# 第四章陣列的基本操作與運算

#### 本章學習目標

- 認識陣列裡元素的結構
- 學習多維陣列的建立
- 學習編修矩陣的內容
- 學習基本的矩陣數學運算

# 向量元素的操作(1/2)

```
>> v1=[6 7 8 9]
v1 =
    6 7 8
                     9
>> 2*v1+1
ans =
   13 15 17
                  19
>> v1(2)
ans =
>> v1([2,4])
ans =
1.9
>> v1([2 4])
ans =
          9
```

```
>> v1(:)
ans =
     6
     8
>> v1([2])
ans =
>> v1(3)=0
v1 =
     6 7 0
>> v1(5)
??? Index exceeds matrix dimensions.
```

# 向量元素的操作(2/2)

```
>> v1(7)=12
v1 =
  6 7 0 9 0 0 12
>> v1(3:5)=1
v1 =
  6 7 1 1 1 0 12
>> v1 (end)
ans =
   12
>> v1 (end-1)
ans =
    0
```

```
>> v1(1:2:end)
ans =
   6 1 1 12
>> v1 (end:-1:1)
ans =
       0 1 1 1
>> v1(6)=[]
v1 =
       7 1 1 1
                      12
>> v1(5:end)=[]
v1 =
```

# 矩陣元素的操作(1/2)

```
>> M=[1 2 3 4;5 6 7 8;9 10 11 12]
M =
         10 11 12
>> M(2,3)
ans =
>> M(3,[1 2 3])
ans =
    9 10 11
>> M(3,1:3)
ans =
      10
              11
>> M(3,:)
ans =
               11
                   12
        10
```

```
\gg M(end, 3)
ans =
    11
>> M(1:2,4)
ans =
>> M(:,2:3)
ans =
    10
           11
\gg M(end, 2:3)
ans =
    10
```

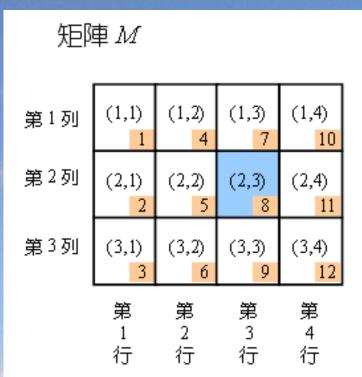
# 矩陣元素的操作(2/2)

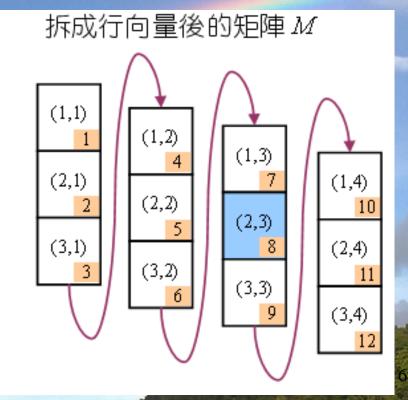
Subscripted assignment dimension mismatch.

```
>> M=[M,[4;7]]
M =
           3
           99
>> M=[[8,9,10];M]
M =
                 10
           99
>> M(3:-1:1,:)
ans =
     5
           99
                 10
>> M(2,:)=0
M =
     8
            9
                 10
     5
```

# 矩陣的索引值之結構

- Matlab的矩陣是利用「以行為主」的結構來儲存
- 每一個陣列可以看成是由數個行向量串接而成
- 存取矩陣的元素時,可以使用一維或二維索引值來存取



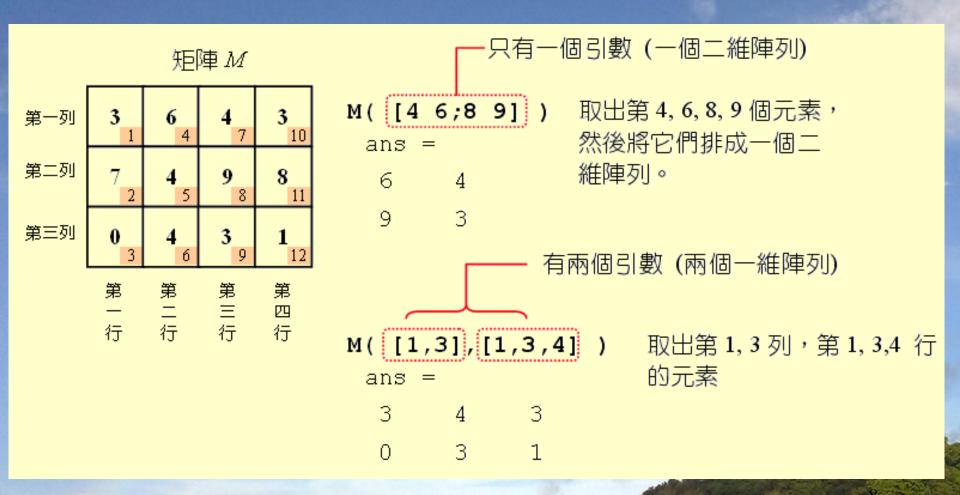


# 矩陣的索引值的範例

```
>> M=[3 6 4 3;7 4 9 8;0 4 3 1] > M([4 6;8 9])
M =
    3
          6
          4
>> M(2,3)
ans =
\gg M(8)
ans =
>> M(4:7)
ans =
    6 4 4 4
>> M([5;7;9])
ans =
```

```
ans =
     6
             4
>> M(:)
ans =
     3
```

# 矩陣元陣的提取



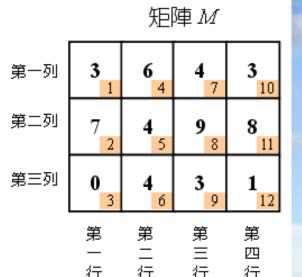
# 矩陣元陣提取的範例

```
>> M([1,3],[1,3,4])
ans =

3     4     3
0     3     1

>> M(2:3,1:2)
ans =

7     4
0     4
```



```
>> M(4:6)=0

M =

3     0     4     3

7     0     9     8

0     0     3     1
```

```
>> M([4,8,12])=[]
M =
3 7 0 1 1 4 1 3 1
```

# 一維與二維索引值的轉換

#### 表 4.1.1 一維索引值與二維索引值的轉換

函 數	說明
ind=sub2ind(size,row,col)	將大小為 size 之矩陣的二維索引值 (row,col)轉換成一維索引值 ind
[row,col]=ind2sub(size,ind)	將大小為 size 之矩陣的一維索引值 ind 轉換成二維索引值 (row, col)

# >> ind=sub2ind([3,4],2,3) ind = 8

>> [row,col]=ind2sub([3,4],8)

3	6 4	<b>4</b>	3 10
7 2	<b>4</b>	9 8	<b>8</b>
0	4	<b>3</b>	<b>1</b>

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 5 & 7 & 3 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

>> mean(A(:))

3.7778

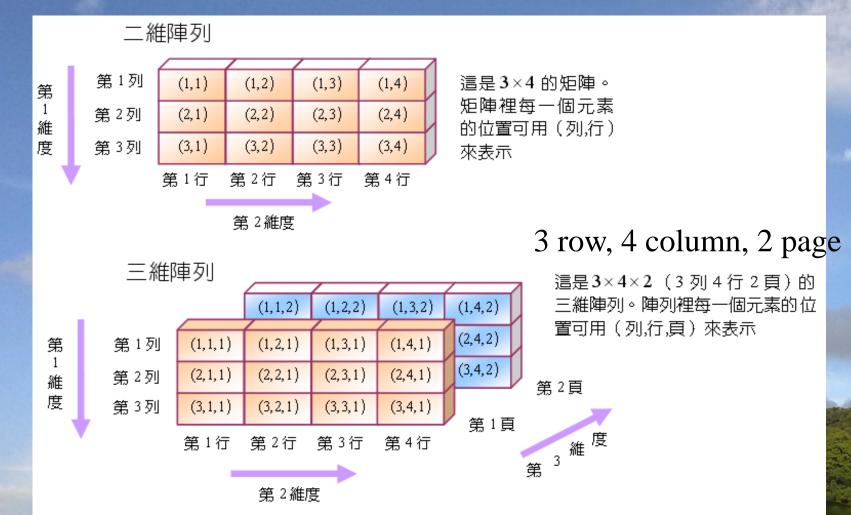
### 陣列中有Nan值的最大值與平均值的運算

nanmean(x) Mean ignoring NaNs

```
B=[nan 1 3;2 4 1;1 0 nan]
B =
                             >> mean(B)
 NaN 1 3
  2 4 1
                             ans =
  1 0 NaN
                                 NaN 1.6667
                                                NaN
 >> max(B)
                             >> mean(B(:))
 ans =
                             ans =
 \gg max(B(:))
                              NaN
 ans =
```

# 多維陣列

- 陣列的維度多於二維,稱為多維陣列
- 三維陣來必須以列、行與頁三個維度來描述



# 建立三維陣列的範例

```
>> A(:,:,1)=[1 2 3 4;5 6 7 8;9 10 11 12]
A =
   5 6 7 8
   9 10 11 12
>> A(:,:,2)=[7 4 2 1;6 1 5 2;3 1 4 5]
A(:,:,1) =
   1 2 3
   9 10 11 12
A(:,:,2) =
        4 2
   6 1 5
```

```
>> size(A)
ans =
    3 4
>> ndims(A)
ans =
    3
>> numel(A)
ans =
   24
>> A(11:14)
ans =
8 12 7 6
>> A(1,3,2)
ans =
    2
```

### 三維陣列的最大值與平均值

# 常用的陣列建立函數

#### 表 4.3.1 常用的陣列建立函數

函 數	說 明
zeros(n)	建立一個 n×n 的全零矩陣
zeros(m,n,,p)	建立一個 $m \times n \times \cdots \times p$ 的全零矩陣
ones(n)	建立一個 n×n 的全 1 矩陣
ones $(m,n,\ldots,p)$	建立一個 $m \times n \times \cdots \times p$ 的全 $1$ 矩陣
eye(n)	建立一個 $n \times n$ 的單位矩陣(對角線元素為 $1$ ,其它元素為 $0$ )
eye(m,n)	建立一個 $m \times n$ ,且對角線為 $1$ ,其它元素為 $0$ 的矩陣
diag(ν)	以向量ν為對角元素,建立一個矩陣
magic(n)	建立一個 n×n 的魔術方陣(magic square)

# 陣列建立函數使用範例

#### >> zeros(3) ans =>> zeros(2,3) ans = 0 0 0 $\rightarrow$ ones (3,2)ans = 1 >> eye (4) ans = 0

1

()

```
\rightarrow  eye (3,4)
ans =
>> diag([1 2 3])
ans =
>> magic(3)
ans =
                   6
>> magic(4)
ans =
    16
                         13
           11
                  10
```

12

15

14

# 建立亂數陣列

表 4.3.2 以亂數來建立陣列之函數

函 數	說明
randi(imax,n)	建立n×n個1到imax之間均匀分佈的整數亂數
randi( $imax$ , [ $m$ , $n$ , $\cdots$ , $p$ ])	建立m×n×…×p個1到imax之間均匀分佈的整數亂數
randi([ $imin,imax$ ],[ $m,n,\cdots,p$ ])	同上,但整數亂數的範圍為 imin 到 imax
rand()	建立一個0到1之間均匀分佈的亂數
rand(n)	建立n×n 個0到1之間均匀分佈的亂數
$rand(m,n,\cdots,p)$	建立 $m \times n \times \cdots \times p$ 個 $0$ 到 $1$ 之間均匀分佈的亂數
randn()	建立一個平均值為0,標準差為1的常態分佈亂數
randn(n)	建立 n×n 個 0 到 1 之間常態分佈的亂數
randn $(m, n, \dots, p)$	建立 m×n×…×p 個 0 到 1 之間常態分佈的亂數
rng (seed)	設定亂數種子為 seed

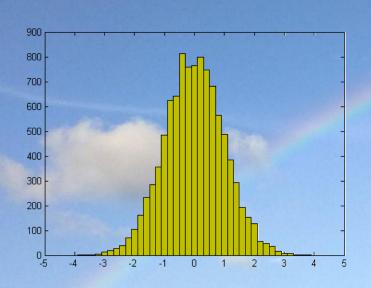
# 亂數陣列的使用範例

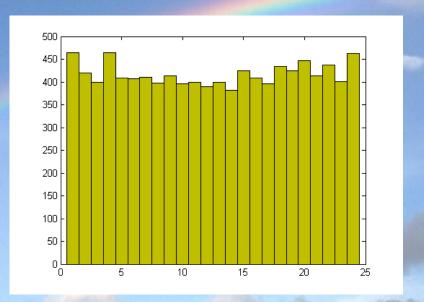
```
>> randi(9,[2,5])
ans =
      4 2 3
    2
>> randi([0,1],[1,6])
ans =
        1 1 1
                      0
                          0
>> rand()
ans =
   0.9501
\gg rand(3)
ans =
   0.2311
         0.8913
                     0.0185
   0.6068
         0.7621
                     0.8214
   0.4860
         0.4565
                     0.4447
```

```
>> rng(999)
>> R=randi(9,[1,8])
R =
  8 5 2 6 1 3 4
>> rng(999)
>> randi(9,[1,2])
ans =
1.5
>> randi(9,[1,1])
ans =
>> randi(9,[1,3])
ans =
     6
```

# 測試亂數分佈的情況

- >> A=randn(1,10000) >> B=randi([1,24],[1,10000]);
- >> hist(A,-4:0.2:4)>> hist(B,1:24)

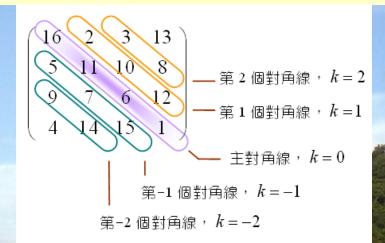




# 陣列元素的提取

表 4.4.1 陣列元素的提取函數

函 數	說明
$\operatorname{diag}\left(A ight)$	取出陣列A的主對角線(main diagonal)元素
$\operatorname{diag}\left(A,k ight)$	取出陣列 A 的第 k 個對角線元素
$triu\left(A ight)$	取出陣列 $A$ 之主對角線以上之元素,其它元素則設為 $0$ (即上三角矩陣,upper triangular matrix )
$\operatorname{triu}(A,k)$	取出陣列 $A$ 之第 $k$ 個對角線以上之元素,其它元素則設為 $0$
$tril\left(A\right)$	取出陣列 $A$ 之主對角線以下之元素,其它元素則設為 $0$ (即下三角矩陣,lower triangular matrix)
$\operatorname{tril}(A,k)$	取出陣列 $A$ 之第 $k$ 個對角線以下之元素,其它元素則設為 $0$



# 元素的提取的範例

```
4 14 15 1

>> diag(A)
ans =
    16
    11
    6
    1

>> diag(A,-1)'
ans =
    5 7 15
```

```
>> diag(A,2)
ans =
>> triu(A,1)
ans =
                       13
                10 8
                       12
>> tril(A,-2)
ans =
          14
```

# 陣列元素的重排

陣列轉換函數	
函數	說明
fliplr(A)	將陣列A的元素左右翻轉(flip left/right)
flipud(A)	將陣列A的元素上下翻轉(flip up/down)
flipdim(A,n)	將陣列A的元素依第n個維度翻轉
reshape(A,m,n,,p)	將陣列A的元素依由上而下,由左而右的次序重新排列成一個 $m \times n \times \times p$ 的矩陣
repmat(A,m,n,,p)	以陣列A為單位,將陣列A以類似排列磁磚的方式排成mxnxxp個陣列A
rot90(A)	將陣列A逆時針旋轉90°
rot90(A,k)	將陣列A逆時針旋轉k x 90°, k為整數

# 重排陣列元素的範例

```
>> A=magic(3)
A =
>> fliplr(A)
ans =
     6
   flipdim(A,2)
ans =
                   8
>> reshape (A, 1, 9)
ans =
```

#### >> reshape (A, 2, 4)

Error using reshape

To RESHAPE the number of elements must not change.

>> repmat(A,2,2)						
ans	=					
	8	1	6	8	1	6
	3	5	7	3	5	7
	4	9	2	4	9	2
	8	1	6	8	1	6
	3	5	7	3	5	7
	4	9	2	4	9	2

#### >> repmat(9,[3,4,2])

```
ans(:,:,1) =

9 9 9 9
9 9
9 9 9
9 9
ans(:,:,2) =
9 9 9 9
9 9 9
9 9 9
```

• Y=circshift(A,K,dim) circularly shifts the values in array A by K positions along dimension dim. Inputs K and dim must be scalars.  $a = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 11 & 12 & 13 \\ 21 & 22 & 23 \end{bmatrix}$ 

$$a=[1\ 2\ 3;11\ 12\ 13;21\ 22\ 23];$$

$$bh1=circshift(a,1,1)$$

$$bh2=circshift(a,2,1)$$

$$bv1=circshift(a,1,2)$$

$$bv2=circshift(a,2,2)$$

$$bv1=\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 13 & 11 & 12 \\ 23 & 21 & 22 \end{bmatrix} bv2=\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 12 & 13 & 11 \\ 22 & 23 & 21 \end{bmatrix}$$

$$bh1 = \begin{bmatrix} 21 & 22 & 23 \\ 1 & 2 & 3 \\ 11 & 12 & 13 \end{bmatrix}$$

$$bh2 = \begin{bmatrix} 11 & 12 & 13 \\ 21 & 22 & 23 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

# 陣列的合併

陣列轉換函數		
函數	說明	
[A, B]	將陣列A,B橫向併排,組合成一個新的陣列	
[A; B]	將陣列A, B垂直併排,組合成一個新的陣列	
cat(dim, A, B,)	依dim所排定的方向合併排(concatenate) 陣列A, B,	

>> A=[1 2	3;3	4 5]
A =		
1	2	3
3	4	5
>> B=2*A		
B =		
2	4	6
6	8	10

```
>> [A,B]
ans =

1 2 3 2 4 6
3 4 5 6 8 10

>> [A;B]
ans =

1 2 3
3 4 5
3 4 5
2 4 6
6 8 10
```

# cat()的使用範例

```
>> A=[1 2 3;3 4 5]
A =

1 2 3
3 4 5

>> B=2*A
B =

2 4 6
6 8 10
```

```
>> cat(2,A,B)
ans =
    1    2    3    2
    3    4    5    6

>> cat(2,A,A,B)
ans =
    1    2    3    1    2    3    2
    3    4    5    3    4    5
```

# 基本的矩陣運算

矩陣的數學運算	
矩陣的運算	說明
A+B	矩陣A加上矩陣B
A-B	矩陣A減去矩陣B
A*B	矩陣A乘上矩陣B
A^n	矩陣A的n次方,即矩陣A連乘n次,A必須為方陣
A'	計算矩陣A的共軛轉置(conjugate transpose)。如困矩陣A的所有元素都實數,則A'相當於是A的轉置矩陣
inv(A)	計算矩陣A的反矩陣(inverse)
det(A)	計算矩陣A的行列式(determinate)
expm(A)	計算矩陣A的指數(matrix exponential)
logm(A)	計算矩陣A的對數(matric logarithm)
sqrtm(A)	計算矩陣A的平方根

# 矩陣運算的範例(1/2)

ans =

4

```
>> A=[2 4;3 1]
A =
>> B=[3 2;4 6]
B =
     3
            2
>> A+3
ans =
```

>> **A+B** 

5

6

ans =

```
>> [2,3]*A
ans =
1.11
>> A*[2,3]
Error using *
Inner matrix dimensions must agree.
>> A*[1;5]
ans =
     22
>> A*B
ans =
    22
            28
     13
            12
>> A'
```

# 矩陣運算的範例(2/2)

```
>> inv(A)
ans =
  -0.1000 0.4000
    0.3000
           -0.2000
>> det(A)
ans =
   -10
>> M=expm(A)
M =
  84.8655 84.7302
   63.5476 63.6830
>> logm (M)
ans =
   2.0000 4.0000
    3.0000
              1.0000
>> Z=sqrtm(A)
ans =
  1.2778+0.6061i 1.2778-0.8081i
   0.9583-0.6061i 0.9583+0.8081i
```

```
>> Z^2
ans =
  2.0000+0.0000i 4.0000+0.0000i
  3.0000-0.0000i
                   1.0000+0.0000i
>> real(Z^2)
ans =
   2.0000 4.0000
   3.0000
             1.0000
\gg A^0.5
ans =
  1.2778+0.6061i
                   1.2778-0.8081i
   0.9583-0.6061i
                   0.9583+0.8081i
>> A^-1
ans =
  -0.1000 0.4000
```

0.3000 - 0.2000

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$
$$A^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}}{\det(A)}$$

# 矩陣的左除()與右除(/)

- 左除(\)計算AX=B
- 右除(/)計算XA=B

矩陣的婁	矩陣的數學運算	
指令	說明	
A∖B	A左除B,此運算相當於把A的反矩陣乘以B,也就是A-1B A\B的結果相當於AX=B的解。亦即,若AX=B,則X=A-1B=A\B	
B/A	B右除A,此運算相當於把B乘上A的反矩陣,也就是BA-1 B/A的結果相當於XA=B的解。亦即,若XA=B,則X=BA-1=B/A	

• 矩陣的左除應用

$$AX = B,$$
  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},$   $B = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix}$   
 $X = A^{-1}B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -0.5 & 1.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ 

• 矩陣的右除應用

$$XA = B$$
,  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = (10 & 14)$   
 $X = BA^{-1} = (10 & 14) \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -0.5 & 1.5 \end{pmatrix} = (3 & 1)$ 

# 求解AX=B

```
\gg inv(A)*B
ans =
   2
>> A\backslash B
ans =
  2.0000
  1.0000
```

### 求解XA=B

• 解二元一次聯立方程式

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Delt(A)=
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2$$

$$Inv(A) = \begin{bmatrix} \frac{-1}{-2} & -\frac{1}{-2} \\ -\frac{1}{-2} & \frac{1}{-2} \\ -\frac{1}{-2} & -\frac{1}{-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -0.5 \end{bmatrix}$$

$$inv(A)A X = inv(A)B, X = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

# 練習

• 解二元一次聯立方程式

$$\begin{cases} 8x - \frac{1}{8}y = 190 \\ -\frac{1}{8}x + 8y = 125 \end{cases}$$

x=24, y=16

# 陣列元素對元素的運算

#### 陣列的數學運算

117332	×1 ~21
指令	說明
A.*B	將矩陣A內的元素乘上矩陣B內相同位置的元素
A.^n	計算矩陣A內,個別元素的n次方
A.'	計算矩陣A的轉置(transpose)矩陣
A./B	將A裡面的每一個元素除以B裡面每一個相對應的元素
A.∖B	將B裡面的每一個元素除以A裡面每一個相對應的元素

```
>> A=[2 4;3 1]
A =

2 4
3 1

>> B=[3 2;4 6]
B =

3 2
4 6

>> A*B
ans =

22 28
13 12
```

```
>> A.*B
ans =
    6   8
    12   6

>> A^3
ans =
    68   76
   57   49

>> A.^3
ans =
   8   64
   27   1
```

# 隨堂測驗

矩陣A, B, C, X, F分別為

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 5 & 7 & 3 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 7 & 4 & 3 \\ 8 & -4 & -5 \end{pmatrix} \qquad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \qquad F = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$C(:,:,1)=A; C(:,:,2)=B$$

- 1. [r,c,p]=ind2sub(size(C),10),則r,c,p分別為何?
- 2. ind0 = sub2ind(size(C), 2,2,2), 則ind0值為何?
- 3. E = reshape(A,1,9), 則sum(E)值為何?
- 4. A X=F, 求(x<sub>1</sub>,x<sub>2</sub>,x<sub>3</sub>)分別為何?