다이나믹프로그래밍1

최백준 choi@startlink.io

다이나믹 프로그래밍

다이나믝프로그래밍

- 큰 문제를 작은 문제로 나눠서 푸는 알고리즘
- Dynamic Programming의 다이나믹은 아무 의미가 없다.
- 이 용어를 처음 사용한 1940년 Richard Bellman은 멋있어보여서 사용했다고 한다
- https://en.wikipedia.org/wiki/Dynamic programming#History

다이나믝프로그래밍

Dynamic Programming

• 두 가지 속성을 만족해야 다이나믹 프로그래밍으로 문제를 풀 수 있다.

- 1. Overlapping Subproblem
- 2. Optimal Substructure

- 피보나치 수
- $F_0 = 0$
- $F_1 = 1$
- $F_n = F_{n-1} + F_{n-2} (n \ge 2)$

- 피보나치 수
- $F_0 = 0$
- $F_1 = 1$
- $F_n = F_{n-1} + F_{n-2} (n \ge 2)$
- 문제: N번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 작은 문제: N-1번째 피보나치 수를 구하는 문제, N-2번째 피보나치 수를 구하는 문제

- 문제: N번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 작은 문제: N-1번째 피보나치 수를 구하는 문제, N-2번째 피보나치 수를 구하는 문제

- 문제: N-1번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 작은 문제: N-2번째 피보나치 수를 구하는 문제, N-3번째 피보나치 수를 구하는 문제

- 문제: N-2번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 작은 문제: N-3번째 피보나치 수를 구하는 문제, N-4번째 피보나치 수를 구하는 문제

Overlapping Subproblem

• 큰 문제와 작은 문제는 상대적이다.

- 문제: N번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 작은 문제: N-1번째 피보나치 수를 구하는 문제, N-2번째 피보나치 수를 구하는 문제

- 문제: N-1번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 작은 문제: N-2번째 피보나치 수를 구하는 문제, N-3번째 피보나치 수를 구하는 문제

- 큰 문제와 작은 문제를 같은 방법으로 풀 수 있다.
- 문제를 작은 문제로 쪼갤 수 있다.

Optimal Substructure

Optimal Substructure

• 문제의 정답을 작은 문제의 정답에서 구할 수 있다.

- 예시
- 서울에서 부산을 가는 가장 빠른 길이 대전과 대구를 순서대로 거쳐야 한다면
- 대전에서 부산을 가는 가장 빠른 길은 대구를 거쳐야 한다.

Optimal Substructure

Optimal Substructure

- 문제: N번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 작은 문제: N-1번째 피보나치 수를 구하는 문제, N-2번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 문제의 정답을 작은 문제의 정답을 합하는 것으로 구할 수 있다.
- 문제: N-1번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 작은 문제: N-2번째 피보나치 수를 구하는 문제, N-3번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 문제의 정답을 작은 문제의 정답을 합하는 것으로 구할 수 있다.
- 문제: N-2번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 작은 문제: N-3번째 피보나치 수를 구하는 문제, N-4번째 피보나치 수를 구하는 문제
- 문제의 정답을 작은 문제의 정답을 합하는 것으로 구할 수 있다.

Optimal Substructure

Optimal Substructure

- Optimal Substructure를 만족한다면, 문제의 크기에 상관없이 어떤 한 문제의 정답은 일정하다.
- 10번째 피보나치 수를 구하면서 구한 4번째 피보나치 수
- 9번째 피보나치 수를 구하면서 구한 4번째 피보나치 수
- • •
- 5번째 피보나치 수를 구하면서 구한 4번째 피보나치 수
- 4번째 피보나치 수를 구하면서 구한 4번째 피보나치 수

• 4번째 피보나치 수는 항상 같다.

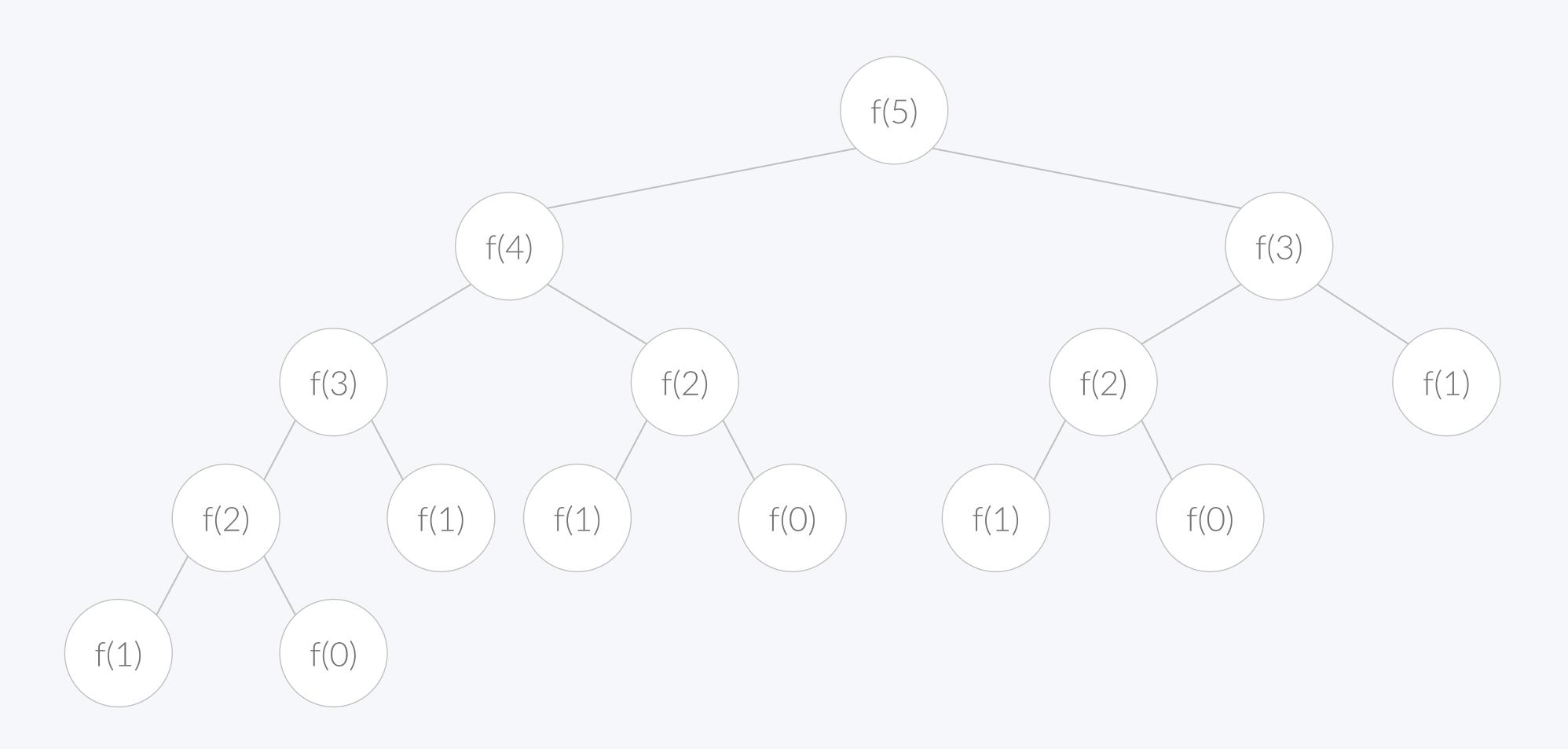
다이나믹프로그래밍

- 다이나믹 프로그래밍에서 각 문제는 한 번만 풀어야 한다.
- Optimal Substructure를 만족하기 때문에, 같은 문제는 구할 때마다 정답이 같다.
- 따라서, 정답을 한 번 구했으면, 정답을 어딘가에 메모해놓는다.
- 이런 메모하는 것을 코드의 구현에서는 배열에 저장하는 것으로 할 수 있다.
- 메모를 한다고 해서 영어로 Memoization이라고 한다.

```
int fibonacci(int n) {
    if (n <= 1) {
        return n;
    } else {
        return fibonacci(n-1) + fibonacci(n-2);
    }
}
• 피보나치 수를 구하는 함수이다.</pre>
```

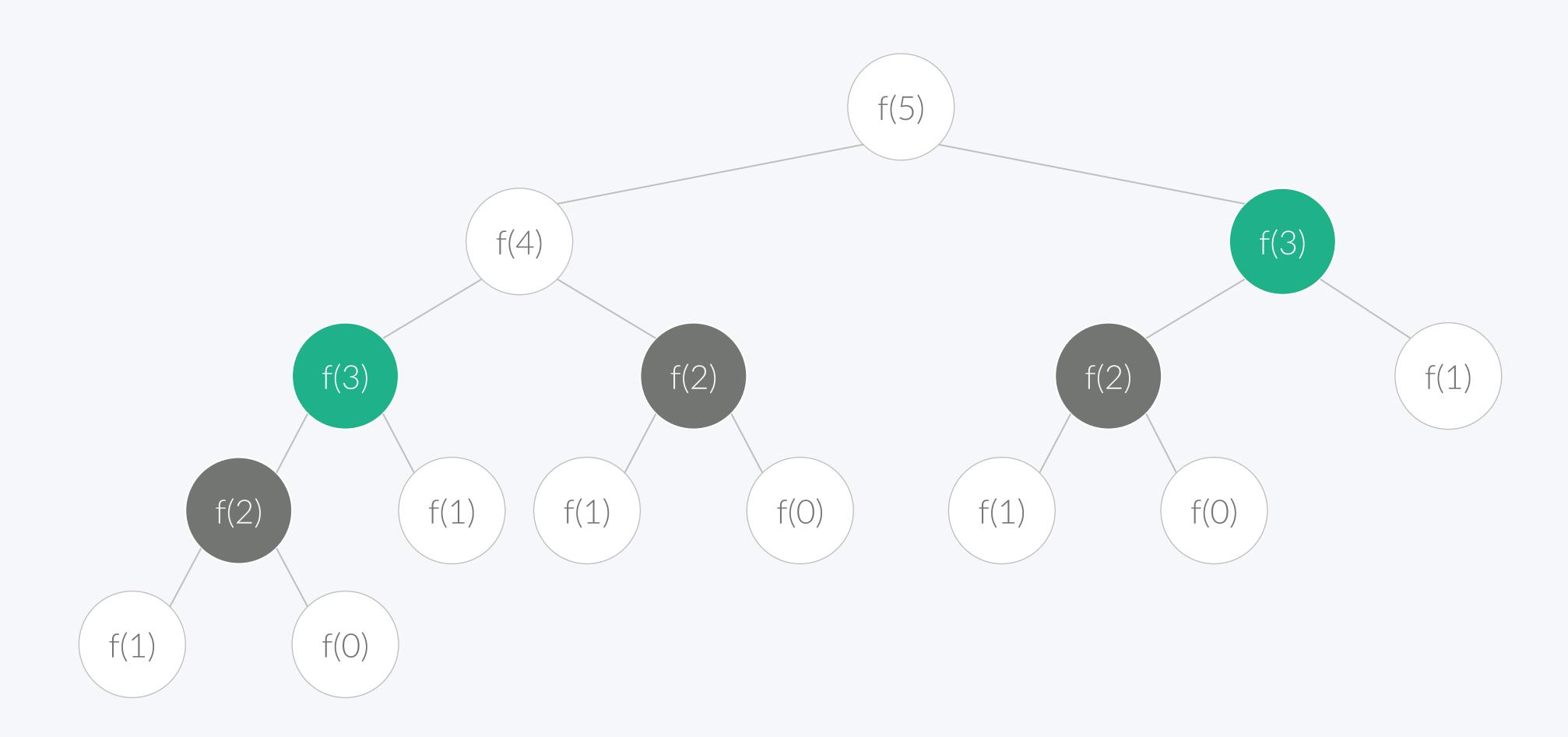
Dynamic Programming

• fibonacci(5)를 호출한 경우 함수가 어떻게 호출되는지를 나타낸 그림



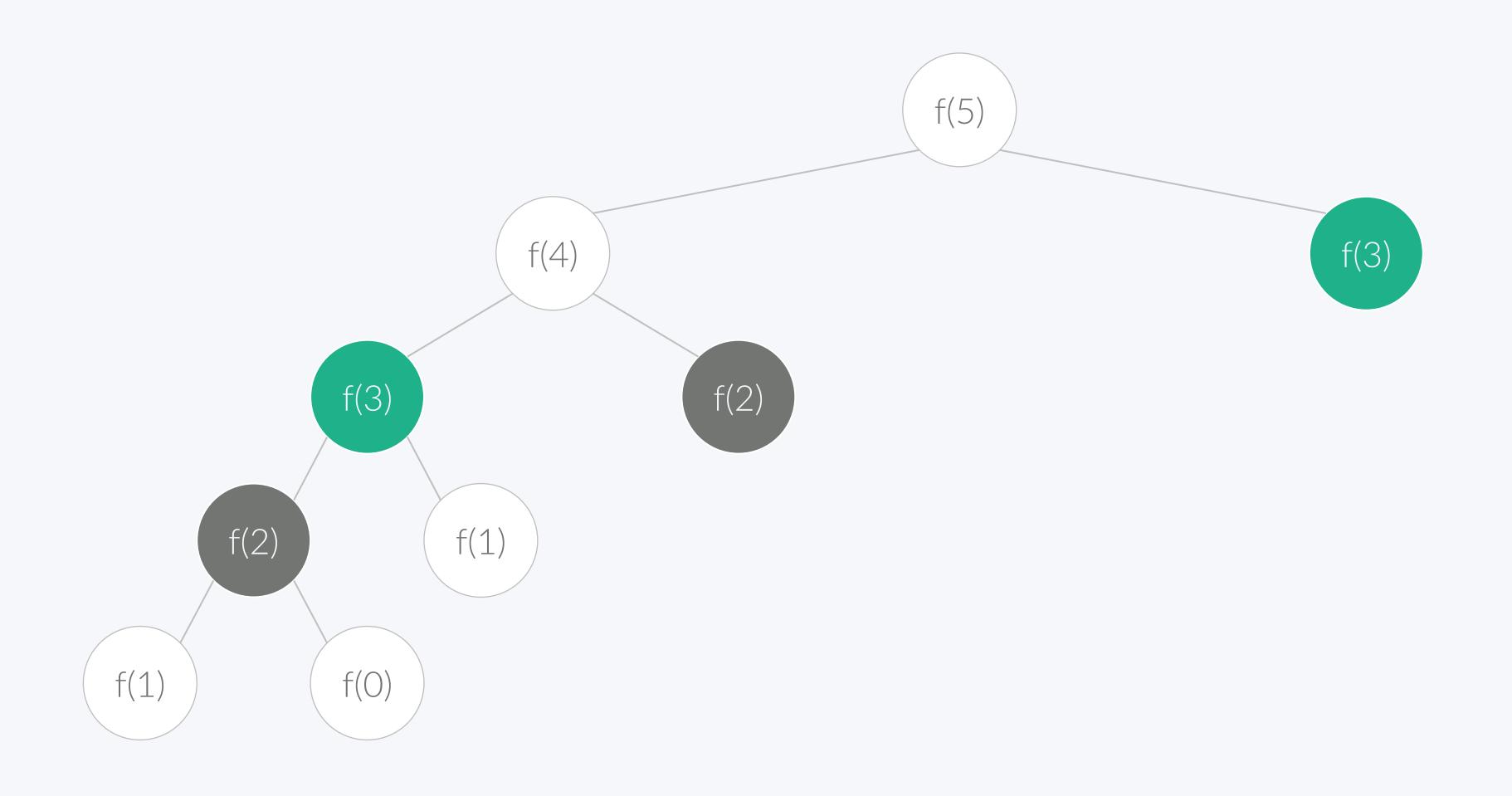
Dynamic Programming

• 아래 그림과 같이 겹치는 호출이 생긴다.



Dynamic Programming

• 한 번 답을 구할 때, 어딘가에 메모를 해놓고, 중복 호출이면 메모해놓은 값을 리턴한다.



```
int memo[100];
int fibonacci(int n) {
   if (n <= 1) {
        return n;
   } else {
        memo[n] = fibonacci(n-1) + fibonacci(n-2);
        return memo[n];
```

```
int memo[100];
int fibonacci(int n) {
   if (n <= 1) {
        return n;
   } else {
        memo[n] = fibonacci(n-1) + fibonacci(n-2);
        return memo[n];
```

```
int memo[100];
int fibonacci(int n) {
    if (n <= 1) {
        return n;
    } else {
        if (memo[n] > 0) {
            return memo[n];
        memo[n] = fibonacci(n-1) + fibonacci(n-2);
        return memo[n];
```

다이나믹프로그래밍

Dynamic Programming

• 다이나믹을 푸는 두 가지 방법이 있다.

- 1. Top-down
- 2. Bottom-up

Top-down

- 1. 문제를 작은 문제로 나눈다.
- 2. 작은 문제를 푼다.
- 3. 작은 문제를 풀었으니, 이제 문제를 푼다.

Top-down

- 1. 문제를 풀어야 한다.
 - fibonacci(n)
- 2. 문제를 작은 문제로 나눈다.
 - fibonacci(n-1)과 fibonacci(n-2)로 문제를 나눈다.
- 3. 작은 문제를 푼다.
 - fibonacci(n-1)과 fibonacci(n-2)를 호출해 문제를 푼다.
- 4. 작은 문제를 풀었으니, 이제 문제를 푼다.
 - fibonacci(n-1)의 값과 fibonacci(n-2)의 값을 더해 문제를 푼다.

Top-down

Dynamic Programming

• Top-down은 재귀 호출을 이용해서 문제를 쉽게 풀 수 있다.

Bottom-up

- 1. 문제를 크기가 작은 문제부터 차례대로 푼다.
- 2. 문제의 크기를 조금씩 크게 만들면서 문제를 점점 푼다.
- 3. 작은 문제를 풀면서 왔기 때문에, 큰 문제는 항상 풀 수 있다.
- 4. 그러다보면, 언젠간 풀어야 하는 문제를 풀 수 있다.

Bottom-up

```
int d[100];
int fibonacci(int n) {
   d[0] = 0;
   d[1] = 1;
    for (int i=2; i<=n; i++) {
        d[i] = d[i-1] + d[i-2];
    return d[n];
```

Bottom-up

- 1. 문제를 크기가 작은 문제부터 차례대로 푼다.
 - for (int i=2; i<=n; i++)
- 2. 문제의 크기를 조금씩 크게 만들면서 문제를 점점 푼다.
 - for (int i=2; i<=n; i++)
- 3. 작은 문제를 풀면서 왔기 때문에, 큰 문제는 항상 풀 수 있다.
 - d[i] = d[i-1] + d[i-2];
- 4. 그러다보면, 언젠간 풀어야 하는 문제를 풀 수 있다.
 - d[n]을 구하게 된다.

문제 풀이 전략

다이나믹문제풀이전략

- 문제에서 구하려고 하는 답을 문장으로 나타낸다.
- 예: 피보나치 수를 구하는 문제
- N번째 피보나치 수
- 이제 그 문장에 나와있는 변수의 개수만큼 메모하는 배열을 만든다.
- Top-down인 경우에는 재귀 호출의 인자의 개수
- 문제를 작은 문제로 나누고, 수식을 이용해서 문제를 표현해야 한다.

문제뿔이

다이나믹문제 풀이

- 다이나믹은 문제를 많이 풀면서 감을 잡는 것이 중요하기 때문에
- 문제를 풀어 봅시다

https://www.acmicpc.net/problem/1463

• 세준이는 어떤 정수 N에 다음과 같은 연산중 하나를 할 수 있다.

- 1. N이 3으로 나누어 떨어지면, 3으로 나눈다.
- 2. N이 2로 나누어 떨어지면, 2로 나눈다.
- 3. 1을 뺀다.

• 세준이는 어떤 정수 N에 위와 같은 연산을 선택해서 1을 만드려고 한다. 연산을 사용하는 횟수의 최소값을 출력하시오.

- D[i] = i를 1로 만드는데 필요한 최소 연산 횟수
- i에게 가능한 경우를 생각해보자
- 1. i가 3으로 나누어 떨어졌을 때, 3으로 나누는 경우
- 2. i가 2로 나누어 떨어졌을 때, 2로 나누는 경우
- 3. i에서 1을 빼는 경우

- D[i] = i를 1로 만드는데 필요한 최소 연산 횟수
- i에게 가능한 경우를 생각해보자
- 1. i가 3으로 나누어 떨어졌을 때, 3으로 나누는 경우
 - D[i/3] + 1
- 2. i가 2로 나누어 떨어졌을 때, 2로 나누는 경우
 - D[i/2] + 1
- 3. i에서 1을 빼는 경우
 - D[i-1] + 1

- D[i] = i를 1로 만드는데 필요한 최소 연산 횟수
- i에게 가능한 경우를 생각해보자
- 1. i가 3으로 나누어 떨어졌을 때, 3으로 나누는 경우
 - D[i/3] + 1
- 2. i가 2로 나누어 떨어졌을 때, 2로 나누는 경우
 - D[i/2] + 1
- 3. i에서 1을 빼는 경우
 - D[i-1] + 1
- 세 값중의 최소값이 들어가게 된다.

```
int go(int n) {
   if (n == 1) return 0;
   if (d[n] > 0) return d[n];
   d[n] = go(n-1) + 1;
    if (n%2 == 0) {
        int temp = go(n/2) + 1;
        if (d[n] > temp) d[n] = temp;
    if (n\%3 == 0) {
        int temp = go(n/3) + 1;
        if (d[n] > temp) d[n] = temp;
    return d[n];
```

1로 만들기

```
d[1] = 0;
for (int i=2; i<=n; i++) {
    d[i] = d[i-1] + 1;
    if (i\%2 == 0 \&\& d[i] > d[i/2] + 1) {
        d[i] = d[i/2] + 1;
    if (i\%3 == 0 \&\& d[i] > d[i/3] + 1) {
        d[i] = d[i/3] + 1;
```

1로 만들기

- Top-Down 방식
- C: https://gist.github.com/Baekjoon/a53dc4861bd9d081682c
- C++: https://gist.github.com/Baekjoon/63b659f985beb8f64ca7
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/7b675fe68d3c2abfef40

1로 만들기

- Bottom-up 방식
- C: https://gist.github.com/Baekjoon/30f4bb39cdc66f7f16c1
- C++: https://gist.github.com/Baekjoon/31e553ab3b371fe06384
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/0813d3bc5db11b9bb72d

- $2 \times n$ 직사각형을 1×2 , 2×1 타일로 채우는 방법의 수
- 아래 그림은 2×5를 채우는 방법의 수
- D[i] = 2 × i 직사각형을 채우는 방법의 수

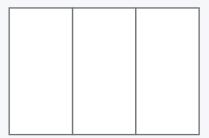


https://www.acmicpc.net/problem/11726

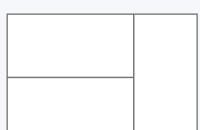
2×3

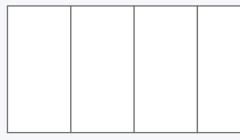
 2×4

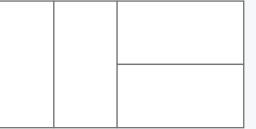


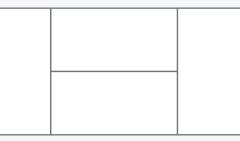




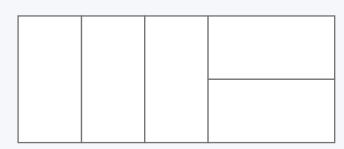




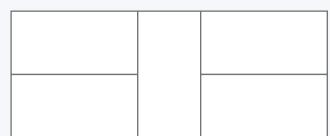




 2×5



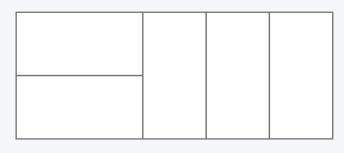


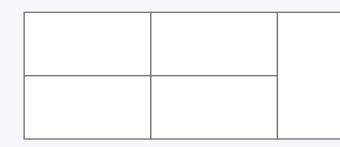












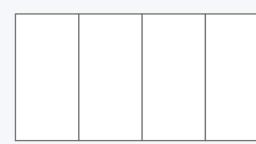
https://www.acmicpc.net/problem/11726

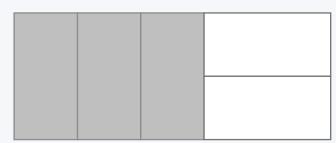
2×3

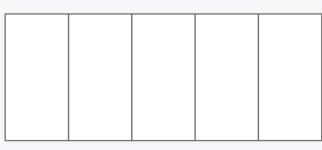
 2×4

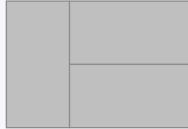
 2×5

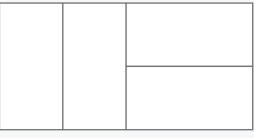


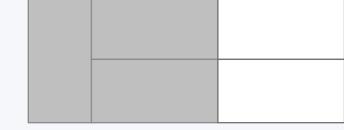




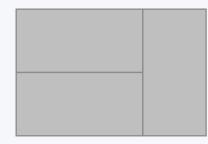


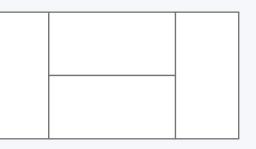


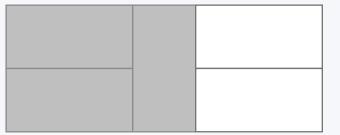


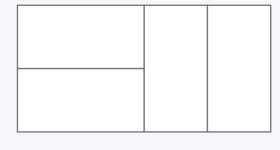


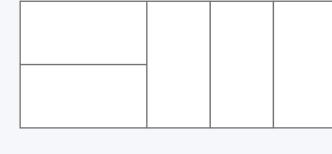


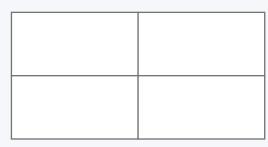


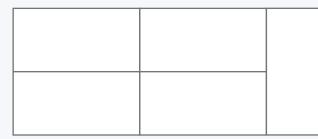










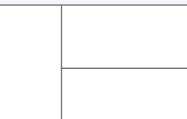


https://www.acmicpc.net/problem/11726

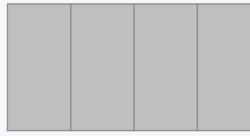
 2×3

 2×4

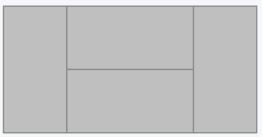




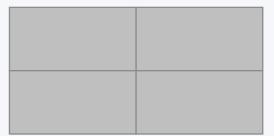




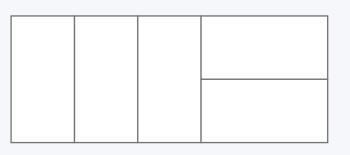




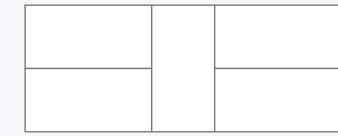


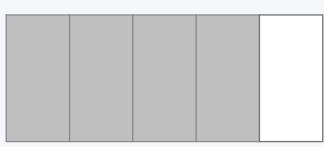






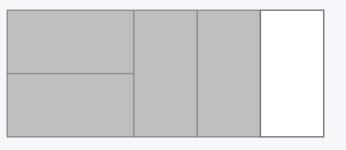


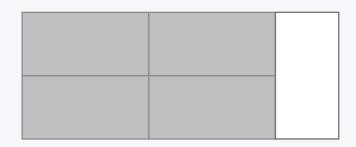












- $2 \times n$ 직사각형을 1×2 , 2×1 타일로 채우는 방법의 수
- D[i] = 2 × i 직사각형을 채우는 방법의 수
- D[i] = D[i-1] + D[i-2]



- C/C++: https://gist.github.com/Baekjoon/3527f6fdfd4771f8c3e1
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/53f6e5ec06bfbafad977150df382cf55

- 2×n 직사각형을 1×2, 2×1, 2×2타일로 채우는 방법의 수
- 아래 그림은 2×5를 채우는 방법의 수
- D[i] = 2×i 직사각형을 채우는 방법의 수



47

2×n 타일링 2

2×3	2×4	2×5

2×n 타일링 2

2×3	2×4	2×5

2×n 타일링 2

2×3	2×4	2×5

- 2×n 직사각형을 1×2, 2×1, 2×2타일로 채우는 방법의 수
- D[i] = 2×i 직사각형을 채우는 방법의 수
- D[i] = 2*D[i-2] + D[i-1]



- C/C++: https://gist.github.com/Baekjoon/2ac3e7f55b9f3799d02d
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/a6dc09520f1581d9b0f0cacb7057b0a6

- 정수 n을 1, 2, 3의 조합으로 나타내는 방법의 수를 구하는 문제
- n = 4
- 1+1+1+1
- 1+1+2
- 1+2+1
- 2+1+1
- 2+2
- 1+3
- 3+1

https://www.acmicpc.net/problem/9095

• D[i] = i를 1, 2, 3의 조합으로 나타내는 방법의 수

- D[i] = i를 1, 2, 3의 조합으로 나타내는 방법의 수
- D[i] = D[i-1] + D[i-2] + D[i-3]

- C/C++: https://gist.github.com/Baekjoon/6e4f9e363b3aaef733d1
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/e019984a7c7f1ac6bd32

- 붕어빵 N개를 가지고 있다.
- 붕어빵 i개를 팔아서 얻을 수 있는 수익이 P[i]일 때, N개를 모두 판매해서 얻을 수 있는 최대 수익 구하기

- D[i] = 붕어빵 i개를 팔아서 얻을 수 있는 최대 수익
- 가능한 경우 생각해보기

- D[i] = 붕어빵 i개를 팔아서 얻을 수 있는 최대 수익
- 가능한 경우 생각해보기
- 붕어빵 1개를 P[1]에 팔기
- 붕어빵 2개를 P[2]에 팔기
- •
- 붕어빵 i-1개를 P[i-1]에 팔기
- 붕어빵 i개를 P[i]에 팔기

- D[i] = 붕어빵 i개를 팔아서 얻을 수 있는 최대 수익
- 가능한 경우 생각해보기
- 붕어빵 1개를 P[1]에 팔기 → 남은 붕어빵의 개수: i-1
- 붕어빵 2개를 P[2]에 팔기 → 남은 붕어빵의 개수: i-2
- • •
- 붕어빵 i-1개를 P[i-1]에 팔기 → 남은 붕어빵의 개수: 1
- 붕어빵 i개를 P[i]에 팔기 → 남은 붕어빵의 개수: 0

- D[i] = 붕어빵 i개를 팔아서 얻을 수 있는 최대 수익
- 가능한 경우 생각해보기
- 붕어빵 1개를 P[1]에 팔기 → 남은 붕어빵의 개수: i-1 → P[1] + D[i-1]
- 붕어빵 2개를 P[2]에 팔기 → 남은 붕어빵의 개수: i-2 → P[2] + D[i-2]
- • •
- 붕어빵 i-1개를 P[i-1]에 팔기 → 남은 붕어빵의 개수: 1 → P[i-1] + D[1]
- 붕어빵 i개를 P[i]에 팔기 → 남은 붕어빵의 개수: 0 → P[i] + D[0]

- D[i] = 붕어빵 i개를 팔아서 얻을 수 있는 최대 수익
- 가능한 경우 생각해보기
- 붕어빵 1개를 P[1]에 팔기 → 남은 붕어빵의 개수: i-1 → P[1] + D[i-1]
- 붕어빵 2개를 P[2]에 팔기 → 남은 붕어빵의 개수: i-2 → P[2] + D[i-2]
- • •
- 붕어빵 i-1개를 P[i-1]에 팔기 → 남은 붕어빵의 개수: 1 → P[i-1] + D[1]
- 붕어빵 i개를 P[i]에 팔기 → 남은 붕어빵의 개수: 0 → P[i] + D[0]
- $D[i] = max(P[j] + D[i-j]) (1 \le j \le i)$

```
for (int i=1; i<=n; i++) {
    for (int j=1; j<=i; j++) {
        d[i] = max(d[i],d[i-j]+a[j]);
    }
}</pre>
```

- C: https://gist.github.com/Baekjoon/e8f8b7904a6395748246
- C++: https://gist.github.com/Baekjoon/d916898171846c9286aa
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/efaf5dee617b4ee9d305

- 인접한 자리의 차이가 1이 나는 수를 계단 수라고 한다
- 예: 45656
- 길이가 N인 계단 수의 개수를 구하는 문제

- D[i][j] = 길이가 i이가 마지막 숫자가 j인 계단 수의 개수
- D[i][j] = D[i-1][j-1] + D[i-1][j+1]

```
for (int i=1; i<=9; i++) d[1][i] = 1;
for (int i=2; i<=n; i++) {
    for (int j=0; j<=9; j++) {
        d[i][j] = 0;
        if (j-1 >= 0) d[i][j] += d[i-1][j-1];
        if (j+1 <= 9) d[i][j] += d[i-1][j+1];
        d[i][j] %= mod;
long long ans = 0;
for (int i=0; i<=9; i++) ans += d[n][i];
ans %= mod;
```

- C/C++: https://gist.github.com/Baekjoon/4d98f519afbcdd5d3d0f
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/7e4e12ce1b0aa740d5d1

- 오르막 수는 수의 자리가 오름차순을 이루는 수를 말한다
- 인접한 수가 같아도 오름차순으로 친다
- 수의 길이 N이 주어졌을 때, 오르막 수의 개수를 구하는 문제
- 수는 0으로 시작할 수 있다
- 예: 1233345, 357, 8888888, 1555999

- D[i][j] = 길이가 i이고 마지막 숫자가 j인 오르막 수의 개수
- D[1][i] = 1
- $D[i][j] += D[i-1][k] (0 \le k \le j)$

```
for (int i=0; i<=9; i++) d[1][i] = 1;
for (int i=2; i<=n; i++) {
    for (int j=0; j<=9; j++) {
        for (int k=0; k<=j; k++) {
            d[i][j] += d[i-1][k];
            d[i][j] %= mod;
long long ans = 0;
for (int i=0; i<10; i++) ans += d[n][i];
ans %= mod;
```

- C/C++: https://gist.github.com/Baekjoon/3d7ae9472aa843dc3a48
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/264f68b19e93cc9b46aa

이친수

- 0과 1로만 이루어진 수를 이진수라고 한다.
- 다음 조건을 만족하면 이친수라고 한다.
- 1. 이친수는 0으로 시작하지 않는다.
- 2. 이친수에서는 1이 두 번 연속으로 나타나지 않는다. 즉, 11을 부분 문자열로 갖지 않는다.
- N자리 이친수의 개수를 구하는 문제

https://www.acmicpc.net/problem/2193

• D[i][j] = i자리 이친수의 개수 중에서 j로 끝나는 것의 개수 (j=0, 1)

- 0으로 시작하지 않는다.
- D[1][0] = 0
- D[1][1] = 1

- D[i][j] = i자리 이친수의 개수 중에서 j로 끝나는 것의 개수 (j=0, 1)
- 가능한 경우
- 0으로 끝나는 경우
- 1로 끝나는 경우

- D[i][j] = i자리 이친수의 개수 중에서 j로 끝나는 것의 개수 (j=0, 1)
- 가능한 경우
- 0으로 끝나는 경우 (D[i][0])
 - 앞에 0과 1이 올 수 있다
 - D[i-1][0] + D[i-1][1]
- 1로 끝나는 경우 (D[i][1])
 - 앞에 1은 올 수 없다. 즉, 0만 올 수 있다.
 - D[i-1][0]

- D[i][j] = i자리 이친수의 개수 중에서 j로 끝나는 것의 개수 (j=0, 1)
- D[i][0] = D[i-1][0] + D[i-1][1]
- D[i][1] = D[i-1][0]

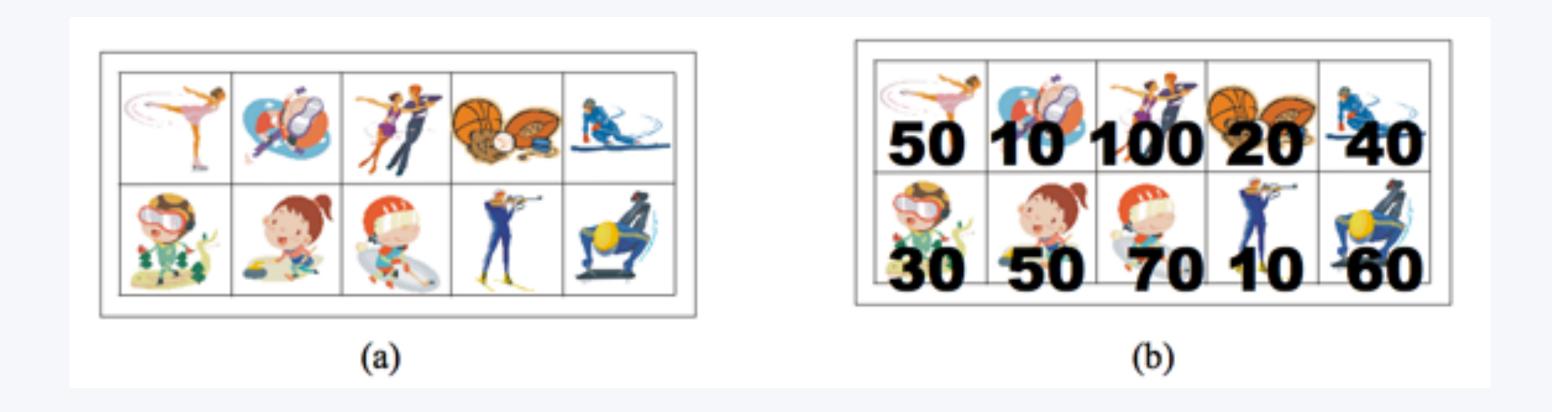
- D[i] = i자리 이친수의 개수
- 가능한 경우
- 0으로 끝나는 경우
- 1로 끝나는 경우

- D[i] = i자리 이친수의 개수
- 가능한 경우
- 0으로 끝나는 경우
 - 앞에 0과 1모두 올 수 있다.
 - D[i-1]
- 1로 끝나는 경우
 - 앞에 0만 올 수 있다
 - 앞에 붙는 0을 세트로 생각해서 i-2자리에 01을 붙인다고 생각
 - D[i-2]

- D[i] = i자리 이친수의 개수
- D[i] = D[i-1] + D[i-2]

- C/C++: https://gist.github.com/Baekjoon/49b2bfd22be42707bb88
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/7fbfd8d0963139d638de

- 스티커 2n개가 2×n 모양으로 배치되어 있다
- 스티커 한 장을 떼면 변을 공유하는 스티커는 모두 찢어져서 사용할 수 없다
- 점수의 합을 최대로 만드는 문제



<u>人</u>E

- D[i][j] = 2×i 에서 얻을 수 있는 최대 점수, i번 열에서 뜯는 스티커는 j
- j = 0 -> 뜯지 않음
- j = 1 -> 위쪽 스티커를 뜯음
- j = 2 -> 아래쪽 스티커를 뜯음

- D[i][j] = 2×i 에서 얻을 수 있는 최대 점수, i번 열에서 뜯는 스티커는 j
- 뜯지 않음 (D[i][0])
 - i-1 열에서 스티커를 어떻게 뜯었는지 상관이 없다
 - max(D[i-1][0], D[i-1][1], D[i-1][2])
- 위쪽 스티커를 뜯음 (D[i][1])
 - i-1열에서 위쪽 스티커는 뜯으면 안된다
 - max(D[i-1][0], D[i-1][2]) + A[i][0]
- 아래쪽 스티커를 뜯음 (D[i][2])
 - i-1열에서 아래쪽 스티커는 뜯으면 안된다
 - max(D[i-1][0], D[i-1][1]) + A[i][1]

- C/C++: https://gist.github.com/Baekjoon/3fec4c0ef968b943041a
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/a05b5a7ef6e5cd8f7951

- 포도주가 일렬로 놓여져 있고, 다음과 같은 2가지 규칙을 지키면서 포도주를 최대한 많이 마시려고 한다.
- 1. 포도주 잔을 선택하면 그 잔에 들어있는 포도주는 모두 마셔야 하고, 마신 후에는 원래 위치에 다시 놓아야 한다.
- 2. 연속으로 놓여 있는 3잔을 모두 마실 수는 없다.

- D[i] = A[1], ···, A[i] 까지 포도주를 마셨을 때, 마실 수 있는 포도주의 최대 양
- i에게 가능한 경우
- 1. i번째 포도주를 마시는 경우
- 2. i번째 포도주를 마시지 않는 경우

- D[i] = A[1], ···, A[i] 까지 포도주를 마셨을 때, 마실 수 있는 포도주의 최대 양
- i에게 가능한 경우
- 1. i번째 포도주를 마시는 경우
 - D[i-1] + A[i]
- 2. i번째 포도주를 마시지 않는 경우
 - D[i-1]

- D[i] = A[1], ···, A[i] 까지 포도주를 마셨을 때, 마실 수 있는 포도주의 최대 양
- i에게 가능한 경우
- 1. i번째 포도주를 마시는 경우
 - D[i-1] + A[i]
- 2. i번째 포도주를 마시지 않는 경우
 - D[i-1]
- D[i] = max(D[i-1]+A[i], D[i-1])
- 위의 식은 포도주를 연속해서 3잔 마시면 안되는 경우를 처리하지 못한다.

- D[i][j] = A[1], ···, A[i] 까지 포도주를 마셨을 때, 마실 수 있는 포도주의 최대 양, A[i]는 j번 연속해서 마신 포도주임
- D[i][0] = 0번 연속해서 마신 포도주 → A[i]를 마시지 않음
- D[i][1] = 1번 연속해서 마신 포도주 -> A[i-1]을 마시지 않았음
- D[i][2] = 2번 연속해서 마신 포도주 $\rightarrow A[i-1]$ 을 마시고, A[i-2]는 마시지 않았어야 함

- $D[i][j] = A[1], \dots, A[i]$ 까지 포도주를 마셨을 때, 마실 수 있는 포도주의 최대 양, A[i]는 j번 연속해서 마신 포도주임
- D[i][0] = 0번 연속해서 마신 포도주 → A[i]를 마시지 않음
 - max(D[i-1][0], D[i-1][1], D[i-1][2])
- D[i][1] = 1번 연속해서 마신 포도주 -> A[i-1]을 마시지 않았음
 - D[i-1][0] + A[i]
- D[i][2] = 2번 연속해서 마신 포도주 → A[i-1]을 마시고, A[i-2]는 마시지 않았어야 함
 - D[i-1][1] + A[i]

- D[i] = A[1], ···, A[i] 까지 포도주를 마셨을 때, 마실 수 있는 포도주의 최대 양
- 0번 연속해서 마신 포도주 \rightarrow A[i]를 마시지 않음
- 1번 연속해서 마신 포도주 -> A[i-1]을 마시지 않았음
- 2번 연속해서 마신 포도주 \to A[i-1]을 마시고, A[i-2]는 마시지 않았어야 함

- D[i] = A[1], ···, A[i] 까지 포도주를 마셨을 때, 마실 수 있는 포도주의 최대 양
- 0번 연속해서 마신 포도주 \rightarrow A[i]를 마시지 않음
 - D[i-1]
- 1번 연속해서 마신 포도주 -> A[i-1]을 마시지 않았음
 - D[i-2] + A[i]
- 2번 연속해서 마신 포도주 \to A[i-1]을 마시고, A[i-2]는 마시지 않았어야 함
 - D[i-3] + A[i-1] + A[i]

- D[i] = A[1], ···, A[i] 까지 포도주를 마셨을 때, 마실 수 있는 포도주의 최대 양
- 0번 연속해서 마신 포도주 \rightarrow A[i]를 마시지 않음
 - D[i-1]
- 1번 연속해서 마신 포도주 -> A[i-1]을 마시지 않았음
 - D[i-2] + A[i]
- 2번 연속해서 마신 포도주 \rightarrow A[i-1]을 마시고, A[i-2]는 마시지 않았어야 함
 - D[i-3] + A[i-1] + A[i]
- D[i] = max(D[i-1], D[i-2]+A[i], D[i-3] + A[i-1] + A[i])

- D[i] = A[1], ···, A[i] 까지 포도주를 마셨을 때, 마실 수 있는 포도주의 최대 양
- D[i] = max(D[i-1], D[i-2]+A[i], D[i-3] + A[i-1] + A[i])
- i-2, i-3 때문에 예외 처리가 예상되기 때문에
- D[1] = A[1]
- D[2] = A[1] + A[2]
- 로미리처리를 해두고
- i = 3부터 문제를 푸는 것이 좋다.

```
d[1] = a[1];
d[2] = a[1]+a[2];
for (int i=3; i<=n; i++) {
   d[i] = d[i-1];
    if (d[i] < d[i-2] + a[i]) {
        d[i] = d[i-2] + a[i];
    if (d[i] < d[i-3] + a[i] + a[i-1]) {
        d[i] = d[i-3] + a[i] + a[i-1];
```

- C/C++: https://gist.github.com/Baekjoon/f042553b666185948f9f
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/5a8d8b46c4b2c608f3dd

- 수열 A가 주어졌을 때, 가장 긴 증가하는 부분 수열을 구하는 문제
- 예시
- 수열 A = {10, 20, 10, 30, 20, 50}
- 가장 긴 증가하는 부분 수열 A = {10, 20, 10, 30, 20, 50}

- D[i] = A[1], ···, A[i] 까지 수열이 있을 때, A[i]을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이
- D[i]은 A[i]이 반드시 포함되어야 한다.
- 가장 긴 부분 수열이 A[?], A[?], ···, A[j], A[i] 라고 했을 때, 겹치는 부분 문제를 찾아보자.

- D[i] = A[1], ···, A[i] 까지 수열이 있을 때, A[i]을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이
- D[i]은 A[i]이 반드시 포함되어야 한다.
- 가장 긴 부분 수열이 A[?], A[?], ···, A[j], A[i] 라고 했을 때, 겹치는 부분 문제를 찾아보자.
- A[?], A[?], ···, A[j]는 D[j]로 나타낼 수 있다. (A[j]을 마지막으로 하는 부분 수열이기 때문)
- 그럼 A[j]와 A[i]간의 관계를 생각해보자.

가장 긴 증가하는 부분 수열

- D[i] = A[1], ···, A[i] 까지 수열이 있을 때, A[i]을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이
- D[i]은 A[i]이 반드시 포함되어야 한다.
- 가장 긴 부분 수열이 A[?], A[?], ···, A[j], A[i] 라고 했을 때, 겹치는 부분 문제를 찾아보자.
- A[?], A[?], ···, A[j]는 D[j]로 나타낼 수 있다. (A[j]을 마지막으로 하는 부분 수열이기 때문)
- 그럼 A[j]와 A[i]간의 관계를 생각해보자.
- A[j] < A[i]가 되어야 한다. (증가하는 부분 수열이 되어야 하기 때문)

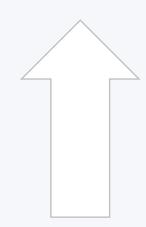
가장 긴 증가하는 부분 수열

https://www.acmicpc.net/problem/11053

• D[i] = A[1], ···, A[i] 까지 수열이 있을 때, A[i]을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

• D[5]를 나타낸 그림

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]
10	20	10	30	20



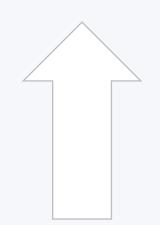
A[5]를 마지막으로 하는 증가하는 부분 수열

가장 긴 증가하는 부분 수열

https://www.acmicpc.net/problem/11053

 D[i] = A[1], ···, A[i] 까지 수열이 있을 때, A[i]을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]
10	20	10	30	20



A[1]	
10	

A[1]	A[2]
10	20

A[1]	A[2]	A[3]
10	20	10

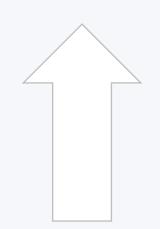
A[1]	A[2]	A[3]	A[4]
10	20	10	30

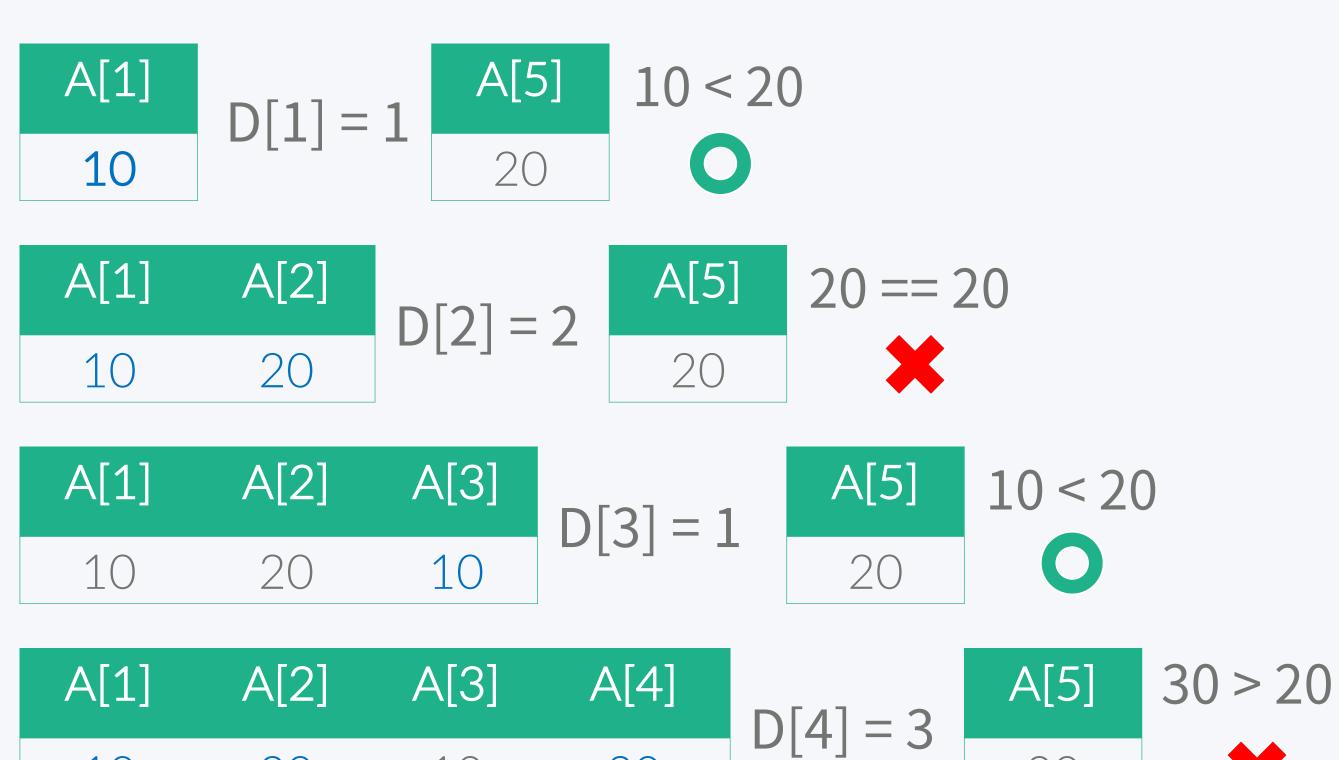


https://www.acmicpc.net/problem/11053

 D[i] = A[1], ···, A[i] 까지 수열이 있을 때, A[i]을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]
10	20	10	30	20



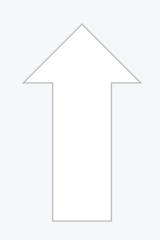




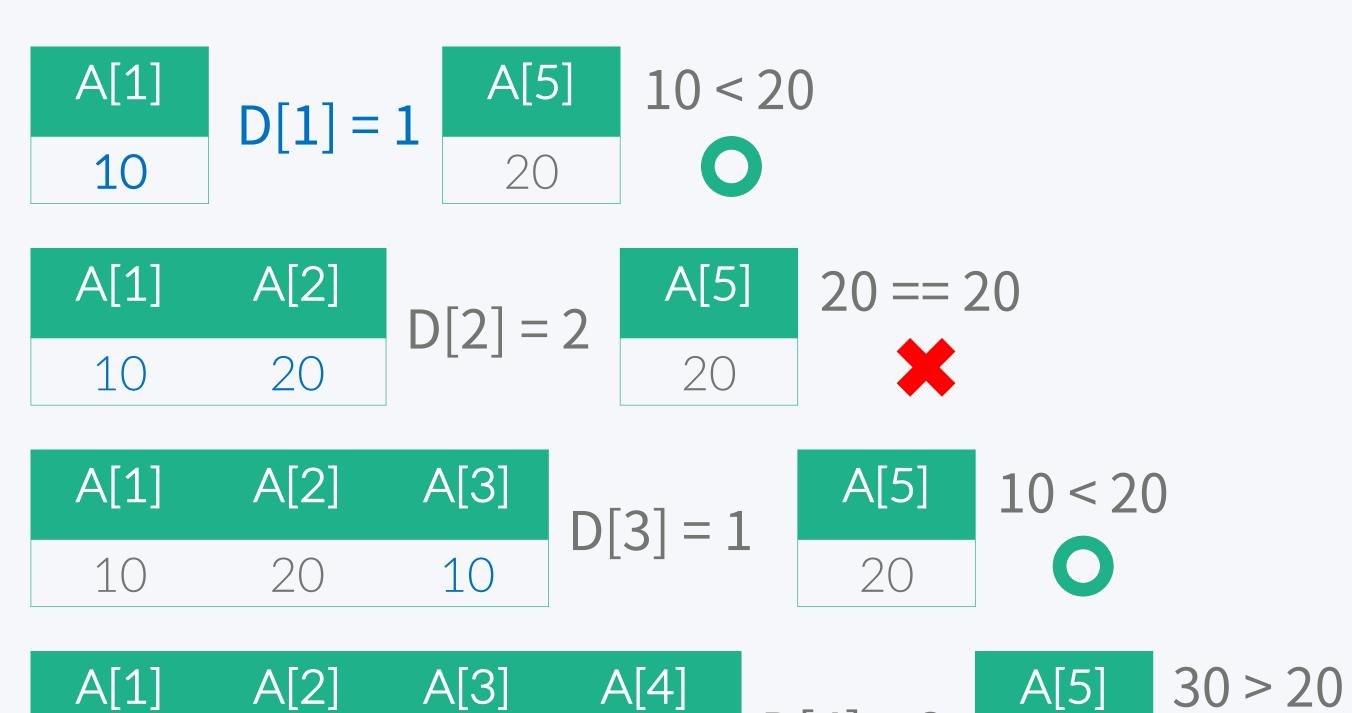
https://www.acmicpc.net/problem/11053

• D[i] = A[1], ···, A[i] 까지 수열이 있을 때, A[i]을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]
10	20	10	30	20



$$D[5] = 2$$



D[4] = 3

가장 긴 증가하는 부분 수열

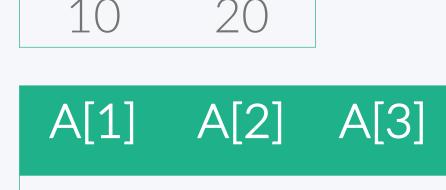
https://www.acmicpc.net/problem/11053

• D[i] = A[1], ···, A[i] 까지 수열이 있을 때, A[i]을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의

길이

A[1]
10

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]	A[6]
10	20	10	30	20	50



A[2]

A[1]

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]
10	20	10	30

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]
10	20	10	30	20

10

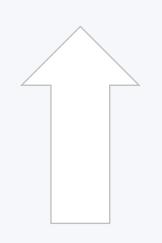
가장 긴 증가하는 부분 수열

https://www.acmicpc.net/problem/11053

• D[i] = A[1], ···, A[i] 까지 수열이 있을 때, A[i]을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의

길이

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]	A[6]
10	20	10	30	20	50



A[1]	D[1] = 1
10	

A[1]	A[2]	D[2] = 2
10	20	

A[1]	A[2]	A[3]	D[3] = 1
10	20	10	בן טן

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	D[4] = 3
10	20	10	30	

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]	D[5] = 2
10	20	10	30	20	

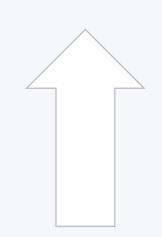


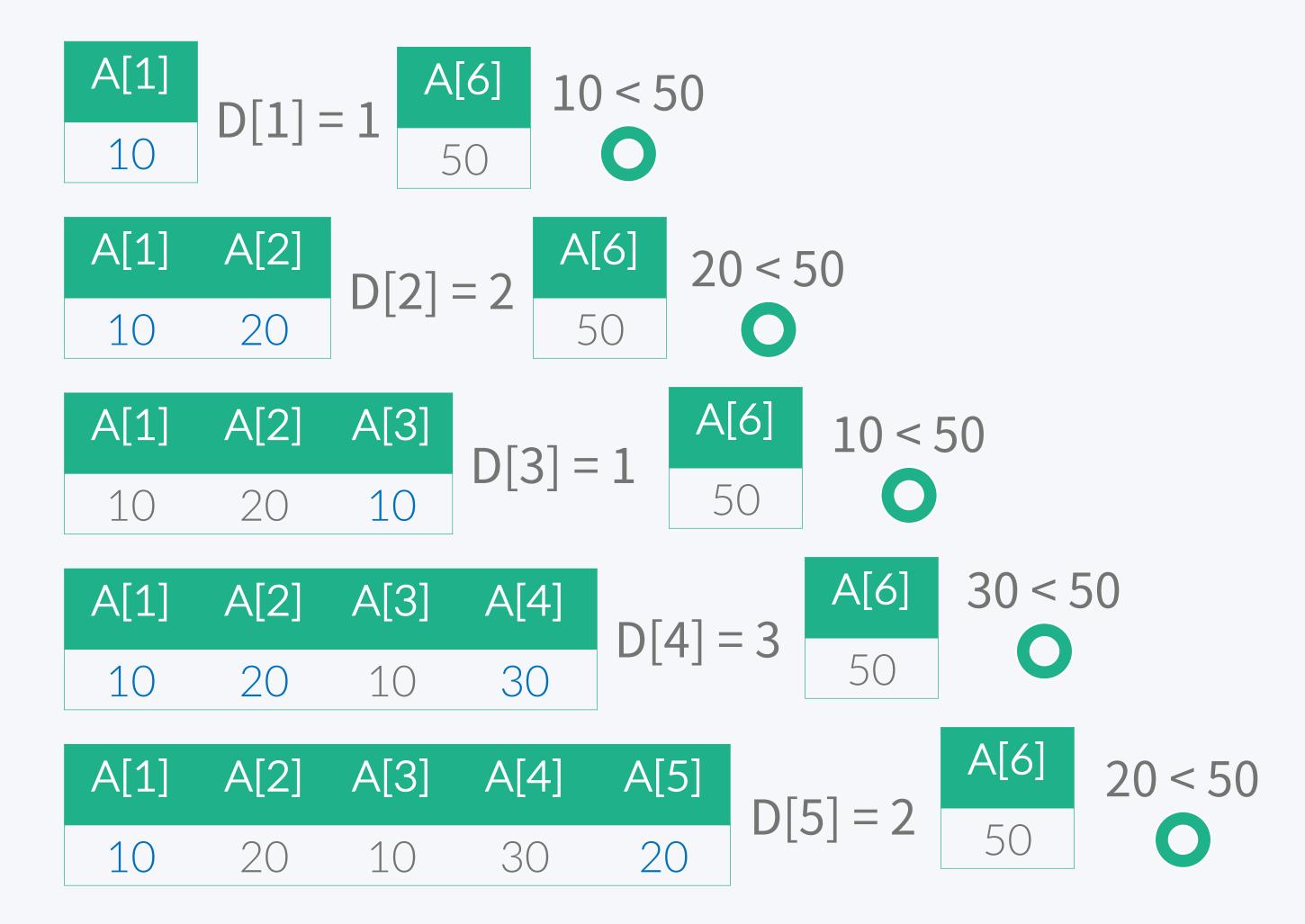
https://www.acmicpc.net/problem/11053

• D[i] = A[1], ···, A[i] 까지 수열이 있을 때, A[i]을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의

길이

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]	A[6]
10	20	10	30	20	50





108

https://www.acmicpc.net/problem/11053

• D[i] = A[1], ···, A[i] 까지 수열이 있을 때, A[i]을 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의

20

10

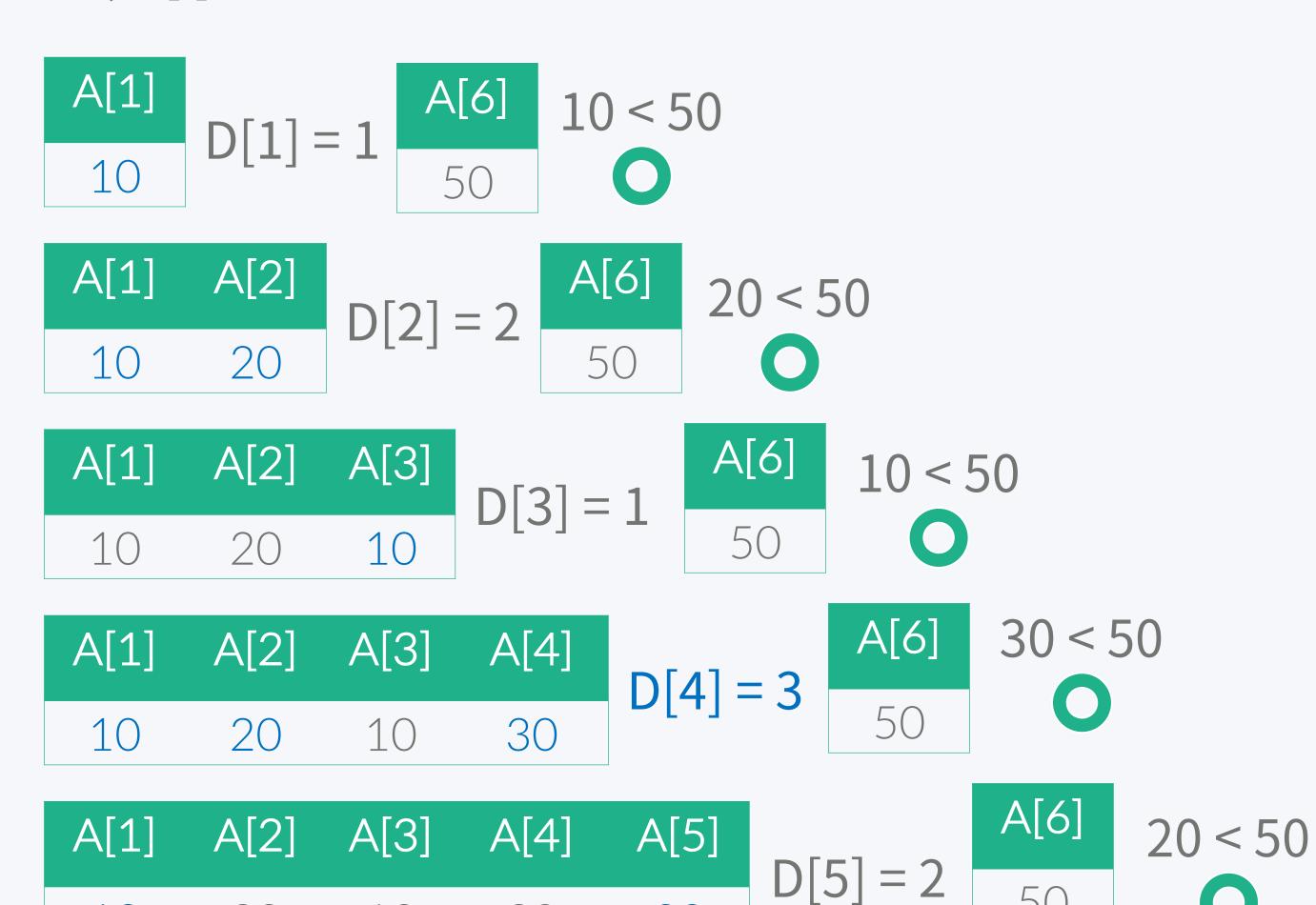
10

길이

A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]	A[6]
10	20	10	30	20	50



$$D[6] = 4$$



30

20

가장 긴 증가하는 부분 수열

https://www.acmicpc.net/problem/11053

i	1	2	3	4	5	6
A[i]	10	20	10	30	20	50
D[i]	1					

가장 긴 증가하는 부분 수열

https://www.acmicpc.net/problem/11053

i	1	2	3	4	5	6
A[i]	10	20	10	30	20	50
D[i]	1	2				

가장 긴 증가하는 부분 수열

https://www.acmicpc.net/problem/11053

i	1	2	3	4	5	6
A[i]	10	20	10	30	20	50
D[i]	1	2	1			

가장 긴 증가하는 부분 수열

https://www.acmicpc.net/problem/11053

i	1	2	3	4	5	6
A[i]	10	20	10	30	20	50
D[i]	1	2	1	3		

가장 긴 증가하는 부분 수열

https://www.acmicpc.net/problem/11053

i	1	2	3	4	5	6
A[i]	10	20	10	30	20	50
D[i]	1	2	1	3	2	

가장 긴 증가하는 부분 수열

https://www.acmicpc.net/problem/11053

i	1	2	3	4	5	6
A[i]	10	20	10	30	20	50
D[i]	1	2	1	3	2	4

가장 긴 증가하는 부분 수열

```
for (int i=0; i<n; i++) {
    d[i] = 1;
    for (int j=0; j<i; j++) {
        if (a[j] < a[i] && d[i] < d[j]+1) {
            d[i] = d[j]+1;
        }
    }
}</pre>
```

가장 긴 증가하는 부분 수열

https://www.acmicpc.net/problem/11053

• 정답은 D[1], …, D[N]중의 최대값이 된다.

가장 긴 증가하는 부분 수열

- C: https://gist.github.com/Baekjoon/1602b252bc8f1a1ee044
- C++: https://gist.github.com/Baekjoon/667ca791c2b9d5b1d2d2
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/9fc6b7ea58a9ea9968b2

가장 큰 증가하는 부분 수열

https://www.acmicpc.net/problem/11055

• 수열 A가 주어졌을 때, 그 수열의 증가 부분 수열 중에서 합이 가장 큰 것을 구하는 문제

가장 큰 증가하는 부분 수열

https://www.acmicpc.net/problem/11055

가장 큰 증가하는 부분 수열

```
for (int i=0; i<n; i++) {
    d[i] = 1;
    for (int j=0; j<i; j++) {
        if (a[j] < a[i] && d[i] < d[j]+1) {
            d[i] = d[j]+1;
        }
    }
}</pre>
```

가장 큰 증가하는 부분 수열

```
for (int i=0; i<n; i++) {
    d[i] = 1;
    for (int j=0; j<i; j++) {
        if (a[j] < a[i] && d[i] < d[j]+a[i]) {
            d[i] = d[j]+a[i];
        }
    }
}</pre>
```

가장 큰 증가하는 부분 수열

```
for (int i=0; i<n; i++) {
    d[i] = a[i];
    for (int j=0; j<i; j++) {
        if (a[j] < a[i] && d[i] < d[j]+a[i]) {
            d[i] = d[j]+a[i];
        }
    }
}</pre>
```

가장 큰 증가하는 부분 수열

- C: https://gist.github.com/Baekjoon/6b9e8f26a82320643d2b
- C++: https://gist.github.com/Baekjoon/9a6855e1f942d771ec83
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/85045323277de97683d9

가장 긴 감소하는 부분 수열

- 수열 A가 주어졌을 때, 그 수열의 감소하는 부분 수열 중에서 합이 가장 큰 것을 구하는 문제
- 두가지 방법이 있다
- 입력으로 주어진 수열 A를 뒤집어서 가장 긴 증가하는 부분 수열을 구하는 방법
- 가장 긴 증가하는 부분 수열과 비슷하게 구하는 방법 (뒤에서부터 구해야 한다)

가장 긴 감소하는 부분 수열

- C/C++: https://gist.github.com/Baekjoon/4e6c6bbbbe38dc526a75
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/7f21125d09f6573f23e755a3df2d83d6

가장 긴 바이토닉 부분수열

- 가장 긴 증가하는 부분 수열(D)과 가장 긴 감소하는 부분 수열(D2)를 구한 다음
- D[i] + D2[i] 1이 가장 큰 값을 찾으면 된다

가장 긴 바이토닉 부분수열

- C: https://gist.github.com/Baekjoon/719292258386a75e0329
- C++: https://gist.github.com/Baekjoon/77f2005a22665817527b
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/8f3324770000c87f9185

- n개의 정수로 이루어진 임의의 수열이 주어진다.
- 우리는 이 중 연속된 몇 개의 숫자를 선택해서 구할 수 있는 합 중 가장 큰 합을 구하려고 한다.
- 단, 숫자는 한 개 이상 선택해야 한다.
- 예를 들어서 10, -4, 3, 1, 5, 6, -35, 12, 21, -1 이라는 수열이 주어졌다고 하자.
- 여기서 정답은 12+21인 33이 정답이 된다.

- D[i] = i번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- 이렇게 식을 구했으면, i번째 수에게 가능한 경우를 세야한다

- D[i] = i번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- 이렇게 식을 구했으면, i번째 수에게 가능한 경우를 세야한다
- i번째 수에게 가능한 경우
 - 1. i-1번째 수의 연속합에 포함되는 경우
 - 2. 새로운 연속합을 시작하는 경우

- D[i] = i번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- 이렇게 식을 구했으면, i번째 수에게 가능한 경우를 세야한다
- i번째 수에게 가능한 경우
 - 1. i-1번째 수의 연속합에 포함되는 경우
 - D[i-1] + A[i]
 - 2. 새로운 연속합을 시작하는 경우
 - A[i]
- 두 값 중에 어떤 값이 D[i]에 들어가야 할까? (최대값)
- D[i] = max(D[i-1]+A[i], A[i])

https://www.acmicpc.net/problem/1912

• D[i] = i번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]	10	-4	3	1	5	6	-35	12	21	-1
D[i]	10									

- D[i] = i번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- D[i-1] + A[i] = 10 + -4 = 6
- A[i] = -4

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]	10	-4	3	1	5	6	-35	12	21	-1
D[i]	10	6								

- D[i] = i번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- D[i-1] + A[i] = 6 + 3 = 9
- A[i] = 3

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]	10	-4	3	1	5	6	-35	12	21	-1
D[i]	10	6	9							

- D[i] = i번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- D[i-1] + A[i] = 9 + 1 = 10
- A[i] = 1

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]	10	-4	3	1	5	6	-35	12	21	-1
D[i]	10	6	9	10						

- D[i] = i번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- D[i-1] + A[i] = 10 + 5 = 15
- A[i] = 5

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]	10	-4	3	1	5	6	-35	12	21	-1
D[i]	10	6	9	10	15					

- D[i] = i번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- D[i-1] + A[i] = 15 + 6 = 21
- A[i] = 6

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]	10	-4	3	1	5	6	-35	12	21	-1
D[i]	10	6	9	10	15	21				

- D[i] = i번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- D[i-1] + A[i] = 21 + -35 = -14
- A[i] = -35

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]	10	-4	3	1	5	6	-35	12	21	-1
D[i]	10	6	9	10	15	21	-14			

- D[i] = i번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- D[i-1] + A[i] = -14 + 12 = -2
- A[i] = 12

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]	10	-4	3	1	5	6	-35	12	21	-1
D[i]	10	6	9	10	15	21	-14	12		

- D[i] = i번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- D[i-1] + A[i] = 12 + 21 = 33
- A[i] = 21

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]] 10	-4	3	1	5	6	-35	12	21	-1
D[i] 10	6	9	10	15	21	-14	12	33	

- D[i] = i번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합
- D[i-1] + A[i] = 33 + -1 = 32
- A[i] = -1

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]	10	-4	3	1	5	6	-35	12	21	-1
D[i]	10	6	9	10	15	21	-14	12	33	32

https://www.acmicpc.net/problem/1912

• D[i] = i번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]	10	-4	-10	7	-35	12	21	-10	5	8
D[i]										

https://www.acmicpc.net/problem/1912

• D[i] = i번째 수로 끝나는 가장 큰 연속합

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A[i]	10	-4	-10	7	-35	12	21	-10	5	8
D[i]	10	6	-4	7	-28	12	34	24	29	37

```
for (int i=0; i<n; i++) {
    d[i] = a[i];
    if (i == 0) continue;
    if (d[i] < d[i-1] + a[i]) {
        d[i] = d[i-1] + a[i];
    }
}</pre>
```

연속합

- C: https://gist.github.com/Baekjoon/6577cbbc4ebeda00604c
- C++: https://gist.github.com/Baekjoon/dc368ddfc7c138a6411f
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/885882aa75ec74535c45

연속합2

https://www.acmicpc.net/problem/13398

- dl[i] = 왼쪽에서부터 구한 연속합 정답
- dr[i] = 오른쪽에서부터 구한 연속합 정답

• 각각의 제거할 수 k에 대해서 dl[k-1] + dr[k+1] 의 최대값이 정답이 된다

연속합2

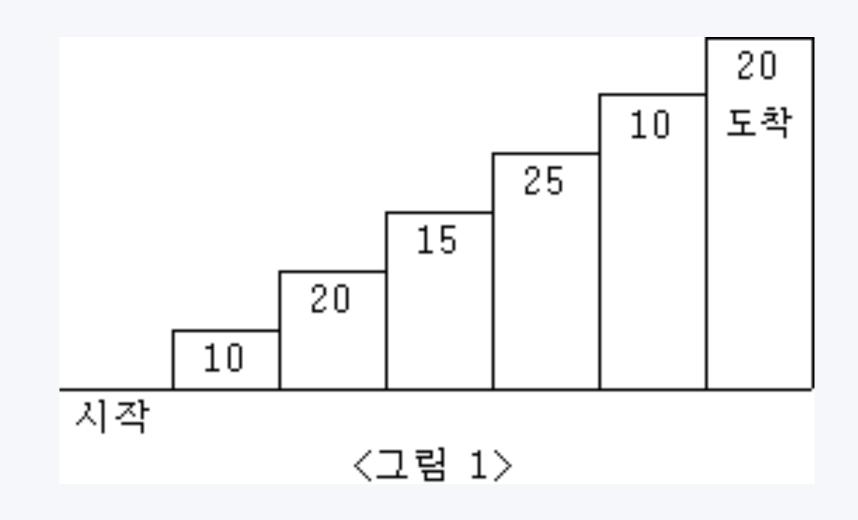
- C++: https://gist.github.com/Baekjoon/1988b8af8d857305c3f093d25ccdfd82
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/b8f063b0edfff1fdf56587213c94b720

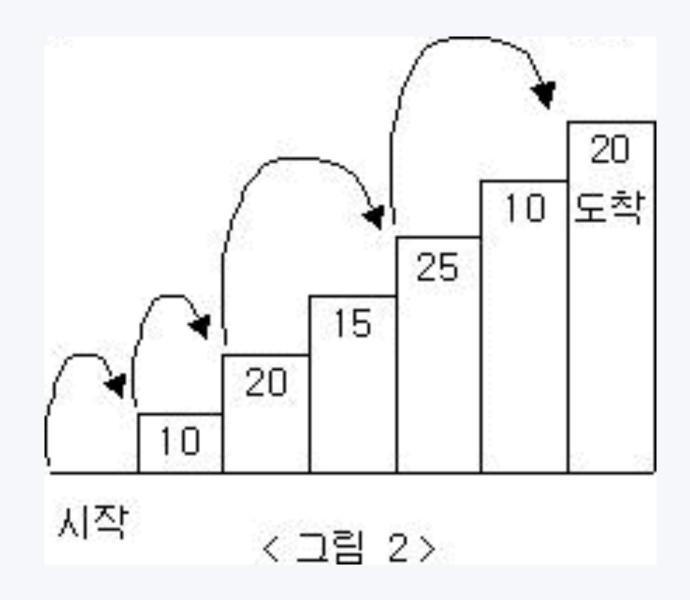
https://www.acmicpc.net/problem/2579

• 계단 오르는 데는 다음과 같은 규칙이 있다.

- 1. 계단은 한 번에 한 계단씩 또는 두 계단씩 오를 수 있다. 즉, 한 계단을 밟으면서 이어서 다음 계단이나, 다음 다음 계단으로 오를 수 있다.
- 2. 연속된 세 개의 계단을 모두 밟아서는 안된다. 단, 시작점은 계단에 포함되지 않는다.
- 3. 마지막 도착 계단은 반드시 밟아야 한다.

• 각 계단에 쓰여 있는 점수가 주어질 때 이 게임에서 얻을 수 있는 총 점수의 최대값을 구하는 프로그램을 작성하시오.





https://www.acmicpc.net/problem/2579

• D[i][j] = i번째 계단에 올라갔을 때, 최대 점수. i번째 계단은 j개 연속해서 올라온 계단임

- D[i][0] = 0개 연속 \rightarrow i번째 계단에 올라가야 하기 때문에 불가능한 경우
- D[i][1] = 1개 연속 $\rightarrow i-1$ 번째 계단은 밟으면 안됨
- $D[i][2] = 2개 연속 \rightarrow i번째 계단은 밟아야 하고, 반드시 1개 연속해서 올라온 계단이어야 함$

https://www.acmicpc.net/problem/2579

• D[i][j] = i번째 계단에 올라갔을 때, 최대 점수. i번째 계단은 j개 연속해서 올라온 계단임

- D[i][1] = 1개 연속 → i-1번째 계단은 밟으면 안됨
 - i-2번째 계단은 1개 연속이거나 2개 연속이거나 상관이 없음
 - max(D[i-2][1], D[i-2][2]) + A[i]
- D[i][2] = 2개 연속 → i번째 계단은 밟아야 하고, 반드시 1개 연속해서 올라온 계단이어야 함
 - i-1번째 계단은 반드시 1개 연속 계단이어야 함
 - D[i-1][1] + A[i]

https://www.acmicpc.net/problem/2579

• D[i][j] = i번째 계단에 올라갔을 때, 최대 점수. i번째 계단은 j개 연속해서 올라온 계단임

- D[i][1] = 1개 연속 → i-1번째 계단은 밟으면 안됨
 - i-2번째 계단은 1개 연속이거나 2개 연속이거나 상관이 없음
 - max(D[i-2][1], D[i-2][2]) + A[i]
- $D[i][2] = 2개 연속 \rightarrow i번째 계단은 밟아야 하고, 반드시 <math>1개 연속해서 올라온 계단이어야 함$
 - i-1번째 계단은 반드시 1개 연속 계단이어야 함
 - D[i-1][1] + A[i]
- 정답은 D[n][1]과 D[n][2] 중의 최대값이 된다.

```
d[1][1] = a[1];
for (int i=2; i<=n; i++) {
    d[i][2] = d[i-1][1] + a[i];
    d[i][1] = max(d[i-2][1], d[i-2][2]) + a[i];
}</pre>
```

- C/C++: https://gist.github.com/Baekjoon/ae33086d692514edb61a
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/5823d80d59a9ff24ef80

- D[i] = i번째 계단에 올라갔을 때, 최대 점수.
- 1개 연속 \rightarrow i-1번째 계단은 밟으면 안됨
 - i-2번째 계단은 반드시 밟았어야 함
 - D[i-2] + A[i]
- 2^{11} 연속 \rightarrow i-1번째 계단을 밟고, i-2번째 계단은 밟으면 안됨
 - i-3번째 계단은 반드시 밟았어야 함
 - D[i-3] + A[i-1] + A[i]

```
d[1] = a[1];
d[2] = a[1]+a[2];
for (int i=3; i<=n; i++) {
    d[i] = max(d[i-2]+a[i], d[i-3]+a[i]+a[i-1]);
}</pre>
```

- C/C++: https://gist.github.com/Baekjoon/616d81f1806273c88266
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/d844d321f439b78839b2

- 주어진 자연수 N을 제곱수들의 합으로 표현할 때에 그 항의 최소개수를 구하는 문제
- $11=3^2+1^2+1^2$

https://www.acmicpc.net/problem/1699

- D[i] = i를 제곱수의 합으로 나타냈을 때, 필요한 항의 최소 개수
- $i = ? + ? + \cdots + ? + j$
- 마지막 항이 중요하다.
- 마지막 항이 1인 경우
- 마지막 항이 4인 경우
- 마지막 항이 9인 경우
- 마지막 항이 16인 경우
- 마지막 항이 25인 경우

• • • •

- D[i] = i를 제곱수의 합으로 나타냈을 때, 필요한 항의 최소 개수
- $i = ? + ? + \cdots + ? + j$
- 마지막 항이 중요하다.
- 마지막 항이 1인 경우 → ? + ? + ··· + ? = i-1
- 마지막 항이 4인 경우 → ? + ? + ··· + ? = i-4
- 마지막 항이 9인 경우 → ? + ? + ··· + ? = i-9
- 마지막 항이 16인 경우 → ? + ? + ··· + ? = i-16
- 마지막 항이 25인 경우 → ? + ? + ··· + ? = i-25
- • •

- D[i] = i를 제곱수의 합으로 나타냈을 때, 필요한 항의 최소 개수
- $i = ? + ? + \cdots + ? + j$
- 마지막 항이 중요하다.
- 마지막 항이 1인 경우 → ? + ? + ··· + ? = i-1 → D[i-1] + 1
- 마지막 항이 4인 경우 → ? + ? + ··· + ? = i-4 → D[i-4] + 1
- 마지막 항이 9인 경우 → ? + ? + ··· + ? = i-9 → D[i-9] + 1
- 마지막 항이 16인 경우 → ? + ? + ··· + ? = i-16 → D[i-16] + 1
- 마지막 항이 25인 경우 → ? + ? + ··· + ? = i-25 → D[i-25] + 1
- • •

제곱수의합

- D[i] = i를 제곱수의 합으로 나타냈을 때, 필요한 항의 최소 개수
- $D[i] = min(D[i-j^2]+1) (1 \le i \le j^2)$

제곱수의합

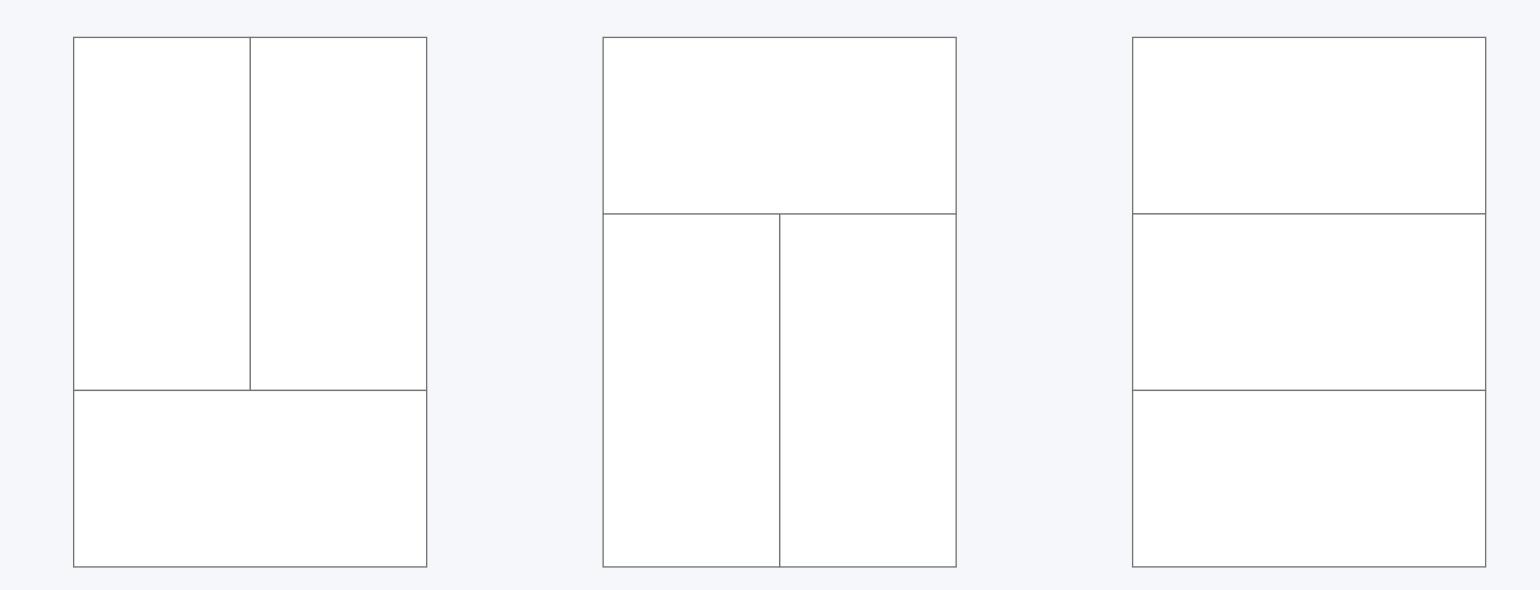
```
for (int i=1; i<=n; i++) {
    d[i] = i;
    for (int j=1; j*j <= i; j++) {
        if (d[i] > d[i-j*j]+1) {
              d[i] = d[i-j*j]+1;
        }
    }
}
```

제곱수의합

- C/C++: https://gist.github.com/Baekjoon/66c23e0a64ae7924aa19
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/73d0186fef9bbd633f95

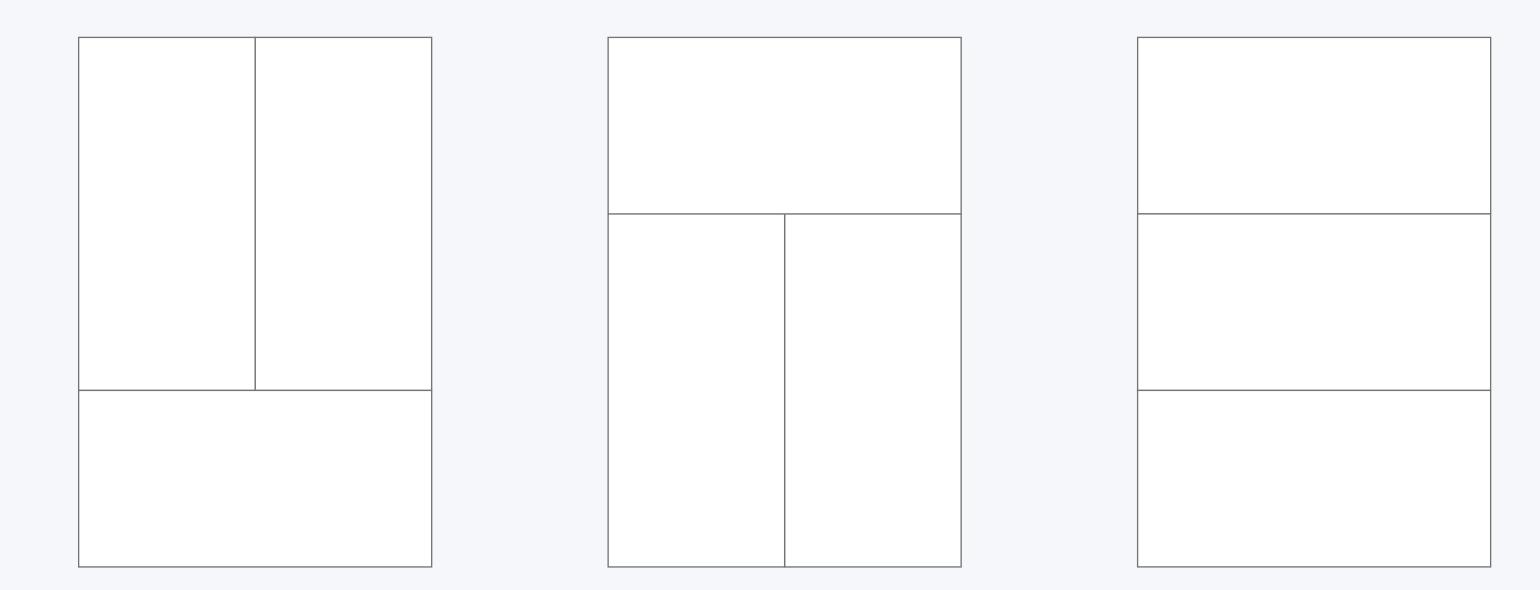
타일채우기

- 3×N을 1×2, 2×1로 채우는 방법의 수
- $D[i] = 3 \times i = 3 \times$
- 마지막에 올 수 있는 가능한 경우의 수



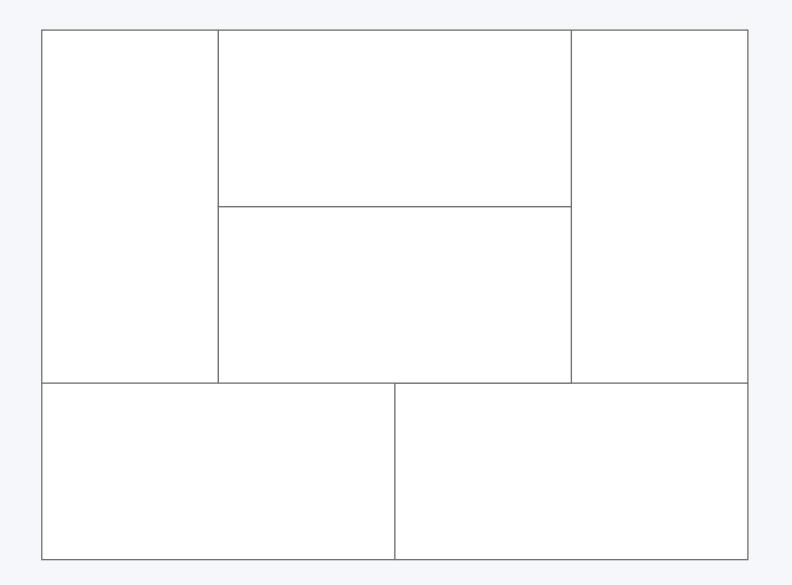
타일채우기

- 3×N을 1×2, 2×1로 채우는 방법의 수
- $D[i] = 3 \times i = 3 \times$
- D[i] = 3 * D[i-2] (아니다)



타일채우기

- 3×N을 1×2, 2×1로 채우는 방법의 수
- $D[i] = 3 \times i = 3 \times$
- 가능한 경우가 더 있다.



,	

타일채우기

- 3×N을 1×2, 2×1로 채우는 방법의 수
- $D[i] = 3 \times i = 3 \times$
- 가능한 경우가 더 있다.

				<u> </u>	

타일채우기

- 3×N을 1×2, 2×1로 채우는 방법의 수
- $D[i] = 3 \times i = 3 \times$
- $D[i] = 3 * D[i-2] + 2*D[i-4] + 2*D[i-6] + \cdots$

타일채우기

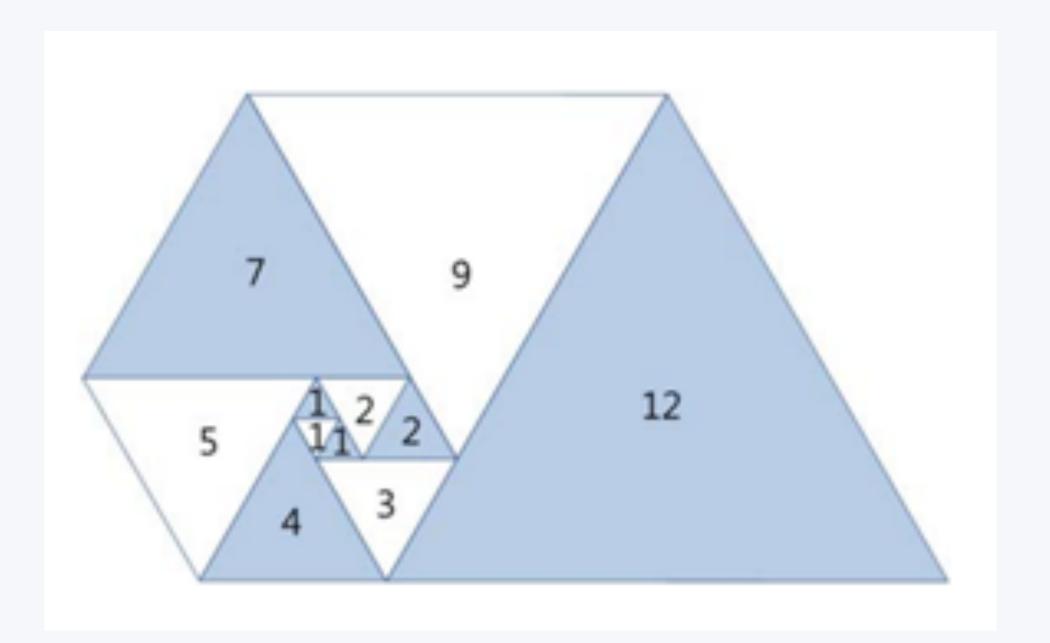
- C/C++: https://gist.github.com/Baekjoon/a27529894d77d469d252
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/fe102cef6f7b7ebecdedef00ec811a7c

파도반 수열

- 오른쪽 그림과 같이 삼각형이 나선 모양으로 놓여져 있다
- 첫 삼각형은 정삼각형으로 변의 길이는 1이다
- 그 다음에는 다음과 같은 과정으로 정삼각형을 계속 추가한다
- 나선에서 가장 긴 변의 길이를 k라 했을 때, 그 변에 길이가 k인 정삼각형을 추가한다
- 파도반 수열 P(N)은 나선에 있는 정삼각형의 변의 길이이다
- P(1)부터 P(10)까지 첫 10개 숫자는 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 7, 9이다
- N이 주어졌을 때, P(N)을 구하는 문제

파도반 수열

- 그림을 보고 유추할 수 있다.
- D[i] = D[i-1] + D[i-5]



파도반 수열

- C/C++: https://gist.github.com/Baekjoon/3ca4e70487835f651bae
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/e7826c911f92e1fb0369

https://www.acmicpc.net/problem/2225

• 0부터 N까지의 정수 K개를 더해서 그 합이 N이 되는 경우의 수

- 0부터 N까지의 정수 K개를 더해서 그 합이 N이 되는 경우의 수
- D[K][N] = 0부터 N까지의 정수 K개를 더해서 그 합이 N이 되는 경우의 수
- $? + ? + ? + ? + \cdots + ? + L = N$
- 위의 식이 나타내는 값: D[K][N]
- $? + ? + ? + ? + \cdots + ? = N-L$
- 위의 식이 나타내는 값: D[K-1][N-L]
- $D[K][N] = \Sigma D[K-1][N-L] (0 \le L \le N)$

```
d[0][0] = 1LL;
for (int i=1; i<=k; i++) {
    for (int j=0; j<=n; j++) {
        for (int l=0; l<=j; l++) {
            d[i][j] += d[i-1][j-l];
            d[i][j] %= mod;
```

- C/C++: https://gist.github.com/Baekjoon/a334580d1729037f5fb1
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/354ed0a3657ecbf00c67

- 0부터 N까지의 정수 K개를 더해서 그 합이 N이 되는 경우의 수
- D[K][N] = 0부터 N까지의 정수 K개를 더해서 그 합이 N이 되는 경우의 수
- $D[K][N] = \Sigma D[K-1][N-L] (0 \le L \le N)$
- $D[K][N] = \Sigma D[K-1][N-L] (0 \le N-L \le N)$
- $D[K][N] = \Sigma D[K-1][L] (0 \le L \le N)$

- 0부터 N까지의 정수 K개를 더해서 그 합이 N이 되는 경우의 수
- D[K][N] = 0부터 N까지의 정수 K개를 더해서 그 합이 N이 되는 경우의 수
- $D[K][N] = \Sigma D[K-1][L] (0 \le L \le N)$
- D[K][N] = D[K-1][0] + D[K-1][1] + ... + D[K-1][N-1] + D[K-1][N]
- D[K][N-1] = D[K-1][0] + D[K-1][1] + ... + D[K-1][N-1]

- 0부터 N까지의 정수 K개를 더해서 그 합이 N이 되는 경우의 수
- D[K][N] = 0부터 N까지의 정수 K개를 더해서 그 합이 N이 되는 경우의 수
- $D[K][N] = \Sigma D[K-1][L] (0 \le L \le N)$
- D[K][N] = D[K-1][0] + D[K-1][1] + ... + D[K-1][N-1] + D[K-1][N]
- D[K][N-1] = D[K-1][0] + D[K-1][1] + ... + D[K-1][N-1]
- D[K][N] = D[K][N-1] + D[K-1][N]

- C++: https://gist.github.com/Baekjoon/307eeb5e498f68a5f0fab64f6ae0bd05
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/3b53e9288ac9d652d8a6e34688c272c8

https://www.acmicpc.net/problem/2011

• 어떤 암호가 주어졌을 때, 그 암호의 해석이 몇 가지가 나올 수 있는지 구하는 문제

- A는 1, B는 2, ···, Z는 26
- BEAN -> 25114
- 25114 -> "BEAAD", "YAAD", "YAN", "YKD", "BEKD", "BEAN"

- D[i] = i번째 문자까지 해석했을 때, 나올 수 있는 해석의 가짓수
- i번째 문자에게 가능한 경우
- 1자리 암호
- 2자리 암호

- D[i] = i번째 문자까지 해석했을 때, 나올 수 있는 해석의 가짓수
- i번째 문자에게 가능한 경우
- 1자리 암호
 - 0을 제외
- 2자리 암호
 - $10 \le x \le 26$

```
d[0] = 1;
for (int i=1; i<=n; i++) {
    int x = s[i] - '0';
    if (1 <= x && x <= 9) {
        d[i] = (d[i] + d[i-1]) \% mod;
    if (i==1) continue;
    if (s[i-1] == '0') continue;
    x = (s[i-1]-'0')*10 + (s[i]-'0');
    if (10 <= x && x <= 26) {
        d[i] = (d[i] + d[i-2]) \% mod;
```

- C: https://gist.github.com/Baekjoon/33126f8bcbfa55ebc9b1
- C++: https://gist.github.com/Baekjoon/dc071a89a81cb88fb887
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/725d19f289d7dda4a191