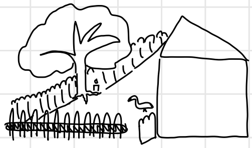
1. 14 X 2025

grupy 2-3 os. od 3 ćwiczeń
8 ćwiczeń, 9-te odróbkowe



Przepisy BHP → 8. i 9. nieistotne

Sprawozdania najlepiej wydrukowane

Wejściówki od 3 labów

za tydzień o 13:00 godzina zdalnie

Niepewności pomiarowe

$\Delta T = 0{,}5°C$
↳ często używane oznaczenie błędu pomiaru

1) $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$

$u(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$

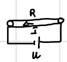
2) metoda różniczki zupełnej / niepewność w pomiarach pośrednich / propagation of errors

$y = f(x_1, x_2)$ x_1, x_2 $\Delta x_1, \Delta x_2$
Δy

$\Delta y = \left|\frac{dy}{dx_1}\right| \cdot \Delta x_1 + \left|\frac{dy}{dx_2}\right| \Delta x_2$

Przykład: Prawo Ohma

$I = \frac{U}{R}$



$R = \frac{U}{I}$ ΔU ΔI
ΔR

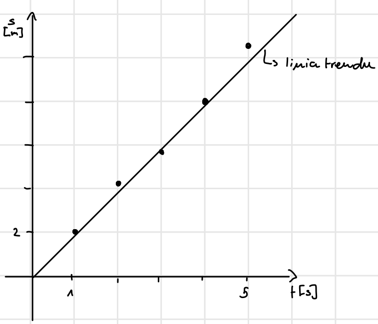
$\Delta R = \left|\frac{dR}{dU}\right| \cdot \Delta U + \left|\frac{dR}{dI}\right| \cdot \Delta I$
$\Delta R = \left|\frac{1}{I}\right| \cdot \Delta U + \left|-\frac{U}{I^2}\right| \cdot \Delta I$

$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta U / I}{U / I} + \frac{\frac{U \cdot \Delta I}{I^2}}{U / I} = \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I}$

3) metoda najmniejszych kwadratów / regresji liniowej

$V = \frac{s}{t}$ $2\frac{m}{s}$

t [s]	s [m]
1	2
2	4,1
3	5,9
4	8
5	10,3



$y = ax + b$
$s = Vt + b$
Δa Δb
ΔV

$a = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$
$b = \bar{y} - a\bar{x}$

$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} x_k$, $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} y_k$, $\overline{xy} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} x_k y_k$
$\overline{x^2} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} x_k^2$, $\overline{y^2} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} y_k^2$

$g = 10{,}3156789123 \frac{m}{s^2}$
$\Delta g = 0{,}54|321789 \frac{m}{s^2}$
zaokrąglamy do dwóch cyfr znaczących
0,000 57|83

$\Delta = 0{,}55$ zaokrąglamy do góry (?)
$g = 10{,}32 \pm 0{,}55 \frac{m}{s^2}$

Ćwiczenie 1. (0) Wyznaczanie pułapu tlenowego

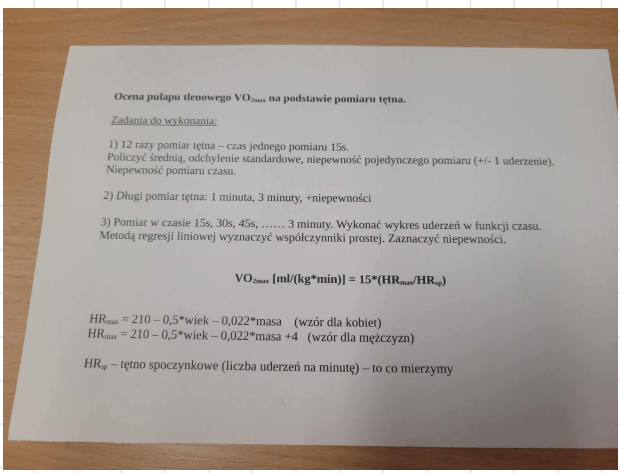
Pułap tlenowy: $VO_{2max}\ [ml/(kg \cdot min)] = 15 \cdot (HR_{max}/HR_{sp})$

HR_{max}. Kobiety: $210 - 0{,}5 \cdot wiek - 0{,}022 \cdot masa$

Mężczyźni: $-11 + 4$

44 - 55 - normalni ludzie dorośli
65 - sportowcy
15 - minimum

3 serie pomiarów:
1) 12 x $t = 15s$
2) 1 x $t = 1min$ N_0
1 x $t = 3min$ N_2
3) 1 x 15s, 30s, 45s, ..., 3min



Ocena pułapu tlenowego VO_{2max} na podstawie pomiaru tętna.

Zadania do wykonania:

1) 12 razy pomiar tętna – czas jednego pomiaru 15s.
Policzyć średnią, odchylenie standardowe, niepewność pojedynczego pomiaru (+/- 1 uderzenie).
Niepewność pomiaru czasu.

2) Długi pomiar tętna: 1 minuta, 3 minuty, +niepewności

3) Pomiar w czasie 15s, 30s, 45s, …… 3 minuty. Wykonać wykres uderzeń w funkcji czasu.
Metodą regresji liniowej wyznaczyć współczynniki prostej. Zaznaczyć niepewności.

$$VO_{2max}\ [ml/(kg*min)] = 15*(HR_{max}/HR_{sp})$$

$HR_{max} = 210 - 0{,}5*wiek - 0{,}022*masa$ (wzór dla kobiet)
$HR_{max} = 210 - 0{,}5*wiek - 0{,}022*masa + 4$ (wzór dla mężczyzn)

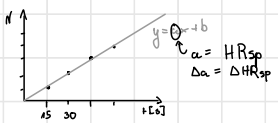
HR_{sp} – tętno spoczynkowe (liczba uderzeń na minutę) – to co mierzymy

HR_{sp} ΔHR_{sp}
VO_{2max} dla każdej metody
ΔVO_{2max}

1) średnia arytmetyczna
niepewność $\sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$

2) $HR_{sp} = \frac{N}{t}$
ΔHR_{sp} $\Delta N = 1$, Δt = czas reakcji (włączyć i od razu wyłączyć stoper, te milisekundy sekund)

$\frac{\Delta HR_{sp}}{HR_{sp}} = \frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta t}{t}$ jak w prawie Ohma
$\Delta HR_{sp} = (\frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta t}{t}) HR_{sp}$

3?) 

$VO_{2max} = ?$ ∇
$\Delta VO_{2max} =$ ∇

$\frac{\Delta VO_{2max}}{VO_{2max}} = \frac{\Delta HR_{sp}}{HR_{sp}} + \frac{\Delta HR_{max}}{HR_{max}}$

aby było idealnie błąd HRmax też uwzględnić

1) I 18 II 19 17 18 19 17
VI 16 16 17 17 18 18

2) 1 min 72
3 min 205

3) 15 18 19
30 36 36
45 56 54
1 76
1:15 98
1:30 118
1:45 140
2 158
2:15 158 + 18
2:30 + 35
2:45 + 54
3 + 74

Franciszek + Katarzyna
- Władysława
  - Irena
    - Jolanta
      - Ja
- Zenobia
  - Stanisław
    - Jarosław