

第一冊習題詳解本

1 直線方程式

1.1

1.1.1 直線方程式

1. 設直線 L 的斜率為 3，且在 x 軸的截距為 2，求直線 L 的方程式為_____。

【明倫】

Solution:

$$y = 3x - 6$$

2. 設直線 L 通過兩點 $(3, 2)$ 、 $(4, -1)$ ，則 L 的方程式為_____。

【中女中】

Solution:

$$3x + y - 11 = 0$$

3. 設直線 L 通過點 $(4, 1)$ 且 y 截距為 5 ，求 L 的直線方程式為_____。

【三民】

Solution:

$$x + y = 5$$

4. $A(-2, 3)$ 、 $B(1, 9)$ ，求過點 $(1, 2)$ 且平行 \overline{AB} 的直線方程式為_____。

【屏中】

Solution:

$$2x - y = 0$$

5. 過 $x + 2y = 3$ 與 $2x - y = 1$ 之交點且與 $3x - y + 6 = 0$ 平行之線性方程式為_____。

【豐原】

Solution:

$$3x - y - 2 = 0$$

6. 一直線 L_1 過 $(1, 3)$ 、 $(2, -1)$ 兩點，另一直線 L_2 過 $(3, -2)$ 且與 L_1 垂直，則直線 L_2 的方程式為_____

【屏中】

Solution:

$$y + 2 = \frac{1}{4}(x - 3)$$

7. 設直線 L 過 $17x + 11y + 5 = 0$ 與 $13x + 23y + 9 = 0$ 的交點，且 L 與直線 $x - 3y + 2 = 0$ 垂直，則 L 的方程式為_____

【延平】

Solution:

$$x + y = -\frac{17}{31}$$

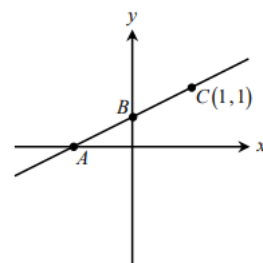
8. $\triangle ABC$ 中，已知 $A(2, 0)$ ，且 $D(3, 4)$ 、 $E(6, 5)$ 分別為 \overline{AB} 與 \overline{BC} 之中點，若直線 AC 的方程式為 $ax - by - 2 = 0$ 其中 a, b 均為整數，則數對 $(a, b) =$ _____。

【華江】

Solution:

$$(1, 3)$$

9. 如圖， O 為座標原點，直線 L 與 x 軸、 y 軸分別交於 A 與 B 兩點，已知 $\overline{OA} = 2\overline{OB}$ 且直線 L 過點 $C(1,1)$ ，則 L 的方程式為_____



【三民】

Solution:

$$x - 2y + 1 = 0$$

10. 請選出斜率最小的直線：

(A) $2x + y + 1 = 0$

(B) $3x - 4y + 5 = 0$

(C) $y - 3 = 8(x + 1)$

(D) $y = 5x - 7$

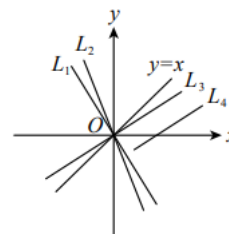
(E) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

【成淵】

Solution:

(A)

11. 坐標平面上四條直線 L_1 、 L_2 、 L_3 、 L_4 與 x 軸、 y 軸及直線 $y = x$ 的相關位置如圖所示，其中 L_1 與 L_3 垂直，而 L_3 與 L_4 平行。設 L_1 、 L_2 、 L_3 、 L_4 的方程式分別為 $y = m_1x$ ， $y = m_2x$ ， $y = m_3x$ 以及 $y = m_4x + c$ 。試問下列哪些選項是正確的？

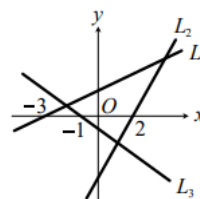


【98 學測】

Solution:

(B)(C)(D)

12. 如圖，三直線的方程式依次為 $L_1 : y = a_1x + b_1$ ， $L_2 : y = a_2x + b_2$ ， $L_3 : y = a_3x + b_3$ ，下列選項何者正確？



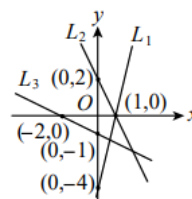
- (A) $a_1 > a_2$ (B) $b_2 > b_3$ (C) $a_1b_2 > a_2b_2$ (D) $2a_3 > b_3$ (E) $a_2 + b_2 < 0$ 。

【松山】

Solution:

(C)(E)

13. 如圖， $L_1 : y = ax + b$ ， $L_2 : y = cx + d$ ， $L_3 : y = ex + f$ ，下列各數哪一個最小？



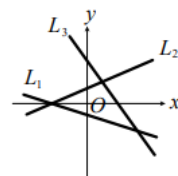
- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) e

【中山】

Solution:

(B)

14. 如圖，三直線 $L_1: y = m_1x + b_1$ ， $L_2: y = m_2x + b_2$ ， $L_3: y = m_3x + b_3$ ，下列有關 m_1 、 m_2 、 m_3 、 b_1 、 b_2 、 b_3 之選項，何者正確？



- (A) $m_3 < m_1 < m_2$ (B) $m_1 < m_2 < m_3$ (C) $b_2 > b_3 > b_1$
 (D) $b_3 > b_2 > b_1$ (E) $b_1 > b_2 > b_3$

【雄中】

Solution:

(A)(D)

15. (1) 不論 m 為任何實數，直線 $L: y = mx - m + 3$ 恆過定點 P ，求 P 座標為_____。
 (2) 承 (1)，已知 $A(-1, -3)$ 、 $B(4, 2)$ ，若 L 與 \overline{AB} 相交，求 m 的範圍為_____。

【景美】

Solution:

(1)(1, 3)(2) $m \leq -\frac{1}{3} \vee m \geq 3$

16. 已知直線 $L: mx - y + 3 - m = 0$ 與兩點 $A(-2, -3)$ 、 $B(3, 2)$ ，若 L 與 \overline{AB} 不相交，試求實數 m 的範圍為_____。

【中女中】

Solution:

$-\frac{1}{2} < m < 2$

17. 設 $A(1, 5)$ 、 $B(4, 1)$ 、 $C(2, -1)$ ，直線 $L: mx - 2m - y + 6 = 0$ ，若直線 L 與 $\triangle ABC$ 有交點，求 m 的最大可能範圍為_____。

【竹北】

Solution:

$$m \leq -\frac{5}{2} \vee m \geq 1$$

18. $\triangle ABC$ 三邊所在的直線為 $2x + y - 3 = 0$ 、 $y = 0$ 、 $x - y = 0$ ，若直線 $y = mx + 3$ 與 $\triangle ABC$ 相交，則 m 可能為下列何數？

- (A) $-\frac{1}{3}$ (B) -5 (C) -2 (D) $\frac{5}{2}$ (E) 1

【屏女】

Solution:

(B)(C)

19. 令 $A(1, 0)$ 、 $B(1, 1)$ 、 $(-1, 1)$ 、 $D(-1, 0)$ ，若直線 $y = mx + 3$ 恆與長方形 $ABCD$ 有交點，則 m 的值可能為？

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) -3 (E) -4

【中崙】

Solution:

(C)(D)(E)

20. 座標平面中，設 $A(-5, 0)$ 與 $B(-2, 3)$ ，若直線 $L: 3x - 4y + k = 0$ 與 \overline{AB} 相交，則實數 k 的範圍是_____。

【華江】

Solution:

$$15 \leq k \leq 18$$

21. 座標平面三點 $A(3, 4)$ 、 $B(-2, -5)$ 、 $C(7, 0)$ ，過 B 點將 $\triangle ABC$ 的面積等分的直線方程式為_____。

【三民】

Solution:

$$x - y = 3$$

22. 某直線通過點 $(7, 4)$ ，且將平行四邊形 $ABCD$ 之面積平分，若 $A(1, 1)$ 、 $B(3, 4)$ 、 $C(9, 5)$ 、 $D(7, 2)$ 為平行四邊形 $ABCD$ 的四個頂點，求直線方程式為_____。

【成功】

Solution:

$$x - 2y + 1 = 0$$

23. 已知點 $A(9, -2)$ ，點 $B(-1, 8)$ ，直線 $L: x - 2y + 7 = 0$ ，若 Q 為 L 上使 $\angle AQB$ 為直角的點，求 Q 點座標為_____。

【建中】

Solution:

$$(-3, 2) \vee (9, 8)$$

24. 已知 $A(4, 6)$ 、 $B(8, 2)$ 、 $C(5, -7)$ ， \overline{AB} 邊上的高所在的直線方程式為_____。

【板中】

Solution:

$$x - y - 12 = 0$$

25. $A(1, 2)$ 、 $B(5, -2)$ 為座標平面上的兩點，則 \overline{AB} 之中垂線方程式為_____。

【北一】

Solution:

$$x - y = 3$$

26. 已知平面上 $A(1,3)$ 、 $B(-2,2)$ 兩點，若 P 點在 x 軸上，且 $\overline{PA} = \overline{PB}$ ，則 P 點座標為_____。

【前鎮】

Solution:

$$\left(\frac{1}{3}, 0\right)$$

27. 鳶形 $ABCD$ (其中 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 、 $\overline{CB} = \overline{CD}$)，已知 $A(2, -1)$ 、 $B(2, 1)$ 、 $C(-2, 3)$ ，求 D 點座標為_____

【松山】

Solution:

$$(0, -1)$$

28. 已知平行四邊形的兩邊所在直線方程式為 $2x + y = 18$ 及 $x - y = -6$ ，且一頂點為 $(3, -6)$ ，求此平行四邊形在第二象限上的頂點座標為_____，

【景美】

Solution:

$$(-2, 4)$$

29. 一平行四邊形兩邊分別在直線 $2x - y + 2 = 0$ 及 $x + 3y - 6 = 0$ 上，其中一頂點為 $(2, -1)$ ，則此平行四邊形之周長為_____。

【新店】

Solution:

$$2\sqrt{5} + 2\sqrt{10}$$

30. 一直線 L 通過點 $(-3, 2)$ ，若 L 的 x 截距與 y 截距恰為相反數且皆為非 0 實數，則直線 L 的方程式為_____

【中女中】

Solution:

$$x - y + 5 = 0$$

31. 若有一直線在坐標軸上之 x 截距與 y 截距相等且通點 $(-4, 2)$ ，則直線方程式為_____。

【基中】

Solution:

$$x + 2y = 0 \vee x + y + 2 = 0$$

32. 設直線 L 通過點 $(-2, 3)$ 且與 x 軸、 y 軸截距的絕對值相等，則 L 之方程式為_____。

【高師】

Solution:

$$3x + 2y = 0 \vee x + y = 1 \vee x - y = -5$$

33. 求截距和為 3 與 $2x - y + 4 = 0$ 垂直的直線方程式為_____。

【附中】

Solution:

$$x + 2y = 2$$

34. 設一直線 L 與 $4x + 5y + 7 = 0$ 垂直，且 L 的兩截距和為 4，若 L 的方程式為 $x + by + c = 0$ ，則數對 $(b, c) =$ _____。

【雄女】

Solution:

$$\left(-\frac{4}{5}, 16\right)$$

35. 若直線 L 通過點 $(9, 8)$ ，且直線 L 與兩座標軸所圍成的區域面積為 3，則直線 L 的直線方程式為_____。

【延平】

Solution:

$$32x - 27y - 72 = 0 \vee 2x - 3y + 6 = 0$$

36. 一直線在第三象限內與兩軸所圍成之三角形面積為 6，已知此直線的斜率為 $-\frac{1}{3}$ ，求此直線方程式為_____。

【松山】

Solution:

$$x + 3y + 6 = 0$$

37. 設直線 L 的斜率是 $\frac{3}{2}$ ，且與兩座標軸所圍成的三角形面積為 12，求 L 的方程式為_____。

【北一】

Solution:

$$3x - 2y = 12 \vee 3x - 2y = -12$$

38. 設直線 L 過 $(3, -5)$ 且與兩座標軸於第四象限所形成的三角面積為最小時，試求：

(1) 直線 L 的方程式為_____。(請化為 $ax + by + c = 0$ 的形式)

(2) 此最小的三角形面積為_____

【中女中】

Solution:

$$(1) 5x - 3y = 30 (2) 30$$

39. 平面上有一定點 $P(1, 1)$ ，一直線 L 過 P 點且與 x 軸、 y 軸分別交流於 A 、 B 兩點 (L 不經過原點)，原點為 O ，則此三點所形成的三角形 OAB ，

(1) 求在第一象限所圍成的三角形 OAB 的面積的最小值 $t =$ _____及當時直線 L 的方程式為_____。

(2) 若三角形 OAB 的面積為 4，則滿足此種條件之直線 L 的方程式為_____

【建中】

Solution:

$$(1) 2; x + y - 2 = 0 (2) (2 + \sqrt{2})x + (2 - \sqrt{2})y - 4 = 0 \text{ 或 } (2 - \sqrt{2})x + (2 + \sqrt{2})y - 4 = 0 \\ \text{或 } (-2 + \sqrt{6})x + (-2 - \sqrt{6})y + 4 = 0 \text{ 或 } (-2 - \sqrt{6})x + (-2 + \sqrt{6})y + 4 = 0$$