

# Zestaw 1

## 1. [Wprowadzenie do programu Mathematica](#) - link

Pomoc i Dokumentacja - klawisz **F1**

- Kod programu w pakiecie Mathematica dzieli się na **komórki**. Podział na komórki widoczny jest z prawej strony notesu. Komórki można chować i rozwijać. Aby wykonać kod napisany w danej komórce, należy umieścić w niej kursor (lub zaznaczyć obszar komórki) i nacisnąć kombinację klawiszy **SHIFT + ENTER**.
- Sam klawisz **ENTER** działa podobnie jak w standardowym edytorze tekstu – przenosi do nowej linii.
- Zakończenie linii kodu znakiem średnika ; spowoduje jej wykonanie po naciśnięciu **SHIFT + ENTER**, jednak wynik nie zostanie wyświetlony na ekranie w komórce wyjściowej.
- Znak = jest znakiem przypisania wartości do zmiennej. Procedura tworzenia zmiennej i przypisania wartości:  
**[nazwa zmiennej] = [wartość zmiennej]**
- Komentarze umieszczamy w nawiasach z gwiazdką (\* mój komentarz \*). W trakcie wykonywania kodu bloki komentarza zostaną pominięte
- W notesach Mathematici możemy też pisać zwykły tekst, który nie zostanie potraktowany jako kod - w tym celu należy zmienić **Format** komórki

```
3 + 6 (*naciskamy SHIFT ENTER - taki sobie komentarz*)
```

Out[18]=

9

```
a = 7 + 7
```

Out[4]=

14

```
In[5]:= a = 7 + 7;
```

Możliwe jest nadpisywanie wartości zmiennej:

```
In[8]:= a = 6;
```

```
a = 9;
```

```
a = 12;
```

Jaka wartość będzie przypisana do zmiennej po wykonaniu powyższego kodu?

**a**

Out[12]=

12

Skróty pozwalające na odwołanie się do ostatniego i przedostatniego wyniku: % - ostatnia wartość wyjściowa %% - przedostatnia wartość wyjściowa

Out[7]= **14**

**5 + 8;**

**%**

Out[14]=

13

**5 + 9;**

**2 - 1;**

**%%**

Out[17]=

14

---

Pakiet Mathematica obsługuje wygodne skróty klawiszowe do zapisu wyrażeń matematycznych:

- **CTRL /** utworzenie ułamka zwykłego (nie działa w przeglądarce)
- **CTRL 6** wstawienie wykładnika potęgi
- **CTRL 2** pierwiastek kwadratów
- **ESC ii ESC** jednostka urojona
- **ESC pi ESC** liczba Pi
- **ESC ee ESC** liczba Eulera
- **ESC el ESC** symbol przynależności do zbioru ( $\in$ )
- Liczbę **Pi** otrzymamy również wpisując Pi (z wielkiej litery), liczbę Eulera wpisując **E** (również z wielkiej litery), a jednostkę urojoną wpisując wielkie **I**.  
Większość potrzebnych wyrażeń można również "wyklikać" używając palety podstawowych wyrażeń matematycznych. Aby wyświetlić okno z paletą należy z górnego menu wybrać Palettes -> Basic Math Assistant ( W Wolfram Cloud wybieramy Insert -> Special Characters Uwaga - znaki specjalne tak utworzone mogą nie działać w obliczeniach)

## 2. Operacje logiczne i operatory relacji

- **==** równy (porównanie)
- **!=** różny
- **<** mniejszy (**>** większy)
- **<=** mniejszy lub równy (**>=** większy lub równy)

Podstawowe operatory logiczne:

- **!** negacja
- **&&** koniunkcja
- **||** alternatywa
- **Implies** lub **ESC => ESC** implikacja
- **Equivalent** lub **ESC equiv ESC** równoważność
- **True** – stała odpowiadająca wartości logicznej 1 (prawda)
- **False** – stała odpowiadająca wartości logicznej 0 (fałsz)

Do działań na wyrażeniach logicznych przydatne są funkcje:

- **TrueQ**[<zdanie logiczne>]
- **TautologyQ**[<zdanie logiczne>]

## 3. Korzystanie z podstawowych funkcji

Nazwy funkcji wbudowanych w pakiet Mathematica rozpoczynają się od wielkich liter. Argumenty podajemy w nawiasach kwadratowych, np: **Sin[5]**.

Bazę funkcji wbudowanych w pakiet Mathematica znajdujemy w Helpie. W tym celu z górnego menu wybieramy **Help → Find selected function** (skrót F1).

W oknie wyszukiwania wpisujemy interesującą nas frazę, np. logarithm. Program wyświetli proponowane funkcje spełniające kryterium wyszukiwania.

Skrót F1 służy również do szukania dokumentacji już używanych przez nas funkcji.

**Wpisując w kodzie nazwę funkcji, zaznaczając jej nazwę kursorem i naciskając klawisz F1, otworzymy okno z dokumentacją funkcji z Helpa**

(oczywiście jeżeli wpisana przez nas funkcja jest wbudowana w pakiet Mathematica).

Poszukaj w systemie pomocy jaka jest różnica między funkcjami **TrueQ** i **TautologyQ**. Przeanalizuj przykłady zastosowań obu funkcji

Kilka przydatnych przykładowych funkcji:

- **Clear[x]** - czyści wartość zmiennej x
- **N[x]** – wyświetla wartość numeryczną zmiennej x
- **Element[x,A]** – sprawdza, czy x jest elementem zbioru A

(przykładowe zbiory:

**Primes, Integers, Rationals, Reals, Complexes, Algebraics** )

- **PrimeQ[x]** , **EvenQ[x]** , **OddQ[x]** , **Head[x]**

• Alternatywnym sposobem wywołania funkcji jest użycie operatora **//**. Jego działanie najlepiej zobrazują poniższe przykłady.

```
N[Pi]
```

```
Pi // N
```

Wynik działania obu linii kodu jest identyczny – wyświetlona zostanie przybliżona wartość liczby Pi w zapisie dziesiętnym:

(\*Przykład: Sprawdzimy wartość logiczną zdań\*)

```
x = 1/2;
```

```
Element[x, Integers] // TrueQ
```

```
Element[x, Complexes] // TrueQ
```

```
TautologyQ[Implies[¬ (a ∧ b) ∧ a, ¬ b]] (*Modus ponendo tollens*)
```

```
Implies[¬ (a ∧ b) ∧ a, ¬ b] // TautologyQ
```

```
Out[68]=
```

```
False
```

```
Out[69]=
```

```
True
```

```
Out[70]=
```

```
True
```

```
Out[71]=
```

```
True
```

## 4. Równania algebraiczne, układy równań

**Solve** to polecenie służące do rozwiązywania równań i układów równań, w tym z parametrem.

Wynik zwracany przez polecenie Solve jest listą

podstawień: {x→..., y→...} itp.

```
In[21]:= a = .
```

```
In[25]:= x = .
```

```
In[29]:= Solve[a x == 3]
Solve[a x == 3, x]
Solve[a x == 3, a]
```

```
Out[29]=
```

$$\left\{\left\{x \rightarrow \frac{3}{a}\right\}\right\}$$

```
Out[30]=
```

$$\left\{\left\{x \rightarrow \frac{3}{a}\right\}\right\}$$

```
Out[31]=
```

$$\left\{\left\{a \rightarrow \frac{3}{x}\right\}\right\}$$

**Reduce** to ogólne polecenie, które może służyć do rozwiązywania nierówności, układów nierówności i równań, w tym z parametrem oraz redukcji formuł logicznych. Wynik zwracany przez polecenie **Reduce** jest formułą logiczną.

```
In[35]:= Reduce[a x == 3]
Reduce[a x == 3, x]
Reduce[a x == 3, a]
```

```
Out[35]=
```

$$x \neq 0 \ \&\& \ a == \frac{3}{x}$$

```
Out[36]=
```

$$a \neq 0 \ \&\& \ x == \frac{3}{a}$$

```
Out[37]=
```

$$x \neq 0 \ \&\& \ a == \frac{3}{x}$$

```
(* rozwiązanie ogólne*)
Solve[3 x^3 - 2 x + 1 == 0]
(* ograniczone tylko do liczb rzeczywistych *)
Solve[3 x^3 - 2 x + 1 == 0, Reals]
(* równanie wielu zmiennych rozwikływanie równań *)
Solve[x^2 + 2 y^2 + x - 2 y == 0, x]
Solve[x^2 + 2 y^2 + x - 2 y == 0, y]
Solve[x^2 + 2 y^2 + x - 2 y == 0, {x, y}]
(* równanie z parametrem *)
Solve[p x^2 + x + 1 == 0, x]
(* Reduce podaje również wartości parametrów *)
Reduce[p x^2 + x + 1 == 0, x]
```

```
(* układ równań liniowych *)
Solve[x + 2 y == 3 && 3 x + y == 10] (* z jednym rozwiązaniem *)
Solve[x + 2 y == 3 && x + 2 y == 10] (* sprzeczny *)
Solve[3 x + 2 y == 3 && 6 x + 4 y == 6] (* nieskończona liczba
rozwiązań *)
(* możliwość wyboru zmiennych niezależnych *)
Solve[2 x + 3 y + z + w == 3 && x - y + z + w == 3]
Solve[2 x + 3 y + z + w == 3 && x - y + z + w == 3, {x, y}]
Solve[2 x + 3 y + z + w == 3 && x - y + z + w == 3, {x, w}]
Solve[2 x + 3 y + z + w == 3 && x - y + z + w == 3, {x, z}]
Solve[2 x + 3 y + z + w == 3 && x - y + z + w == 3, {y, w}]
Solve[2 x + 3 y + z + w == 3 && x - y + z + w == 3, {y, z}]
(* dlaczego brak rozwiązań !?!?! *)
Solve[2 x + 3 y + z + w == 3 && x - y + z + w == 3, {z, w}]
```

## Zadania

**Zadanie 1:** W systemie pomocy pakietu Mathematica znaleźć opis funkcji **N** (zob. również [link](#))  
Z jej pomocą wyświetlić na ekranie następujące liczby w zapisie dziesiętnym z dokładnością do 7.  
miejsc po przecinku :

- a) pi
- b)  $\sin(1.5)$  - wyjaśnić w jaki sposób otrzymać zakładaną dokładność (co się dzieje, gdy wpisujemy ułamek zwykły? co gdy dziesiętny?)

W domu:

- c) e
- d)  $\text{tg}(5/3)$

**Zadanie 2 :** Rozwiązać równania kwadratowe korzystając z wyróżnika kwadratowego (zdefiniować zmienne **a,b,c, Δ,x1,x2**) . Następnie sprawdzić wyniki za pomocą funkcji **Solve** oraz **Reduce**.

- a)  $x^2 + 5x + 3 = 0$
- b)  $(1 + i)x^2 + 12i = 0$  , i - jednostka urojona

W domu:

- c)  $-4x^2 - 125x + 1 = 0$

**Zadanie 3:** Obliczyć pole powierzchni bocznej oraz objętość brył. Użyć zmiennych do wprowadzenia wymiarów brył.

Wynik zapisać z dokładnością do dziesiątego miejsca po przecinku:

a) stożek o promieniu podstawy  $r=7/2$  i wysokości 14.5

W domu:

b) kula o promieniu  $r=7.35$

c) pierścień kulisty (spherical ring) o promieniach  $R=2$ ,  $r=1.2$

**Zadanie 4:** Używając odpowiednich funkcji wbudowanych sprawdzić przynależność liczby  $e$  do zbioru liczb:

a) całkowitych

b) wymiernych

c) przestępnych

d) rzeczywistych

e) zespolonych

W domu:

Wykonaj powyższe polecenie dla liczby  $\pi$ . Sprawdź, czy liczba 1234 jest liczbą naturalną.

**Zadanie 5:** Sprawdzić prawdziwość:

a)  $(a \parallel b) \&\& (! a \parallel ! b)$

b) pierwszego prawa de Morgana

W domu:

c) drugiego prawa de Morgana

d) prawa Duns-Scotusa