Práctica 9

TZ 08/09 II.1

$v_1 \quad v_2 \quad v_3 \quad \dots \quad v_{n-1} \quad v_n$

$v[i,j] \Rightarrow$ o valor máximo q um jogador pode garantidamente ganhar se for a sua vez de jogar e se já só sobrarem as moedas de valor v_i a v_j.

$v[i,j] = ?$ $\quad v_i \quad \underbrace{v_{i+1} \quad \dots \quad v_{j-1} \quad v_j}_{\text{Escolhas do adversário}}$

$// \; v_i + \min\left(\underbrace{v[i+1, j-1]}_{\text{o adversário escolheu } v_j}, \underbrace{v[i+2, j]}_{\text{o adversário escolheu } v_{i+1}}\right)$

$\underbrace{v_i \quad v_{i+1} \quad \dots \quad v_{j-1}}_{\text{Escolhas do adversário}} \quad v_j$

$// \; v_j + \min\left(v[i+1, j-1], v[i, j-2]\right)$

$$v[i,j] = \max\Big(v_i + \min\big(v[i+1, j-1], v[i+2, j]\big), \; v_j + \min\big(v[i+1, j-1], v[i, j-2]\big)\Big)$$

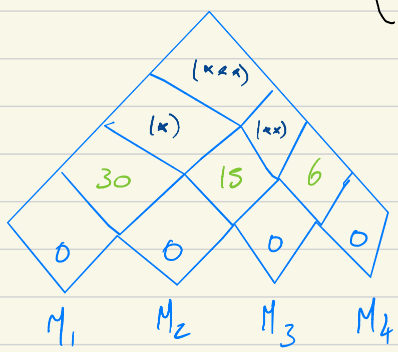
$\cdot \; A \Rightarrow v[i+2, j] \qquad \cdot \; B \Rightarrow v[i+1, j-1] \qquad \cdot \; C \Rightarrow v[i, j-2]$

TZ 08/09 II.2

1. $A : 2 \times 5$
2. $B : 5 \times 3$
3. $C : 3 \times 1$
4. $D : 1 \times 2$

$$C[i,j] = \begin{cases} \min\limits_{i \le k < j} \{ C[i,k] + C[k+1, j] + m_{i-1} \times m_k \times m_j \} & \text{se } j > i \\ 0 & \text{se } i = j \\ \bot & \text{c.c.} \end{cases}$$

$m_0 : 2$
$m_1 : 5$
$m_2 : 3$
$m_3 : 1$
$m_4 : 2$



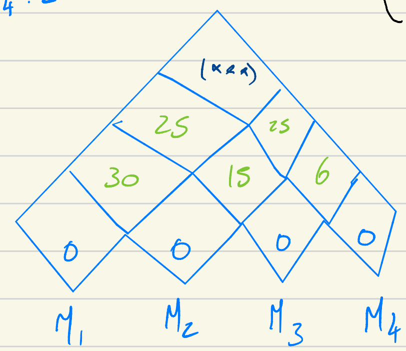
(*) $\left| \begin{array}{l} M_1 \times (M_2 \times M_3) \rightarrow k=1 \\ (M_1 \times M_2) \times M_3 \rightarrow k=2 \end{array} \right.$

$\underline{k=1}$ $\quad C[1,1] + C[2,3] + 2 \times 5 \times 1$
$= 0 + 15 + 10$
$= 25$

$k=2$ $\quad C[1,2] + C[2,2] + 2 \times 3 \times 1$
$= 30 + 0 + 6$
$= 36$

$m_0 : 2$
$m_1 : 5$
$m_2 : 3$
$m_3 : 1$
$m_4 : 2$

$$C[i,j] = \begin{cases} \min\limits_{i \le k < j} \{ C[i,k] + C[k+1,j] + m_{i-1} \times m_k \times m_j \} & \text{se } j > i \\ 0 & \text{se } i = j \\ \perp & \text{c.c.} \end{cases}$$



(**) $M_2 \times (M_3 \times M_4)$ ou $(M_2 \times M_3) \times M_4$

- $k=2$

$C[2,2] + C[3,4] + m_1 \times m_2 \times m_4$
$= 0 + 6 + 5 \times 3 \times 2$
$= 6 + 30 = 36$

- $k=3$

$C[2,3] + C[3,3] + m_1 \times m_3 \times m_4$
$= 15 + 0 + 5 \times 1 \times 2$
$= 25$

(***)

- $k=1$

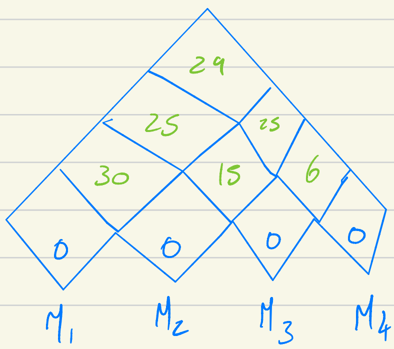
$C[1,1] + C[2,4] + m_0 \times m_1 \times m_4 = 0 + 25 + 2 \times 5 \times 2$
$= 45$

- $k=2$

$C[1,2] + C[3,4] + m_0 \times m_2 \times m_4 = 30 + 6 + 2 \times 3 \times 2$
$= 48$

- $k=3$

$C[1,3] + C[4,4] + m_0 \times m_3 \times m_4 = 25 + 0 + 2 \times 1 \times 2$
$= 29$



Rz 08/09 II.1

$1 = v_1 < v_2 < \dots < v_n$

$m[i,j]$ = nº mínimo de moedas necessário p/ efectuar o troco de quantia j usando moedas com valores $v_1, \dots, v_i$

$$m[i,j] = \begin{cases} \infty & \text{se } j < 0 \\ 0 & \text{se } j = 0 \\ \min(A, B) & \text{se } j \geq 1 \end{cases}$$

- $A = m[i-1, j]$ ⇒ não utilizamos v_i para calcular o troco
- $B = m[i, j - v_i]$ ⇒ utilizamos uma moeda de valor v_i

Rz 08/09 II.2

$$C[i,j] = \begin{cases} 0 & \text{se } i = 0 \text{ ou } j = 0 \\ C[i-1, j-1] + 1 & \text{se } x_i = y_j \\ \max(C[i-1, j],\ C[i, j-1]) & \text{c.c.} \end{cases}$$

		A	B	C	B	C	D	B	B	D	C	A	B	C	D	B
A																
B																
B																
A																
C																
B																
D																
C																
C																
D																
B																
A																
C																
D																

i

j		A	B	C	B	C	D	B	B	D	C	A	B	C	D	B	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
A	0	1↖	1←	1←	1←	1←	1←	1←	1←	1←	1←	1↖	1←	1←	1←	1←	1
B	0	1↑	2↖	2←	2↖	2←	2←	2↖	2↖	2←	2←	2←	2↖	2←	2←	2↖	2
B	0	1↑	2↖	2←	3↖	3←	3←	3←	3←	3←	3↖	3←	3←	3↖	3←	3←	3
A	0	1↖	2↑	2←	3↑	3←	3←	3←	3←	3←	3←	4↖	4←	4←	4←	4←	4
C	0	1↑	2↑	3↖	3←	4↖	4←	4←	4←	4←	4↖	4←	4←	5↖	5←	5←	5
B	0	1↑	2↖	3↑	4↖	4←	4←	5↖	5↖	5←	5←	5←	5↖	5←	5←	6↖	6
D	0	1↑	2↑	3↑	4↑	4←	5↖	5←	5←	6↖	6←	6←	6←	6←	6↖	6←	7
C	0	1↑	2↑	3↖	4↑	5↖	5←	5←	5←	6↑	7↖	7←	7←	7↖	7←	7←	8
C	0	1↑	2↑	3↖	4↑	5↖	5←	5←	5←	6↑	7↖	7←	7←	7↖	7←	7←	9
D	0	1↑	2↑	3↑	4↑	5↑	6↖	6←	6←	6↖	7↑	7←	7←	7←	8↖	8←	10
B	0	1↑	2↖	3↑	4↖	5↑	6↑	7↖	7↖	7←	7←	7←	8↖	8←	8←	9↖	11
A	0	1↖	2↑	3↑	4↑	5↑	6↑	7↑	7↑	7↑	7↑	8↖	8←	8←	8←	9↑	12
C	0	1↑	2↑	3↖	4↑	5↖	6↑	7↑	7↑	7↑	8↖	8←	8←	9↖	9←	9←	13
D	0	1↑	2↑	3↑	4↑	5↖	6↖	7↑	7↑	8↖	8↑	8↑	8↑	9↑	10↖	10←	14
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	

$c[0,10] = 0$ $\quad$ $c[5,12] = 5$ $\quad$ $c[10,10] = 7$ $\quad$ $c[15,14] = 10$

$c[4,6] = 4$ $\quad$ $c[9,13] = 7$ $\quad$ $c[14,14] = 10$

R2 16/17 II.b-

- $L[i,j]$ - representa o custo de guardar as palavras de i a j numa única linha.

- $C[j]$ - representa o custo da melhor distribuição das 1as j palavras por frases.

$$C[j] = \begin{cases} 0 & \text{se } j = 0 \\ \min\limits_{1 \le i \le j} \{ L[i,j] + C[i-1] \} & \text{c.c.} \end{cases}$$

R 13/14 II.a $\Rightarrow$ Problema de Mochila s/ repetição

- n encomendas

$(v_i, a_i) \cdot 1 \leq i \leq n$

v_i ↓ valor recebido; $a_i \rightarrow$ kl$_0$

$$\max \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot v_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot v_i \leq \underline{k}$$

$\underline{C[k, i]}$

↳ valor ganho vendendo j litros e utilizando no máximo as encomendas $1, \ldots, i$.

$$C[k,i] = \begin{cases} 0 & \text{se } k = 0 \vee i = 0 \\ \max(C[k-a_i, i-1] + v_i,\ C[k, i-1]) & \text{c.c.} \end{cases}$$

- Complexidade: $O(\underline{k} \cdot n)$