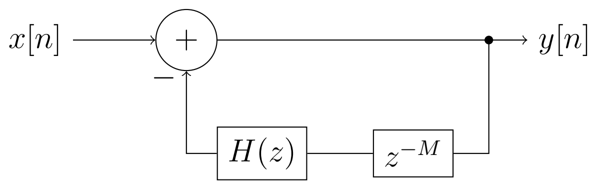
Octave 3.3 (9 (+ 3) Punkte)

Im Simulationsprotokoll dieser Aufgabe sollen alle erstellten Abbildungen und Herleitungen zu finden sein. Die E-Mail Abgabe soll ein Skript beinhalten, das alle Ergebnisse und Abbildungen reproduziert. Die im Zuge dieser Aufgabe zu erstellenden Funktionen `ksalgorithm` und `ifftreal` sollen in separate m-Files ausgelagert werden. Ein Template für die Funktion `ksalgorithm` finden Sie auf der Homepage, passen Sie es bitte entrsprechend Ihrer Abgabe (Autoren, verwendete Octave/Matlab Version etc.) an und verwenden Sie selbiges Format auch für Ihre restlichen Funktionen. Alle begleitenden Files finden sie im zip-File Data.zip auf unserer Homepage.
Gegeben sei folgendes System:



Bei $H(z)$ handelt sich um die z-Transformierte der Impulsantwort $h[n]$ und z^{-M} stellt eine Verzögerung um M Samples dar.

(a) [1 Punkt(e)] Finden Sie eine Differenzengleichung, die das System beschreibt (d.h. $y[n]$ in Abhängigkeit von $x[n]$, $h[n]$ und M ausdrückt). Weiters Bestimmen Sie $H_1(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$.

(b) [2 Punkt(e)] Verwenden Sie den Befehl `audioread` (oder, abhängig von der verwendeten Plattform und Version `wavread`) um das file `sample1.wav` zu laden, vergessen Sie hierbei nicht das zweite Ausgabeargument der Funktion um zusätzlich die Abtastrate f_s in Hertz zu erhalten. Speichern Sie das eingelesene Signal $x[n]$ im Vektor $\mathbf{x}$. Illustrieren Sie den Absolutbetrag der DFT von $x[n]$ von $f = 0\,\text{Hz}$ bis zur halben Abtastrate $f = \frac{f_s}{2}$ mithilfe des Befehls `plot`. Den Frequenzvektor f können Sie mit `f = (0:(N-1))*fs/N;` (**Achtung**: zur Wahrung der Octave Notation bedeutet hier der Stern Operator $*$ eine Multiplikation und keine Faltung.) bestimmen, wobei es sich bei `N` um die von Ihnen gewählte FFT-Länge (d.h. der Signallänge) handelt. Ermitteln Sie nun mithilfe der Befehle `fft`, `abs` und `max` die Frequenz f_0 (in Hertz) des zugrundeliegenden Signals. (**Hinweis:** `max` liefert Ihnen zwei Ausgabeargumente, wobei es sich beim zweiten Ausgabeargument um den Index des Maximums des Eingangsvektors handelt.)

(c) [1 Punkt(e)] Auf Basis der in Punkt **(a)** errechneten Grundfrequenz erstellen Sie einen Vektor $\mathbf{x}_1$, der die erste Periode der Länge T_0 des Signals $x[n]$ beinhaltet. Stellen Sie den Signalausschnitt $\mathbf{x}_1$ mithilfe von `plot` dar und achten Sie auf korrekte Achsenbeschriftung.

(d) [1 Punkt(e)] Betrachten Sie nun das obige Blockschaltbild und wählen Sie $H(z) = \alpha$ und $M = T_0 f_s$. Welche Bedingung muss α erfüllen, damit die Stabilität von $H_1(z)$ garantiert ist?

(e) [2 Punkt(e)] Erstellen Sie nun eine Funktion `y = ksalgorithm(x,` α`,` M`, Nout)` welche die Operation $y[n] = (h_1 * x)[n]$ implementiert ($h_1[n]$ ist die inverse z-Transformation von $H_1(z)$). Die Eingangsargumente stellen folgende Größen dar:

1. `x` ... der Eingangsvektor mit Länge `Nout`

2. α ... $H(z)$

3. M ... Verzögerung

4. `Nout` ... gewünschte Länge des Ausgangsvektors `y`, in Samples.

Verwenden Sie die Funktion `filter` um das Ausgangssignal $y[n]$ aus $x[n]$ zu berechnen. (**Hinweis:** Verwenden Sie `help filter` für Details zur Funktion und vergleichen Sie mit der in Punkt **(a)** ermittelten Differenzengleichung.) Das Eingangssignal $x[n]$ soll als Vektor wiefolgt generiert werden: Die ersten $l = T_0 f_s$ Einträge sollen dem Vektor $\mathbf{x_1}$ entsprechen. Alle anderen Elemente werden 0 gesetzt. `Nout` soll so gewählt werden, dass die Länge des Ausgangssignals 2 Sekunden bei gegebener Abtastrate f_s entspricht. Der Parameter M soll in diesem ersten Experiment mit $M = T_0 f_s$ gewählt werden. Weiters definieren Sie $\alpha = 0.99$. Nun rufen Sie ihre Funktion mit den gewählten Parametern auf und stellen Sie das Ausgangssignal $y[n]$ mithilfe von `plot` dar.

(f) [1 Punkt(e)] Der von Ihnen (stark vereinfacht) implementierte Algorithmus[1] stellt eine Möglichkeit dar den Klang einer gezupften Saite zu synthetisieren. Verwenden Sie nun `soundsc(y,fs)` um sich den von Ihnen erzeugten Klang anzuhören (alternativ können Sie auch `audiowrite` verwenden um ihr Soundfile abzuspeichern und wiederzugeben).
Variieren Sie nun den Parameter M auf

1. round($M/2$),

2. $2M$.

Verwenden Sie `subplot` um beide Signal in einer `figure` darzustellen und hören Sie sich beide Signale an. Was fällt Ihnen auf?

(g) [1 Punkt(e)] Wie beeinflusst der Parameter α das Ausgangssignal (bzw. das Gesamtsystem)? Verwenden Sie `subplot` um Ausgangssignale für $\alpha = \{0.99, 0.5, 1, 1.01\}$ darzustellen und erklären Sie was Sie beobachten (achten Sie hierbei auf einen *sinnvollen* Darstellungsbereich des jeweiligen Signals, der Ihre Argumente untermauert)! Wie passen Ihre Beobachtungen mit der gefundenen Stabilitätsbedingung für α in Punkt **(d)** zusammen?

(h) [1 (Bonus) Punkt(e)] Generieren Sie mithilfe des Befehls `rand` einen Vektor $\mathbf{x}_2$, der dieselben Dimensionen wie der Vektor $\mathbf{x}_1$ besitzt. Rufen Sie nun die Funktion `ksalgorithm` mit $\mathbf{x}_2$ und den selben Parametern wie in Punkt **(e)** auf. Stellen Sie das resultierende Signal $y[n]$ dar. Was hat sich im Vergleich zu Punkt **(e)** $\mathbf{x}_1$ geändert?

(i) [2 (Bonus) Punkt(e)] Ein von Ihnen verwendetes Messgerät liefert Ihnen die ersten $\frac{N_{\text{FFT}}}{2}$ Punkte einer N_{FFT} Punkte langen DFT. Diese Werte befinden sich im Vektor $\mathbf{X}$, den Sie über `load('Measurement.mat')` in Ihren Workspace laden können. Sie wissen, dass das zugehörige Zeitsignal $x[n]$ (mit Länge N_{FFT}) reellwertig ist. Erstellen Sie eine Funktion `x = ifftreal(X)`, die den Vektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x[0] & x[1] & \dots & x[N_{\text{FFT}} - 1] \end{bmatrix}^T$ aus $\mathbf{X}$ berechnet. Gehen Sie dabei davon aus, dass N_{FFT} eine gerade Zahl ist. Stellen Sie Amplitude, Phase, Realteil und Imaginärteil

[1] K. Karplus and A. Strong. Digital synthesis of plucked-string and drum timbres. Computer Music Journal,7 (2): 43-55, 1983.

der N_{FFT}-Punkte langen DFT von $x[n]$ in separaten subplots dar. Wie verhalten sich Realteil und Imaginärteil (bzw. Amplitude und Phase)? Generieren zusätzlich Sie eine Darstellung des Zeitsignals $x[n]$.