

Práctica 6

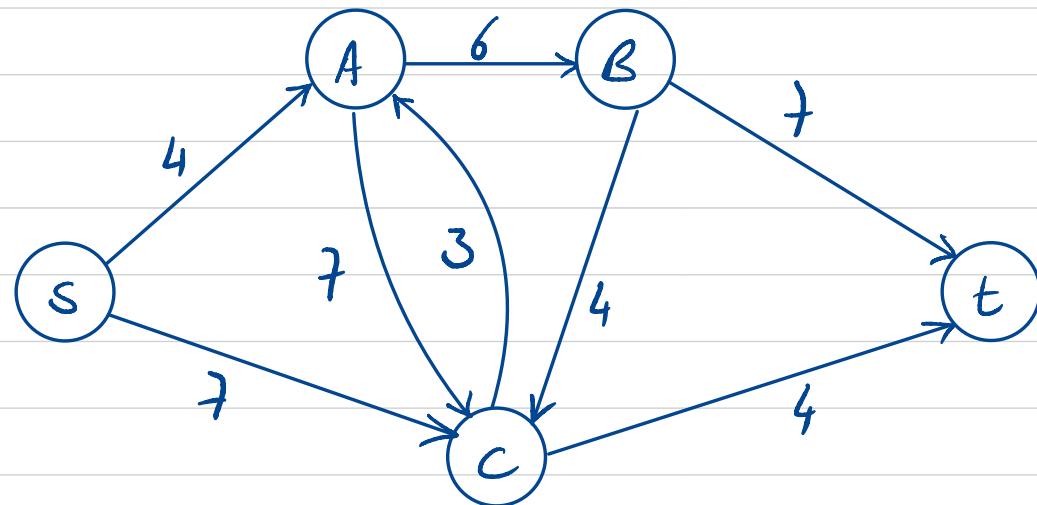
---

---

---



TI 08/09, III.1



$(A, C)$

$(B, A)$

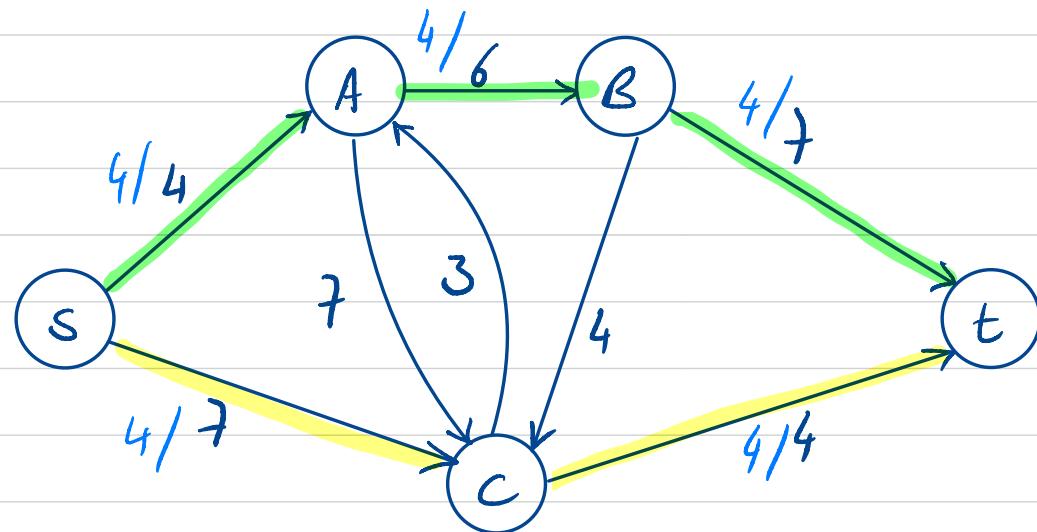
$(C, A)$

$(C, s)$

$(C, B)$

$(t, B)$

TI 08/09, III.1



$$(A, C) - ?$$

$$(B, A) - 4$$

$$(C, A) - 3$$

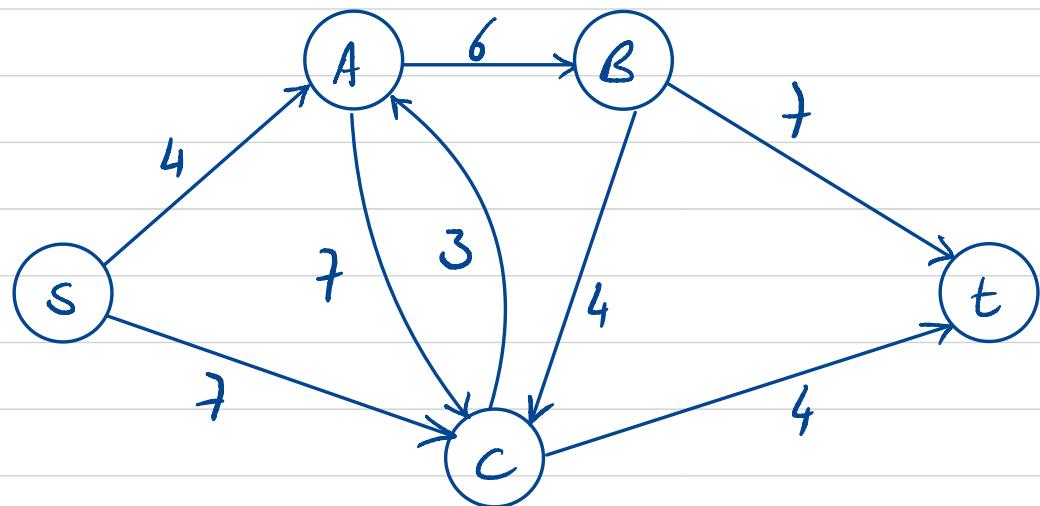
$$(C, s) - 4$$

$$(C, B) - 0$$

$$(t, B) - 4$$

TI 08/09, III.3

$$L = \langle A, B, C \rangle$$



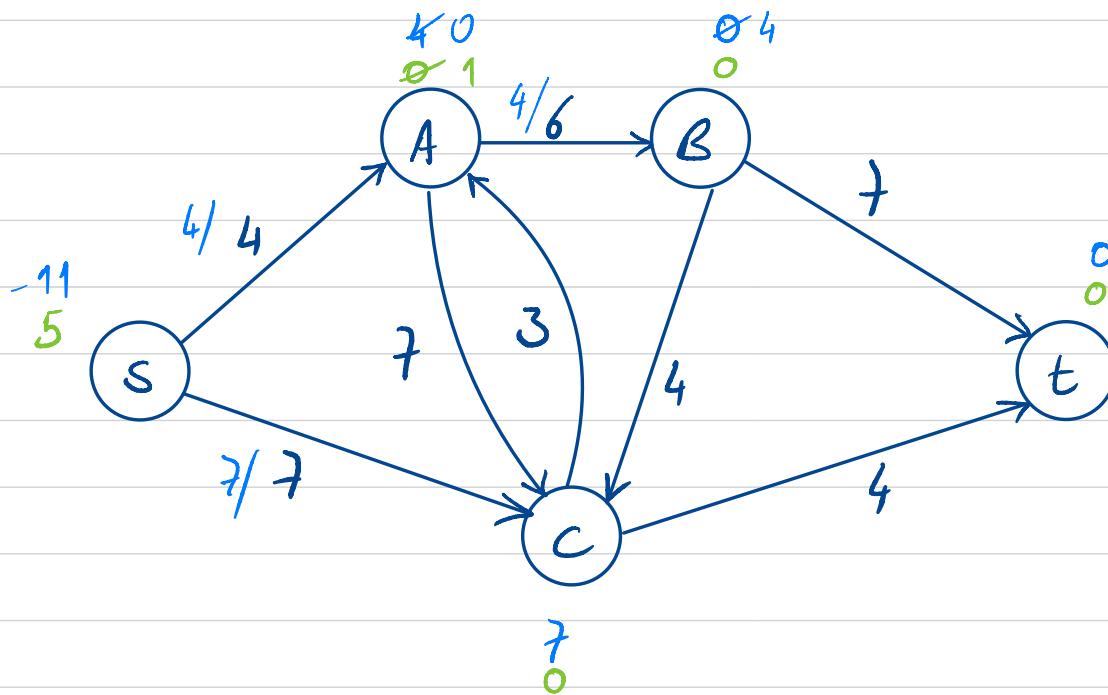
$$N[A] = \langle s, B, C \rangle$$

$$N[B] = \langle A, C, t \rangle$$

$$N[C] = \langle s, A, B, t \rangle$$

TI 08/09, III.3

$$L = \langle A, B, C \rangle$$

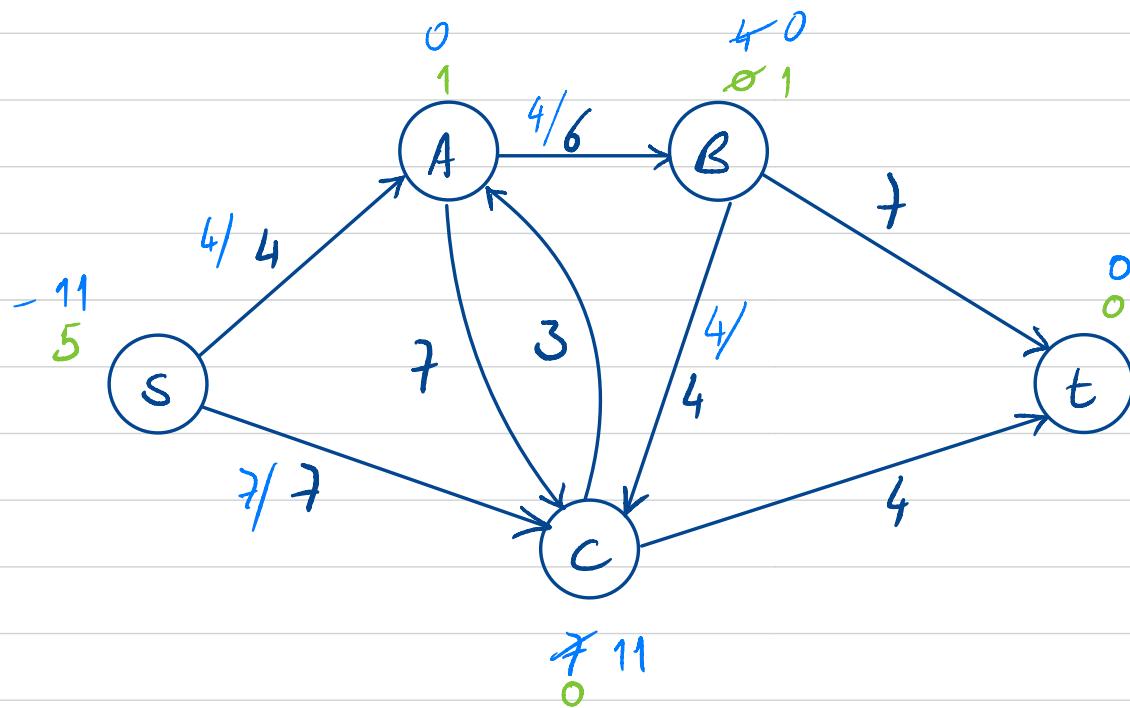


$$N[A] = \langle s, B, C \rangle$$

$$N[B] = \langle A, C, t \rangle$$

$$N[C] = \langle s, A, B, t \rangle$$

TI 08/09, III.3



$$L = \langle A, B, C \rangle$$

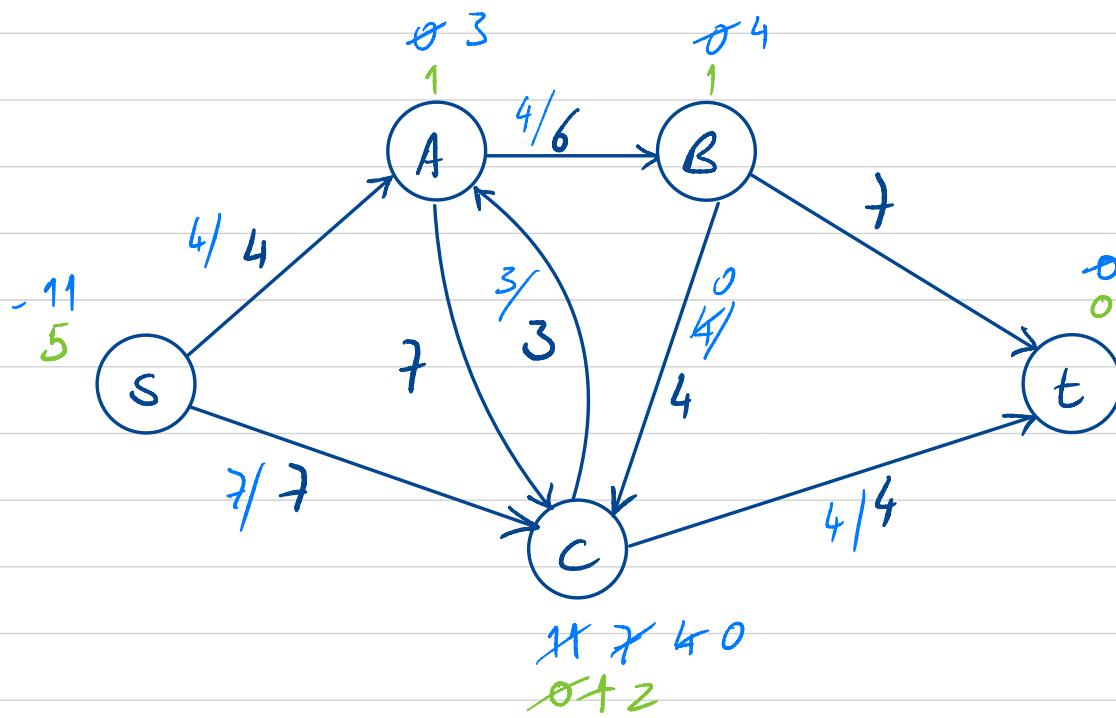
$$N[A] = \langle s, B, C \rangle$$

$$N[B] = \langle A, C, t \rangle$$

$$N[C] = \langle s, A, B, t \rangle$$

$$L = \langle B, A, C \rangle$$

T1 08/09, III.3



$$L = \langle B, A, C \rangle$$

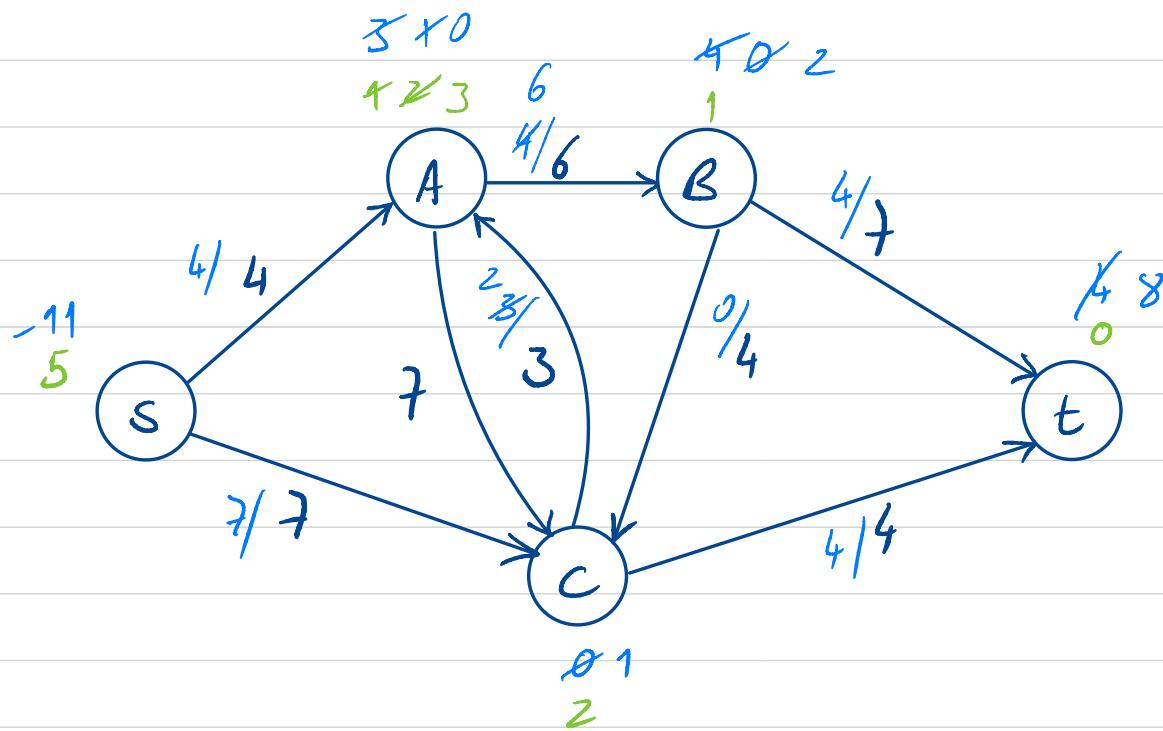
$$N[A] = \langle s, B, C \rangle$$

$$N[B] = \langle A, C, t \rangle$$

$$N[C] = \langle s, A, B, t \rangle$$

$$L = \langle C, B, A \rangle$$

T1 08/09, III.3



$$L = \langle C, B, A \rangle$$

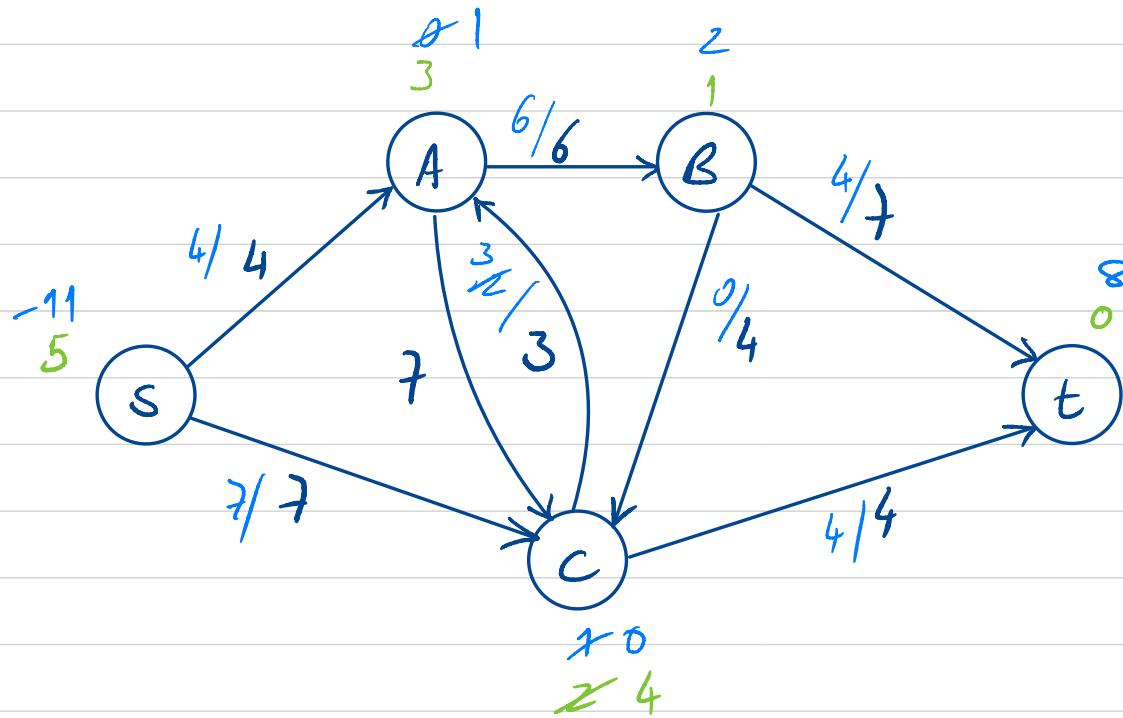
$$N[A] = \langle s, B, C \rangle$$

$$N[B] = \langle A, C, t \rangle$$

$$N[C] = \langle s, A, B, t \rangle$$

$$L = \langle A, C, B \rangle$$

TI 08/09, III.3



$$L = \langle A, C, B \rangle$$

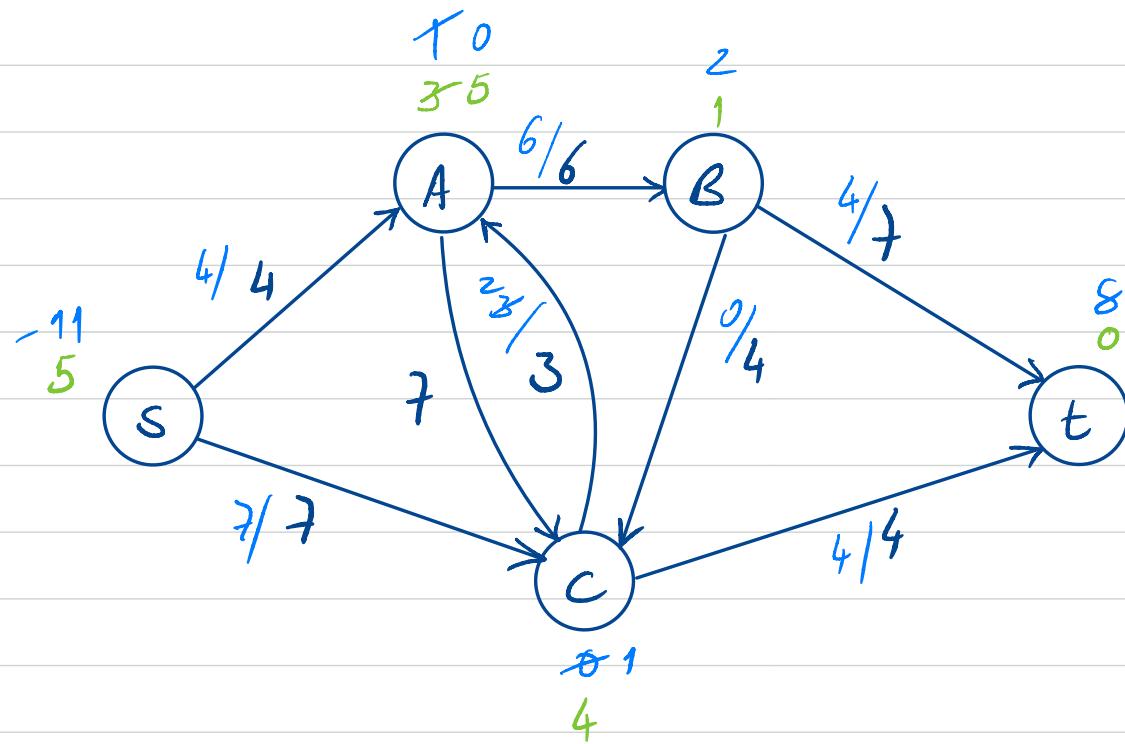
$$N[A] = \langle s, B, C \rangle$$

$$N[B] = \langle A, C, t \rangle$$

$$N[C] = \langle s, A, B, t \rangle$$

$$L = \langle C, A, B \rangle$$

T1 08/09, III.3



$$L = \langle C, A, B \rangle$$

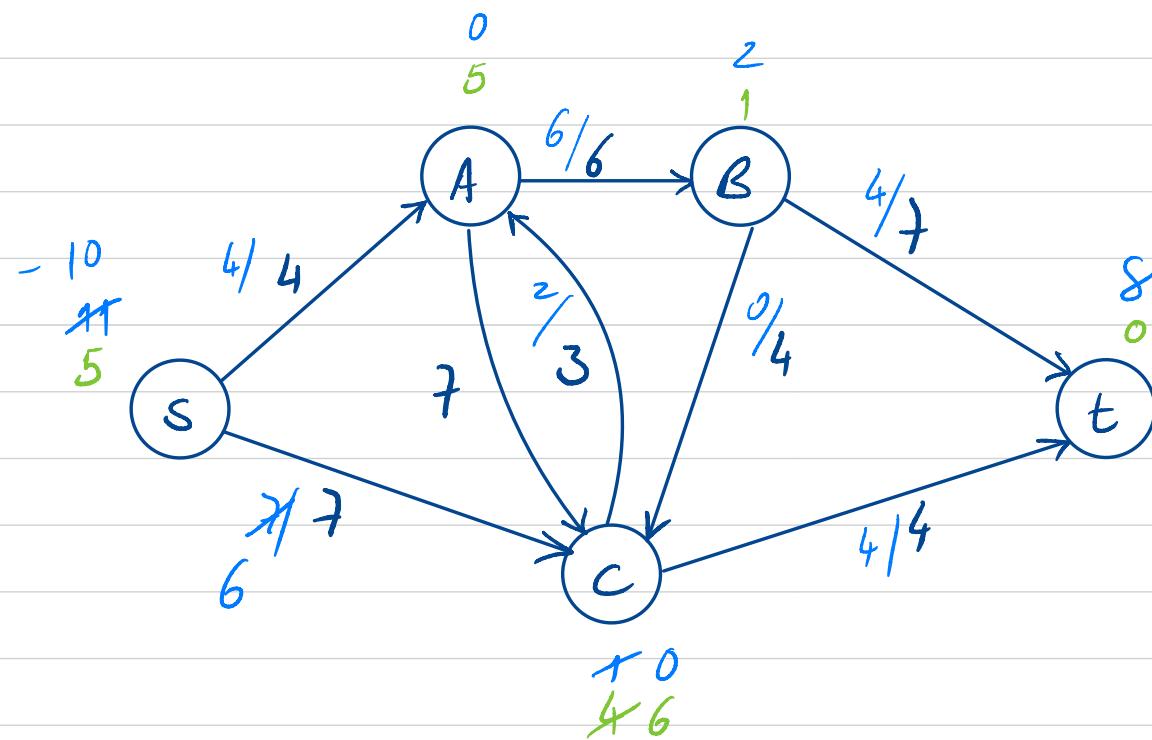
$$N[A] = \langle s, B, C \rangle$$

$$N[B] = \langle A, C, t \rangle$$

$$N[C] = \langle s, A, B, t \rangle$$

$$L = \langle A, C, B \rangle$$

T1 08/09, III.3



$$L = \langle A, C, B \rangle$$

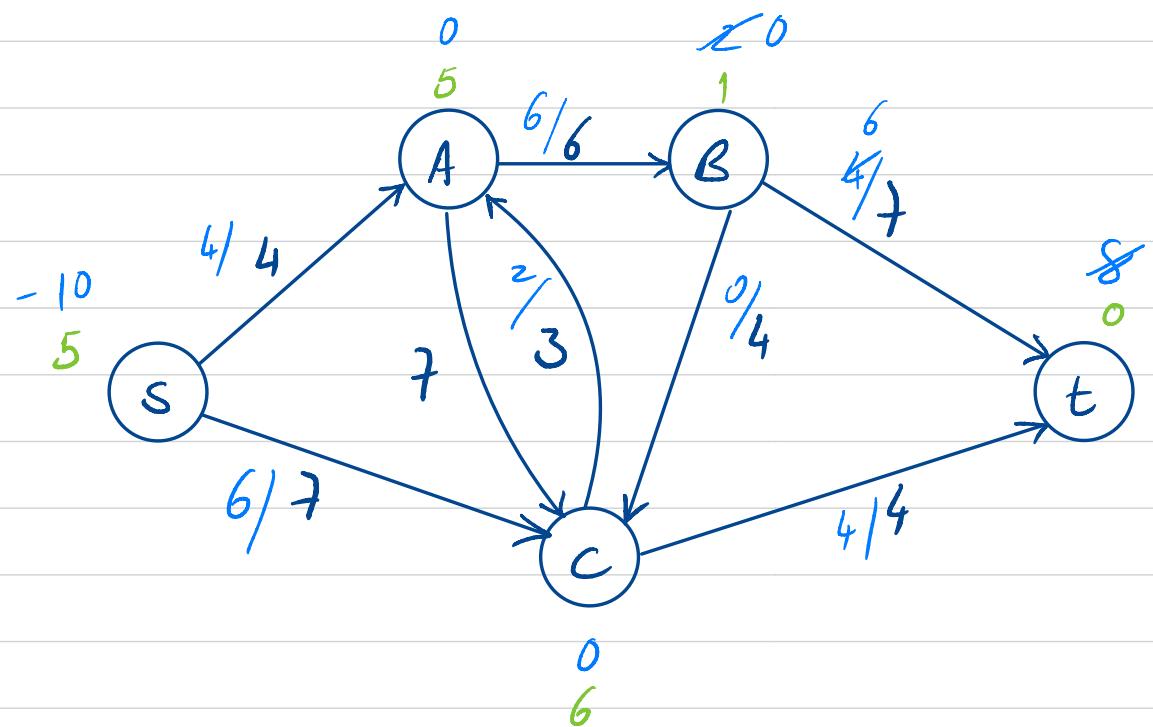
$$N[A] = \langle s, B, C \rangle$$

$$N[B] = \langle A, C, t \rangle$$

$$N[C] = \langle s, A, B, t \rangle$$

$$L = \langle C, A, B \rangle$$

TI 08/09, III.3



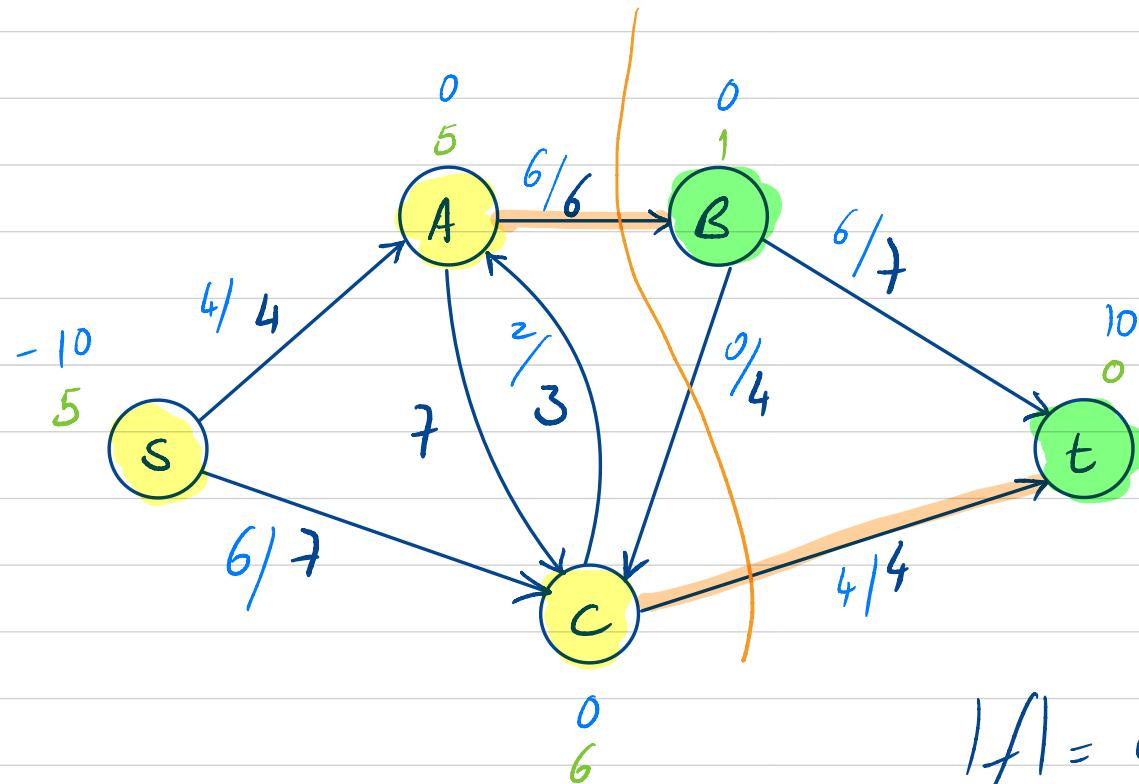
$$L = \langle c, A, B \rangle$$

$$N[A] = \langle s, B, c \rangle$$

$$N[B] = \langle A, C, t \rangle$$

$$N[C] = \langle s, A, B, t \rangle$$

TI 08/09, III.3



$$L = \langle c, A, B \rangle$$

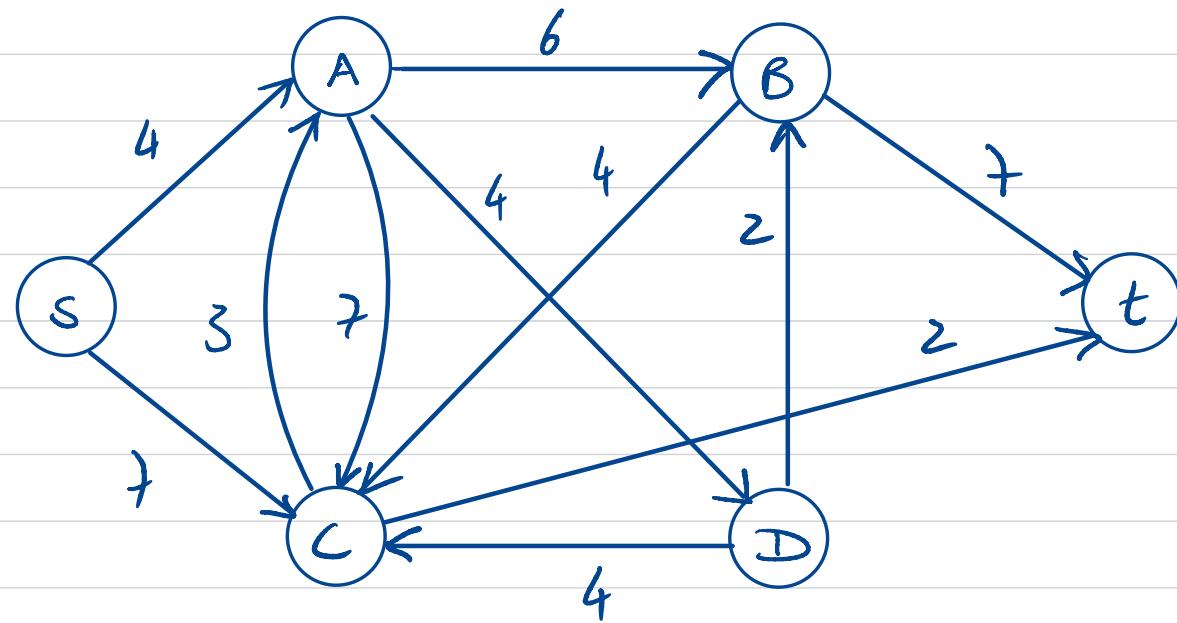
$$N[A] = \langle s, B, c \rangle$$

$$N[B] = \langle A, C, t \rangle$$

$$N[C] = \langle s, A, B, t \rangle$$

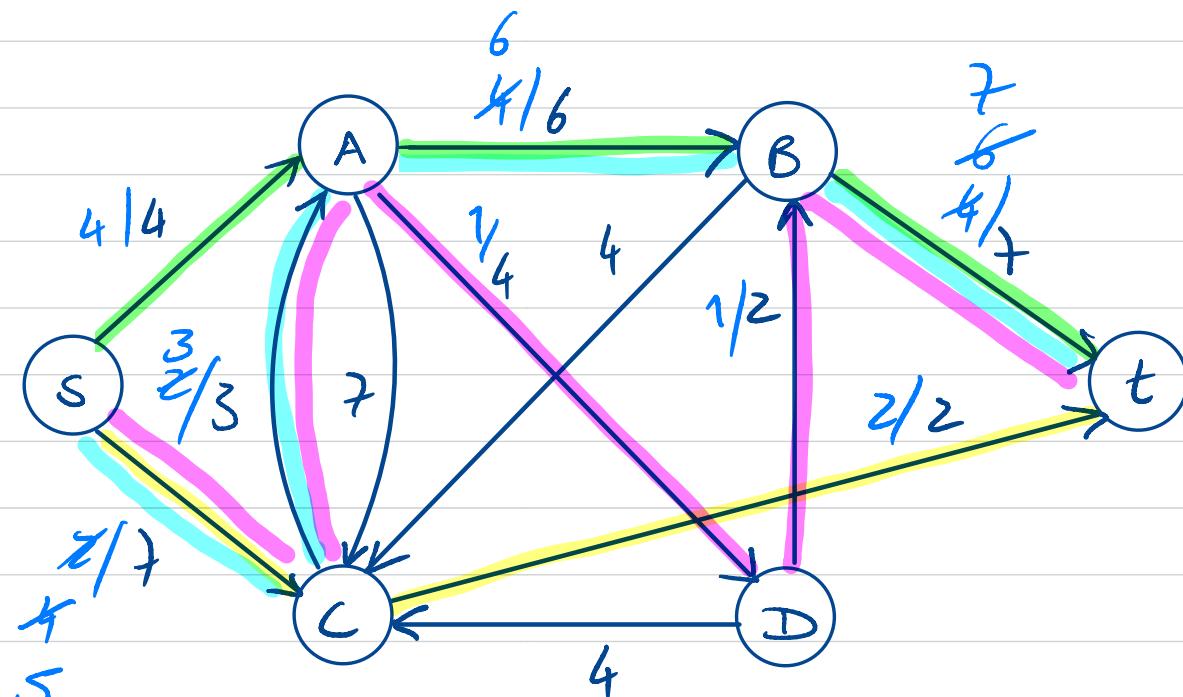
$$|f| = 6 + 4 = 10$$

R1 08/09 III.1



- Edmonds-Karp

R1 08/09 III.1



- Edmonds-Karp

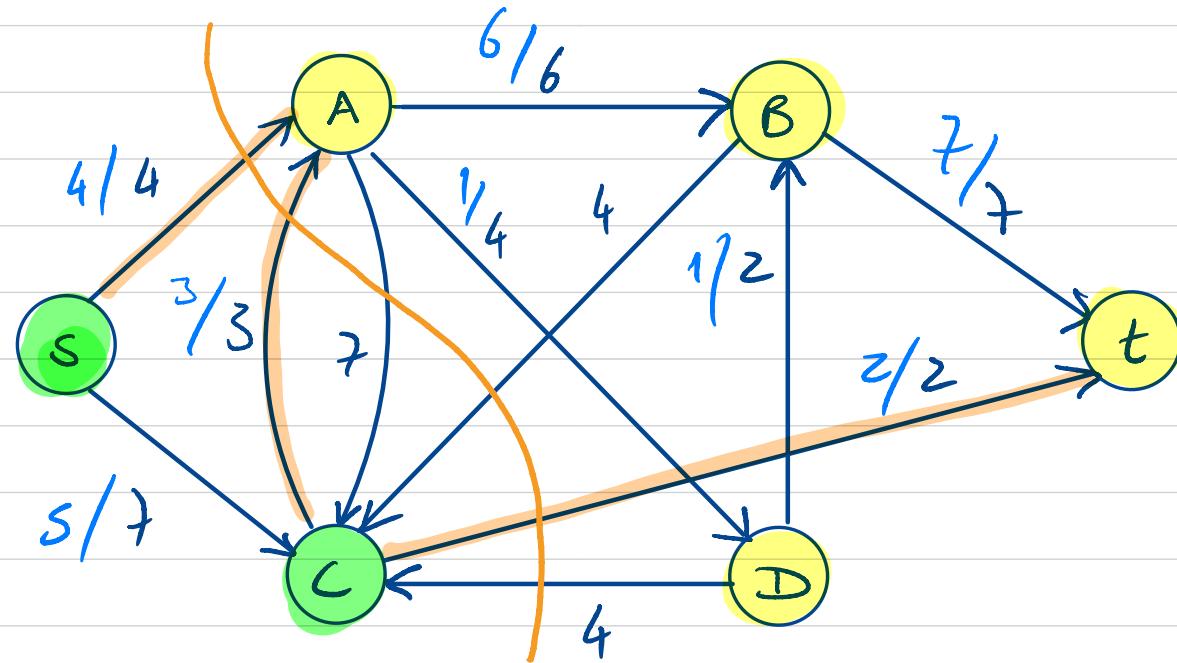
$$1^{\circ} \quad c_f(s, C, t) = 2$$

$$2^{\circ} \quad c_f(s, A, B, t) = 4$$

$$3^{\circ} \quad c_f(s, C, A, B, t) = 2$$

$$4^{\circ} \quad c_f(s, C, A, D, B, t) = 1$$

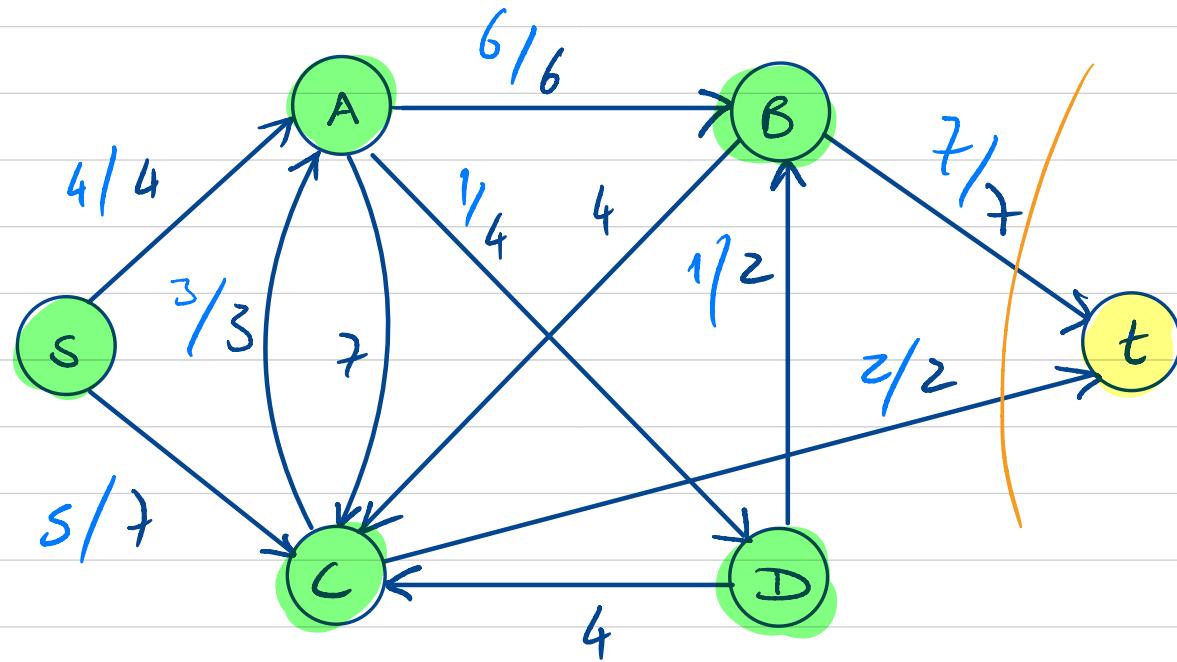
R1 08/09 III. 2



• Edmonds-Karp

$$\underline{|f| = 9}$$

R1 08/09 III.2

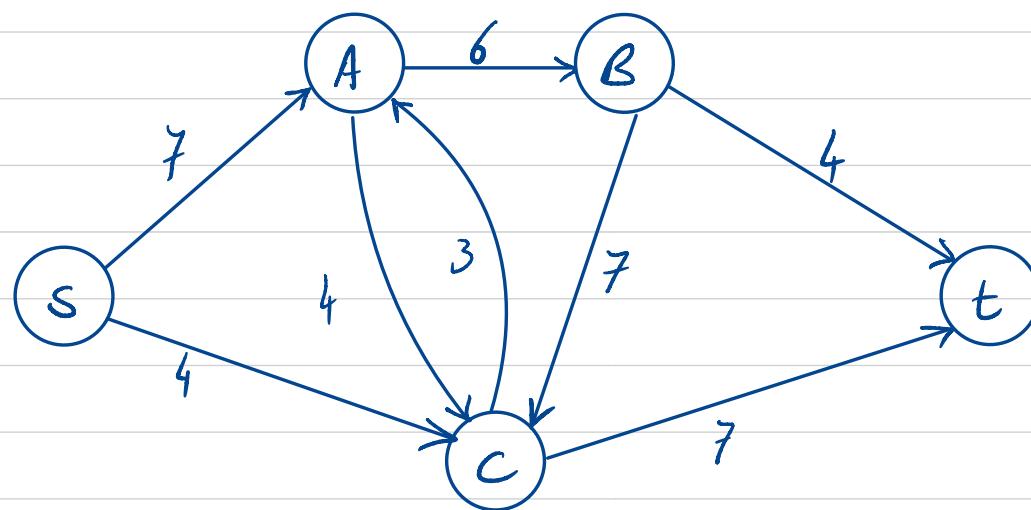


• Edmonds-Karp

$$\underline{|f| = 9}$$

R1 08/09 III.3

$$L = \langle A, B, C \rangle$$



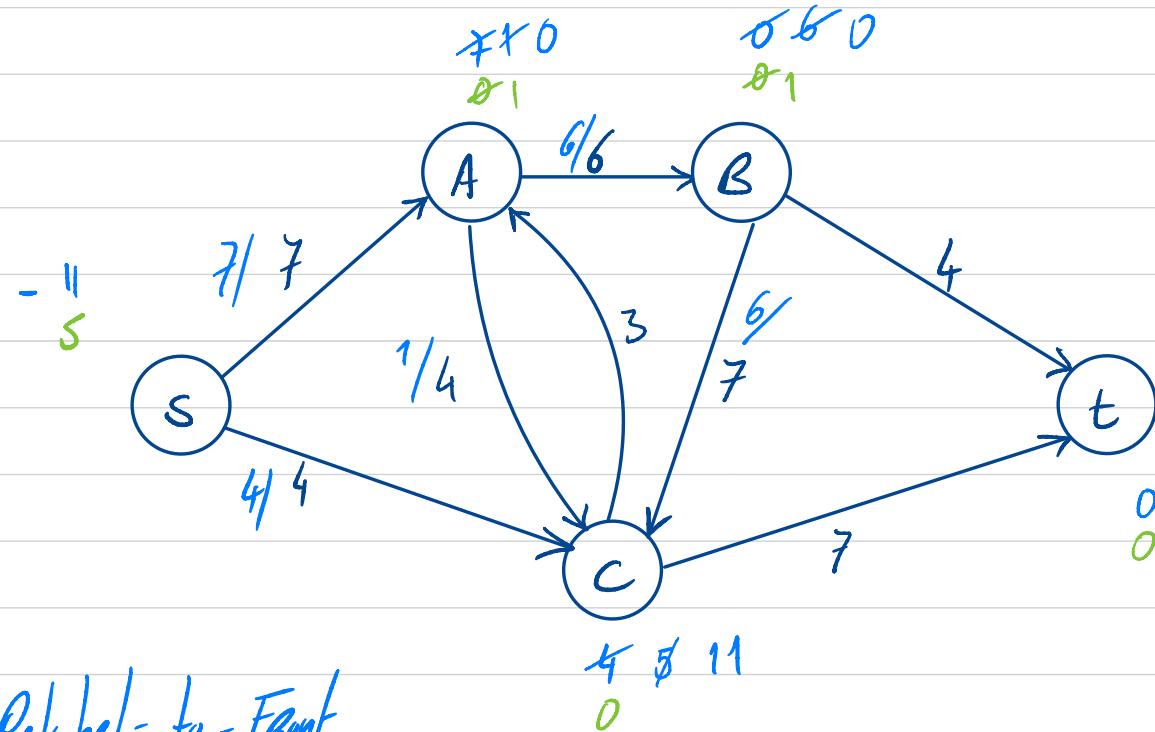
$$N[A] = \langle s, B, C \rangle$$

$$N[B] = \langle A, C, t \rangle$$

$$N[C] = \langle s, A, B, t \rangle$$

Rekurrenz - to - Front

R1 08/09 III.3



Rekbel-to-Front

$$L = \langle A, B, C \rangle$$

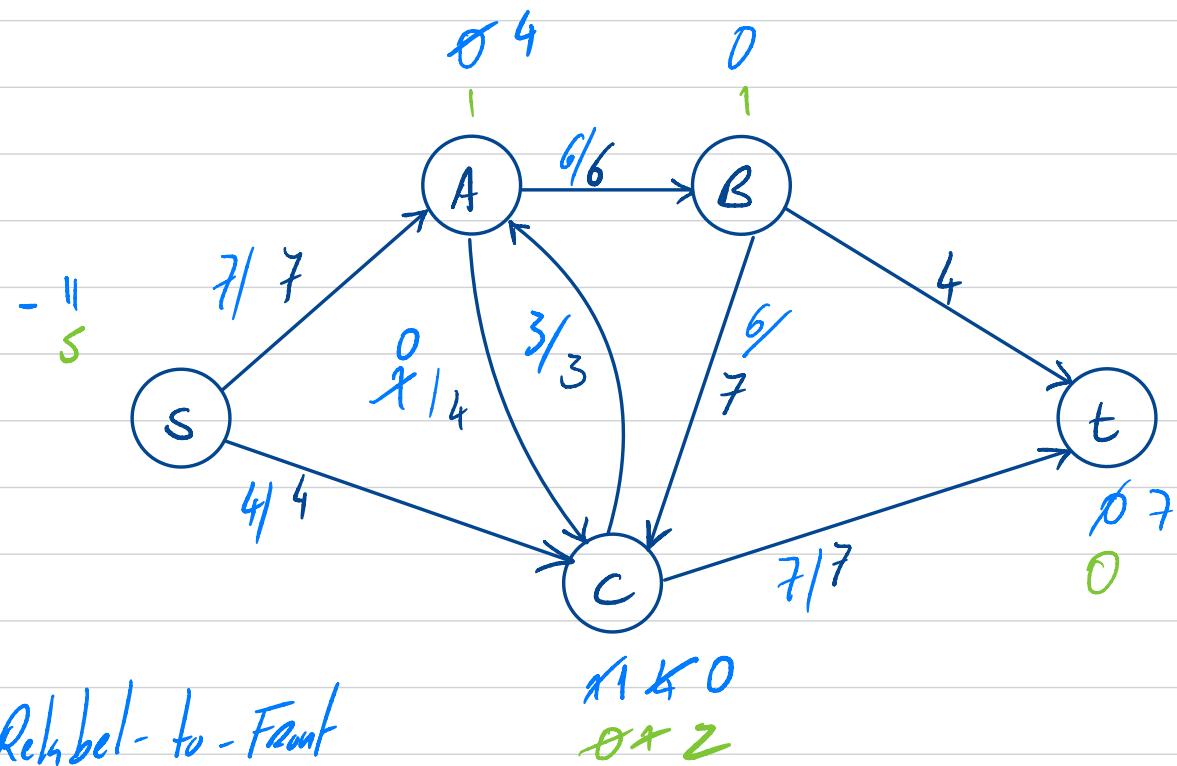
$$N[A] = \langle s, B, C \rangle$$

$$N[B] = \langle A, C, t \rangle$$

$$N[C] = \langle s, A, B, t \rangle$$

$$L = \langle B, A, C \rangle$$

R1 08/09 III.3



$$L = \langle B, A, C \rangle$$

$$N[A] = \langle s, B, C \rangle$$

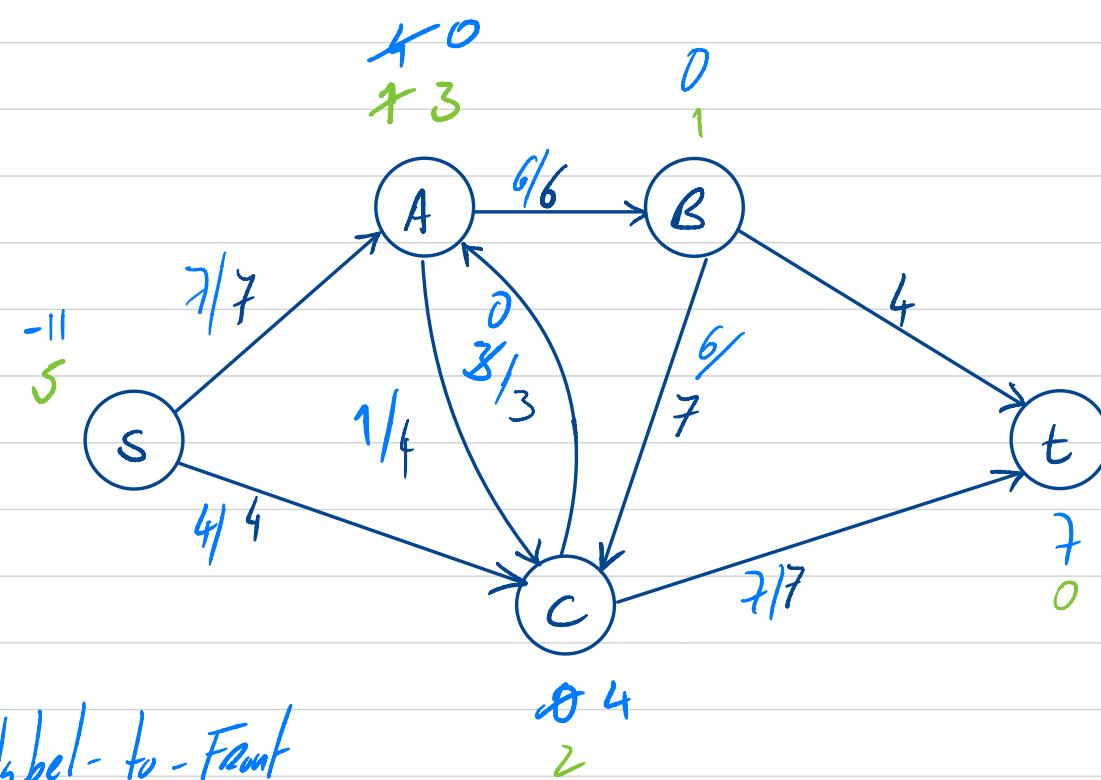
$$N[B] = \langle A, C, t \rangle$$

$$N[C] = \langle s, A, B, t \rangle$$

$$L = \langle C, B, A \rangle$$

Rekbel-to-Front

R1 08/09 III.3



Rekbel-to-Front

$$L = \langle C, B, A \rangle$$

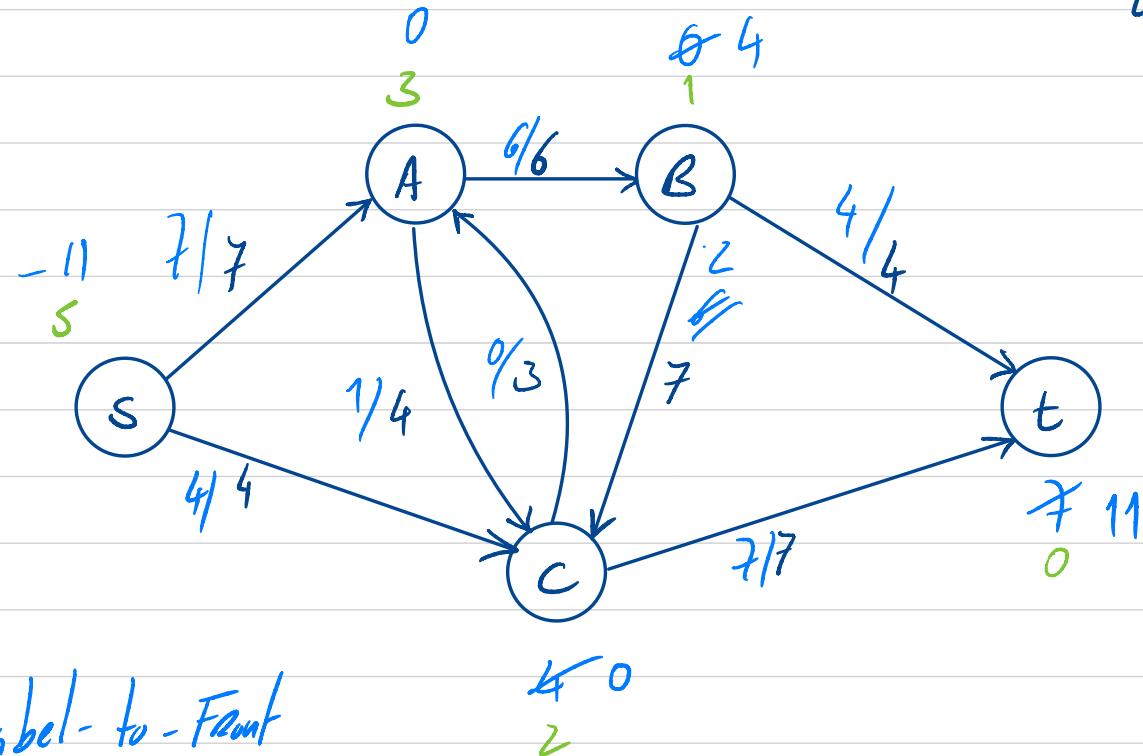
$$N[A] = \langle s, B, C \rangle$$

$$N[B] = \langle A, C, t \rangle$$

$$N[C] = \langle s, A, B, t \rangle$$

$$L = \langle A, C, B \rangle$$

R1 08/09 III.3



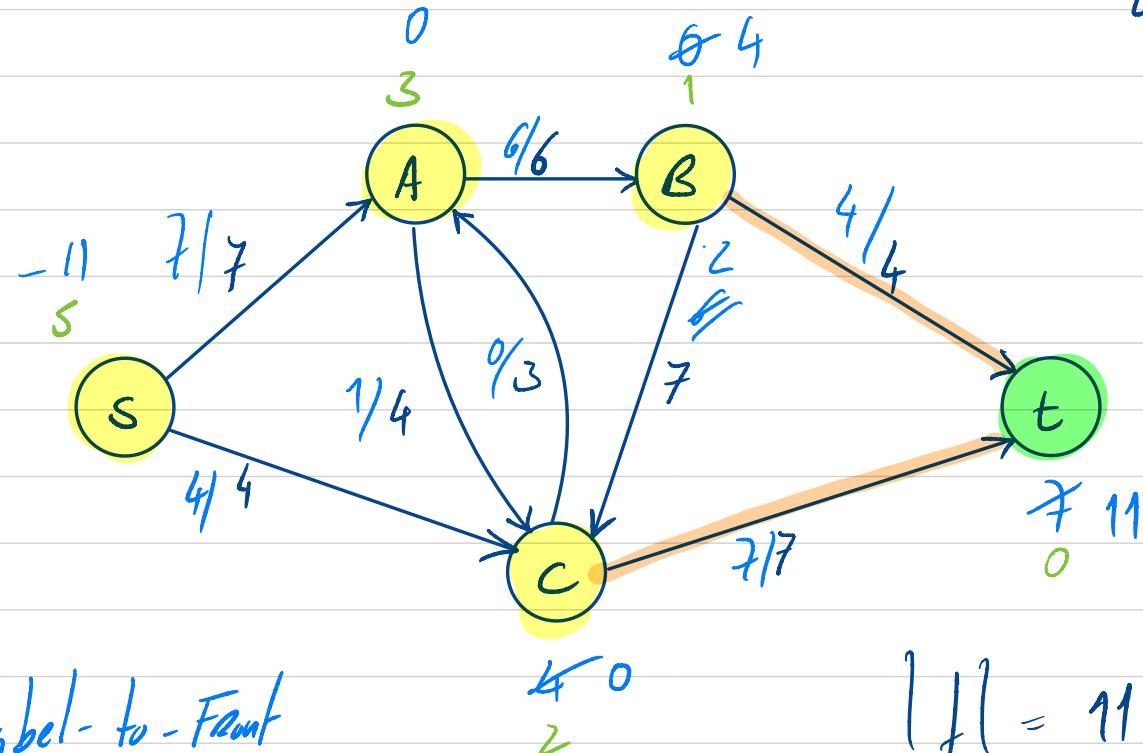
$$L = \langle A, C, B \rangle$$

$$N[A] = \langle s, B, C \rangle$$

$$N[B] = \langle A, C, t \rangle$$

$$N[C] = \langle s, A, B, t \rangle$$

R1 08/09 III.3



$$L = \langle A, C, B \rangle$$

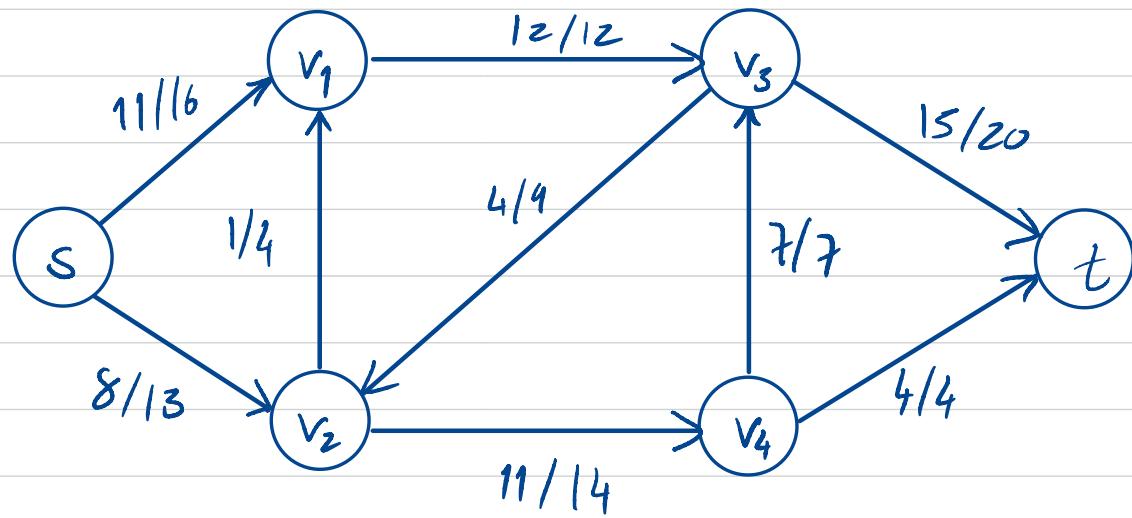
$$N[A] = \langle s, B, C \rangle$$

$$N[B] = \langle A, C, t \rangle$$

$$N[C] = \langle s, A, B, t \rangle$$

$$\underline{\underline{11}} = 11$$

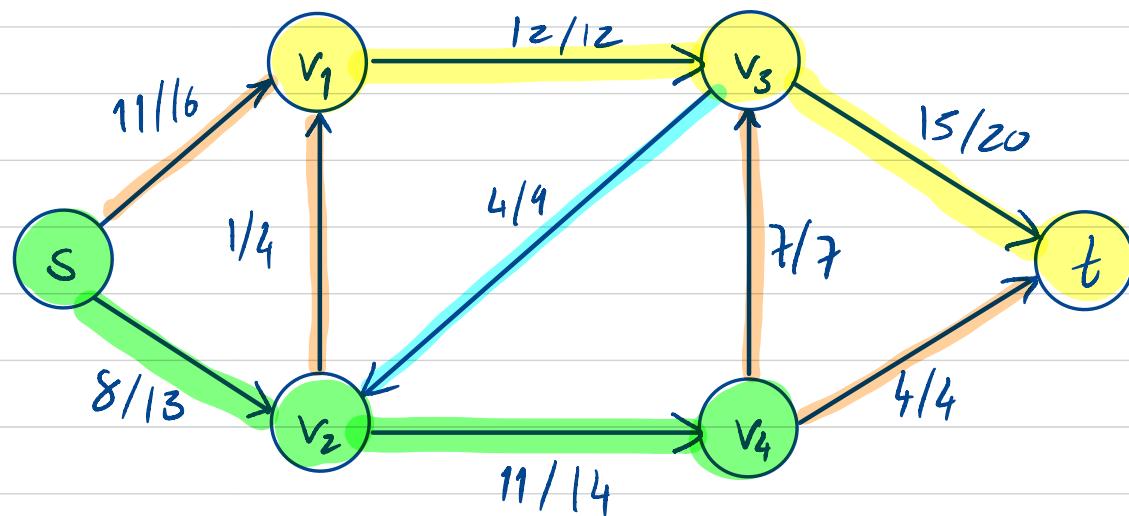
Ex. 26.2 - 2



• Fluxo  $\bar{f}$  através de  $e$ :

$$f(\{s, v_2, v_4\}, \{v_1, v_3, t\}) = ?$$

Ex. 26.2 - 2



- Fluxo que atravessa o cone:

$$f(\{s, v_2, v_4\}, \{v_1, v_3, t\}) = ?$$

$$= 11 + 1 + 7 + 4 - 4$$

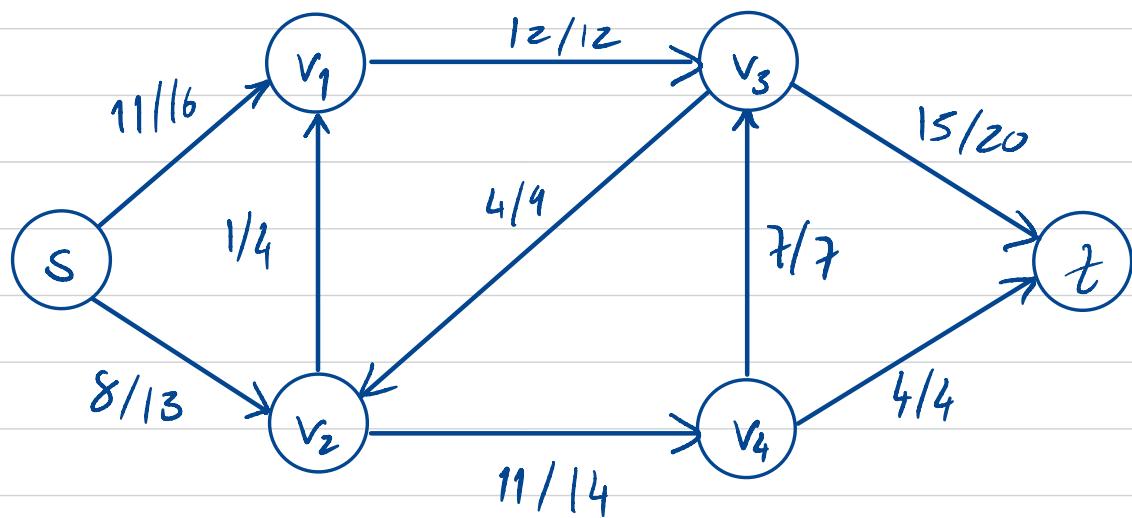
$$= 19$$

- Leitura do cone:

$$c(\{s, v_2, v_4\}, \{v_1, v_3, t\}) = 16 + 4 + 7 + 4 = \underline{\underline{31}}$$

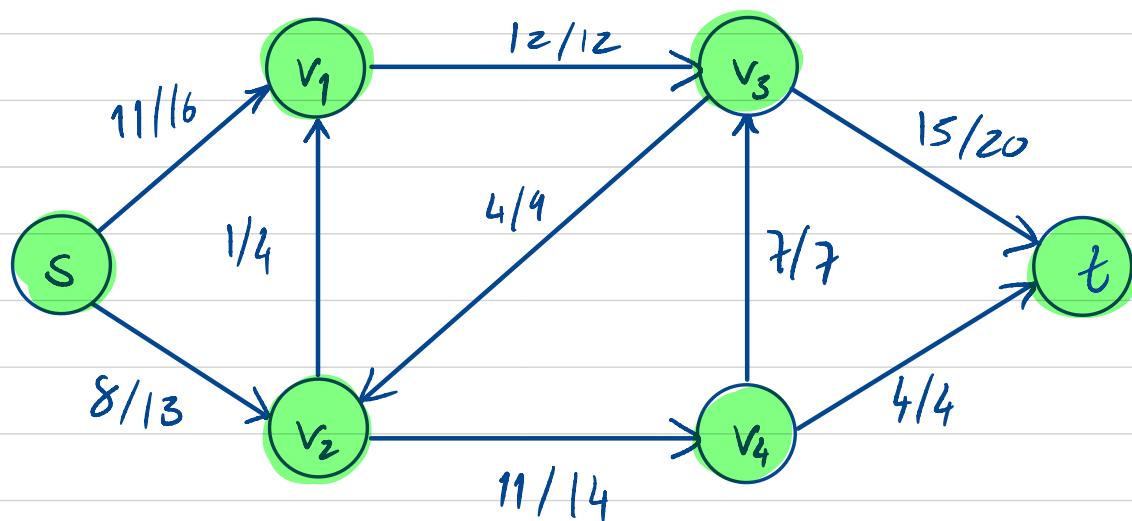
Ex. 26.2 - 2

• O fluxo ómáximo?



Ex. 26.2 - 2

• O fluxo ómáximo?



**T1 11/12, II.3** Indique se cada uma das seguintes afirmações é verdadeira (V) ou falsa (F).

1. No método de FORD-FULKERSON, para uma rede de fluxo com capacidades inteiras, um arco pode ser crítico no máximo  $O(|f^*|)$  vezes.
2. Após a aplicação do método de FORD-FULKERSON é possível detectar um corte mínimo em tempo  $O(V + E)$ .
3. A complexidade do método de FORD-FULKERSON é  $O(V^3)$ .
4. Durante a execução do método de FORD-FULKERSON pode existir um vértice  $u \in V \setminus \{s, t\}$  tal que  $\sum_{v \in V} f(u, v) \neq 0$ .
5. Após a execução do método de FORD-FULKERSON não pode existir um caminho na rede residual nem de  $s$  para  $t$ , nem de  $t$  para  $s$ .
6. Após a execução do método de FORD-FULKERSON, podem existir mais do que um corte mínimo.



T1 11/12, II.3 Indique se cada uma das seguintes afirmações é verdadeira (V) ou falsa (F).

- No método de FORD-FULKERSON, para uma rede de fluxo com capacidades inteiras, um arco pode ser crítico no máximo  $O(|f^*|)$  vezes.

V

- Após a aplicação do método de FORD-FULKERSON é possível detectar um corte mínimo em tempo  $O(V + E)$ .

V

- A complexidade do método de FORD-FULKERSON é  $O(V^3)$ . F

- Durante a execução do método de FORD-FULKERSON pode existir um vértice  $u \in V \setminus \{s, t\}$  tal que  $\sum_{v \in V} f(u, v) \neq 0$ .

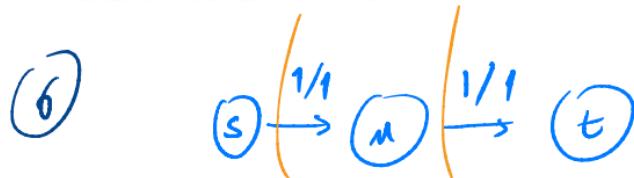
V

- Após a execução do método de FORD-FULKERSON não pode existir um caminho na rede residual nem de  $s$  para  $t$ , nem de  $t$  para  $s$ .

F

- Após a execução do método de FORD-FULKERSON, podem existir mais do que um corte mínimo.

V



Ex 26.2-8

- Algoritmo de Ford-Fulkerson modificado



→ A rede residual não admite arcos incidentes em  $s$ .

- O algoritmo de Ford-Fulkerson modificado calcula o fluxo máximo?

- Suponha que  $p$  é um caminho de aumento em  $G_f$ .

Se  $p$  usa um arco  $(r, s)$  existe um caminho de aumento  $p'$  que não usa esse arco.

$$p = \underbrace{\langle s, \dots, r,}_{\text{remover}} \underbrace{s, u, \dots, t \rangle}_{p'}$$

## Ex. 26-4-4

- $G = (V, E)$
- $f$  fluxo máximo em  $G$
- $h$  função de alturas consistente com  $f$ .
- Escolher  $\hat{h}$  tal que:
  - $0 < \hat{h} < |V|$   $(C_1)$
  - $\forall v \in V \setminus \{s, t\}$ .  $h(v) \neq \hat{h}$   $(C_2)$
- $S = \{v \mid h(v) > \hat{h}\}$ ,  $T = V \setminus S$
- Observação: Existe sempre  $\hat{h}$  nas condições  $(C_1)$  e  $(C_2)$ .
  - N° de valores possíveis para  $\hat{h}$ :  $|V|-1$
  - N° de vértices:  $|V|-2$
  - Há pelo menos um valor possível para  $\hat{h}$  sem vértice correspondente

## Ex. 26.4 - 4

- $G = (V, E)$
- $f$  fluxo máximo em  $G$
- $h$  função de alturas consistente com  $f$ .

- Escolher  $\hat{h}$  tal que:
  - $0 < \hat{h} < |V|$   $(C_1)$
  - $\forall v \in V \setminus \{s, t\}$ .  $h(v) \neq \hat{h}$   $(C_2)$

- $S = \{v \mid h(v) > \hat{h}\}$ ,  $T = V \setminus S$

- Observação:  $(S, T)$  corresponde a um corte na rede residual.

- Suponhamos q  $(S, T)$  não é corte na rede  $G_f$ .

segue q existem dois vértices  $u \in S$

tais q  $u \in S$ ,  $v \in T$  e  $(u, v) \in E_f$

- Contudo, pelo modo como escolhemos  $\hat{h}$ , sabemos q:

$$h(u) > \hat{h} > h(v)$$

$$h(u) > h(v) + 1 \wedge (u, v) \in E_f$$

contradiz o invariantes  
de alturas