Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum ...

Úloha č. ....

Název úlohy: ....

Jméno: .... Obor: FOF FAF FMUZV

Datum měření: .... Datum odevzdání: ....

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	
Teoretická část	0 - 1	
Výsledky měření	0 - 8	
Diskuse výsledků	0 - 4	
Závěr	0 - 1	
Seznam použité literatury	0 - 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval:................................. dne: ....

Pracovní úkoly

1. Změřte místní tíhové zrychlení *g* metodou matematického kyvadla.
2. Změřte závislost doby kmitu fyzického kyvadla na poloze čočky. Měření proveďte pro obě osy otáčení. Graficky znázorněte.
3. Změřte místní tíhové zrychlení *g* metodou reverzního kyvadla.
4. Vypočítejte chybu, které se dopouštíte idealizací reálného kyvadla v rámci modelu kyvadla matematického. Srovnejte moment setrvačnosti reálného kyvadla s jeho matematickou idealizací.
5. Vypočítejte vzdálenost těžiště reálného kyvadla od osy otáčení a porovnejte s délkou matematického kyvadla.

Teoretická část

Tíhové zrychlení lze určit na základě studováním kmitů kyvadla. Při idealizaci reálného kyvadla vzniká kyvadlo matematické. Z [1] lze odvodit vzorec pro tíhové zrychlení:

$$g=\frac{4\pi^2 l_m}{T_M^2} \tag{1}$$

kde l_m je délka matematického kyvadla a T_M je perioda matematického kyvadla.

Matematické kyvadlo předpokládá kývání hmotného bodu na nehmotném závěsu. Lepší model představuje fyzické kyvadlo, které zohledňuje rozložení hmoty kolem osy otáčení. Pokud matematické kyvadlo kmitá se stejnou periodou jako kyvadlo fyzické, nazveme jeho délku l_R redukovanou délkou fyzického kyvadla. Poté můžeme aplikovat vzorec (1) i na fyzické kyvadlo, kde za jeho délku dosadíme redukovanou délku.

Jako matematické kyvadlo jsme použili závaží na provázku. Moment setrvačnosti takové soustavy lze spočítat z následujícího vzorce vzniknuvšího použitím Steinerovy věty a vzorců pro výpočet momentu setrvačnosti koule a tyče:

$$I=\frac{1}{3}m_p l_p^2+m_z\left(\frac{2}{5}r_z^2+l^2\right) \tag{2}$$

kde m_p je hmotnost provázku, l_p je délka provázku, m_z je hmotnost závaží, r_z je poloměr kulového závaží a *l* je vzdálenost hmotného středu závaží od osy otáčení.

Poté můžeme podle [1] spočítat tíhové zrychlení podle vzorce:

$$g=\frac{4\pi^2 I}{(m_z+m_p)T_m^2 d} \tag{3}$$

kde *g* je tíhové zrychlení, *I* je moment setrvačnosti spočítaný podle vzorce (2) a *d* je vzdálenost osy otáčení od hmotného středu kyvadla.

Vzdálenost *d* určíme podle [2] následujícím vzorcem:

$$d=\frac{l_p m_p+m_z l}{m_p+m_z} \tag{4}$$

Všechny výchylky kyvadel byly menší než 5°, aby se zachoval vztah $\sin(\alpha)\approx\alpha$.

Metoda měření

Nejprve jsme zkonstruovali „matematické“ kyvadlo pomocí provázku a závaží. Poté jsme měřili periodu kmitání kyvadla. K měření periody jsme použili stopky řízené světelnou závorou.

Poté jsme měřili metodou reverzního kyvadla. Tato metod spočívá v nastavení vzdálenosti těžké čočky od dvou břitů. Pokud kyvadlo kývá kolem obou břitů se stejnou periodou, pak je vzdálenost břitů právě redukovanou délkou kyvadla. Když jsme nastavili čočku tak, aby byla perioda stejná. Periodu jsme opakovaně změřili. Také jsme měřili závislost periody na vzdálenosti čočky.

Pomůcky

- Kyvadlo
- Provázek
- Závaží
- Stopky
- Posuvné měřidlo (chyba 0,2mm)
- Pásové měřidlo (chyba 1mm)

Výsledky měření

Podmínky v laboratoři by neměly mít vliv na měření.

V tabulce č. 1 je uvedena perioda matematického kyvadla T_M, vzdálenost d a tíhové zrychlení g spočítané ze vzorce (1).

V tabulce jsou také uvedeny chyby. Chybu T_M jsme spočítali jako standardní odchylku od aritmetického průměru (měřili jsme celkem 3x). Chybu d jsme určili podle následujícího vzorce na určení chyby nepřímého měření ve, kterém jsme zanedbali chyby od hmotností provázku a závaží.

Tabulka 1: perioda T_M, délka d a tíhové zrychlení g

	T_M [s]	d [mm]	g [ms^{-2}]
hodnota:	2,0169	1014,12	9,84
chyba:	0,0004	0,99	0,02

$$\Delta d=\sqrt{\left(\frac{m_p}{m_p+m_z}\right)^2\Delta l_p^2+\left(\frac{m_z}{m_p+m_z}\right)^2\Delta l^2}$$

Chybu g jsme určili z následujícího vzorce:

$$\Delta g=\sqrt{\left(\frac{g}{d}\right)^2\Delta d^2+\left(2\frac{g}{T_M}\right)^2\Delta T_M^2}$$

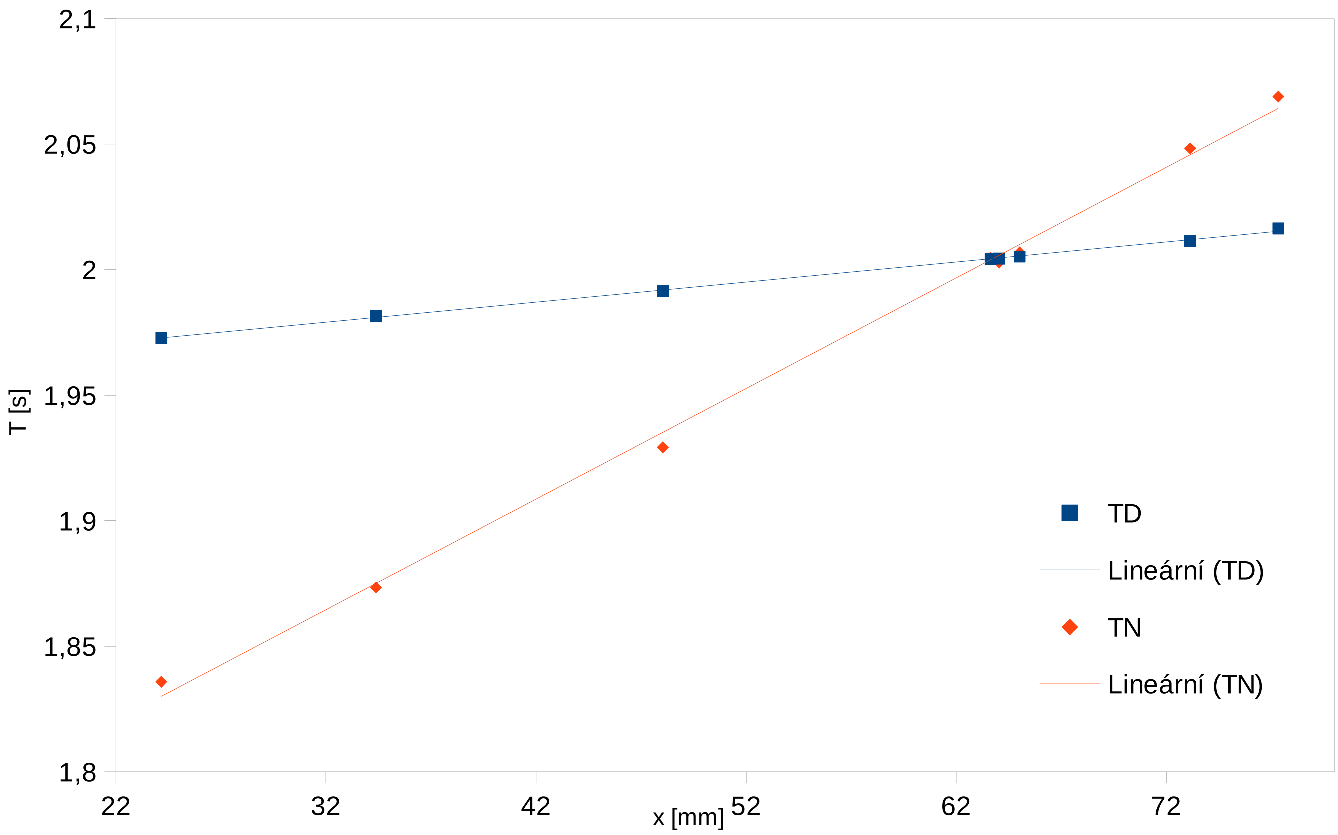
Graf č. 1 znázorňuje závislost doby kmitů na poloze čočky x. Doba kmitů T_N odpovídá kyvadlu, které má čočku nahoře, doba T_D odpovídá kyvadlu s čočkou dole.

V tabulce č. 2 je uvedena perioda T, která odpovídá periodě kyvadla s reverzní délkou l_r. Dále je v tabulce uvedeno tíhové zrychlení g spočítané metodou reverzního kyvadla.

Chyby v tabulce č. 2 jsme určili podobně jako u tabulky č. 1.

Tabulka 2: Doba kmitů T, délka reverzního kyvadla l a tíhové zrychlení g spočítané pomocí metody reverzního kyvadla

	T [s]	l_r [mm]	g [ms^{-2}]
hodnota:	2,0046	998	9,80
chyba:	0,0003	1	0,01



Graf 1: Závislost periody kyvadla s čočkou dole a nahoře na poloze čočky

V tabulce č. 3 jsou uvedeny momenty setrvačnosti pro matematické kyvadlo I_{mat} viz [1] a moment setrvačnosti pro kyvadlo realizované pomocí závaží na provázku I_{fy}. V tabulce je také uvedeno tíhové zrychlení g spočtené podle vzorce (3).

Tabulka č. 4 zachycuje vzdálenost d těžiště od osy otáčení vypočítané z (4).

Tabulka 3: Momenty setrvačnosti matematického a reálného kyvadla a tíhové zrychlení spočítané podle (3)

	I_{mat} [gm^2]	I_{fy} [gm^2]	g [ms^{-2}]
hodnoty:	64,54	64,27	9,80
chyby:	0,13	0,13	0,02

Tabulka 4: Vzdálenost hmotného středu kyvadla od osy otáčení

	d [mm]
hodnota:	1014,12
chyba:	0,99

Diskuse

Lví podíl na výsledné chybě má nepřesnost měření vzdáleností.

V případě měření metodou matematického kyvadla se jedná o určení polohy těžiště systému. Zde nastává několik problémů.

V první řadě se jedná o délku provázku, kterou měříme pásovým měřidlem. Provázek se také při měření kroutil a správně ho změřit bylo velice obtížné. Dále jsme se dopustili chyby při odhadu polohy těžiště závažíčka, kterou je obtížné odhadnout, jednak kvůli háčku na vrcholu závažíčka, jednak kvůli tomu, že závažíčko není dokonalá koule, jak by se mohlo zdát.

Při měření metodou reverzního kyvadla je velmi důležité změřit co nejpřesněji vzdálenost dvou břitů. Bohužel zde jsme také museli použít pásové měřidlo, které svou přesností nikoho neoslní. Naopak na výsledky měření nemá vliv přesnost měření vzdálenosti čočky. Přesnost se zde hodila zejména pro snadné nalezení bodu, kde perioda kmitů kolem obou břitů byla stejná.

Naopak měření časů bylo velice přesné. Zde největší nepřesnost způsobovala detekce průchodu kyvadla světelným paprskem, než samotná přesnost stopek.

Také měření hmotností bylo velmi přesné a pro potřeby měření bylo dostatečné.

Při porovnání výsledků se známými hodnotami tíhového zrychlení zjistíme, že jsme se nejspíše dopustili nějaké systematické chyby. Jedním z jejích zdrojů může být tření, které náš model úplně zanedbává.

Závěr

Tíhové zrychlení změřené metodou matematického kyvadla:

$$g = (9{,}801 \pm 0{,}022)\ ms^{-2}$$

Tíhové zrychlení změřené metodou reverzního kyvadla:

$$g = (9{,}805 \pm 0{,}020)\ ms^{-2}$$

Rozdíl tíhových zrychlení při idealizaci matematickým kyvadlem a fyzickým kyvadlem

$$\Delta g = g_{mat} - g_{fy} = 0{,}041\ ms^{-2}$$

Moment setrvačnosti matematického a reálného kyvadla

$$I_{mat} = (64{,}54 \pm 0{,}13)\ gm^2$$
$$I_{fy} = (64{,}27 \pm 0{,}13)\ gm^2$$

Tíhové zrychlení v Praze na Albertově podle [3]:

$$g = 9{,}81018\,ms^{-2}$$

Námi měřené tíhové zrychlení vyšlo v obou případech o trochu vyšší než v případě skutečných hodnot. Nejspíše jsme se dopustili nějaké systematické chyby.

Literatura

[1] Měření tíhového zrychlení. *Fyzikální praktikum* [online].
[cit. 17.4.2016]. Dostupné z:
http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_121.pdf

[2] Těžiště tělesa. *Encyklopedie fyziky* [online]
[cit. 17.4.2016]. Dostupné z:
http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/101-teziste-telesa

[3] Místopis bodu základního tíhového pole. *Český úřad zeměměřický a katastrální* [online]
[cit. 17.4.2016]. Dostupné z:
http://bodovapole.cuzk.cz/_tbpOutput_ws.aspx?id=V%2bzYeVPaBjkQDzU96zyYzuCorPvdw6On1GCGNi3XC4fJ%2bp5wU1ontgs3J1O%2b4wRIsnUGdnYn8hw%3d