

電子制御工学実験報告書

実験題目 : フーリエ解析-前半
報告者 : 4年37番 本間 三暉
提出日 : 2023年1月30日
実験日 : 2023年1月5日,1月19日,1月31日,2月9日
実験班 :
共同実験者 :

※ 指導教員記入欄

評価項目	配点	一次チェック ・ ・	二次チェック ・ ・
記載量	20		
図・表・グラフ	20		
見出し, ページ番号, その他体裁	10		
その他の減点	—		
合計	50		

コメント:

1 研究テーマ

声色の解析による発言の信憑性の確認

2 背景・目的

2.1 背景

警察ではよくポリグラフ検査という嘘をついているかどうかを見る検査が取り調べで行われる。しかし、これは取り調べられている人が不整脈等の病気でない必要がある。よって、取り調べられている人の健康状態によらない検査を確立する必要がある。

2.2 目的

声の高さや話すスピードと嘘の相関関係を明らかにする。

3 DFT の理論

$$f(t) = \frac{b_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \{b_n \cos(n\omega_0 t) + a_n \sin(n\omega_0 t)\} \quad (1)$$

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{in\omega_0 t} \quad (2)$$

$$\int_{\tau}^{\tau+T} e^{i(n-m)\omega_0 t} dt = \begin{cases} 0 & (n \neq m) \\ T & (n = m) \end{cases} \quad (3)$$

$$c_m = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} f(t) e^{-im\omega_0 t} dt \quad (4)$$

$$X_l = \sum_{k=0}^{N-1} x_k (W_N)^{kl} \Delta t \quad (5)$$

3.1 Q1 式 1 中の基本振動, 5 倍振動を表す項を書き出せ。

基本振動項: $b_1 \cos(\omega_0 t) + a_1 \sin(\omega_0 t)$

5 倍振動項: $b_5 \cos(5\omega_0 t) + a_5 \sin(5\omega_0 t)$

3.2 Q2 式 1 中の移動項の時間平均はいくらか。また, $\frac{b_0}{2}$ の値の意味を答えよ。

振動項は周期関数であるので, 時間平均は 0. $\frac{b_0}{2}$ は $f(t)$ の時間平均。

3.3 Q3 式 1 に含まれる n 倍振動項の振幅と、それを $\cos(\omega_0 t)$ と比較した時の位相のずれを求めよ。

n 倍振動項: $b_n \cos(n\omega_0 t) + a_n \sin(n\omega_0 t)$

これを \sin に合成すると、 $\sqrt{a_n^2 + b_n^2} \cos\left(n\omega_0 t - \arctan \frac{a_n}{b_n}\right)$ が得られる。よって、

振幅: $\sqrt{a_n^2 + b_n^2}$

位相のずれ: $\arctan \frac{a_n}{b_n}$

3.4 Q4 式 1 から式 2 に書き換える場合、係数 c_n はどのように決められるか。 a_n, b_n との関係式を答えよ。

$e^{\pm in\omega_0 t} = \cos(n\omega_0 t) \pm i \sin(n\omega_0 t)$ より、

$$\begin{aligned}\cos(n\omega_0 t) &= \frac{e^{in\omega_0 t} + e^{-in\omega_0 t}}{2} \\ \sin(n\omega_0 t) &= \frac{e^{in\omega_0 t} - e^{-in\omega_0 t}}{2i}\end{aligned}$$

となる。式 1 に代入して、

$$f(t) = \frac{b_0}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \{(b_n - ia_n)e^{in\omega_0 t} + (b_n + ia_n)e^{-in\omega_0 t}\}$$

を得る。これを式 2 と比較して、

$$c_n = \begin{cases} \frac{b_n - ia_n}{2} & (n > 0) \\ \frac{b_0}{2} & (n = 0) \\ \frac{b_n + ia_n}{2} & (n < 0) \end{cases}$$

3.5 Q5 式 2 の中で、3 倍振動を表す項を書き出せ。

$$c_3 e^{i3\omega_0 t} + c_{-3} e^{-i3\omega_0 t}$$

3.6 Q6 c_n と c_{-n} の関係を答えよ。ただし、 $f(t)$ は実関数とする。

c_n と c_{-n} は互いに共役である。

3.7 Q7 n 倍振動項 ($n > 0$) について考える. 複素数 c_n を極形式で, $c_n = |c_n|e^{i\delta_n}$ のように書いたとする. 絶対値 $|c_n|$ と偏角 δ_n は, 何を表しているか. (Q3 と比較せよ)

$c_n e^{in\omega_0 t} = |c_n|e^{i(n\omega_0 t + \delta_n)}$ となり, これを Q3 と比較する. 式 1 と 2 の n の範囲の違いを考慮すると $|c_n|$ は n 倍振動の振幅の半分, δ_n は位相のずれを表していることがわかる.

3.8 Q8 式 3 が成り立つことを確かめよ.

$n \neq m$ のとき,

$$\begin{aligned}\int_{\tau}^{\tau+T} e^{i(n-m)\omega_0 t} dt &= \frac{1}{i(n-m)\omega_0} \left[e^{i(n-m)\omega_0 t} \right]_{\tau}^{\tau+T} \\ &= \frac{e^{i(n-m)\omega_0 \tau}}{i(n-m)\omega_0} (e^{i(n-m)\omega_0 T} - 1) \\ &= 0\end{aligned}$$

$n = m$ のとき, $n - m = 0$ なので,

$$\int_{\tau}^{\tau+T} e^{i(n-m)\omega_0 t} dt = \int_{\tau}^{\tau+T} dt = T$$

3.9 Q9 式 4 が成り立つことを確かめよ.

式 3 より,

$$\frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} f(t) e^{-im\omega_0 t} dt = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{\tau}^{\tau+T} c_n e^{i(n-m)\omega_0 t} dt = \frac{1}{T} c_m T = c_m$$

3.10 Q10 フーリエ成分 $X(\omega)$ は何を意味しているのだろうか.

$f(t)$ のうち, 角周波数が ω の成分の振幅を表している.

3.11 Q11 式 5 から, $X_l = X_{l+N}$ を示せ.

$$X_{l+N} = \sum_{k=0}^{N-1} x_k (W_N)^{k(l+N)} \Delta t = \sum_{k=0}^{N-1} x_k (W_N)^{kl} \Delta t (W_N)^{kN}$$

ここで, $(W_N)^{KN} = \left(e^{-i\frac{2\pi}{N}} \right)^{KN} = e^{-i2\pi k} = 1$ なので,

$$X_{l+N} = \sum_{k=0}^{N-1} x_k (W_N)^{kl} \Delta t = X_l$$

3.12 Q12 $X_l = X_{l+N}$ ということは、フーリエ成分 X_l と X_{l+N} とが区別できないことを示している。これは、扱うデータが離散的だからである。この事情を図を用いて説明せよ。

$\sin t$ 上から等間隔で値を取った 6 点と $\sin t, \sin(6t)$ を重ねたグラフを図 1 に示す。

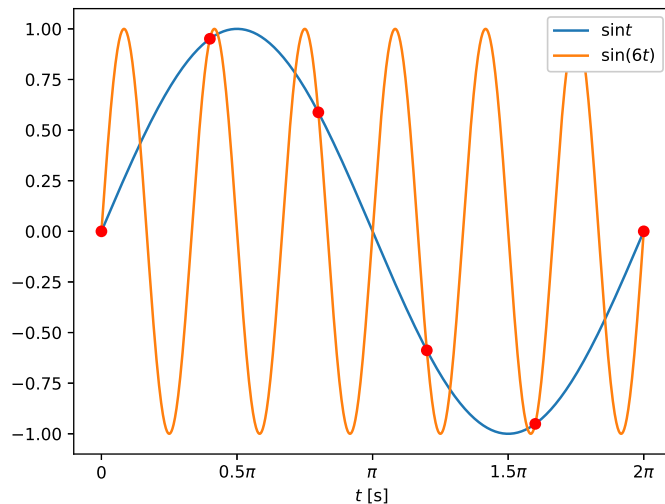


図 1:

図を見ると、抽出点だけを見たときにそれが $\sin t$ を表しているのか $\sin(6t)$ を表しているのか区別ができないことがわかる。

3.13 Q13 X_{N-2} と X_2 の間にはどんな関係があるか。

$$\begin{aligned} X_2 &= \sum_{k=0}^{N-1} x_k (W_N)^{2k} \Delta t \\ X_{N-2} &= \sum_{k=0}^{N-1} x_k (W_N)^{N-2} \Delta t \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} x_k (W_N)^{-2k} \Delta t (W_N)^{kN} \end{aligned}$$

$(W_N)^{kN} = 1$ より,

$$X_{N-2} = \sum_{k=0}^{N-1} x_k (W_N)^{-2k} \Delta t$$

$W_N = e^{-i\frac{2\pi}{N}}$ なので、 X_{N-2} と X_2 は共役にある。

3.14 Q14 フーリエ成分 $\{X_l\}$ から、元の信号列 $\{x_k\}$ を再現するための式を作れ.

$$X_l = \sum_{k=0}^{N-1} x_k (W_N)^{kl} \Delta t$$

$$\Leftrightarrow \sum_{l=0}^{N-1} X_l (W_N)^{-kl} = \sum_{l=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} x_k (W_N)^{k(l-l)} \Delta t$$

式 3 より, $\sum_{k=0}^{N-1} (W_N)^{k(l-l)} = N$ であるので, これを上のに代入すると,

$$\sum_{l=0}^{N-1} X_l (W_N)^{-kl} = x_k N \Delta t$$

$$\Leftrightarrow x_k = \frac{1}{N \Delta t} \sum_{l=0}^{N-1} X_l (W_N)^{-kl}$$

4 自作プログラムの仕様・動作例

4.1 プログラムの仕様

DFT の理論を元に作成した DFT プログラムの主要部をソースコード 1 に示す.

ソースコード 1: DFT

```

1 for (int k = 0; k < n; k++) {
2     real[k] = 0;
3     imag[k] = 0;
4     for (int j = 0; j < n; j++) {
5         real[k] += amp[j] * cos(2 * M_PI * k * j / n) * dt;
6         imag[k] += amp[j] * sin(2 * M_PI * k * j / n) * dt;
7     }
8     amplitude[k] = sqrt(real[k] * real[k] + imag[k] * imag[k]);
9 }

```

このあとで amplitude を表示すれば良い.

4.2 動作例

$\sin(2\pi t) + \sin(100 \times 2\pi t)$ を入力信号として DFT を通したものを図 2 に示す.

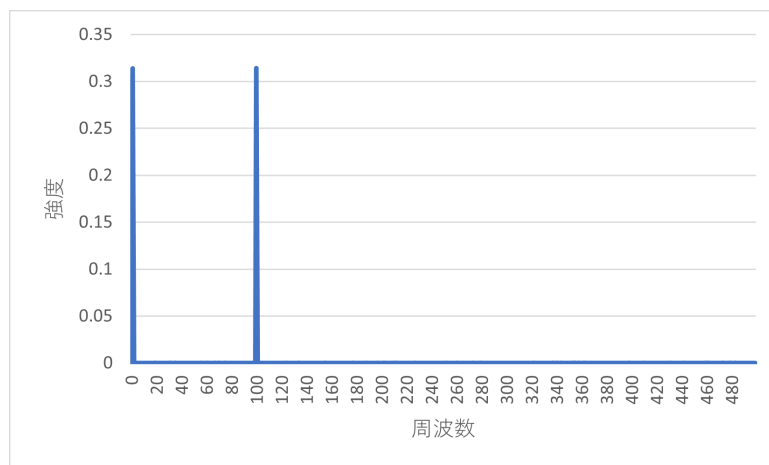


図 2: $\sin(2\pi t) + \sin(100 \times 2\pi t)$ を入力信号として与えた場合

$\sin(100 \times 2\pi t)$ の係数を 20 にした $\sin(2\pi t) + 20\sin(100 \times 2\pi t)$ を入力信号として DFT を通したものを図 3 に示す。

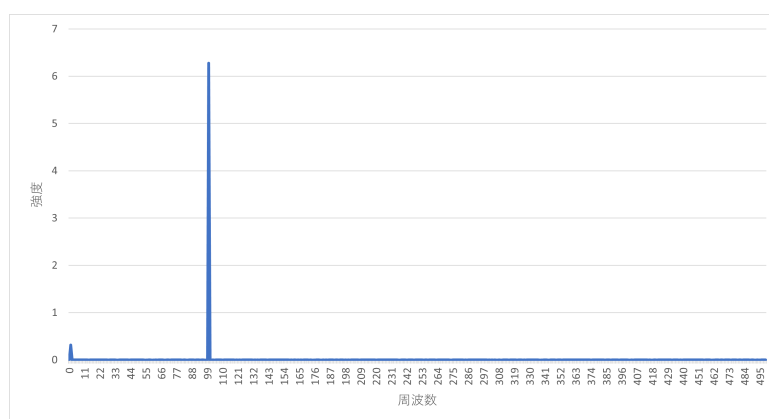


図 3: $\sin(2\pi t) + 20\sin(100 \times 2\pi t)$ を入力信号として与えた場合

以上の結果から DFT のアルゴリズムは問題ないことがわかる。

5 使用機材

- マイク

6 実験方法・手順

1. 制御 4 年の学生数名に「はい」か「いいえ」で答えられる間に全て「いいえ」と答えてもらい、それを録音する。

2. 録音した音声の長さを記録する．この長さを話すスピードの評価値とする
3. フーリエ解析により周波数解析を行う．
4. それぞれの問に対する返答に周波数と音声の長さという 2 値のパラメータにおいて比較し，どのような違いがあるか評価する．

7 結果

縦軸に話すスピード，横軸に周波数成分をおいた

8 考察

参考文献

1. 令和 4 年度電子制御工学実験・4 年後期テキスト