

Interpolación 1:

Si hay dos conjuntos de puntos:

$$a = [(a_0, f_0(a_0)), (a_1, f_1(a_1)), \dots (a_n, f_n(a_n))]$$

$$b = [(b_0, f_0(b_0)), (b_1, f_1(b_1)), \dots (b_n, f_n(b_n))]$$

El polinomio interpolador se define como:

$$p = c_0 + c_1(x - x_0) + c_2(x - x_0)(x - x_1) + \dots c_n(x - x_0) \dots (x - x_{n-1})$$

Donde:

$$c_0 = f_0(x_0) \text{ y } c_n = \frac{f_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_n) - f_{n-1}(x_0, x_1, \dots, x_{n-1})}{x_n - x_0}, \text{ con } f_1(x_0, x_1) = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

Ahora suponemos que el polinomio interpolador para a es igual que para b:

Si tanto a como b tienen 3 puntos, sus polinomios interpoladores son:

$$p_a = f_0(a_0) + \frac{f(a_1) - f(a_0)}{a_1 - a_0}(x - a_0) + \frac{f_0(a_1, a_2) - f_0(a_0, a_1)}{a_2 - x_0}(x - a_0)(x - a_1)$$

$$p_b = f_0(b_0) + \frac{f(b_1) - f(b_0)}{b_1 - b_0}(x - b_0) + \frac{f_0(b_1, b_2) - f_0(b_0, b_1)}{b_2 - b_0}(x - b_0)(x - b_1)$$

Para que $p_a = p_b$, tendría que satisfacerse:

$$\begin{aligned} & - f_0(a_0) = f_0(b_0) \\ & - \frac{f(a_1) - f(a_0)}{a_1 - a_0} = \frac{f(b_1) - f(b_0)}{b_1 - b_0} \\ & - \frac{f_0(a_1, a_2) - f_0(a_0, a_1)}{a_2 - x_0} = \frac{f_0(b_1, b_2) - f_0(b_0, b_1)}{b_2 - b_0} \\ & - \text{Las componentes } a_0, a_1 \text{ y } b_0, b_1 \text{ tendrían que ser iguales} \end{aligned}$$

De esto se concluye que para que los polinomios interpoladores de a y b sean iguales, los conjuntos de a y b tienen que ser iguales.

Esto es otra manera de decir que el polinomio interpolador es único