## Pracovní úkoly

- 1. Ze zadané hustoty krystalu fluoridu lithného určete vzdálenost *d* hlavních atomových rovin.
- 2. Proměřte úhlovou závislost intenzity difraktovaného rentgenového záření při pevné orientaci krystalu.
- 3. Proměřte spektrum rentgenového záření při konstantním anodovém napětí rentgenky  $U_a = 20 \text{ kV}$ .
- 4. Z mezní hodnoty energie spojitého spektra určete Planckovu konstantu, porovnejte s tabelovanou hodnotou. Určete vlnové délky čar  $K_{\alpha}$ ,  $K_{\beta}$  (porovnejte s tabelovanými hodnotami), spočtěte jejich vlnočty a odpovídající energetické rozdíly vyjádřete v keV. Určete konstanty stínění.

#### Teoretická část

Vzdálenost atomových rovin d krystalu LiF lze spočítat pomocí následujícího vzorce:

$$d = \sqrt[3]{n \frac{m_u(A_r(\text{Li}) + A_r(F))}{\rho}}$$
 (1)

Kde n je počet atomů v elementární buňce,  $m_u$  je atomová hmotnostní jednotka,  $A_r(X)$  je relativní atomová hmotnost daného prvku X a  $\rho$  je hustota krystalu.

V rentgence dochází ke vzniku dvou druhů záření. První druh, brzdné záření, vzniká, když elektrony vylétnuvší z katody začnou po dopadu na anodu stáčet kinetickou energii, ta se přemění na energii rtg. záření. Pokud nalezneme mezní hodnotu vlnové délky  $\lambda_m$ , která odpovídá nejrychlejším elektronům, můžeme určit Planckovu konstantu z následujícího vzorce [1]:

$$h = -\frac{e}{c} U_a \lambda_m \tag{2}$$

Kde e je elementární náboj, c je rychlost světla a  $U_m$  je napětí na rentgence.

Druhý druh záření vzniká při dopadu elektronu na atom materiálu anody. Dopadající elektron předá energii elektronu v elektronovém obalu a ten opustí atom, dochází k ionizaci a uvolněný elektron vyzáří specifické záření odpovídající jeho energetické hladině. Pro vlnočet  $v_{12}$  vlny uvolněné při přeskoku mezi hladinami  $n_1$  a  $n_2$  platí následující vzorec [1]:

$$v_{12} = R(Z - s)^2 \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right) \tag{3}$$

Kde *R* je Rydbergova konstanta *Z* je atomové číslo prvku (v našem případě 29 pro měď) a *s* je konstanta stínění.

Pokud rtg. záření dopadne na krystal, dochází ke konstruktivní interferenci jen pokud je splněna Braggova difrakční podmínka [1]:

$$2d\sin(\theta) = \lambda \tag{4}$$

Kde  $\theta$  je úhel, který svírají atomové roviny s dopadajícím zářením. Odražený paprsek se odráží se stejným úhlem jako pod, kterým dopadá, proto musíme detektor nastavit na dvojnásobný úhel než krystal.

### **Pomůcky**

- Vzorek krystalu LiF
- Rentgenka
- Geiger-Müllerův počítač

# Výsledky měření

Laboratorní podmínky by na výsledky měření neměly mít vliv.

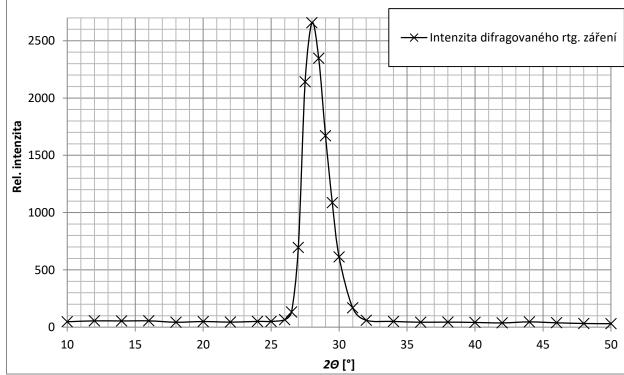
Tabulka 1: Vzdálenost hlavních atomových rovin LiF

d [Å]	2.023
d <sub>tab</sub> [Å]	2.009

V tabulce 1 je uvedena vzdálenost atomových rovin krystalu LiF. Uvedena je hodnota d spočtená dle vzorce (1) a hodnota  $d_{tab}$  nalezená v [2].

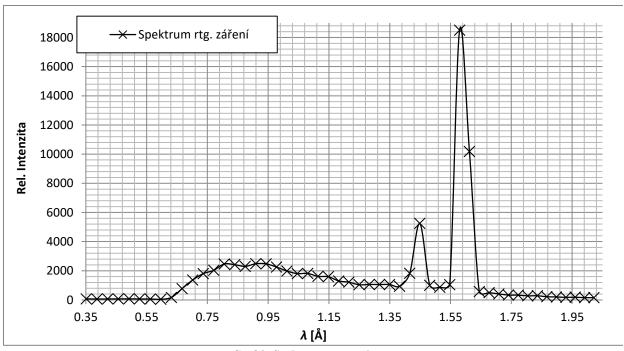
Graf č. 1 ukazuje závislost relativní intenzity na úhlu natočení detektoru. Naměřené hodnoty jsou proloženy hladkou křivkou. Úhel

natočení krystalu vůči směru rtg. záření byl 14°.



Graf 1: Závislost relativní intenzity na poloze detektoru

Graf č. 2 ukazuje spektrum rentgenky při konstantním napětí 20kV. Vlnovou délku jsme spočetli podle vzorce (4).



Graf 2: Spektrum rentgenky

Tabulka 2: Planckova konstanta

	hodnota	chyba
h ·10 <sup>-34</sup> [Js]	6.80	0.04
$h_{tab} \cdot 10^{-34} \text{ [Js]}$	6.63	

Planckovu konstantu jsme určili z mezní hodnoty spektra za pomoci vzorce (2). Pro vyšší přesnost jsme naměřili mezní hodnotu pro 20kV, 18kV a 16kV. Poté jsme použili lineární regresi. V tabulce 2 je uvedena hodnota h Planckovy konstanty a hodnota  $h_{tab}$  nalezená v [3]. Chyba určení

Planckovy konstanty je daná chybou lineární regrese. Chybu tabulkové hodnoty Planckovy konstanty neuvádíme, protože vzhledem k chybě a rozdílu od námi naměřené hodnoty je naprosto bezpředmětná.

Tabulka 3 obsahuje energie spektrálních čar  $K_{\alpha}$  a  $K_{\beta}$ , obsahuje také jejich vlnočty  $\nu$ , což je převrácená hodnota vlnové délky. V tabulce jsou uvedeny i odpovídající konstanty stínění s. Chyby změřených veličin jsou dány především nepřesností měření úhlu a také poměrně velkým krokem mezi jednotlivými úhly, který činil  $0.5^{\circ}$ . Chyby jsme tedy odhadli na 2%.

Tabulka 3: Vlastnosti spektrálních čar v rtg. spektru

$K_{\alpha}$		$K_{\beta}$	
λ [Å]	1.58	λ [Å]	1.45
E [keV]	7.8	E [keV]	8.6
ν [m <sup>-1</sup> ]	$6.90 \cdot 10^9$	ν [m <sup>-1</sup> ]	$6.33 \cdot 10^9$
S	1.28	S	2.41

### **Diskuse**

Při určování vzdálenosti hlavních atomových rovin krystalu LiF jsme se dopustili velmi malé chyby, protože jsme při výpočtu používali pouze tabulkové hodnoty a konstanty. Přesto se námi spočítaná hodnota liší od té tabulkové o 0.7%.

Úhlová závislost intenzity difraktovaného záření při pevné orientaci krystalu odpovídá teoretickým předpokladům. Maximum intenzity se nachází na dvojnásobku úhlu natočení krystalu. Platí tedy zákon odrazu. Nenulová intenzita mimo tuto hodnotu úhlu je způsobená reliktním zářením, které zaznamenával detektor.

Spektrum rentgenového záření odpovídá předpokladu, je v něm jasně patrná mezní vlnová délka brzdného záření a také dvě spektrální čáry  $K_{\alpha}$  a  $K_{\beta}$ . Vlnové délky spektrálních čar se liší od tabulkových [2] o zhruba 4%. Námi naměřené hodnoty vyšli v obou případech vyšší než tabulkové, proto je možné, že jsme se dopustili nějaké systematické chyby.

Chyby při měření mohli vzniknout nepřesným měřením úhlů. Další zdroj nepřesnosti mohl být dán uchycením krystalu, pokud by byly hlavní roviny pootočeny vůči držáku, pak by úhloměr ukazoval špatnou hodnotu, ovšem tato chyba nemohla být příliš velká, jinak by se projevila při měření úkolu 2. Při určení Planckovy konstanty nemělo na přesnost výsledku příliš velký vliv přesnost určení napětí  $U_a$ , jelikož jsme byli schopni měřit úhel jen po krocích o velikosti  $0.5^{\circ}$  a malá nepřesnost napětí nezpůsobí tak velkou změnu mezní vlnové délky a tedy i úhlu, který pozorujeme.

### Závěr

Byla určena vzdálenost hlavních atomových rovin krystalu LiF, jako:

$$d = (2.0231 \pm 0.0008) \text{ Å}$$

Úhlová závislost při pevné orientaci krystalu odpovídá teoretickým předpokladům.

Spektrum rentgenového záření odpovídá teoretickým předpokladům.

Hodnota Planckovy konstanty byla určena jako:

$$h = (6.80 \pm 0.04) \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Vlnočty, energie a konstanty stínění spektrálních čar  $K_{\alpha}$  a  $K_{\beta}$  byly spočteny:

$$\nu_{\alpha} = (6.33 \pm 0.13) \cdot 10^{9} \text{ m}^{-1}$$
  
 $\nu_{\beta} = (6.90 \pm 0.14) \cdot 10^{9} \text{ m}^{-1}$ 

$$E_{\alpha} = (7.8 \pm 0.2) \text{ keV}$$
  
 $E_{\beta} = (8.6 \pm 0.2) \text{ keV}$ 

$$s_{\alpha} = (1.28 \pm 0.03)$$
  
 $s_{\beta} = (2.41 \pm 0.05)$ 

### Literatura

- [1] Studium spektra rentgenového záření. *Fyzikální praktikum* [online]. [cit. 15.04.2017]. Dostupné z: http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\_media/zadani/texty/txt\_313.pdf
- [2] BROŽ, J., V. ROSKOVEC a M. VALOUCH. *Fyzikální a matematické tabulky*. 1. vyd. Praha: SNTL,1980
- [3] Planckova konstanta. *Wikipedie* [online]. [cit. 18.4.2017]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Planckova\_konstanta