

# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

Określenie pułapu tlenowego  $VO_{2\max}$ ,  
czyli ile *ml* tlenu *kg* naszego ciała może pobrać w ciągu *min*

$$VO_{2\max} = 15 \frac{HR_{\max}}{HR_{sp}}$$

$HR_{sp}$  – ilość uderzeń serca w ciągu 60 s.

$$HR_{sp} = 70 \pm 1 \text{ min}^{-1}$$

# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

Wyznaczenie wielkości rzeczywistej  $M$ .

Pomiar – uzyskujemy wiele wyników  $m_1, m_2, m_3, m_4, \dots, m_{n-2}, m_{n-1}, m_n$

Jaka jest więc wartość  $M$ ?

Średnia arytmetyczna z uzyskanych wyników:

$$M_s = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i$$

Proszę wyznaczyć  $HR_{sp}$  osiem razy wykonując pomiar jednominutowy i wyznaczyć średnią.

# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

Jeżeli teraz odejmiemy od  $M$  poszczególne wyniki pomiaru:

$$M - m_1 = \Delta m_1$$

$$M - m_2 = \Delta m_2$$

$$M - m_3 = \Delta m_3$$

$$\vdots$$

$$M - m_n = \Delta m_n$$

Uzyskamy błędy bezwzględne poszczególnych pomiarów  $\Delta m_i$

# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

Znamy błąd poszczególnych pomiarów ale jaka jest niepewność wartości średniej?

$$\Delta m_s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta m_i)^2}{n(n-1)}}$$

Jest to odchylenie standardowe wartości średniej.

Wartość **M** znajduje się w przedziale (**M<sub>s</sub> - Δm<sub>s</sub>**, **M<sub>s</sub> + Δm<sub>s</sub>**) z prawdopodobieństwem **0,67**.

Dla (**M<sub>s</sub> - 3Δm<sub>s</sub>**, **M<sub>s</sub> + 3Δm<sub>s</sub>**) już **0,997**

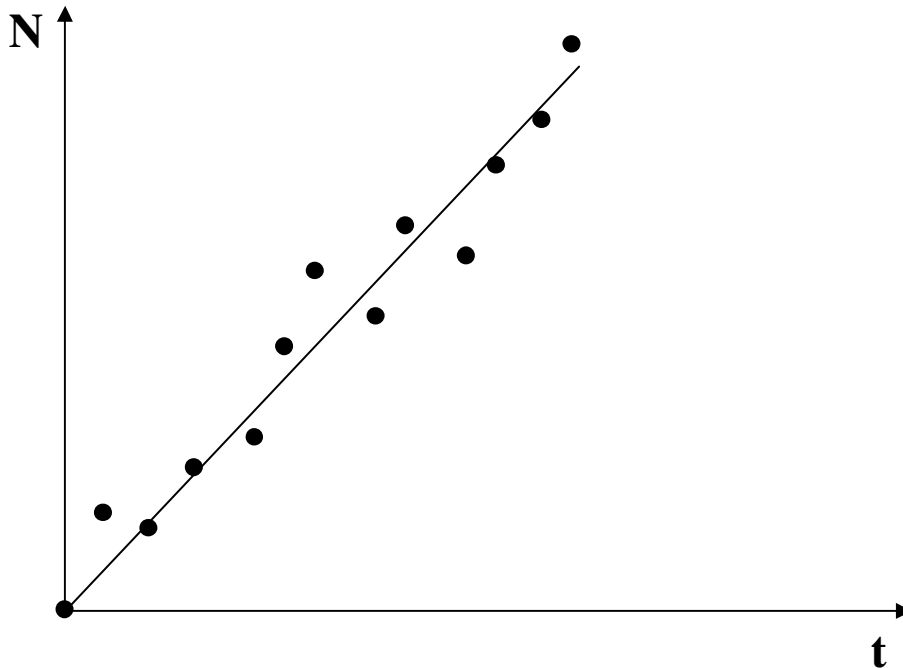
Proszę wyznaczyć odchylenie standardowe **HR<sub>sp</sub>**

# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

Znamy ilość uderzeń serca w 60 s. Ile wyjdzie w 120 s? A ile w 240?  
Opierając się na definicji  $HR_{sp}$

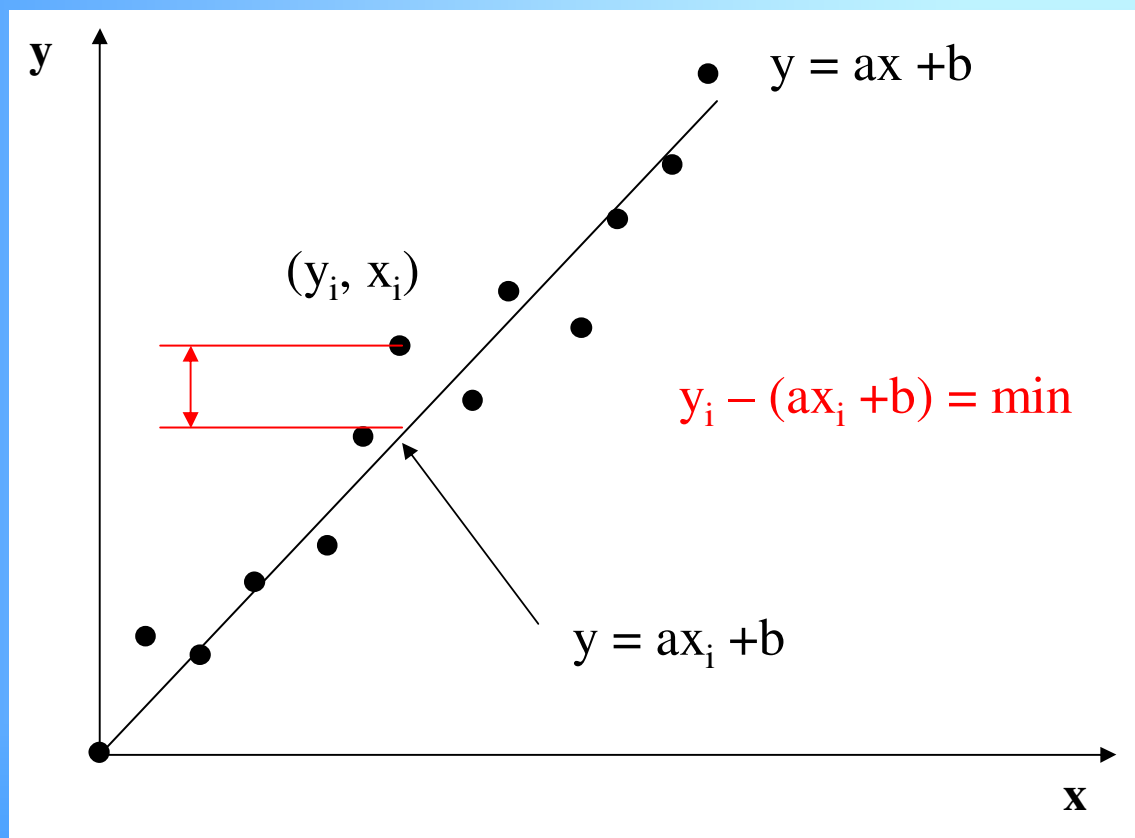
$$HR_{sp} = \frac{\text{ilość uderzeń}}{\text{czas}} = \frac{N}{t}$$

$$N = (HR_{sp})t$$

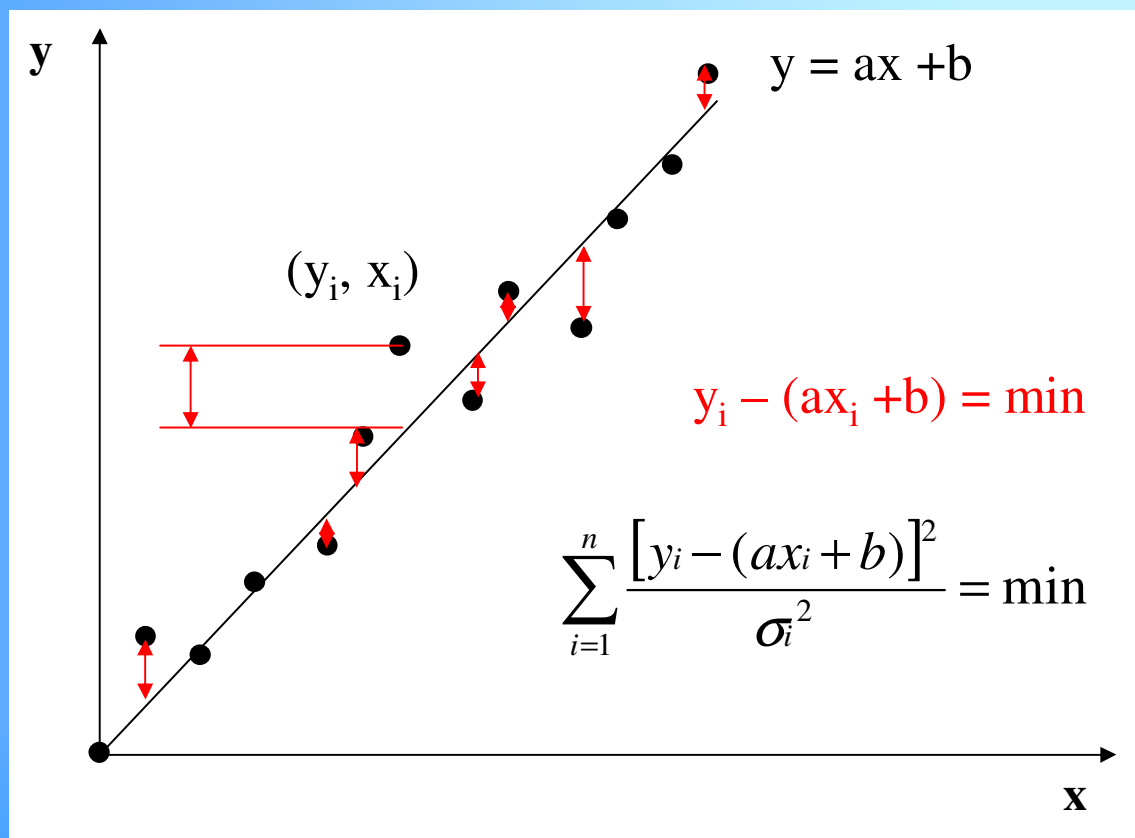


Proszę zmierzyć ilość uderzeń przez 9 minut, zliczając co 60s.  
Następnie wykonać wykres,

# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego



# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego



# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

$$\sum_{i=1}^n \frac{[y_i - (ax_i + b)]^2}{\sigma_i^2} = \min$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} \quad a = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$$

Uzyskujemy r-nie prostej  $y = ax + b$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

$$\overline{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n}$$

$$\overline{x^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}$$



# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

W oparciu o wyniki i wykres wyznaczyć wsp. kierunkowy prostej mający sens fizyczny  $HR_{sp}$

Przygotowując wykres wykonali Państwo tabelę:

Czas $t$ (min) $\{x_i\}$	Ilość $N$ $\{y_i\}$
1	70
2	145
3	220
4	290
5	365
6	430
7	500
8	570
9	640

Dodajmy  
do tego:

$\{x_i y_i\}$	$\{x_i^2\}$
70	1
290	4
660	9
1160	16
1825	25
2580	36
3500	49
4560	64
5760	81

# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

Pozostaje jeszcze kwestia niepewności uzyskanych stałych a i b:

$$S_a^2 = \frac{1}{n-2} \frac{\overline{y^2} - a\overline{xy} - b\overline{y}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} \quad S_b^2 = S_a^2 \overline{x^2}$$
$$\overline{y^2} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n}$$

Wzory obowiązują gdy niepewność wszystkich punktów pomiarowych jest taka sama – wszystkie zmierzono tyle samo razy!  
W innym wypadku należy zastosować średnie ważone.

# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

Wracamy do pułapu tlenowego. Znamy już  $HR_{sp}$  wraz z niepewnościami.

$$VO_{2max} = 15 \frac{HR_{max}}{HR_{sp}}$$

$HR_{max}$  dla mężczyzn dany jest wzorem:

$$HR_{max} = 210 - 0,5 \times \text{wiek} - 0,022 \times \text{masa} + 4$$

$$HR_{max} = 210 - 0,5 \times W - 0,022 \times C + 4$$

Kobiety nie dodają ostatniej 4. Proszę ustalić swój pułap tlenowy.

Jaka jest niepewność tej wielkości? Co na nią wpływa?

# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

Wracamy do pułapu tlenowego. Znamy już  $HR_{sp}$  wraz z niepewnościami.

$$VO_{2max} = 15 \frac{HR_{max}}{HR_{sp}}$$

$HR_{max}$  dla mężczyzn dany jest wzorem:

$$HR_{max} = 210 - 0,5 \times \text{wiek} - 0,022 \times \text{masa} + 4$$

$$HR_{max} = 210 - 0,5 \times W - 0,022 \times C + 4$$

Kobiety nie dodają ostatniej 4. Proszę ustalić swój pułap tlenowy.

Jaka jest niepewność tej wielkości? Co na nią wpływa?

Niepewność  $HR_{sp}$ , czyli  $\Delta HR_{sp}$ , niepewność ustalania wieku  $\Delta W$  i masy  $\Delta C$ .

# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

Pułap tlenowy jest więc zależny od trzech wielkości, każdej obarczonej niepewnością.

W ogólności wielkość fizyczną może opisywać funkcja  $Y$  zależna od  $n$  zmiennych:  $Y(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$

Każdy z pomiarów  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  obarczony jest błędem  $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \dots, \Delta x_n$

Maksymalny bezwzględny błąd wielkości  $Y$  będzie wtedy wynosił:

$$\Delta Y = \left| \frac{\partial Y}{\partial x_1} \right| \Delta x_1 + \left| \frac{\partial Y}{\partial x_2} \right| \Delta x_2 + \dots + \left| \frac{\partial Y}{\partial x_n} \right| \Delta x_n$$

# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

Nasz pułap tlenowy:

$$VO_{2\max}(W, C, HR_{sp}) = 15 \frac{210 - 0,5 \times W - 0,022 \times C + 4}{HR_{sp}}$$

Pochodna cząstkowa  $VO_{2\max}$ :

$$\Delta VO_{2\max} = \left| 15 \frac{-0,5}{HR_{sp}} \right| |\Delta W| + \dots$$

# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

Nasz pułap tlenowy:

$$VO_{2\max}(W, C, HR_{sp}) = 15 \frac{210 - 0,5 \times W - 0,022 \times C + 4}{HR_{sp}}$$

Pochodna cząstkowa  $VO_{2\max}$ :

$$\Delta VO_{2\max} = \left| 15 \frac{-0,5}{HR_{sp}} \right| |\Delta W| + \left| 15 \frac{-0,022}{HR_{sp}} \right| |\Delta C| +$$

# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

Nasz pułap tlenowy:

$$VO_{2\max}(W, C, HR_{sp}) = 15 \frac{210 - 0,5 \times W - 0,022 \times C + 4}{HR_{sp}}$$

Pochodna cząstkowa  $VO_{2\max}$ :

$$\begin{aligned} \Delta VO_{2\max} = & \left| 15 \frac{-0,5}{HR_{sp}} \right| |\Delta W| + \left| 15 \frac{-0,022}{HR_{sp}} \right| |\Delta C| + \\ & + \left| -15 \frac{210 - 0,5W - 0,022C + 4}{HR_{sp}^2} \right| |\Delta HR_{sp}| \end{aligned}$$



# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

Uwagi co do przedstawiania wyników:

$$Y = 54,5759302$$

$$\text{Pułap tlenowy } VO_{2\max} = 54,5759302 \text{ ml kg}^{-1}\text{min}^{-1}$$

$$\text{Pułap tlenowy } VO_{2\max} = 54,5759302 \pm 0,3416278 \text{ ml kg}^{-1}\text{min}^{-1}$$

$$\text{Pułap tlenowy } VO_{2\max} = 54,5759302 \pm 0,34 \text{ ml kg}^{-1}\text{min}^{-1}$$

Zaokrąglanie:

0,3466278 na 0,35

0,3446278 na 0,34

$$\text{Pułap tlenowy } VO_{2\max} = 54,58 \pm 0,34 \text{ ml kg}^{-1}\text{min}^{-1}$$

Zaokrąglanie gdy 5:

54,5756302 na 54,58

54,5754302 na 54,57

# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

Jeszcze kilka przykładów liczb znaczących i zaokrąglania:

$$I = 7,189726 \pm 0,002688$$

# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

Jeszcze kilka przykładów liczb znaczących i zaokrąglania:

$$I = 7,189726 \pm 0,002688$$

$$I = 7,1897 \pm 0,0027$$

$$\Omega = 1345,189726 \pm 78,792536$$

# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

Jeszcze kilka przykładów liczb znaczących i zaokrąglania:

$$I = 7,189726 \pm 0,002688$$

$$I = 7,1897 \pm 0,0027$$

$$\Omega = 1345,189726 \pm 78,792536$$

$$\Omega = 1345 \pm 79$$

$$n = 2786,1678 \pm 123,7890$$

# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

Jeszcze kilka przykładów liczb znaczących i zaokrąglania:

$$I = 7,189726 \pm 0,002688$$

$$I = 7,1897 \pm 0,0027$$

$$\Omega = 1345,189726 \pm 78,792536$$

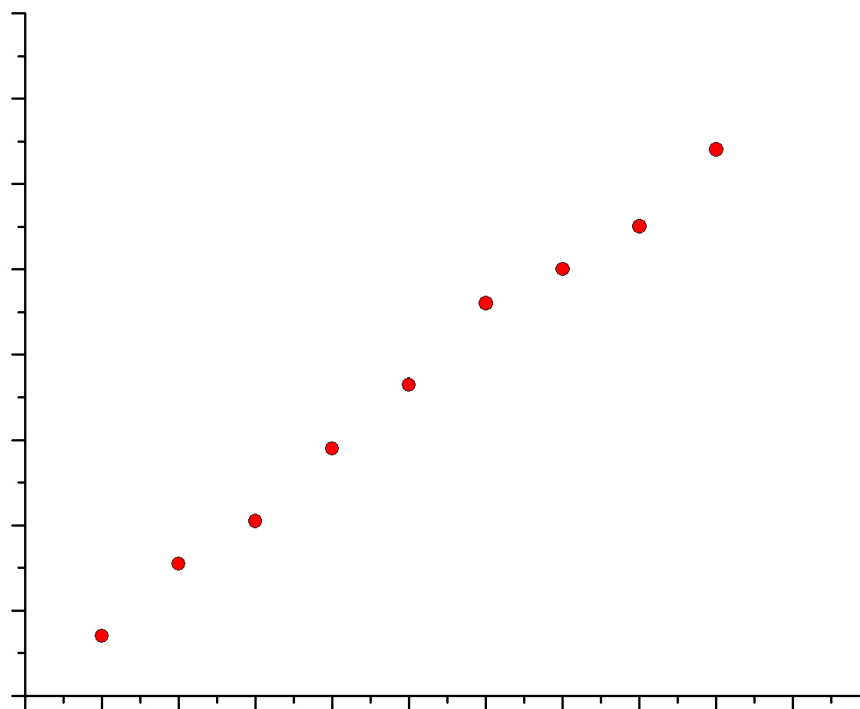
$$\Omega = 1345 \pm 79$$

$$n = 2786,1678 \pm 123,7890$$

$$n = 2790 \pm 120$$

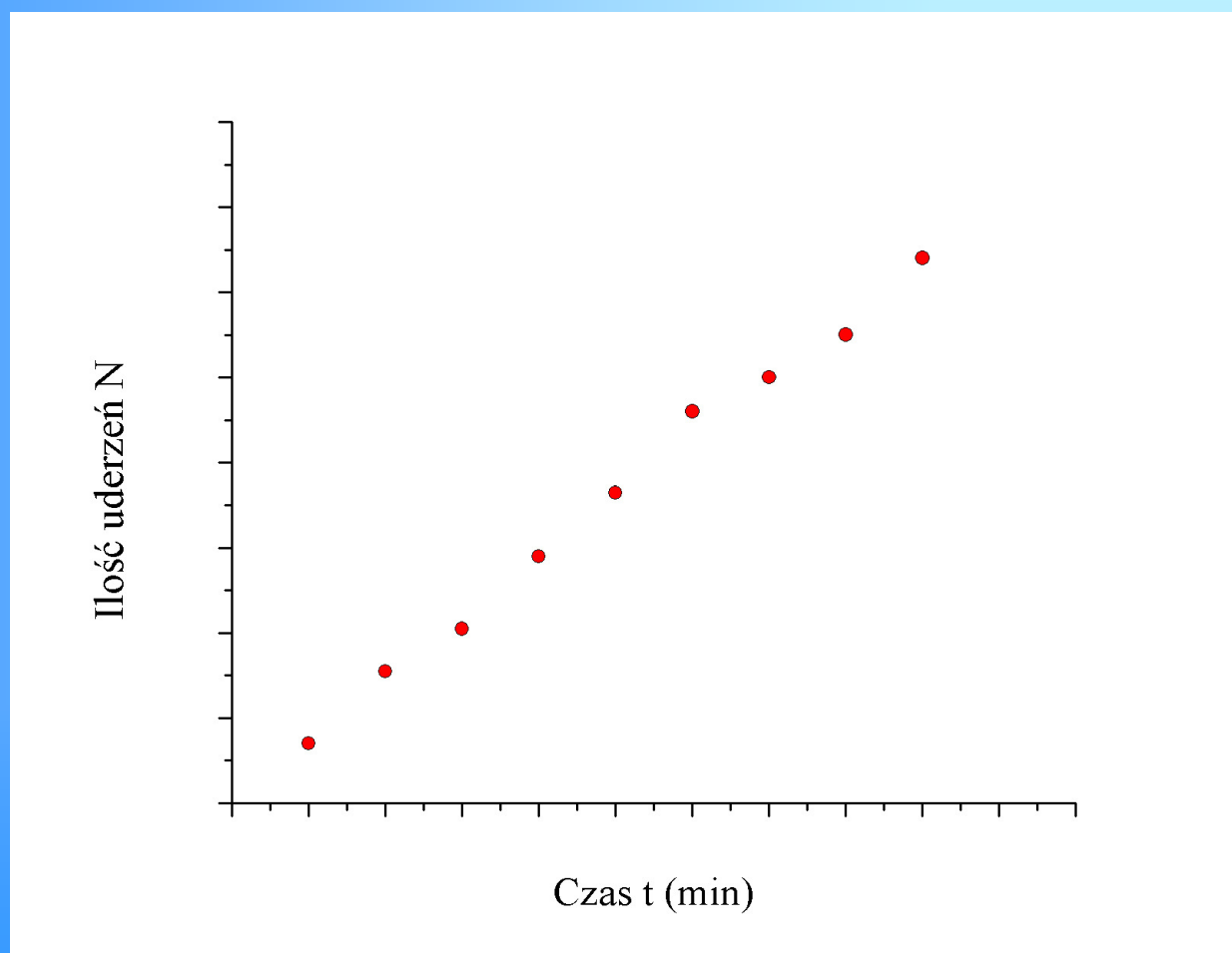
# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

Wykonanie wykresów:



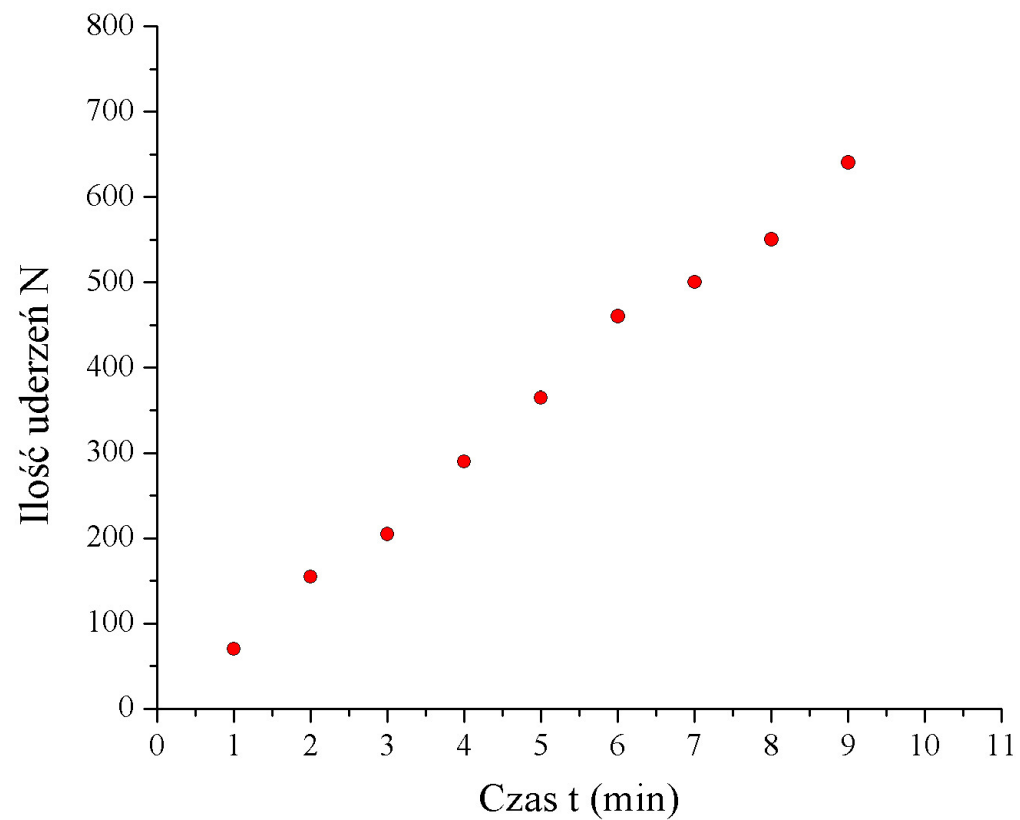
# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

Wykonanie wykresów:



# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

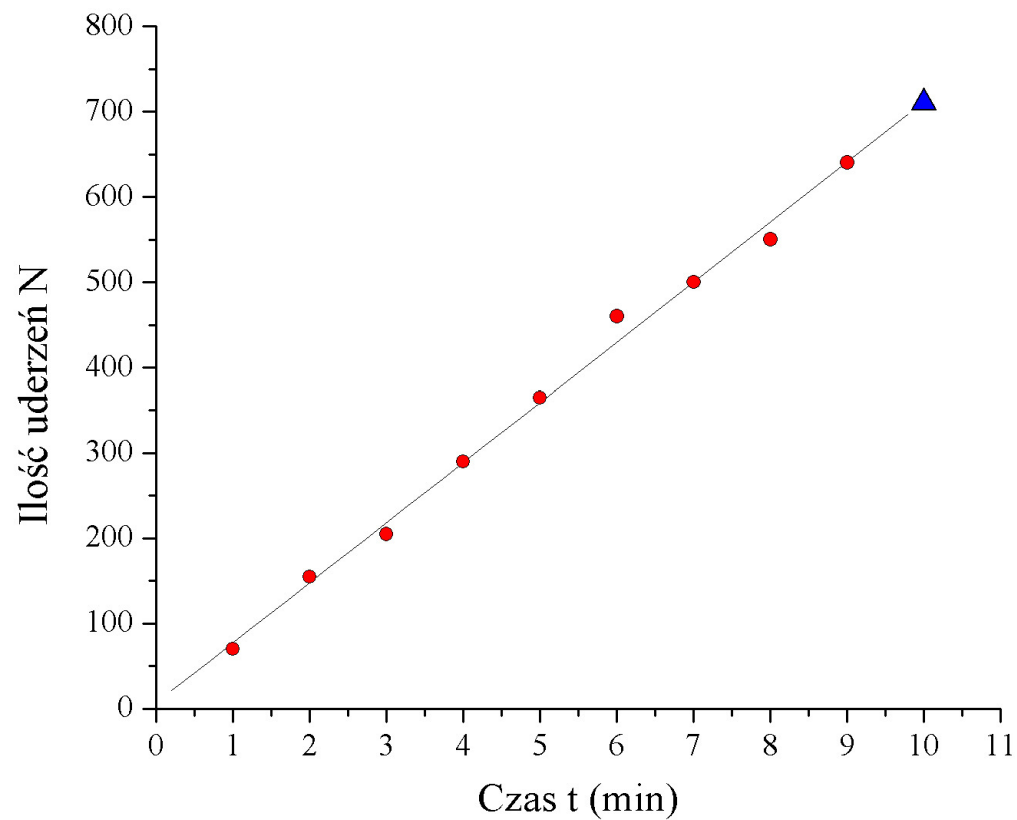
Wykonanie wykresów:





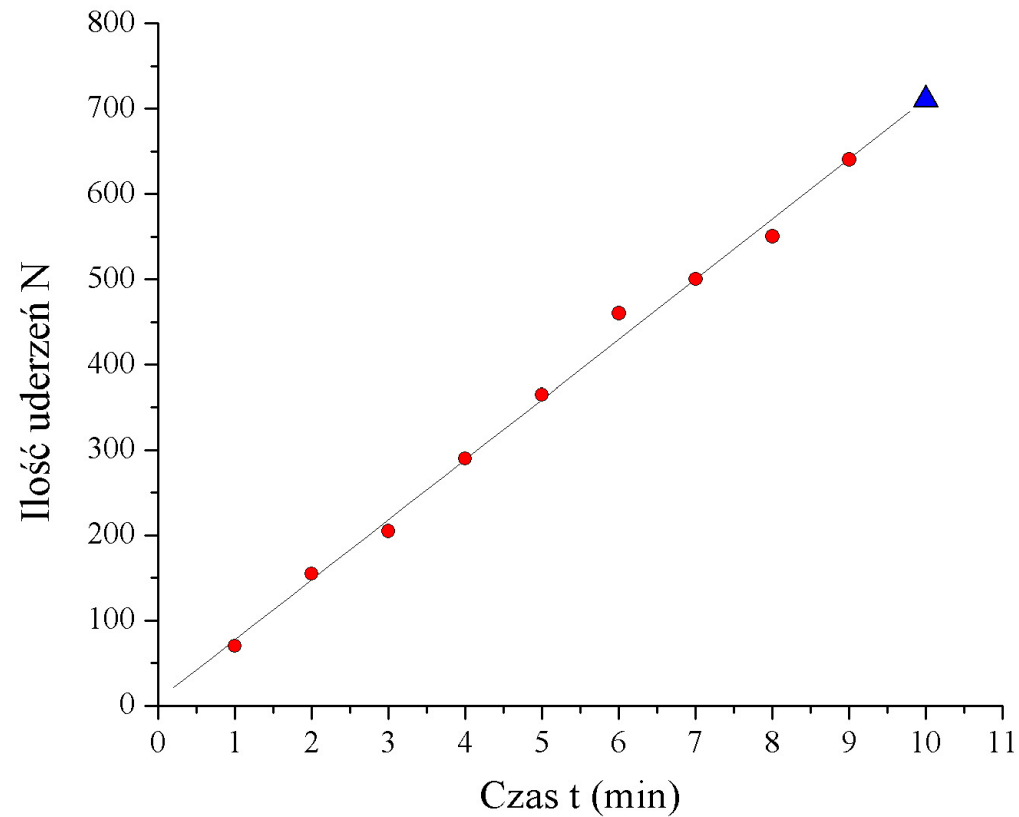
# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

Wykonanie wykresów:



# Wprowadzenie do Laboratorium fizycznego

Wykonanie wykresów:



**Rys.1: Pomiar ilości uderzeń serca w funkcji czasu przy użyciu stopera. Niebieski trójkąt pokazuje ilość zliczeń w niezależnej serii pomiarowej.**