

Octave Aufgabe 4.3

(a) Implementierung der DCT Matrix C [NxN]

Die diskrete Kosinus Transformation wird anhand einer Matrix Vektor Multiplikation berechnet:

$$x_{DCT} = Cx$$

wobei $x_{DCT} = [X[0], X[1], \dots, X[N-1]]^T$.

Um die Matrix C zu berechnen haben wir eine Funktion in einer eigenen Datei mit dem Namen *calcC(N)* erstellt, wobei *N* nur die Länge eines Vektors gemeint ist.

Algorithm 1 DCT Matrix

```

1 function [ C ] = calcC( N )
2     tmp = zeros(N,N);
3     for k = 0:N-1
4         for n = 0:N-1
5             tmp(k+1,n+1) = cos(pi/N*(n+0.5)*k);
6         end
7     end
8     C = tmp;
9 end

```

Im Listing 1 wurde die DCT Matrix berechnet, in dem der DCT-II abgewandelt wurde:

$$C = \sum_{n=0}^{N-1} \cos \left(\frac{\pi}{N} \left(n + \frac{1}{2} \right) k \right), \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

Als Input haben wir den Matlab Befehl *randn()* zur Hilfe genommen.

Algorithm 2 Berechnung des DCT anhand einer zufälligen Folge.

```

1 x = randn(65, 1);
2 C = calcC(length(x));
3 x_dct = C*x;

```

Zustätzlich haben wir noch die originale Folge und die mit DCT veränderte Folge genommen.

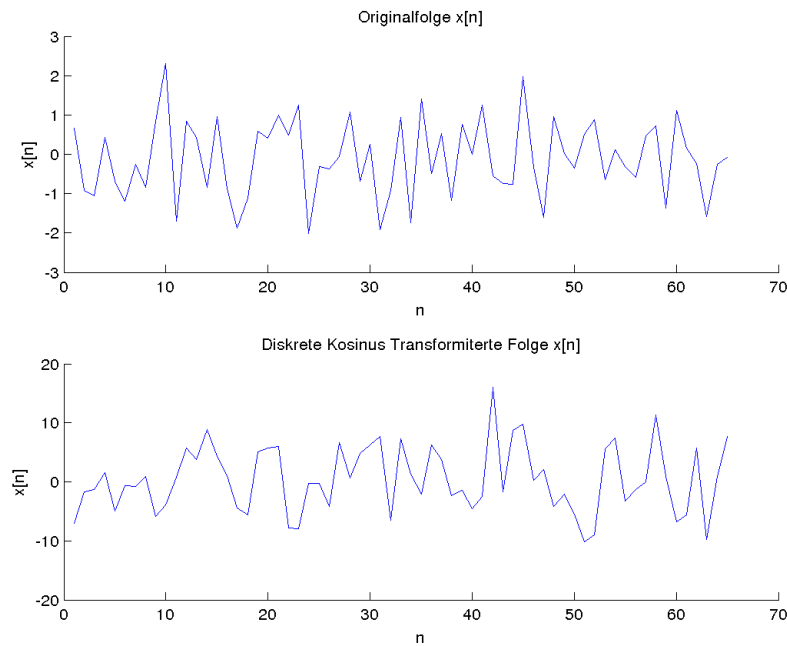


Figure 1: Originalfolge und DCT veränderte Folge

(b) Sind die Zeilen von C orthogonal zueinander?

Nein, es sind nicht alle orthogonal zueinander.

Algorithm 3 Überprüfung, ob die Zeilen orthogonal sind.

```

1 for i = 1:N
2     for m = 1:N
3         if (i ~= m)
4             orthogonal = dot(C(i,:), C(m, :));
5             if orthogonal > 0.0000001
6                 disp('is orthogonal');
7             else
8                 disp('is not orthogonal');
9             end
10        end
11    end
12 end

```

Im Listing 3 iterieren wir über die Zeilen der Matrix C , wobei wir mit der inneren Schleife wiederum über die Zeilen der Matrix C iterieren und mit einer If-Abfrage überprüfen, ob es nicht die gleichen Vektoren sind. Wenn sie es nicht sind, wird das Dot-Produkt der beiden Vektoren berechnet.

$$c_1 \cdot c_2 \stackrel{!}{=} 0$$

Wenn der resultierende Skalar 0 ergibt, sind sie orthogonal.

(c) Wie muss die Formel DCT-II geändert werden?

Es wurde uns der Tipp gegeben, unter folgenden Url¹ nachzuschauen. Darin steht der Tipp, dass die erste Zeile der DCT Matrix C immer 1er stehen und diese durch $\sqrt{2}$ dividiert werden soll. Aber auch dass die Einträge der Matrix C zuerst normalisiert werden sollen, indem man in der Zeile 5 den jeweiligen Eintrag mit $\sqrt{\frac{2}{N}}$.

Algorithm 4 Modifizierter Algorithmus von Punkt a

```
1 function [ modC ] = modifiedC( N )
2     C = zeros(N,N);
3     for k = 0:N-1
4         for n = 0:N-1
5             C(k+1,n+1) = sqrt(2/N)*cos((n+0.5)*k*pi/N);
6         end
7     end
8     C(1,:) = C(1,:) / sqrt(2);
9     modC = C;
10 end
```

Anschließend wird noch überprüft, ob $C \cdot C^T = C^T \cdot C = I$. Damit weiss man, dass alle Zeilen in C orthogonal zueinander sind. Das Listing 4 kann in der Datei *modifiedC.m* gefunden werden.

¹https://www.spsc.tugraz.at/sites/default/files/hw4_Anlage2017.pdf