Ec4 制御工学 IB　第 15 回　総復習

(注) 時間 t の関数は小文字のアルファベットとし，そのラプラス変換は対応する大文字のアルファベットで表すものとする（例：$y(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} Y(s)$ ）

1　制御工学の基本知識

● 制御の主な目的を 3 つ挙げよ。

(1) 制御対象の安定化	(2) 目標値追従
(3) 外乱の影響の抑制	

(4) 伝達関数の定義を述べよ

初期条件を 0 とした上で、システムの入力を
ラプラス変換U(s)と出力をラプラス変換したY(s)の比

● 次の各制御要素の伝達関数の一般形の式を記せ。

(5) 比例ゲイン K_{P} の比例要素　　(5) K_P

(6) 積分ゲイン K_{I} の積分要素　　(6) $\dfrac{K_I}{s}$

(7) 微分ゲイン K_{D} の微分要素　　(7) $K_D s$

(8) 定常ゲイン K で時定数 T の 1 次システム　　(8) $\dfrac{K}{Ts+1}$

(9) 粘性減衰係数比 ζ で固有角振動数 ω_{n} で
定常ゲイン K の 2 次システム　　(9) $\dfrac{K\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$

● 図 1 に示すブロック線図で表されるフィードバック制御系について

(10) 一巡伝達関数 $L(s)$ の式を記せ

$$L(s) = K(s)P(s)$$

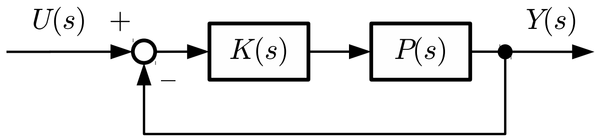


図 1　フィードバック制御系のブロック線図

(11) 閉ループ伝達関数 $G(s)$ の式を記せ

$$G(s) = \frac{K(s)P(s)}{1+K(s)P(s)}$$

2　システムの安定性

● システムの安定性について，次の表を完成させよ。

(12) 安定の定義	有界な入力に対して微分方程式の解が無限大に向かわない
(13) 安定の必要十分条件	伝達関数の全ての極の実部が負であること
(14) 安定の必要条件	伝達関数の特性多項式の係数がすべて存在し，正であること

(15) ラウス・フルビッツの安定判別法のどちらか片方の手順をまとめよ。判別する伝達関数の分母多項式を $D(s) = a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0$ とする。

①フルビッツ行列（n次正方行列）を作る

$$H = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \cdots & \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \cdots & \\ \hline 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \cdots & \\ 0 & a_n & a_{n-2} & \cdots & \\ \hline \vdots & \vdots & \vdots & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_0 \end{bmatrix}$$

②小行列を作る

$$H_1 = a_{n-1},\quad H_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix},\quad H_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} \cdots$$

③安定判別

$H_i > 0\ (i = 2, \cdots, n-1)$ かつ

安定の必要条件を満たしていれば安定

(16) ナイキストの安定判別法の手順をまとめよ。判別するフィードバック制御系の一巡伝達関数を $L(s)$ とする。

① $w = -\infty \sim \infty$ に対する $L(s)$ のナイキスト線図を描く

② $L(s)$ のナイキスト線図が複素平面上の $(-1+j0)$ を反時計回りに回る回数 N を調べる

③ $L(s)$ のもつ不安定な極（実部が正）の数 U を調べる

④ $U = N$ であるとき、フィードバック制御系は安定

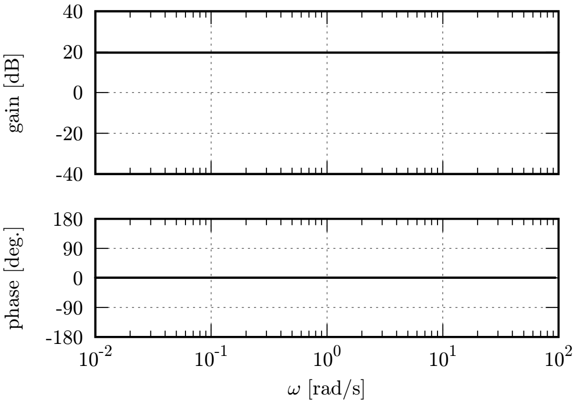
3　システムの周波数応答

● 伝達関数が $P(s)$ である安定なシステムについて以下に答えよ

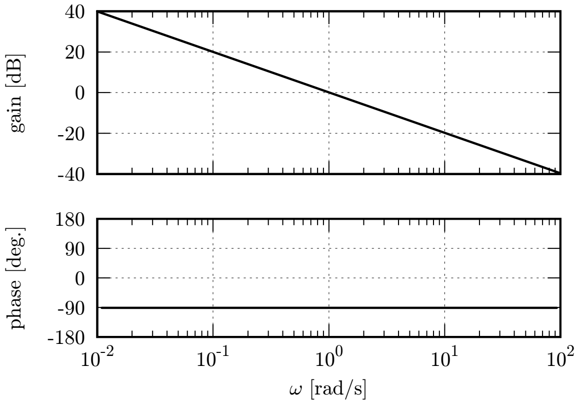
(17) システムの周波数伝達関数の式	(17) $P(j\omega)$
(18) システムに $\sin(\omega t)$ を入力したときの定常応答 $y(t)$ の式	(18) $y(t) = \|P(j\omega)\| \sin(\omega t + \angle P(j\omega))$
(19) システムのゲイン特性 [dB] の式	(19) $20 \log_{10} \|P(j\omega)\|$
(20) システムの位相特性の式	(20) $\angle P(j\omega)$

● 以下の制御要素のボード線図の概形を描け。1 次システムは折れ線近似でよい。

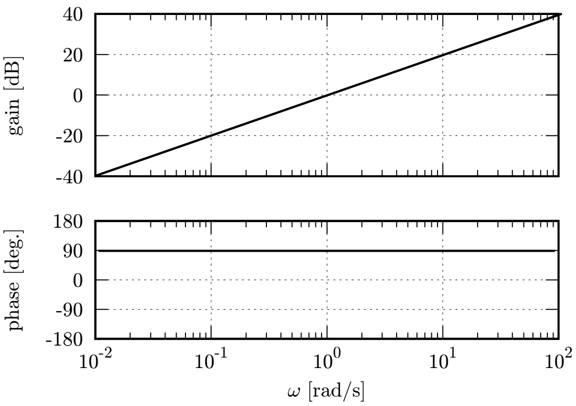
(21) 比例ゲイン $K_{\mathrm{P}} = 10$ の比例要素



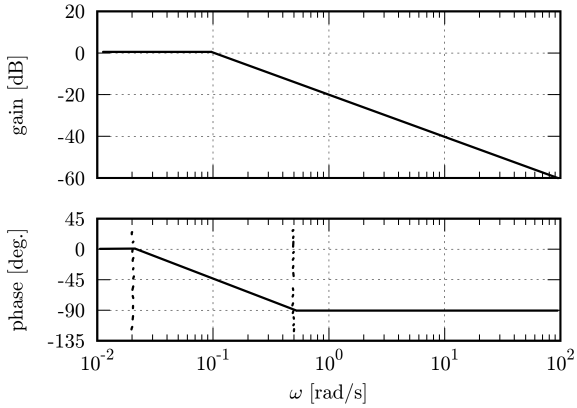
(22) 積分ゲイン $K_{\mathrm{I}} = 1$ の積分要素



(23) 微分ゲイン $K_{\mathrm{D}} = 1$ の微分要素



(24) 時定数 $T = 10$ s，ゲイン 1 の 1 次システム



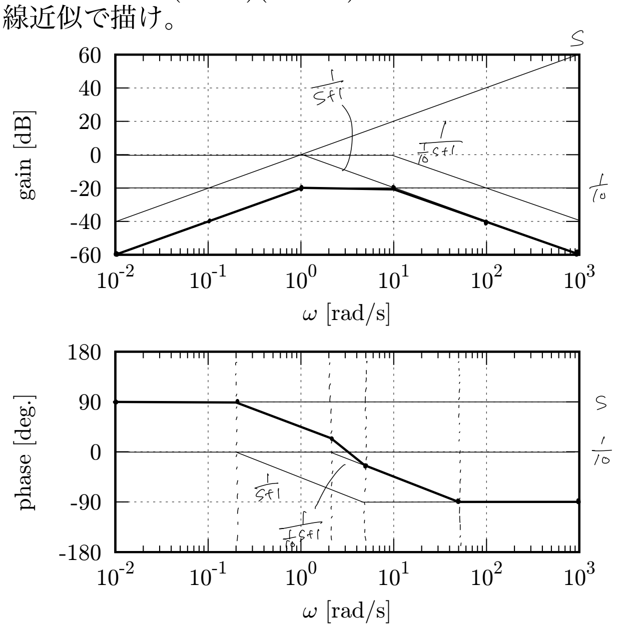
● $G_1(s)$, $G_2(s)$ のボード線図が既知であるときのそれらに関連したボード線図はどう描けるか

(25) 直列接続 $G(s) = G_1(s)G_2(s)$	$G_1(s)$ と $G_2(s)$ のボード線図の足し算
(26) 逆システム $G(s) = 1/G_1(s)$	$G_1(s)$ のボード線図の符号反転

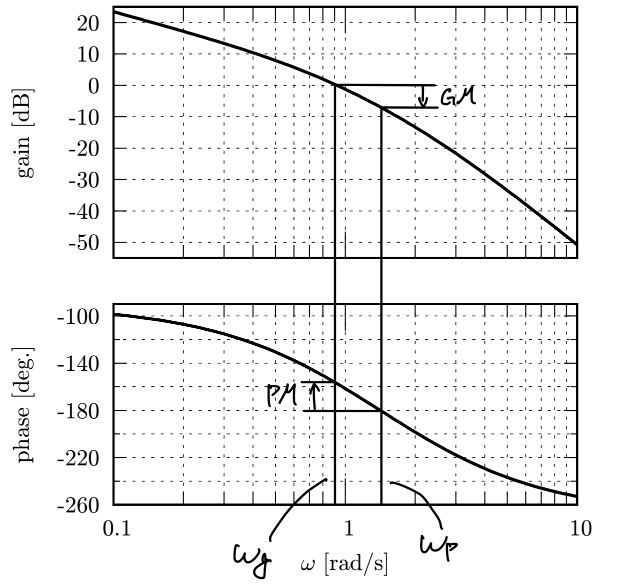
$$G(s) = s \times \frac{1}{s+1} \times \frac{1}{\frac{1}{10}s+1} \times \frac{1}{10}$$

● ボード線図の合成と安定余裕について

(27) $G(s) = \dfrac{s}{(s+1)(s+10)}$ のボード線図を折れ線近似で描け。



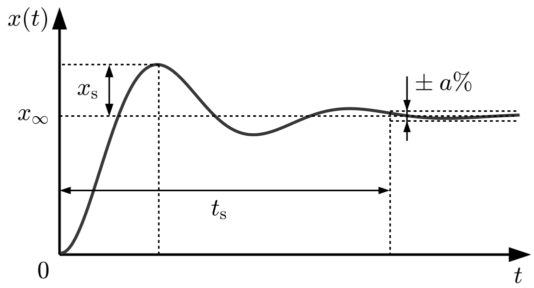
(28) 下図中に，ゲイン余裕 GM，位相余裕 PM，ゲイン交差周波数 ω_{g}，位相交差周波数 ω_{p} を図示せよ。



4　フィードバック制御系の過渡応答・定常応答

● 右図に示す過渡応答の特性値の名称を答えよ

(29) x_{s}/x_∞	オーバーシュート
(30) t_{s}	整定時間



● システム $G(s)$ に $u(t)$（ラプラス変換は $U(s)$）を入力したときの定常応答について（ステップ入力に限らない）

(31) 出力の最終値 x_∞ を求める式

(32) 定常偏差 e_{s} の定義（ x_∞ を使ってよい）

(33) 定常偏差を無くすために一巡伝達関数 $L(s)$ に含まれている必要がある制御要素

(31) $x_\infty = \lim_{s\to 0} sG(s)U(s)$

(32) $e(s) = \lim_{t\to\infty} u(t) - x_\infty$

(33) 積分要素

● システムの極配置と過渡応答の関係について

(34) 極の実部の絶対値が大きいほど

(35) 極の虚部の絶対値が大きいほど

(34) 収束が早い

(35) 振動性が高い

● 一巡伝達関数の安定余裕とシステムの過渡応答の関係について

(36) ゲイン交差周波数 ω_{g} が大きいほど

(37) 位相余裕 PM が大きいほど

(36) 立ち上がりが速い

(37) 収束が早い