜率為5,而此正方形兩對角線所在的直線斜率分別為 m_1 , m_2 ,且 $m_1 < m_2$,則 $m_1 = _____$ 。



Solution:

 $-\frac{3}{2}$

15.【明倫】

設 y=f(x) 為一線性函數通過兩點 $A\left(-1,-1\right)$ 、 $B\left(2,5\right)$,則 $\frac{f(4321)-f(1234)}{4321-1234}=$

2

16.【松山】

已知一次函數 f(x) 通過兩點 (-2,15) 與 (4,6),則 f(2016) - f(2014) =

Solution:

-3

17.【內湖】

已知一次函數 f(x) = ax + b,每當 x 增加 2 單位時,其對應的函數值減少 6 單位,又已知 f(1) = 5,則下列哪些選項正確?

- (A) y = f(x) 之圖形斜率為 3
- (B) y = f(x) 之圖形的 y 截距為 (0,8)
- (C) y = f(x) 之圖形不通過第三象限
- (D) y = f(x) 之圖形對於 x 軸的對稱圖形之方程式為 -y = ax + b
- (E) y = f(x) 之圖形可由函數 y = g(x) = ax 的圖形向上平移 8 單位而得

Solution:

(B)(C)(D)(E)

18. 【明倫】

若 A(3,-2)、B(1,4)、C(k,1) 三點共線,則 k=______

2

19.【板中】

已知直線 y=ax+b 的圖形上 $A\left(2,-2\right)$ 、 $B\left(k+2,0\right)$ 、 $C\left(k-8,-5\right)$ 三點,則序組 $\left(a,b,k\right)=$

Solution:

$$\left(\frac{1}{2}, -3, 4\right)$$

20. 【丹鳳】

今日環保局由報案專線接獲三位民眾投訴住家附近有工廠在偷排放濃硝酸,造成嚴重空汙。環保局便立即指派欽欽、秀秀、惠惠三位稽查員前往稽查,若經查獲屬實者,環保局將依空氣汙染防治法重罰 100 萬元罰鍰。已知欽欽從環保局出發,向北行駛 8 公里,再向西行駛 3 公里抵達第一位民眾投訴地點;秀秀從環保局出發,向南行駛 k 公里,再向東行駛 10 公里抵達第二位民眾投訴地點;惠幾從環保局出發,向東行駛 4 公里,再向北行駛 k 公里抵達第三位民眾投訴地點。若三個投訴地點位於同一直線上,則正數 k 之值為_____。

Solution:

 $\frac{12}{5}$

21.【成淵】

座標平面上有四點 A(-3,1)、B(3,2)、C(k,5)、D(-1,4),若直線 AB 垂直直線 CD,則 k=

 $-\frac{7}{6}$

22.【明倫】

已知 A(3,-2)、B(-1,0)、C(2,k) 為 $\triangle ABC$ 的三頂點且 $\angle A=90^{\circ}$,求 k=

Solution:

-4

23.【竹北】

已知三點 $A(1,2(\cdot B(3,6)\cdot C(4,k),k\in\mathbb{R}\circ \mathcal{A}BC$ 為直角三角形,求 k 之值為______

Solution:

 $\frac{1}{2} \vee \frac{11}{2} \vee 3 \vee 5$

24.【大直】

平面上有 $A\left(0,0\right)$ 、 $B\left(10,0\right)$ 、 $C\left(k,4\right)$ 共三點,且 $\triangle ABC$ 為直角三角形,選出 k 的解個數。

- (A) 1
- **(B)** 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 無限多解

Solution:

(D)

25.【西松】

座標平面上,已知過點 P(5,4) 做互相垂直的兩直線與 x 軸焦於兩點 A,B,若 $\overline{AB}=10$,且 A,B 的中點座標為 (t,0),則 t=

Solution:				
2 或 8				
26.【中女中】				
設 a,b 為實數,	若點 (3,2) 對直線	2x+3y+a=0 in 3	垂足為 $(b,-1)$,則數	a對 $(a,b) =$
Solution:				
(1,1(
$27.【建中】 平面上有一個象 m_3,請選出正紹$		已知其三邊長的斜	率分別為 $m_1 \cdot m_2 \cdot$	m_3 ,且 $m_1>m_2>$
(A) $m_1 > 0$	(B) $m_2 \le 0$	(C) $m_3 < 0$	$(D) m_1 = -m_3$	(E) $m_1 m_3 = -1$
Solution:				
(A)(C)				
1.1.2 直線方程式				
28.【明倫】				
設直線 L 的斜 3	率為 3 ,且在 x 軸的	的截距為2,求直線	L 的方程式為 $__$	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Solution:				

29.【中女中】

y = 3x - 6

設直線 L 通過兩點 (3,2)、(4,-1),則 L 的方程式為_____。

$$3x + y - 11 = 0$$

30.【三民】

設直線 L 通過點 (4,1) 且 y 截距為 5,求 L 的直線方程式為_____。

Solution:

$$x + y = 5$$

31.【屏中】

A(-2,3)、B(1,9),求過點 (1,2) 且平行 \overline{AB} 的直線方程式為

Solution:

$$2x - y = 0$$

32.【豐原】

過 x + 2y = 3 與 2x - y = 1 之交點且與 3x - y + 6 = 0 平行之線性方程式為

Solution:

$$3x - y - 2 = 0$$

33.【屏中】

一直線 L_1 過 (1,3(、(2,-1(兩點,另一直線 L_2 過 (3,-2) 且與 L_1 垂直,則直線 L_2 的方程式為_____

$$y + 2 = \frac{1}{4}\left(x - 3\right)$$

34.【延平】

設直線 L 過 17x+11y+5=0 與 13x+23y+9=0 的交點,且 L 與直線 x-3y+2=0 垂直,則 L 的方程式為_____

Solution:

$$x + y = -\frac{17}{31}$$

35.【華江】

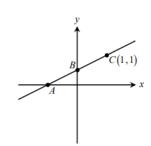
 $\triangle ABC$ 中,已知 A(2,0(,且 D(3,4) 、E(6,5) 分別為 \overline{AB} 與 \overline{BC} 之中點,若直線 AC 的方程式為 ax-by-2=0 其中 a,b 均為整數,則數對 (a,b)=_____。

Solution:

(1,3)

36.【三民】

如圖,O 為座標原點,直線 L 與 x 軸、y 軸分別交於 A 與 B 兩點,已知 $\overline{OA}=2\overline{OB}$ 且直線 L 過點 C(1,1),則 L 的方程式 為_____



Solution:

$$x - 2y + 1 = 0$$

37.【成淵】

請選出斜率最小的直線:

(A)
$$2x + y + 1 = 0$$

(B)
$$3x - 4y + 5 = 0$$

(C)
$$y - 3 = 8(x + 1)$$

(D)
$$y = 5x - 7$$

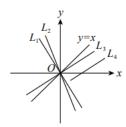
(E)
$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$$

Solution:

(A)

38.【98 學測】

坐標平面上四條直線 $L_1 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot L_4$ 與 x 軸、y 軸及直線 y = x的相關位置如圖所示,其中 L_1 與 L_3 垂直,而 L_3 與 L_4 平行。設 $L_1 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot L_4$ 的方程式分別為 $y = m_1 x \cdot y = m_2 x \cdot y = m_3 x$ 以及 $y = m_4 x + c$ 。試問下列哪些選項是正確的?

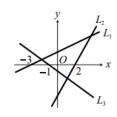


Solution:

(B)(C)(D)

39.【松山】

如圖,三直線的方程式依次為 $L_1: y = a_1x + b_1$, $L_2: y =$ $a_2x + b_2$, $L_3: y = a_3x + b_3$, 下列選項何者正確?



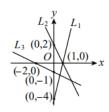
- (A) $a_1 > a_2$
- (B) $b_2 > b_3$ (C) $a_1b_2 > a_2b_2$ (D) $2a_3 > b_3$
- (E) $a_2 + b_2 < 0$ •

Solution:

(C)(E)

40.【中山】

如圖 $L_1: y = ax + b$ $L_2: y = cx + d$ $L_3: y = ex + f$, 下列 各數哪一個最小?



- (A) a
- (B) b
- (C) c
- (D) d
- (E) e

Solution:

(B)

41.【雄中】

如圖 ,,三直線 $L_1:y=m_1x+b_1$, $L_2:y=m_2x+b_2$, $L_3:y=$ $m_3x + b_3$,下列有關 $m_1 \cdot m_2 \cdot m_3 \cdot b_1 \cdot b_2 \cdot b_3$ 之選項,何者正



確?

(A)
$$m_3 < m_1 < m_2$$

(B)
$$m_1 < m_2 < m_3$$
 (C) $b_2 > b_3 > b_1$

(C)
$$b_2 > b_3 > b_1$$

(D)
$$b_3 > b_2 > b_1$$

(E)
$$b_1 > b_2 > b_3$$

Solution:

(A)(D)

42.【景美】

- (1) 不論 m 為任何實數,直線 L: y = mx m + 3 恆過定點 P,求 P 座標為_____
- (2) 承 (1) ,已知 A(-1,-3) 、B(4,2) ,若 L 與 \overline{AB} 相交 ,求 m 的範圍為

Solution:

$$(1)(1,3)(2)m \le -\frac{1}{3} \lor m \ge 3$$

43.【中女中】

已知直線 L:mx-y+3-m=0 與兩點 A(-2,-3)、B(3,2),若 L 與 \overline{AB} 不相交,試求實數 m 的範圍為_____。

Solution:

 $-\frac{1}{2} < m < 2$

44.【竹北】

設 A(1,5)、B(4,1)、C(2,-1),直線 L:mx-2m-y+6=0,若直線 L 與 $\triangle ABC$ 有交點,求 m 的最大可能範圍為

Solution:

 $m \le -\frac{5}{2} \vee m \ge 1$

45.【屏女】

 $\triangle ABC$ 三邊所在的直線為 2x+y-3=0、y=0、x-y=0,若直線 y=mx+3 與 $\triangle ABC$ 相交,則 m 可能為下列何數?

- $(A) \frac{1}{3}$
- (B) -5
- (C) -2
- (D) $\frac{5}{2}$
- (E) 1

Solution:

(B)(C)

46.【中崙】

令 A(1,0)、B(1,1)、(-1,1)、D(-1,0),若直線 y=mx+3 恆與長方形 ABCD 有交點,則 m 的值可能為?

- (A) 0
- **(B)** 1
- (C) 2
- (D) -3
- (E) -4

(C)(D)(E)

47.【華江】

座標平面中,設 A(-5,0) 與 B(-2,3),若直線 L:3x-4y+k=0 與 \overline{AB} 相交,則實數 k 的 範圍是_____。

Solution:

 $15 \le k \le 18$

48.【三民】

Solution:

x - y = 3

49.【成功】

某直線通過點 (7,4),且將平行四邊形 ABCD 之面積平分,若 A(1,1)、B(3,4)、C(9,5)、 D(7,2) 為平行四邊形 ABCD 的四個頂點,求直線方程式為

Solution:

x - 2y + 1 = 0

50.【建中】

已知點 A(9,-2) , 點 B(-1,8) ,直線 L:x-2y+7=0 ,若 Q 為 L 上使 $\angle AQB$ 為直角的 點,求 Q 點座標為 。

 $(-3,2) \vee (9,8)$

51.【板中】

已知 A(4,6)、B(8,2)、C(5,-7), \overline{AB} 邊上的高所在的直線方程式為____。

Solution:

$$x - y - 12 = 0$$

52.【北一】

A(1,2)、B(5,-2) 為座標平面上的兩點,則 \overline{AB} 之中垂線方程式為。

Solution:

$$x - y = 3$$

53.【前鎮】

已知平面上 A(1,3)、B(-2,2) 雨點,若 P 點在 x 軸上,且 $\overline{PA}=\overline{PB}$,則 P 點座標為

Solution:

 $\left(\frac{1}{3},0\right)$

54. 【松山】

鳶形 ABCD (其中 $\overline{AB}=\overline{AD}$ 、 $\overline{CB}=\overline{CD}$),已知 A(2,-1)、B(2,1)、C(-2,3),求 D 點 座標為_____

α	
	lution:
OU.	uuvu.

(0,-1)

55.【景美】

已知平行四邊形的兩邊所在直線方程式為 2x+y=18 及 x-y=-6,且一頂點為 (3,-6),求此平行四邊形在第二象限上的頂點座標為______,

Solution:

(-2,4)

56.【新店】

一平行四邊形兩邊分別在直線 2x-y+2=0 及 x+3y-6=0 上,其中一頂點為 (2,-1),則此平行四邊形之周長為____。

Solution:

 $2\sqrt{5} + 2\sqrt{10}$

57.【中女中】

一直線 L 通過點 (-3,2),若 L 的 x 截距與 y 截距恰為相反數且皆為非 0 實數,則直線 L 的 方程式為

Solution:

x - y + 5 = 0

58.【基中】

若有一直線在坐標軸上之x 截距與y 截距相等且通點(-4,2),則直線方程式為____。

$$x + 2y = 0 \lor x + y + 2 = 0$$

59.【高師】

設直線 L 通過點 (-2,3) 且與 x 軸、y 軸截距的絕對值相等,則 L 之方程式為

Solution:

$$3x + 2y = 0 \lor x + y = 1 \lor x - y = -5$$

60.【附中】

求截距和為3與2x-y+4=0垂直的直線方程式為。

Solution:

$$x + 2y = 2$$

61.【雄女】

設一直線 L 與 4x+5y+7=0 垂直,且 L 的兩截距和為 4,若 L 的方程式為 x+by+c=0,則數對 (b,c)=

Solution:

 $\left(-\frac{4}{5}, 16\right)$

62.【延平】

若直線 L 通過點 (9,8) ,且直線 L 與兩座標軸所圍成的區域面積為 3 ,則直線 L 的直線方程式為____。

$$32x - 27y - 72 = 0 \lor 2x - 3y + 6 = 0$$

63. 【松山】

一直線在第三象限內與兩軸所圍成之三角形面積為6,已知此直線的斜率為 $-\frac{1}{3}$,求此直線方程式為____。

Solution:

$$x + 3y + 6 = 0$$

64.【北一】

設直線L的斜率是 $\frac{3}{2}$,且與兩座標軸所圍成的三角形面積為12,求L的方程式為 $_{--------}$ 。

Solution:

$$3x - 2y = 12 \lor 3x - 2y = -12$$

65.【中女中】

設直線 L 過 (3,-5) 且與兩座標軸於第四象限所形成的三角面積為最小時,試求:

- (1) 直線 L 的方程式為 。 (請化為 ax + by + c = 0 的形式)
- (2) 此最小的三角形面積為_____

Solution:

$$(1)5x - 3y = 30(2)30$$

66.【建中】

平面上有一定點 P(1,1),一直線 L 過 P 點且與 x 軸、y 軸分別交流於 A、B 雨點(L 不經過原點),原點為 O,則此三點所形成的三角形 OAB,

- (2) 若三角形 OAB 的面積為 4,則滿足此種條件之直線 L 的方程式為_____

Solution:

(1)2;
$$x + y - 2 = 0(2)(2 + \sqrt{2})x + (2 - \sqrt{2})y - 4 = 0$$
 或 $(2 - \sqrt{2})x + (2 + \sqrt{2})y - 4 = 0$ 或 $(-2 + \sqrt{6})x + (-2 - \sqrt{6})y + 4 = 0$ 或 $(-2 - \sqrt{6})x + (-2 + \sqrt{6})y + 4 = 0$

1.1.3 三角形的心

67.【華江】

 $\triangle ABC$ 之三頂點 $A(4,4) \cdot (0,-4) \cdot C(6,2)$, 則下列何者正確?

- (A) \overline{AB} 的垂直平分線方程式 (B) \overline{AC} 的垂直平分線方程式 (C) $\triangle ABC$ 的外心座標為 (2,0) 為 x+2y-2=0 為 x-y-2=0
- (D) $\triangle ABC$ 為直角三角形 (E) $\triangle ABC$ 的面積為 12

Solution:

(A)(B)(C)(D)(E)

68.【陽明】

已知有 $A \cdot B \cdot C$ 三所學校,在某份都市計畫圖中,顯示其座標分為 $A(0,2) \cdot B(1,1) \cdot C(2,-2)$ 。若都市計畫委員想蓋一座圖書館,使他與 $A \cdot B \cdot C$ 三所學校的距離都相等,試問該圖書館在此地圖中的座標為

(-3, -2)

69.【延平】

設 A(-1,5), B(7,1), C(5,-3),

(1) 求 $\triangle ABC$ 的外心座標為_____。(外心為三中垂線的交點)(2) 求 $\triangle ABC$ 的垂心座標為____。(垂心為三高的交點)

Solution:

(1)(2,1)(2)(7,1)

70.【雄中】

A(1,-1),B(-4,1),C(4,3),求 $\triangle ABC$ 之外心 O 為_____, 垂心 H 為_____, 重心 G 為_____, 並檢驗三點是否共線?_____。

Solution:

 $\left(-\frac{7}{26},\frac{40}{13}\right)$, $\left(\frac{20}{13},-\frac{41}{13}\right)$, $\left(\frac{1}{3},1\right)$,是

71.【雄中】

平面座標系上,點 A(2,-1)、B(6,-3)。若 $\triangle ABC$ 的重心座標為 $\left(\frac{7}{3},\frac{-14}{3}\right)$,試求 $\triangle ABC$ 的 垂心座標為_____。

Solution:

(3, -2)

72. 【北一】

在 $\triangle ABC$ 中,B(2,3),C(8,2),垂心 $H\left(\frac{34}{7},\frac{36}{7}\right)$,則頂點 A 的座標為_____。

(5,6)

73.【三民】

設 A(-1,-5)、B(7,1)、C(5,-3)。外心 O 為三中垂線的交點,垂心 H 為三高的交點,求 OH 的直線方程式為_____。

Solution:

y - 1 = 0

74.【中正】

已知 A(3,2)、B(9,2)、C(4,5),設 $\triangle ABC$ 的重心為 G,外心為 O,G 和 O 兩點的連線稱為尤拉線,求尤拉線的直線方程式為。

Solution:

3x + 6y = 34