

## 1 ボード線図の性質

ボード線図はシステムの直列接続と逆システムの記述が容易という利点がある。 $G_1(s)$ ,  $G_2(s)$  のゲインを  $g_1(\omega)$ ,  $g_2(\omega)$ , 位相を  $\theta_1(\omega)$ ,  $\theta_2(\omega)$  とする。すなわち

$$\begin{aligned} G_1(j\omega) &= g_1(\omega)e^{j\theta_1(\omega)}, & |G_1(j\omega)| &= g_1(\omega), & \angle G_1(j\omega) &= \theta_1(\omega), \\ G_2(j\omega) &= g_2(\omega)e^{j\theta_2(\omega)}, & |G_2(j\omega)| &= g_2(\omega), & \angle G_2(j\omega) &= \theta_2(\omega) \end{aligned}$$

である。

	直列接続 $G(s) = G_1(s)G_2(s)$
周波数伝達関数 $G(j\omega)$	
ゲイン [dB] $20 \log  G(j\omega) $	
位相 $\angle G(j\omega)$	

直列接続のボード線図はそれぞれのボード線図の \_\_\_\_\_ となる。

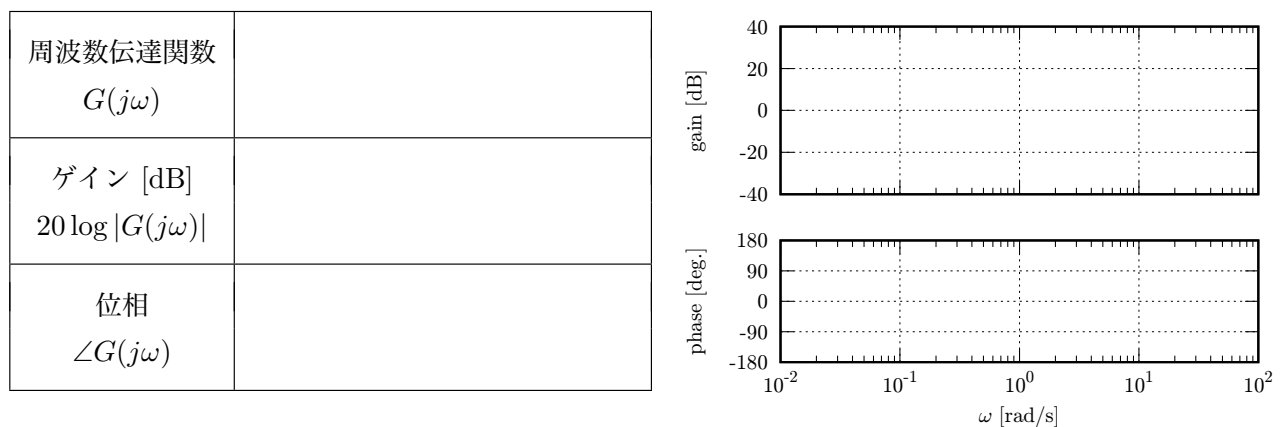
	逆システム $G(s) = G_1^{-1}(s) = 1/G_1(s)$
周波数伝達関数 $G(j\omega)$	
ゲイン [dB] $20 \log  G(j\omega) $	
位相 $\angle G(j\omega)$	

逆システムのボード線図は元のシステムのボード線図の \_\_\_\_\_ となる。

### 1.1 比例要素の周波数応答

最後に残していた比例要素  $G(s) = K$  のボード線図を確認しておく。

$K = 10$  とした場合のボード線図



## 2 ボード線図の合成

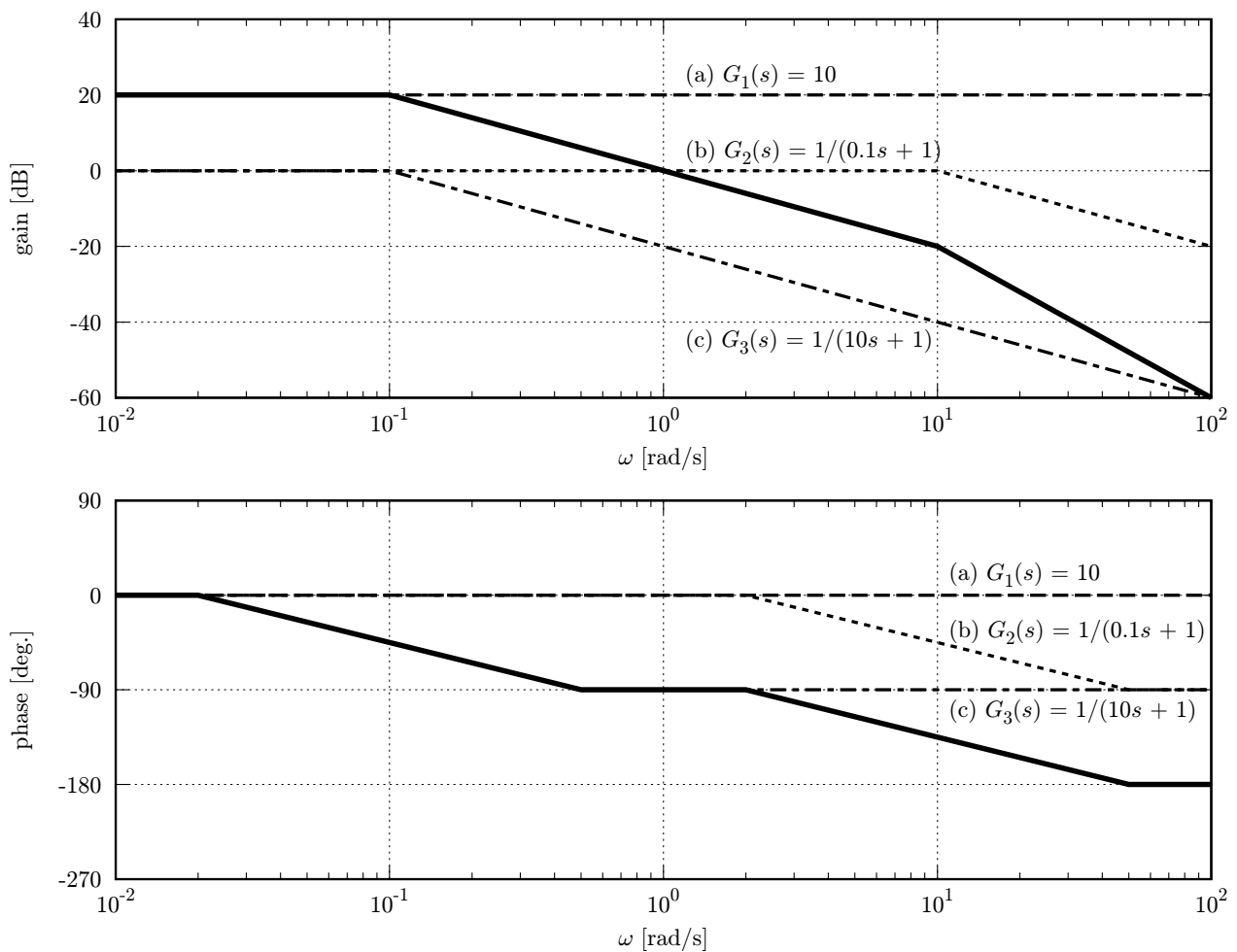
例として以下の伝達関数で表されるシステムを考える。

$$G(s) = \frac{1}{(0.1s + 1)(s + 0.1)}$$

これは次のように、比例要素と1次遅れ系の直列接続と考えることができる。

$$G(s) = G_1(s)G_2(s)G_3(s), \quad G_1(s) = 10, \quad G_2(s) = \frac{1}{0.1s + 1}, \quad G_3(s) = \frac{1}{10s + 1}$$

直列接続のボード線図は要素ごとのボード線図の足し算なので、このシステムのボード線図は以下のよう  
にして折れ線近似で描くことができる。



注意すべき点として、1次遅れ系のボード線図の折れ線近似は  $G(s) = 1/(Ts + 1)$  という形に変形した後でないと使えないということである。この形になっていないものは比例要素を使ってこの形を作る必要がある。上の例だと

$$\frac{1}{s + 0.1} = \frac{10}{10s + 1} = 10 \times \frac{1}{10s + 1}$$

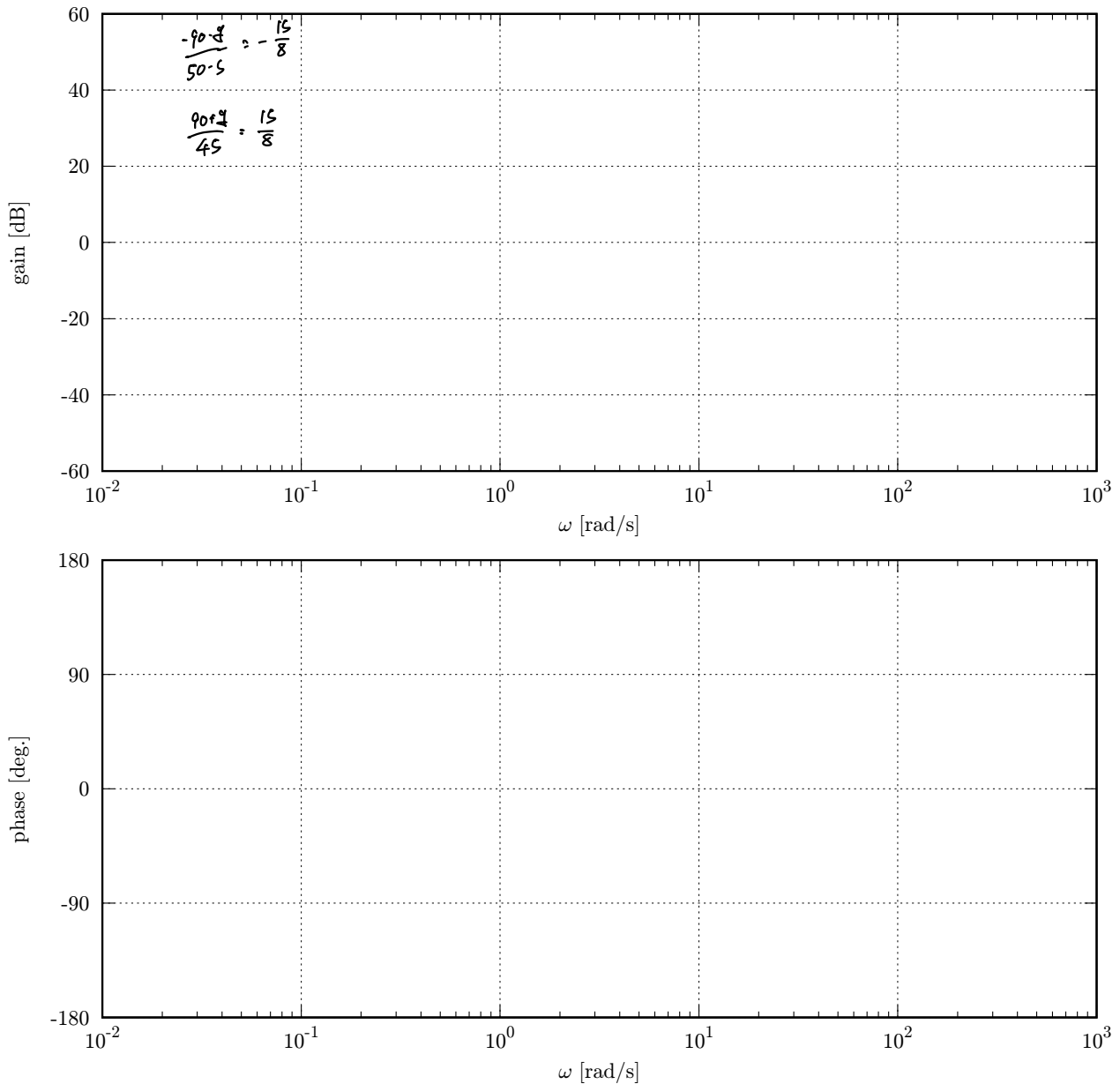
という変形をしている。

0.2    2    5    50  
 —    —    —

### 3 授業内演習

伝達関数が式 (1) で表されるシステムについて、ボード線図を折れ線近似で描け。

$$\frac{-90}{50-2} \approx -\frac{90}{48} \approx -\frac{45}{24} \approx -\frac{15}{8} \quad G(s) = \frac{s}{(s+1)(s+10)} \quad (1)$$



### 課題

授業内演習でやったシステムについて、Python-control でゲイン線図を折れ線近似と重ねてプロットせよ。できる者は位相線図についてもプロットせよ。

**提出方法** Jupyter Notebook で作成し、HTML にしてダウンロードして、Teams の課題タブから提出

**提出期限** 次回授業まで

**ファイル名** “出席番号 2 桁\_授業回\_氏名.html” (例) 00\_09\_KazukiSakai.html