

Pracovní úkoly

1. Sestavte obvod podle obr. 1 (viz studijní text k úloze) a změřte pro obvod v periodickém stavu závislost doby kmitu T na velikosti zařazené kapacity alespoň pro pět hodnot z intervalu ($C = 0,1 - 10 \mu\text{F}$, $R = 20 \Omega$). Výsledky měření zpracujte graficky a vyhodnoťte velikost indukčnosti L zařazené v obvodu.
2. Stanovte hodnoty aperiodizačních odporů pro pět hodnot kapacit zařazeného kondenzátoru. I v tomto případě stanovte velikost indukčnosti L .
3. Změřte závislost relaxační doby sériového obvodu RC podle obr. 2 (viz studijní text k úloze) na velikosti odporu a na velikosti kapacity v obvodu. Výsledky měření zpracujte graficky a porovnejte s teoretickými.

Teoretická část

Pokud zapojíme sériový RLC obvod podle schématu 1, získáme z II. Kirchhoffova zákona rovnici [1]:

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (1)$$

Kde L je indukčnost cívky v obvodu, R je velikost odporu v obvodu, C je kapacita kondenzátoru v obvodu a ε je elektromotorické napětí v obvodu. Rovnice (1) popisuje oscilátor, který vykonává tlumené kmity. V závislosti na hodnotách R , L a C získáme tři různé možnosti řešení.

Pokud je $1/LC > R^2/4L^2$, pak je průběh proudu v obvodu periodický s exponenciálně se snižující amplitudou. Pro periodu kmitů T platí podle [1]:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}} \quad (2)$$

$$\text{Jestliže } \frac{R^2}{L^2} \ll \frac{1}{LC}: T = 2\pi\sqrt{LC} \quad (3)$$

Pokud $R^2/4L^2 = 1/LC$, pak se jedná o tzv. mezní aperiodizační stav. Při této mezní podmínce proud nemění směr, ale jeho velikost se exponenciálně snižuje. Odpor, pro který je daná rovnost splněna označme R_{ap} a platí pro něj [1]:

$$R_{ap} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (4)$$

Pokud zapojíme sériový RC obvod podle schématu 2, bude proud v obvodu po přepnutí přepínače exponenciálně klesat úměrně $\exp(-t/\tau)$. Veličinu τ nazýváme relaxační doba a platí pro ni dle [1]:

$$\tau = RC \quad (5)$$

Metoda měření

Nejprve jsme měřili závislost periody na velikosti kapacity zařazené do obvodu. Pro každou kapacitu jsme naměřili pět hodnot periody.

Následně jsme se snažili určit velikost aperiodizačního odporu. Ten jsme určili jen velmi hrubým odhadem, jelikož bylo velmi náročné rozpoznat mezní aperiodický stav od ostatních. V obou případech byl obvod zapojen podle schématu 1 **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů..**

Na konec jsme měřili závislost relaxační doby na odporu R a kapacitě C . Zde jsme využili možnosti proložit naměřenými daty exponenciální fit. Obvod byl zapojen dle schématu 2 **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů..**

Pomůcky

- Měřicí systém ISES (vzorkovací frekvence 10 kHz)
- Odporová dekáda (přesnost $\pm 0.5\% \pm 5 \text{ m}\Omega$, $R_0 = 18 \text{ m}\Omega$)
- Kondenzátorová dekáda (přesnost $\pm 1\%$)
- Cívka (600 závitů)
- Vodiče
- Počítač
- Laboratorní zdroj

Schémata

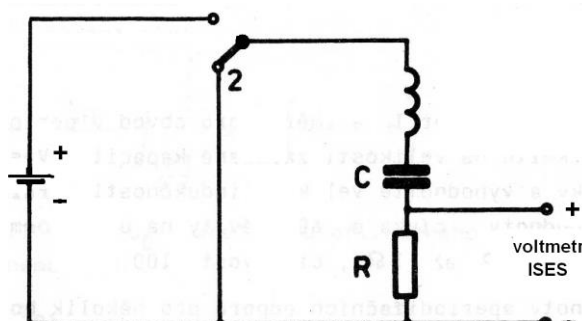


Schéma 1: RLC obvod [1]

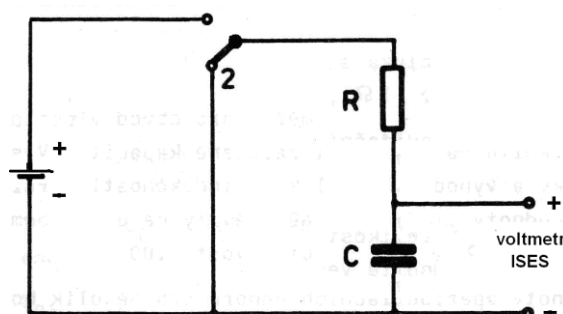


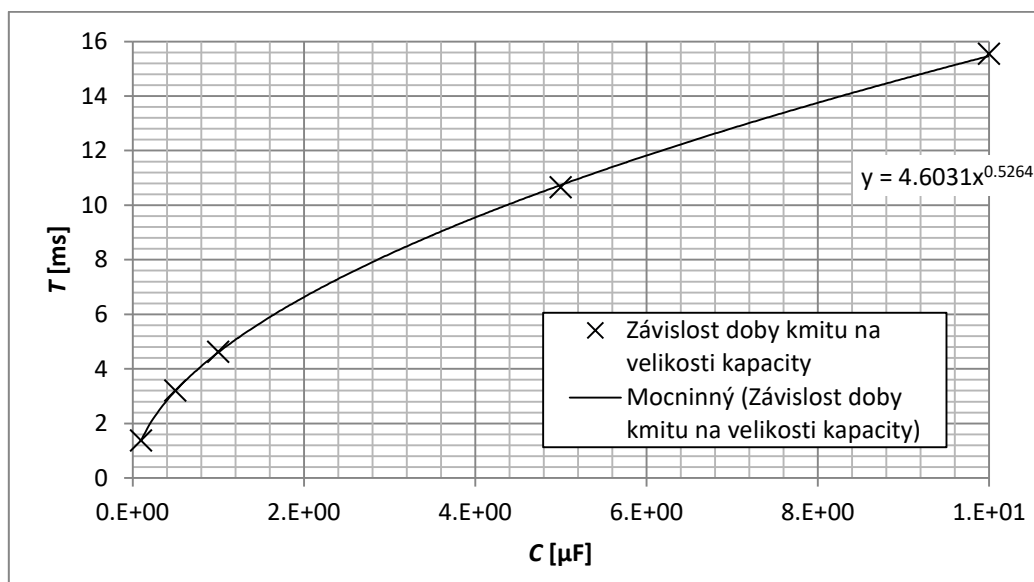
Schéma 2: RC obvod [1]

Výsledky měření

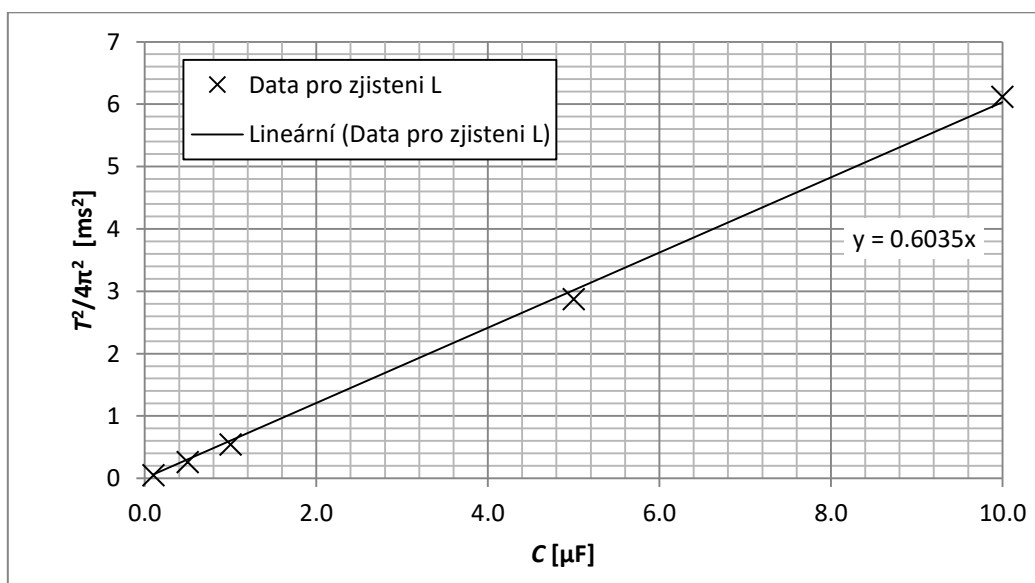
Laboratorní podmínky by neměly mít na průběh experimentu vliv.

Graf č. 1 zobrazuje závislost doby kmitu na velikosti kapacity C zařazené do RLC obvodu. Velikost odporu R byla $(20.0 \pm 0.1) \Omega$. Naměřená data jsou proložena mocninou křivkou, jejíž rovnice je uvedena v grafu. Pro každou kapacitu C jsme změřili periodu pětkrát, hodnota uvedená v grafu je průměrná hodnota těchto pěti měření.

Indukčnost cívky L jsme určili ze směrnice grafu č. 2. V něm je na x-ovou osu vynesena kapacita a na ose y je vynesena druhá mocnina periody vydělená konstantou $4\pi^2$. Poté pokud využijeme rovnice (3), platí, že směrnice tohoto grafu je indukčnost cívky L . Tabulka č. 1 obsahuje indukčnost L a její chybu, kterou jsme určili jako chybu lineární regrese.



Graf 1: Závislost periody kmitu na velikosti zařazené kapacity



Graf 2: Zjišťování indukčnosti cívky

Tabulka 1: Indukčnost cívky určená z periody kmitů

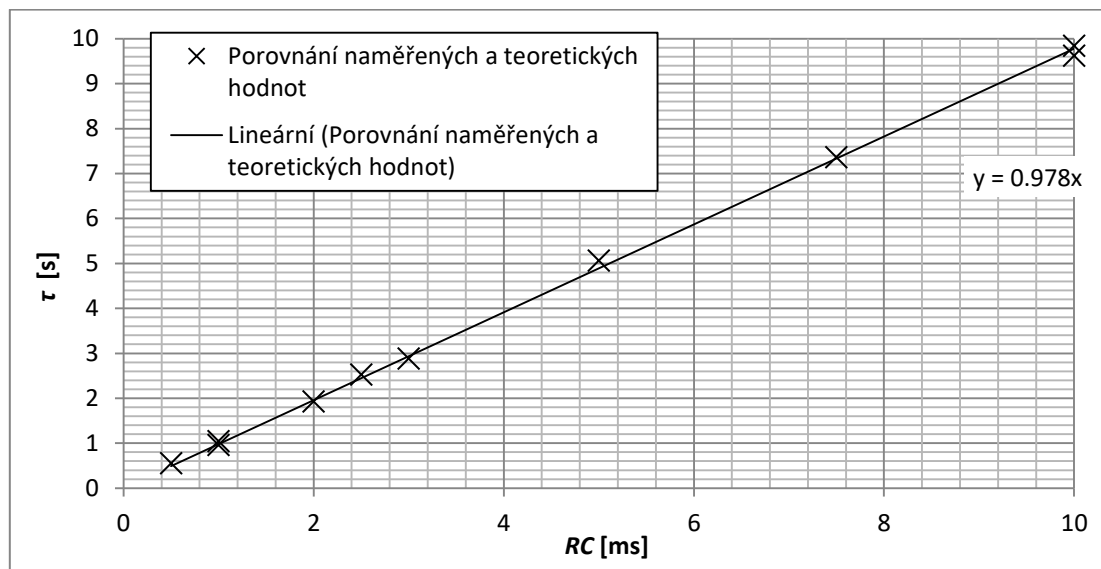
L [H]	chyba L [H]
0.603	0.008

Tabulka č. 2 obsahuje hodnoty aperiodizačních odporů R_{ap} pro různé hodnoty kapacity C . Chybu určení odporu byla daná schopností rozlišit jednotlivé druhy vývoje proudu, odhadli jsme ji jako 100Ω . Tabulka také obsahuje indukčnost cívky, kterou jsme spočetli pro každou hodnotu kapacity zvlášť ze vzorce (4). Chybu indukčnosti jsme spočetli podle vzorce pro výpočet chyby nepřímého měření. Indukčnost jsme nepočítali pomocí regrese, protože se relativní chyba aperiodizačních odporů velmi lišila a lineární regrese by tento fakt nedokázala nikterak zohlednit.

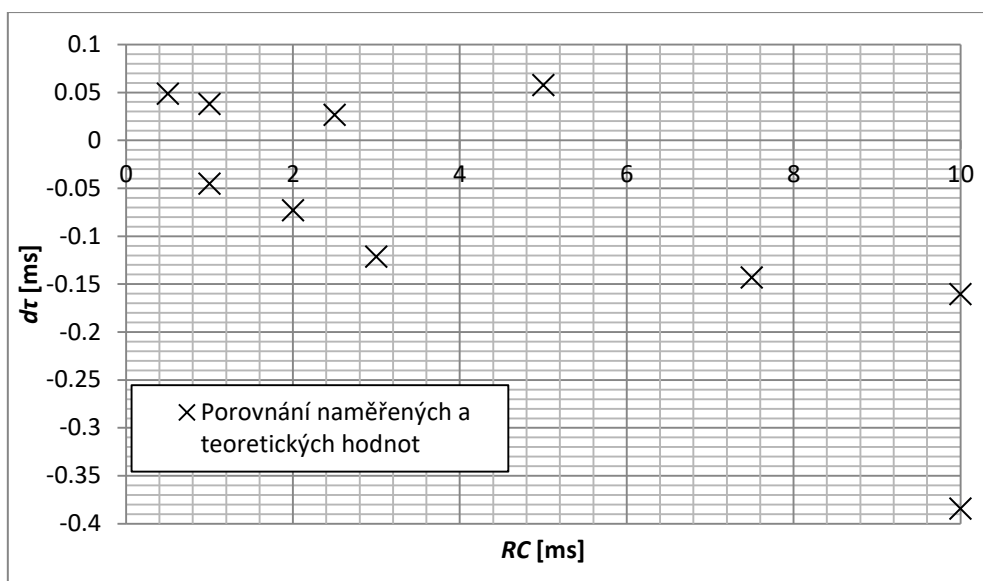
Tabulka 2: Hodnota aperiodizačních odporů a indukčnost cívky pro různé kapacity

C [μF]	chyba C	R_{ap} [Ω]	chyba R_{ap}	L [H]	chyba L
1	1%	1700	6%	0.72	8%
0.1	1%	5300	2%	0.70	3%
0.5	1%	2600	4%	0.85	6%
5	1%	820	12%	0.84	17%
10	1%	590	17%	0.87	24%

Grafy č. 3 a 4 obsahují porovnání teoretické hodnoty relaxační doby τ RC obvodu a naměřené hodnoty. Relaxační dobu jsme určovali z exponenciálního fitu naměřených dat pro různé hodnoty odporu a kapacity. Pro každou hodnotu kapacity a odporu jsme určili relaxační dobu třikrát, uvedená hodnota je průměrem těchto hodnot. V grafu č. 3 je na jedné ose teoretická hodnota odpovídající podle vzorce (5) hodnotě RC , na druhé ose je naměřená hodnota. Data jsou proložena lineárním fitem, jehož rovnice je uvedena v grafu. V grafu č. 4 je na jedné ose uveden rozdíl teoretické hodnoty od naměřené $d\tau$ a na druhé teoretická hodnota relaxační doby.



Graf 3: Porovnání teoretických a naměřených hodnot relaxační doby



Graf 4: Rozdíl naměřených a teoretických hodnot doby kmitu

Diskuse

Naměřená závislost doby kmitu odpovídá teoretickému předpokladu. Z grafu č. 1 je patrné, že doba kmitu závisí na přibližně druhé odmocnině C , což souhlasí se vztahem (2) resp. (3). Přesnost určení indukčnosti cívky z hodnoty periody kmitů je daná velikostí zanedbaného členu v rovnici (2). Je zřejmé, že pro větší hodnoty C bude zanedbání zřetelnější. Určení přesné periody kmitů je také problematické, protože se jedná o kmity tlumené, jejichž perioda se mění. Nicméně pro nízké hodnoty tlumení (nízké hodnoty R) je prakticky neměnná. Chyba odporové nebo kondenzátorové dekády, ale vzhledem k aproximaci ve vztahu (3) nehraje žádnou roli.

Chyba měření aperiodizačního odporu byla značně velká. Určit tento odpor bylo velmi obtížné. Hlavní problém byl odlišit jednotlivé stavy. Rozlišit periodické kmitání nebylo tak obtížné, jako rozlišit *mezní* aperiodický stav o aperiodického. Dá se tedy říci, že aperiodizační odpor v tabulce 2 je spíše větší než jeho skutečná hodnota. Ze vztahu (4) tedy vyplývá, že spočtená hodnota indukčnosti bude větší než skutečná. Pokud porovnáme hodnoty indukčnosti cívky v tabulce 2 a tabulce 1 zjistíme, že tomu tak skutečně je.

Chyba měření relaxační doby v RC obvodu je daná přesností voltmetru ISES a jeho vzorkovací frekvencí. Naměřená data byla značně zašuměná, což snížilo přesnost exponenciálního fitu. Tuto chybu jsme se snažili redukovat změřením více dat, které jsme následně zpracovali statisticky. V grafu 4 je vidět, že naměřená závislost odpovídá teoretické.

Závěr

Indukčnost cívky spočtená z periody kmitů nám vyšla:

$$L = (0.603 \pm 0.008) \text{ H}$$

Hodnota indukčnosti cívky spočtená z velikosti aperiodizačních odporů se pohybovala v rozmezí $(0.70 - 0.87) \text{ H}$.

Změřené závislosti odpovídali teoretickým předpokladům.

Literatura

- [1] Přechodové jevy v sériovém RLC obvodu. *Fyzikální praktikum* [online]. [cit. 4.12.2016]. Dostupné z: http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_218.pdf