Entrega laboratorio 1 - Modelado, optimización y simulación

Julian Rolon - 202215839,
Javier barrera - 202214779

Enero 30 de 2025

Problema 1

Parte A.

- Identifique claramente **cuál es el problema** que el SCRUM Master necesita resolver.

  Solución. El problema del SCRUM master es asignar las tareas a un equipo de desarrolladores **maximizando** la prioridad de las mismas teniendo en cuenta que el equipo puede desarrollar un máximo de 52 puntos de historia. Para dar un poco más de contexto, se nos propone que las tareas tienen una prioridad y unos puntos de historia, que entre mayor sea el número mayor será el esfuerzo requerido para finalizar una.

- Realice todas las suposiciones para la delimitación del modelo.

  Solución. Entre las suposiciones que encontramos están: Las tareas no dependen unas de otras. Las tareas son únicas, es decir, no hay dos instancias de la misma tarea. No se puede exceder la capacidad de puntos de historia del equipo. Se tratará al equipo de desarrolladores cómo 1, es decir, se asignan tareas al equipo y no al individuo.

- Establezca los parámetros que deben ser incluidos en el modelo matemático para la solución del problema.

  Solución. Definamos las tareas como $T = T_1, T_2, \ldots, T_{11}$. Además, cada $i \in T$ tarea tiene asignada unos puntos de historia p_i y una prioridad w_i. Adicionalmente definamos H^* como el número máximo de puntos de historia que va a desarrollar el equipo durante el sprint. En este punto surge una tarea adicional, la prioridad es una variable categoría, debemos representar esto de alguna manera en el modelo. Lo más sencillo que se puede realizar es ordenar de menor a mayor las prioridades y asignarles un número entero de 0 a k, siendo k la mayor prioridad. Al realizar este proceso obtenemos lo siguiente:

Prioridad	**Entero**
Mínima	1
Baja	2
Media baja	3
Media	4
Media alta	5
Alta	6
Máxima	7

- Identifique las variables clave para la resolución del problema y clasifiquelas.

  Solución. En cuanto a la variable de decisión tenemos que será X, un arreglo uní dimensional binario que tiene el mismo tamaño que el número de tareas. Este arreglo tendrá entradas con 1 o 0, dependiendo si se asigno la tarea al equipo o no.

- Formule matemáticamente las relaciones entre las variables y parámetros que pudo identificar.

  Solución. La primera relación importante que se debe realizar es la función objetivo. Definimos Z de la siguiente manera:

$$Z = \max \sum_{i \in T} w_i \times X_i$$

  Las siguientes relaciones importantes serán las restricciones. Recordemos que el equipo no puede exceder un número máximo de puntos de historia.

$$\sum_{i \in T} X_i \times p_i \leq H^*$$

- Identifique el posible tipo de modelo de acuerdo al análisis realizado.

  Solución. El modelo finalmente es de programación lineal con valores enteros positivos debido a que la función objetivo y las restricciones son una combinación lineal de las variables y parámetros. Además, usamos valores enteros positivos ya que no podemos dividir una tarea y no es lógico pensar en tareas cuyos puntos de historia sean negativos.

Parte B.

- Asuma ahora que **cada desarrollador** cuenta con una capacidad máxima individual de **13 puntos de historia**.

- Modifique el modelo de la Parte A para considerar esta nueva característica de la empresa y asegurar que ningún desarrollador supere este límite.

  Solución. Dado este nuevo contexto es necesario cambiar inicialmente el problema que se quiere realizar. En este caso será **maximizar** la prioridad de las tareas que se le asigna a cada desarrollador sin exceder un límite de 13 puntos de historia. Continuamos con las suposiciones que anteriormente se plantearon, solo que ahora no se va a tratar al equipo como 1 y las tareas no se pueden repartir entre dos o más desarrolladores.

  También es necesario hacer cambios a los parámetros y la variable de decisión. Sobre los parámetros se redefinirá H^* como el máximo de punto de historia que puede realizar cada uno de los desarrollador, igual para todos. Adicionalmente, se añadirán los desarrolladores $D = D_1, D_2, D_3, D_4$. Combinando los dos parámetros anteriores cada $j \in D$ desarrollador tiene cómo máximo de puntos de historia H^*. La variable de decisión ahora será una matriz binaria de tamaño número de desarrolladores por número de tareas. Sí la entrada $x_{i,j}$ es 1 entonces el programador i toma la tarea j, de lo contrario no la toma.

  En cuanto a la función objetivo y las restricciones tenemos los siguiente. Para cada j programador quiero **maximizar** la prioridad de las tareas que le asigno.

$$Z^* = \max \sum_{j \in D} \sum_{i \in T} X_{i,j} \times w_i$$

En cuanto a las restricciones, para todo $j \in D$ desarrollador existe un máximo de puntos de historia H^*.

$$\sum_{i \in T} X_{i,j} \times p_i \leq H^*, \forall j \in D$$

Adicionalmente, toda $i \in T$ tarea solo puede ser asignada a un desarrollador. Por ejemplo, la tarea 1 no va a estar asignada al desarrollador 1 y al desarrollador 2, solo a uno de ellos.

$$\sum_{j \in D} X_{i,j} \leq 1, \forall i \in T$$

Problema 2

Parte A.

- Identifique claramente **cuál es el problema** que se necesita resolver.

  Solución. El problema que se necesita resolver en esta parte es como gerente, quiero asignar un conjunto de trabajos a 3 trabajadores, maximizando la ganancia total mientras no exceda las horas disponibles de cada uno.

- Realice todas las suposiciones para la delimitación del modelo.

  Solución. Entre las suposiciones que hacemos para este problema tenemos: No hay dependencias entre trabajos, un trabajo solo se puede asignar a un trabajador, el trabajador no puede realizar sus tareas en en paralelo, los trabajos si o si se terminan en el tiempo establecido

- Establezca los parámetros que deben ser incluidos en el modelo matemático para la solución del problema.

  Solución. Definamos las trabajadores como $W = W_1, W_2, W_3$ y los trabajos que pueden realizar como $T = T_1, T_2, \ldots, T_5$. Adicionalmente definiremos d_i como la disponibilidad en horas de cada $i \in W$ trabajador. Además, cada $j \in T$ trabajo tiene un beneficio p_j de realizarlo y un tiempo t_j para completarlo.

- Identifique las variables clave para la resolución del problema y clasifiquelas.

  Solución. Como variable clave, definiremos una matriz binaria X_{ij} donde i son las filas que representa a cada trabajador y j son las columnas que representa a cada tarea, al asignarle la tarea j al trabajador i se cambiara el valor a 1.

- Formule matemáticamente las relaciones entre las variables y parámetros que pudo identificar.

  Solución. Debida o que se quiere maximizar la ganancia, la función objetivo quedaría de la siguiente manera:

$$Z = \max \sum_{i \in W} \sum_{j \in T} p_j \times X_{i,j}$$

Para limitar el espacio de búsqueda de la función objetivo se ha decidido definir las siguientes restricciones: la suma de las horas asignadas a un trabajador i deben ser menor o igual a la disponibilidad d_i del mismo.

$$\sum_{j \in T} p_j \times X_{i,j} \leq d_i, \forall i \in W$$

Y una misma tarea no puede ser asignada a 2 trabajadores, entonces la suma de la columna j no puede ser mayor a 1

$$\sum_{i \in W} X_{i,j} \leq 1, \forall j \in T$$

- Identifique el posible tipo de modelo de acuerdo al análisis realizado.

  Solución. Finalmente observamos que se trata de un modelo de programación lineal, pues tanto la función objetivo como las restricciones son combinaciones lineales entre variables y parámetros.

Parte B.

- La empresa ha experimentado un cambio en sus políticas y ahora se tienen las siguientes limitaciones específicas de ciertos trabajadores con determinados trabajos. Como lo son:

  - Solo el trabajador 1 puede realizar el Trabajo 1.
  - El Trabajo 3 no puede ser realizado por el trabajador 2.

- Modifique el modelo de la Parte A para incorporar dichas condiciones.

  Solución. Para poder incorporar dichas condiciones a nuestro modelo, debemos agregar 2 restricciones:

  - Solo el trabajador 1 puede realizar el Trabajo 1: Esta restricción la definimos como $X_{i1} = 0, \forall i \neq 1$. Con esta condición nos aseguramos que el valor del trabajo 1 en nuestra matriz va a ser 0 para todos los trabajadores que no son el 1.
  - El Trabajo 3 no puede ser realizado por el trabajador 2: Esta restricción la definimos como $X_{23} = 0$. Así nos aseguramos que dicho trabajador no pueda realizar la tarea

Problema 3

Parte A.

- Identifique claramente **cuál es el problema** que necesita resolver.

  Solución. Lo que nos dice el ejercicio es que hay una flota de 3 aviones que tiene un peso y volumen máximo que puede transportar. También hay una cantidad de recursos que tienen asignado un peso y volumen máximo, además un valor. Lo que se nos pide realizar es **maximizar** el valor de los recursos que se enviarán en la flota de aviones en la misión humanitaria hacia Zambia respetando los limites de volumen y peso de cada avión.

- Realice todas las suposiciones para la delimitación del modelo.

  Solución. Para simplificar al máximo el problema vamos a suponer que existe una única instancia de cada recurso. Por lo cual, solo se puede mandar un tipo de recurso entre la flota, es decir, los tres aviones. Adicionalmente suponemos que un recurso es indivisible.

- Establezca los parámetros que deben ser incluidos en el modelo matemático para la solución del problema.

  Solución. Inicialmente tenemos $A = A_1, A_2, A_3$ aviones y $R = R_1, R_2, \ldots, R_5$ recursos. Cada $i \in A$ avión puede llevar un máximo de peso w_i y un máximo de volumen v_i. Adicionalmente, cada $j \in R$ recurso tiene un peso w_j^*, un volumen v_j^* y un valor p_j.

- Identifique las variables clave para la resolución del problema y clasifiquelas.

  Solución. Para resolver el problema basta con definir una matriz binaria X de tamaño número de aviones por número de recursos. Cada entrada de la matriz tendrá un 1 si el avión lleva el recurso, 0 de lo contrario. Por ejemplo, sí X_{ij} es 1, entonces el avión i lleva el recurso j.

- Formule matemáticamente las relaciones entre las variables y parámetros que pudo identificar.

  Solución. Se debe maximizar el valor de los recursos que se llevan en la flota, por tanto, la función objetivo es la siguiente:

  $$Z = \max \sum_{i \in A} \sum_{j \in R} X_{i,j} \times p_j$$

  Ahora bien, en cuanto a las restricciones tenemos las siguientes. Por un lado debemos limitar el volumen y el peso de los recursos que llevamos en cada uno de los aviones. Para cada i avión,

  $$\sum_{j \in R} X_{i,j} \times w_j^* \leq w_i, \forall i \in A$$

  $$\sum_{j \in R} X_{i,j} \times v_j^* \leq v_i, \forall i \in A$$

  Adicionalmente, debemos recordar que un recurso solo se puede cargar 1 vez entre todos los aviones de la flota.

$$\sum_{i\in A} X_{i,j} \leq 1, \forall j \in R$$

Otras dos restricciones que se nos da en el enunciado es que las medicinas no pueden ser trasportadas en el avión 1, y los equipos médicos no pueden ir junto al agua y viceversa. Lo que nos da como resultado las dos siguientes restricciones.

$$X_{1,2} = 0$$

$$X_{i,3} + X_{i,4} \leq 1, \forall i \in A$$

- Identifique el posible tipo de modelo de acuerdo al análisis realizado.

  Solución. El modelo finalmente es de programación lineal con valores enteros positivos debido a que la función objetivo y las restricciones son una combinación lineal de las variables y parámetros. Además, usamos valores enteros positivos ya que no podemos dividir un recurso y nuestra variable de decisión es binaria, llevamos o no el recurso en un avión. Además, no es lógico pensar en recursos que tengan -10 toneladas o $-100\,m^3$.