

## 1. 質量・バネ・ダンパ系

(1)

初期条件を0として両辺をラプラス変換する

$$ms^2 X(s) = F(s) - kX(s) - c s X(s)$$

$$F(s) = (ms^2 + cs + k) X(s)$$

よって求める伝達関数  $P_{MSD}(s)$  は

$$P_{MSD} = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$

$$A. \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$

(2)

計算スペース

$$\frac{\frac{1}{m}}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}}$$

$$\frac{1}{m} = k \omega_n^2$$

$$\frac{c}{m} = 2\zeta \omega_n$$

$$\frac{k}{m} = \omega_n^2$$

$$\frac{1}{m} = k \frac{k}{m}$$

$$k = \frac{1}{k}$$

$$\zeta > 0, \omega_n > 0$$

$$\zeta = \frac{c}{m} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$= \frac{c}{2\sqrt{mk}}$$

$$= \frac{c}{2\sqrt{mk}}$$

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$K = \frac{1}{k}$$

(3)

$$g(\omega) = |P_{MSD}(j\omega)|, \quad P_{MSD}(j\omega) = \frac{1}{-m\omega^2 + j\omega c + k} \quad \text{より}$$

$$g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (\omega c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{m^2\omega^4 + (c^2 - 2mk)\omega^2 + k^2}}$$

(4)

共振角周波数  $\omega_r$  は  $\omega_r = \sqrt{1 - 2\zeta^2} \cdot \omega_n$  とある。

ここで (2) の値を代入すると

$$\omega_r = \sqrt{1 - \frac{c^2}{2mk}} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{c^2}{2m^2}}$$

$$\omega_r^2 = \frac{k}{m} - \frac{c^2}{2m^2}$$

$$2m^2\omega_r^2 = 2mk - c^2$$

$$c^2 = 2mk - 2m^2\omega_r^2$$

$$= 2m(k - m\omega_r^2)$$

$$c = \pm \sqrt{2m(k - m\omega_r^2)}$$

 $c > 0$  のので

$$c = \sqrt{2m(k - m\omega_r^2)}$$

ここで、与えられた値を代入する

$$c = \sqrt{2 \cdot 50 (20 - 50 \cdot (1.6)^2)}$$

$$= \sqrt{10 (20 - 12.8)}$$

$$= \sqrt{7.2}$$

$$= 6\sqrt{2}$$

$$A. 6\sqrt{2} \text{ [Ns/m]}$$

## 2. システムの解析や制御系の設計

(1)

安定 ・ 安定限界 ・ 不安定 (どれかに丸をつける)理由 $L_1(s) = \frac{2s+5}{(s+1)(s-1)}$  より、極の中で実部が正であるものの個数は $U=1$  となる。また、ナイキスト線図より  $(-1,0)$  を反時計回りにまわる回数は  $N=1$  となる。  $U=N$  より、安定である。

(2)

$$G_2(s) = \frac{100s}{10s+1}$$

理由 $G_2(s)$  は 微分要素  $100s$  と 1 次遅れ要素  $\frac{1}{10s+1}$  で構成されているので

$$G_2(s) = 100s \cdot \frac{1}{10s+1} = \frac{100s}{10s+1}$$

(3)

$$y(t) = \frac{3}{2} \sin\left(\sqrt{2}t - \frac{\pi}{3}\right)$$

理由

$$G_3(s) = \frac{3}{\frac{\sqrt{6}}{2}s+1} \text{ とすると } y(x) = |G_3(j\sqrt{2})| \sin(\sqrt{2}x + \angle G_3(j\sqrt{2}))$$

$$\text{ここで、} |G_3(j\sqrt{2})| = \frac{3}{\sqrt{1+3}} = \frac{3}{2}, \quad \angle G_3(j\sqrt{2}) = -\tan^{-1}\sqrt{3} = -\frac{\pi}{3}$$

$$\text{よって } y(x) = \frac{3}{2} \sin\left(\sqrt{2}x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$K=3, T=\frac{\sqrt{6}}{2}, \omega=\sqrt{2}$$

(4)

(A)  $\omega_g = 6.0 \text{ rad/s}$

$P_m = 16.3^\circ$

(B)  $\omega_g = 3.0 \text{ rad/s}$

$P_m = 50.2^\circ$

(C)  $\omega_g = 3.0 \text{ rad/s}$

$P_m = 16.3^\circ$

理由 $\omega_g$  が大きいほど立ち上がりが速いため A は  $(6.0 \text{ rad/s}, 16.3\%)$ .

PM が大きいほどオーバーシュートが小さく、収束が早いので

B は  $(3.0 \text{ rad/s}, 50.2\%)$ 、C は残りの  $(3.0 \text{ rad/s}, 16.3\%)$  となる。

## 3. 磁気浮上系の制御

(1)

伝達関数の極は  $\pm \sqrt{\frac{K_x}{M}}$ ,  $-\frac{R_m}{L_m}$  である。各パラメータは実数であり、正の値なので  $+\sqrt{\frac{K_x}{M}}$  は実部が正の極となる。よって安定の必要十分条件と満たさないため、不安定となる。

(2)

— 1次伝達関数  $L(s)$  は  $L(s) = P(s)K_1(s)$  なので

$$L(s) = \frac{K_i(K_p + K_D s)}{(M s^2 - K_x)(L_m s + R_m)} = \frac{6(K_p + K_D s)}{(0.5 s^2 - 600)(0.08 s + 4)}$$

よって、閉ループ伝達関数  $G(s)$  は

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{L(s)}{1 + L(s)} = \frac{6(K_p + K_D s)}{(0.5 s^2 - 600)(0.08 s + 4) + 6(K_p + K_D s)} \\ &= \frac{6(K_p + K_D s)}{0.04 s^3 + 2 s^2 + (6 K_D - 48) s + 6(K_p - 400)} \\ &= \frac{3 K_D s + 3 K_P}{0.02 s^3 + s^2 + (3 K_D - 24) s + (3 K_P - 1200)} \end{aligned}$$

(3)

フルビッツの安定判別法から求める

「特性多項式の係数が全て存在し、正である」を満足するため

$$K_D > 8, \quad K_P > 400 \quad \text{となる。}$$

フルビッツ行列  $H$ , フルビッツの小行列  $H_1, H_2$  は以下のようになる。

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 3K_P - 1200 & 0 \\ 0.02 & 3K_D - 24 & 0 \\ 0 & 1 & 3K_P - 1200 \end{bmatrix}, \quad H_1 = 0.3 > 0, \quad H_2 = \begin{vmatrix} 1 & 3K_P - 1200 \\ 0.02 & 3K_D - 24 \end{vmatrix} = 3K_D - 0.06K_P$$

$$H_2 > 0 \text{ となる条件は } K_D > \frac{1}{50} K_P$$

よってシステムが安定となるための範囲は

$$\begin{cases} K_D > \frac{1}{50} K_P \\ K_P > 400 \end{cases}$$

(4)

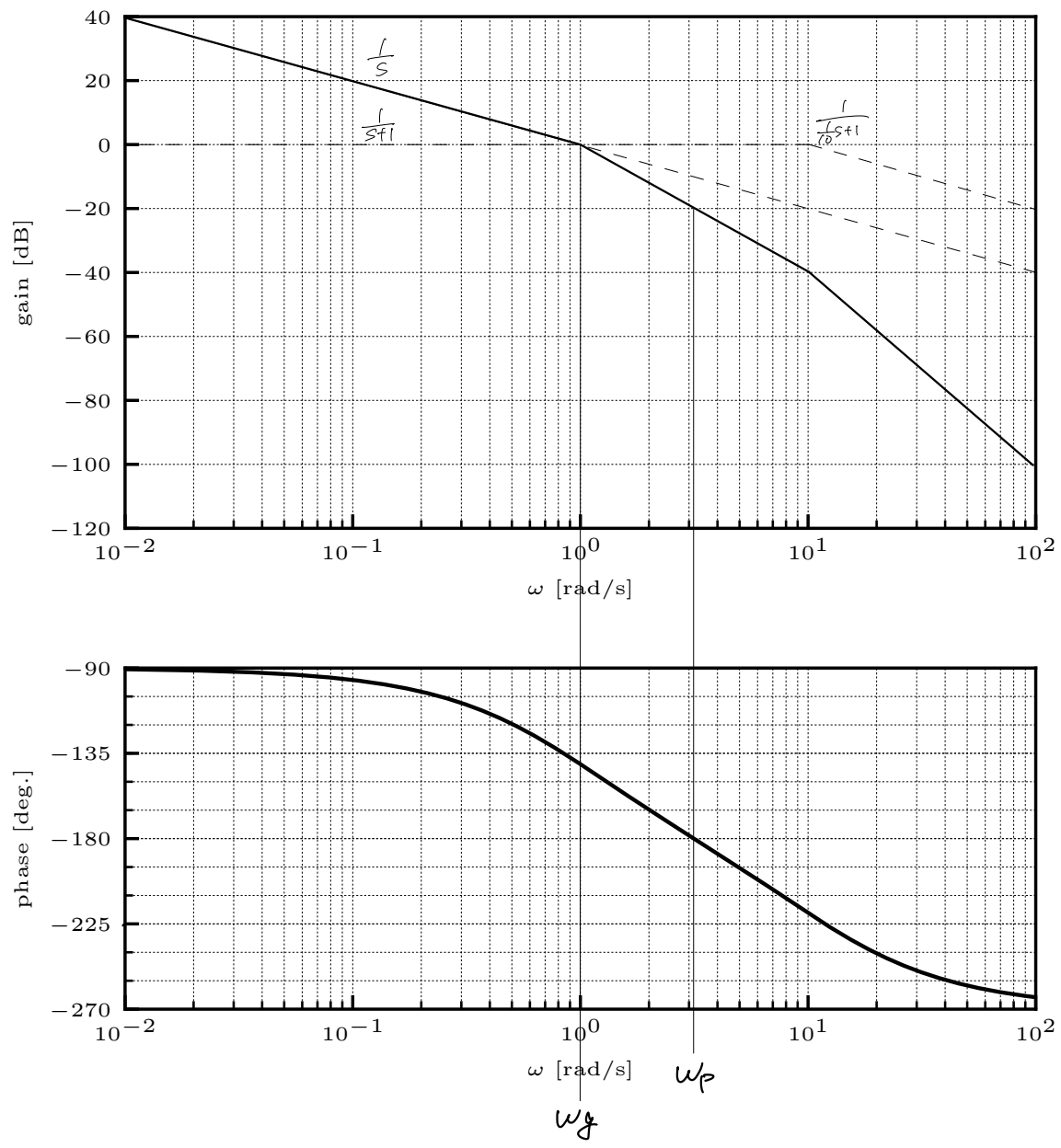
定常偏差  $e_s$  は  $e_s = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s U(s)}{1 + L(s)}$  で表される。また、 $U(s) = \frac{1}{s}$  であるから

$$\begin{aligned} e_s &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + L(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(0.5 s^2 - 600)(0.08 s + 4)}{(0.5 s^2 - 600)(0.08 s + 4) + 6(K_p + K_D s)} \\ &= \frac{-2400}{-2400 + 6 K_P} \\ &= -\frac{400}{K_P - 400} \end{aligned}$$

#### 4. ボード線図の折れ線近似と安定余裕

(1) (各要素についての線を点線か破線,  $P(s)$  の線を実線で. どの線がどの要素のものかわかるように)

$$P(s) = \frac{1}{s} \times \frac{1}{s+1} \times \frac{1}{\frac{1}{10}s+1}$$



(2)

$\omega_g =$	$1 \text{ [rad/s]}$	$\omega_p =$	$3.1 \text{ [rad/s]}$
$P_m =$	$40 \text{ [deg]}$	$G_m =$	$20 \text{ [dB]}$

(3)

$K =$	$11$	$T =$	$2$
<p><b>理由</b> システムが安定限界となる <math>K</math> と考える                  ナイキストの安定判別法より  <math>P(j\omega)K = -1</math>  <math>10K = j\omega(\omega^2 - 11j\omega - 10)</math>  <math>= 11\omega^2 + j\omega(\omega^2 - 10)</math> ①                  虚部が0となるのは <math>\omega = \sqrt{10}</math> のとき</p> <p>→ <math>\omega = \sqrt{10}</math> と①に代入すると,  <math>10K = 110</math>  <math>K = 11</math>                  このときの周期 <math>T</math> は  <math>T = \frac{2\pi}{\omega}</math>  <math>= \pi\sqrt{\frac{2}{5}} \approx 1.99 \approx 2</math></p>			