# 8.2 用二分法求方程的近似根

**2. 实验题：**

（1）$\frac{\sin(x)}{\sqrt{1+x^2}} - \tan(x) + \ln(x) = 0$

## MATLAB 程序编辑如下：

**1. 主函数：**

```
%二分法方程求根
figure(1);
l=ezplot('sin(x)/sqrt(1+x^2)-tan(x)+log(x)/log(10)',[5 20]);
set(l,'Color','red');
hold on;
l=ezplot('0',[-5 20]);
set(l,'Color','black');
hold off;
title('待求根函数图象')
legend('y=f(x)','y=0')
grid on;
pause;
%数据输入模块
A=input('请输入求根区间\n');
eps=input('请输入误差限 eps\n');
a=A(1);
b=A(2);
x0=0;
i=0;
%二分法求根模块
if(ff(a)*ff(b)>0)
    fprintf('may no solution!');
else
    while(abs(a-b)>eps*abs(b))
        x0=(a+b)/2;
        f=ff(x0);
        if(f*ff(a)>0)
            a=x0;
        else
            b=x0;
        end
        x0=(a+b)/2;
        i=i+1;
    end

   %数据输出与作图模块
```

```
    fprintf('方法收敛!\n');
    format long;
    fprintf('计算结果:\n')
    x0
    fprintf('计算次数:\n')
    i
    x=A(1):0.01:A(2);
    f=ff(x);
    figure(2);
    plot(x,f,'b',x,0*f,'k',x0,0,'ro');
    grid on;
    title('计算结果');
    legend('y=f(x)','y=0','root');
end
```

**2.子函数**

```
%待求根函数
function F=ff(x)
F=sin(x)./sqrt(1+x.^2)-tan(x)+log(x)./log(10);
```

## MATLAB 程序运行结果下：

## 1. 数值解

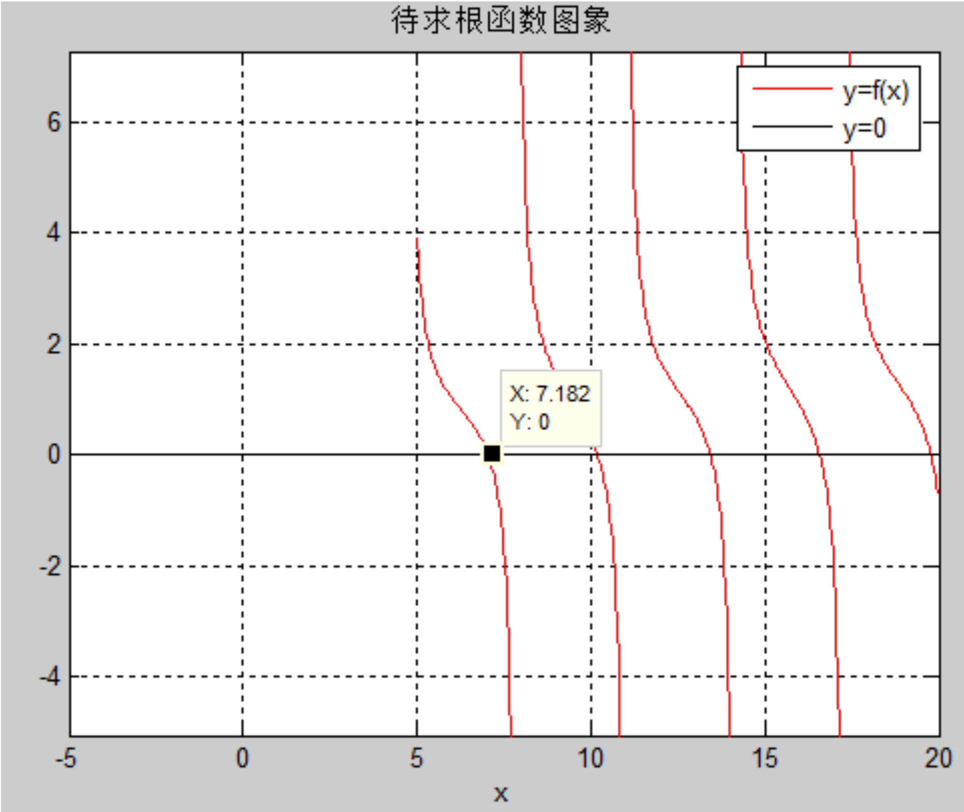
**从图像上看出方程有很多根为了演示程序功能只计算其中的一个根。**

```
>> BM
请输入求根区间
[7 7.5]
请输入误差限 eps
0.00001
方法收敛!
计算结果:

x0 =

    7.03982543945313

计算次数:

i =

    13
```

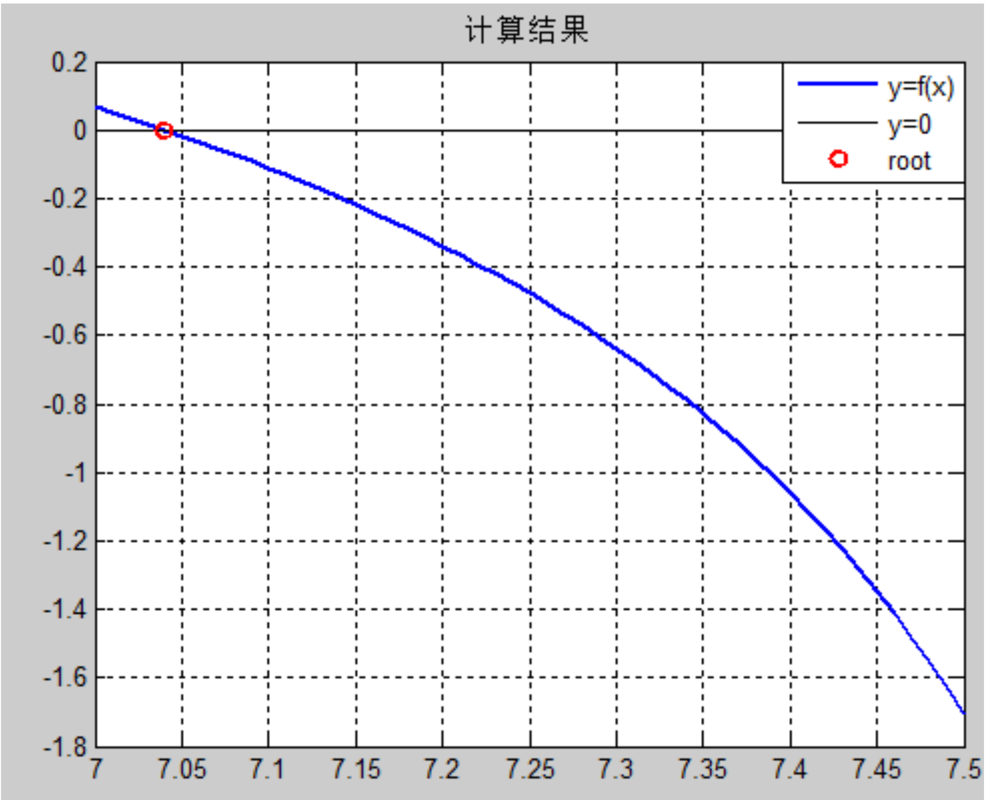
>>

分析结果程序二分了 13 次达到预定精度，结果为 x=7.03982543945313

**图象比对：**




运行程序后程序会先画出函数的图象大概确定求根的区间，图中可以看到在 7.182 附近有方程的根。故求根区间选择在[ 7　7.5]。



从计算结果图中看出求出来的根（红色的圈）的位置正是 y=f（x）与 y=0 交点，即 f（x）=0 的根。

（2）

$$2x\cos(x)+\sqrt{x^4-1}-x^2\ln\left(x^3+1\right)=0$$

## MATLAB 程序编辑如下：

**1.主函数：**

```
%二分法方程求根
figure(1);
l=ezplot('2*x*cos(x)+sqrt(x^4-1)-x^2*log(x^3+1)');
set(l,'Color','red');
hold on;
l=ezplot('0');
set(l,'Color','black');
title('待求根函数图象')
legend('y=f(x)','y=0')
hold off;
grid on;
pause;
%数据输入模块
A=input('请输入求根区间\n');
eps=input('请输入误差限 eps\n');
a=A(1);
b=A(2);
x0=0;
i=0;
%二分法求根模块
if(ff1(a)*ff1(b)>0)
    fprintf('may no solution!');
else
    while(abs(a-b)>eps*abs(b))
        x0=(a+b)/2;
        f=ff1(x0);
        if(f*ff1(a)>0)
            a=x0;
        else
            b=x0;
        end
        x0=(a+b)/2;
        i=i+1;
    end
```

```
  %数据输出与作图模块
  fprintf('方法收敛!\n')
  fprintf('计算结果:\n')
  x0
  fprintf('计算次数:\n')
  i
  x=A(1):0.001:A(2);
  figure(2);
  plot(x,ff1(x),'b',x,0*x,'k',x0,0,'ro');
  grid on;
  title('计算结果');
  legend('y=f(x)','y=0','root');
end
```

**2.子函数：**

```
%待求根函数
function F=ff1(x)
F=2*x.*cos(x)+sqrt(x.^4-1)-x.^2.*log(x.^3+1);
```

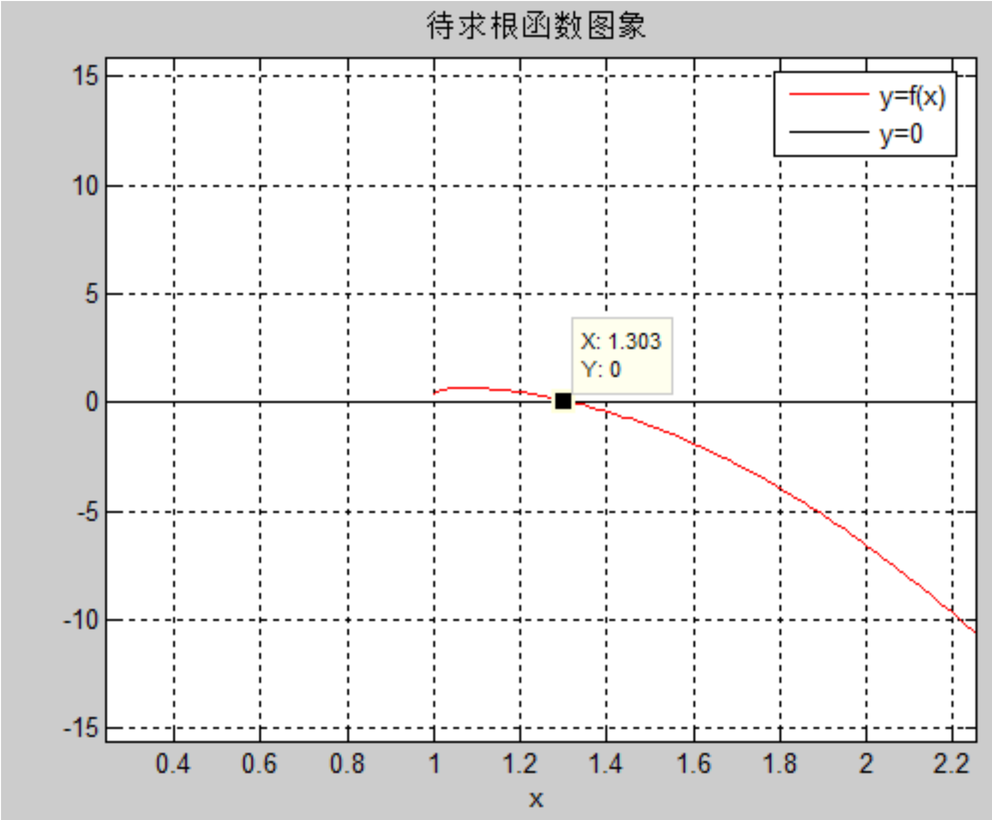
## 运行结果：

## 1.数值结果：

```
>> BM1
请输入求根区间
[1.2 1.4]
请输入误差限 eps
0.00001
方法收敛!
计算结果:

x0 =

   1.32037963867187

计算次数:

i =

    14
>>
```

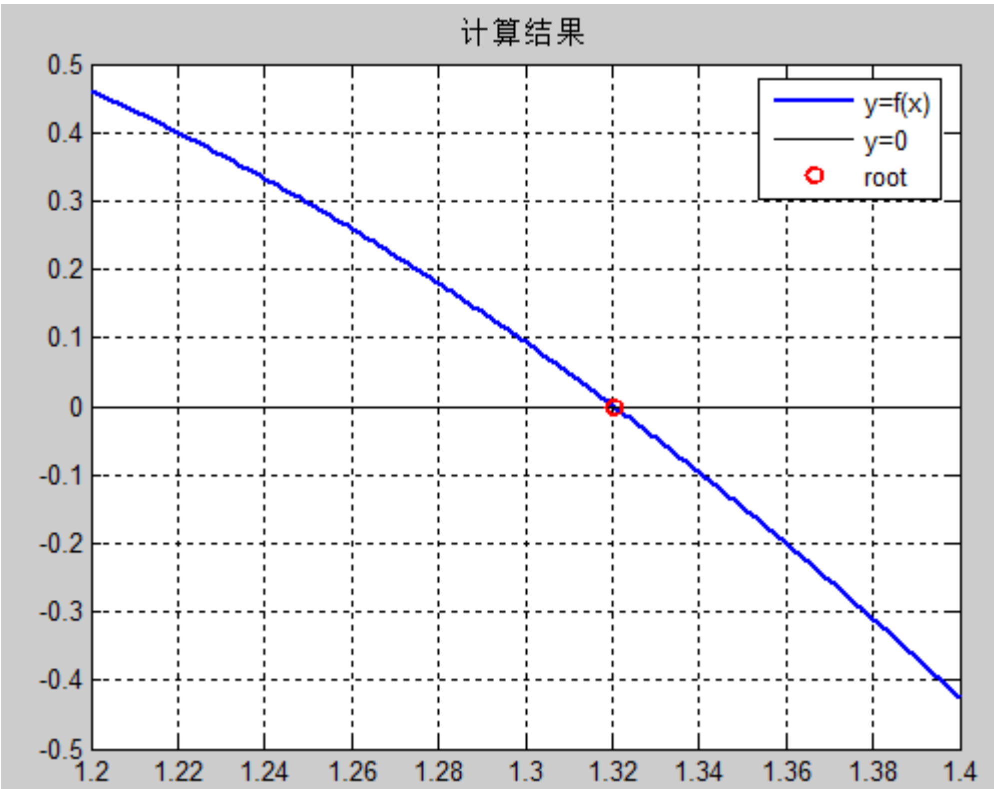
**观察程序给出的结果发现经过了 14 次迭代达到预定的相对精度，计算所得到的结果为 x=1.32037963867187。**

**图象：**




运行程序后将会自动画出待求根函数的图象，可以看出根在 1.2 到 1.4 之间故求根区间为[1.2　1.4]

计算结果示意图：



从计算结果是一图中看出所求得的根（红圈）在 y=f（x）与 y=0 的交点上。计算结果准确。

# 8.3 用牛顿迭代法求方程的近似根

**2.实验题：**

（1） $\sin(x)-\frac{1}{2}x^2=0$

## MATLAB 程序编辑如下：

**注：（由于该程序调用了符号自动微分函数，故使用时候只要输入待求根函数形式即可，不需要再编写待求根函数的子函数，通用性较好，但是只适合于可求解析导数的函数。两道题使用同一个函数）**

**主函数：（利用牛顿法进行求根计算并作图）**

```
%牛顿迭代法求方程的根
%函数符号表达式与图象预处理模块
syms x;
f=input('请以 x 为为变量输入 f(x)!\n');
df=diff(f);
l=ezplot(f);
set(l,'Color','red');
hold on;
l=ezplot(df);
set(l,'Color','blue');
l=ezplot('0');
set(l,'Color','black');
axis auto;
title('f(x)与 f"(x)的图象');
legend('f(x)','f"(x)','y=0');
grid on;
pause;

%数据录入模块
x0=input('请输入估计的初始值:\n');
eps=input('请输入误差限度 eps:\n');
N=input('请输入最大迭代次数:\n');

%牛顿迭代法计算模块
i=0;
if(ft(df,x0)==0)
```

```
    fprintf('no solution!');
else
   xprev=x0-ft(f,x0)/ft(df,x0);
   xn=x0;
   while(abs(xn-xprev)>eps*abs(xn))
       xprev=xn;
       xn=xn-ft(f,xn)/ft(df,xn);
       i=i+1;
       if(i>N)
           break;
       end
   end
   %数据输出与作图模块
   if(i<=N)
   fprintf('方法收敛!\n');
   fprintf('计算结果:\n')
   format long;
   xn
   fprintf('计算次数:\n')
   i
   plot(xn,0,'bo');
   title('计算结果');
   legend('f(x)','f″(x)','y=0','root');
   hold off;
   else
       fprintf('bad solution!');
   end

end
```

**子函数：（计算接收的符号型函数表达式的数值）**

```
%根据输入的符号表达式构造一个函数
function F=ft(f,x)
F=subs(f);
```

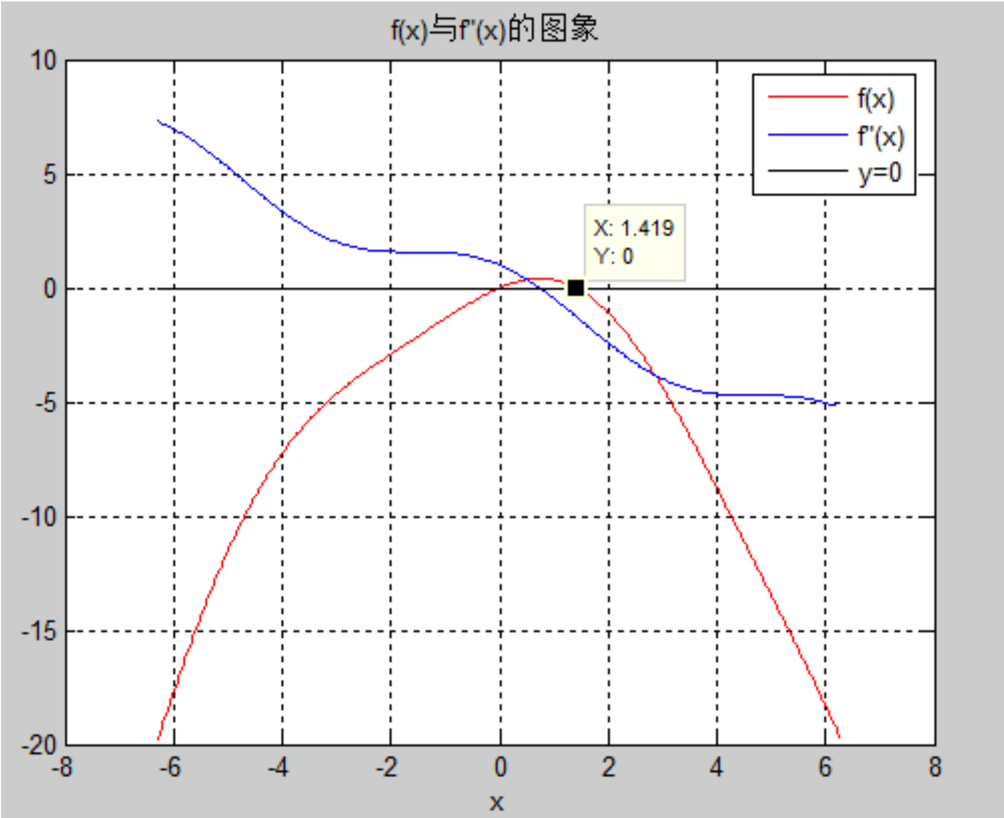
## MATLAB 程序运行结果下：

## 1.数值解

**运行程序 NM 输入符号表达式形式：**

```
>> NM
请以 x 为为变量输入 f(x)!
sin(x)-x^2/2
```

**之后程序显示出 f（x）与其导数的图象。程序进入等待状态。**




**图中看出显然 y=f（x）有两个根一个在 0 附近一个在 1.419 附近，显然在这两个 x 处，f（x）的导数都不为零。故分别求着两处的根。**

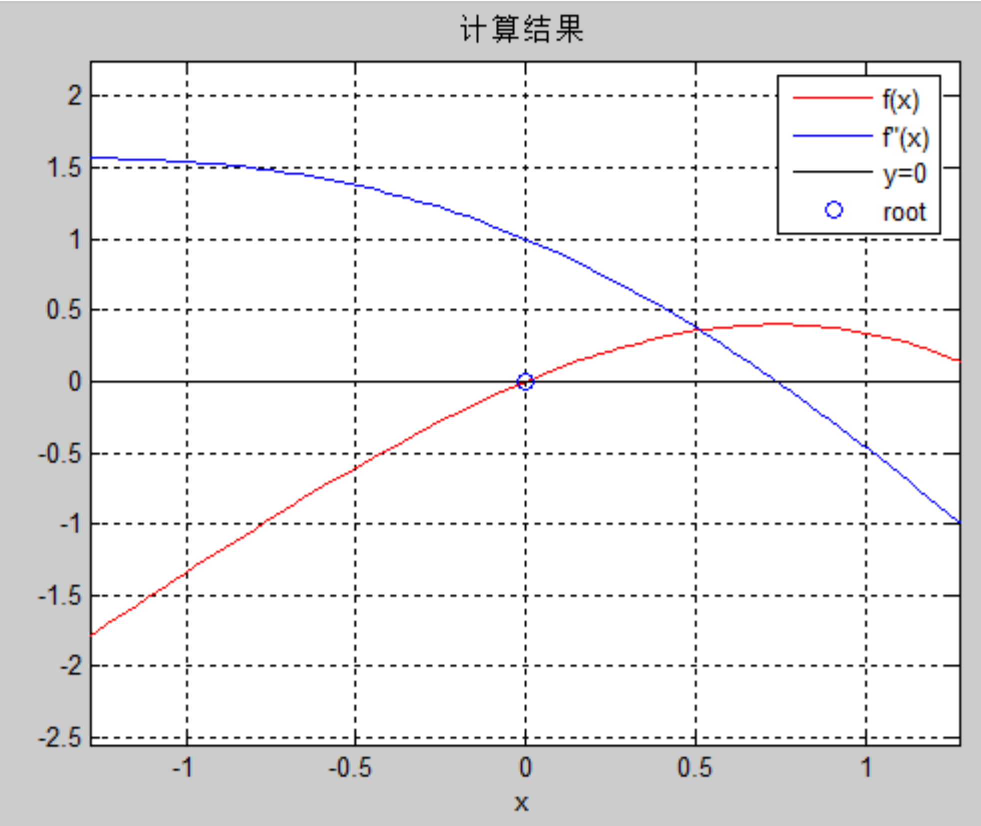
**继续按提示输入后面的条件求得第一个根：**

```
请输入估计的初始值:
0.1
请输入误差限度 eps:
0.00001
请输入最大迭代次数:
200
方法收敛!
计算结果:

xn =

     0

计算次数:

i =
```

    6

**运行结果显示程序迭代了 6 次最终结果即原方程的根为 x=0。将结果带入原方程比较毫无疑问这一定是该方程的根。**

**图像比对：**




**从图像中看出程序效果较好**

**求方程的第二个根：**

**重新运行程序输入一下命令：**

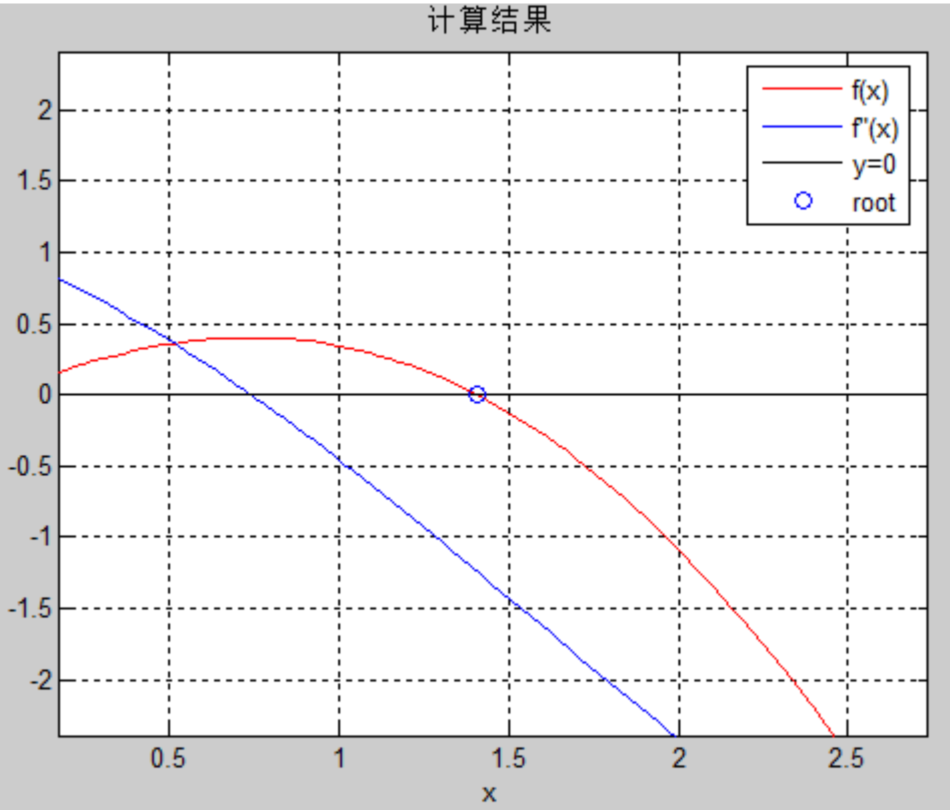
```
>> NM
请以 x 为为变量输入 f(x)!
sin(x)-x^2/2
请输入估计的初始值:
1.419
请输入误差限度 eps:
0.00001
请输入最大迭代次数:
200
方法收敛!
计算结果:

xn =

   1.40441482409243
```

计算次数:

i =

3

运行结果显示迭代次数为 3，求得的方程的根为 1.40441482409243。
图象比对：




图像中看出所求得的根较为可信。

（2） $\ln(x+2)-x=0$

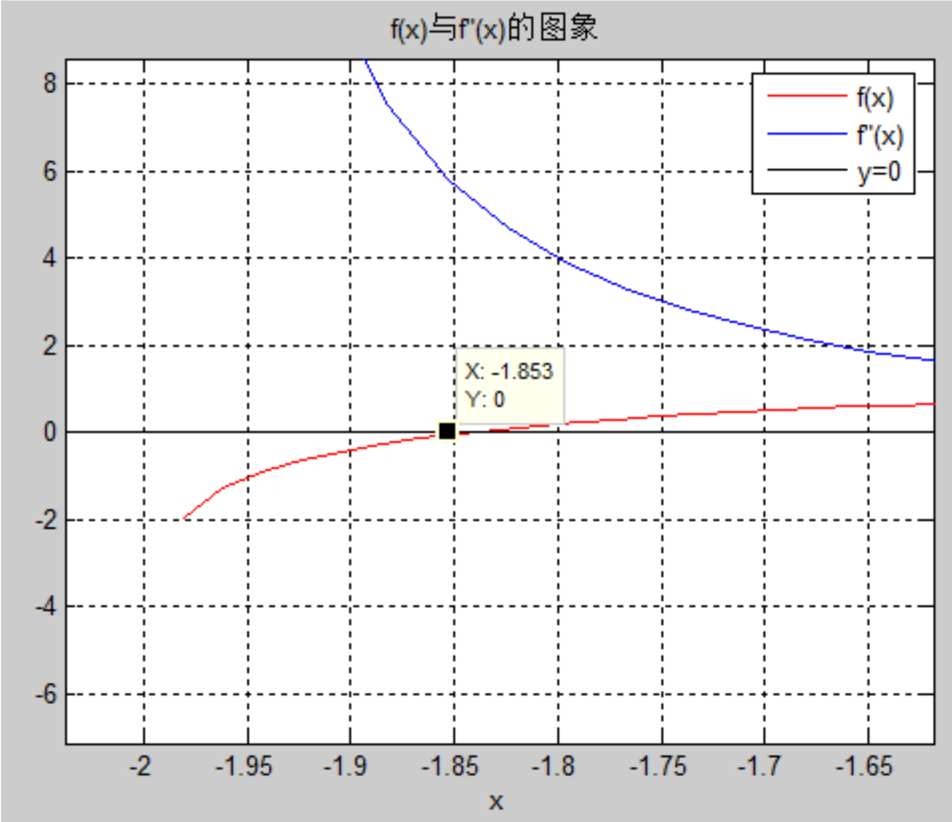
## MATLAB 程序运行结果下：

## 1.数值解

运行程序 NM 输入符号表达式形式：

```
>> NM
请以 x 为为变量输入 f(x)!
log(x+2)-x
```

**程序给出函数的图象并进入等待状态：**



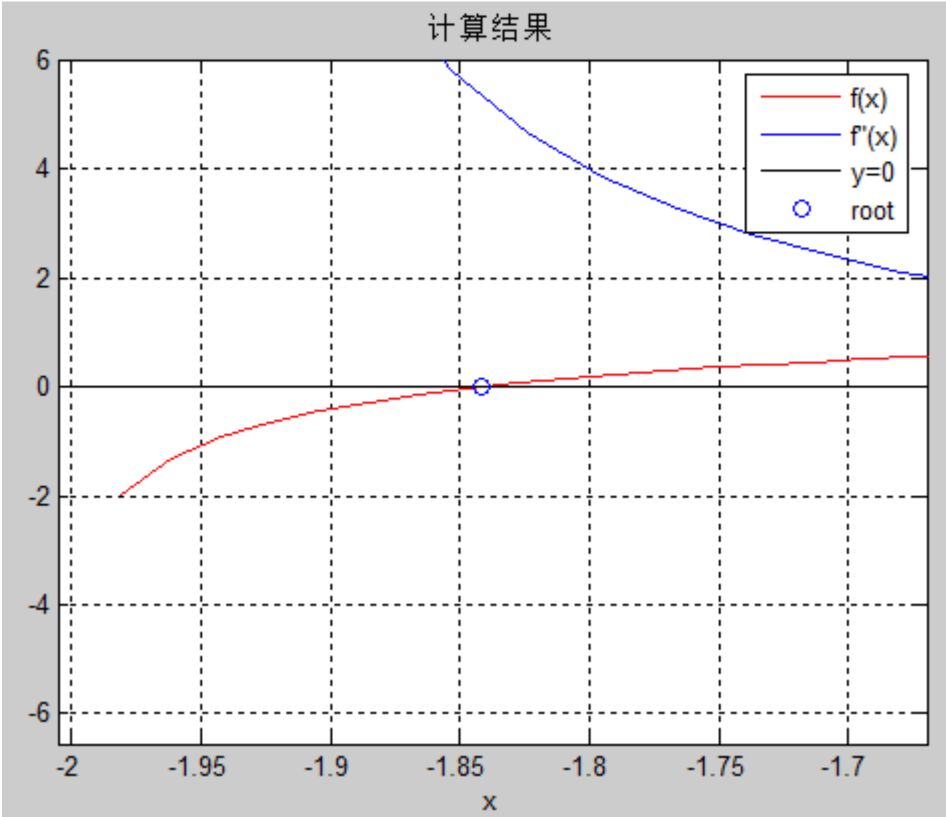

**从图象中可以看出函数在 x=-1.853 附近有根，并且可以看出其导数在此处不为零。**

**继续输入命令：**

```
请输入估计的初始值:
-1.85
请输入误差限度 eps:
0.00001
请输入最大迭代次数:
200
方法收敛!
计算结果:

xn =

  -1.84140566043728

计算次数:

i =

     3

>>
```

**程序运行出来的结果显示迭代了 3 次所得到的结果为** x=-1.84140566043728

**图象比对：**




**从图象中看出所求得根较可靠。**

总结：二分法求方程的根原理简单，误差估计也很容易，但是需要较多的计算次数，效率较低。牛顿法收敛速度快，迭代步骤简单，但是需要求得函数的解析导数，并且根附近函数的导数值要不为零，实际上越接近零迭代次数越多迭代越慢。绝大多数函数不存在解析形式的导数比如贝塞尔函数，所以牛顿法用途有限，快速弦截法能克服牛顿法必须存在解析形式导数这一要求。