

# Analýza problému

## 1. Popis úlohy

Firma, ktorá vyrába a predáva súčiastky do chladiacich zariadení, musí pred dodaním vykonať ich tepelnú úpravu v peci. Súčiastky sa ukladajú na plechy s rozmermi **500 × 500 cm**, pričom medzi nimi musia byť **izolačné bloky s hrúbkou 5 cm**. Z bezpečnostných dôvodov musí byť izolačný blok aj **po obvode plechu** a medzi dvoma susednými súčiastkami musí byť celková vzdialenosť **10 cm** (dva bloky).

Každý plech má zároveň **maximálnu nosnosť 200 kg**. Cieľom je **optimalizovať rozloženie súčiastok na plechy** tak, aby bol **počet potrebných plechov minimálny** (resp. využitie priestoru maximálne) a aby bola splnená hmotnostná aj priestorová podmienka.

Firma doteraz ukladala súčiastky na plechy v chronologickom poradí podľa prijatia objednávky, čo vedie k neefektívnuemu využívaniu priestoru. V tomto zadaní sa hľadá **vhodnejší spôsob rozloženia**, ktorý by maximalizoval využitie každého plechu.

## 2. Identifikácia typu optimalizačného problému

**2D bin packing problém s kapacitným (hmotnostným) obmedzením.**

V klasickom bin packing probléme je cieľom uložiť objekty s danými veľkosťami do minimálneho počtu „nádob“ s pevnou kapacitou. V našom prípade:

- nádoba = plech (500 × 500 cm, 200 kg),
- objekty = súčiastky s rozmermi, hmotnosťou a bezpečnostným okrajom.

Problém patrí medzi **NP-tažké úlohy**, takže presné riešenie je výpočtovo náročné. Preto je vhodné použiť **heuristiky alebo approximácie**.

## 3. Špecifikácia úlohy a komponentov

$S=\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$	- množina všetkých súčiastok v dŕavke (AM alebo PM)
$m$	- hmotnosť súčiastky v kilogramoch
$x, y, z$	- rozmery súčiastky v centimetroch
$t$	- čas objednávky súčiastky
$p$	- plech, na ktorý sú súčiastky ukladané
$S_{sn} = (x * 2l)(y * 2l)$	- najväčšia plocha súčiastky s izoláciou
$N$	- počet plechov
$W_{max}$	- maximálna nosnosť plechu v kilogramoch
$A_{max}$	- dĺžka plechu v cm
$B_{max}$	- šírka plechu v cm
$I$	- šírka izolačného bloku v cm

Každá súčiastka musí byť **položená najväčšou stranou** – do výpočtu preto vstupujú **dve najväčšie rozmery**. Súčiastky sú rozdelené do dvoch denných dŕavok:

- **AM dŕavka** – objednávky od 00:00 do 11:59,
- **PM dŕavka** – objednávky od 12:00 do 23:59.

V rámci jednej dávky je možné súčiastky **ľubovoľne kombinovať**, pretože cieľom je celková optimalizácia využitia priestoru v peci, nie zachovanie poradia objednávok.

## 4. Podmienky a obmedzenia optimalizácie

1. **Rozmery a rozostupy:**
  - Každá súčiastka má po obvode pridaný izolačný pás 5 cm (z každej strany).
2. **Nosnosť:**
  - Súčet hmotností všetkých súčiastok na jednom plechu nesmie prekročiť 200 kg.
3. **Plechové kapacity:**
  - Každý plech má maximálnu využiteľnú plochu 250 000 cm<sup>2</sup>.
4. **Rozdelenie objednávok:**
  - Optimalizácia sa vykonáva zvlášť pre AM a PM dávku (číslovanie plechov sa resetuje).
5. **Výstupné dátá:**
  - Pre každý kus sa určí číslo plechu, čas objednávky a (teoretická) pozícia.

## 5. Kritérium kvality riešenia

Maximalizovať plochu plechov (resp. minimalizovať počet plechov).

$$U = \frac{\sum S_s}{N * 500 * 500} * 100\%$$

## 6. Návrhy riešení (kandidáti)

Na základe analýzy problému možno definovať viacero prístupov riešenia, ktoré sa líšia presnosťou a výpočtovou náročnosťou:

### Riešenie 1 – Heuristika MaxRects s váhovou hustotou

Tento prístup kombinuje geometrickú heuristiku **MaxRects** (2D rozklad obdĺžnikov bez prekrývania) s **váhovým koeficientom zaťaženia plochy**.

Algoritmus priebežne sleduje zvyšnú hmotnosť a voľnú plochu plechu a vypočítava cieľovú hustotu

$$D = \frac{200 - m_c}{S_p}$$

D	- cieľová hustota plechu
200	- maximálna nosnosť plechu
$m_c$	- celková využitá hmotnosť
$S_p$	- nevyužitá plocha plechu.

Z množiny dostupných dielov vyberá tú súčiastku, ktorej vlastná hustota je najbližšia k D

$$d = \frac{m}{S_{sn}}$$

- $d$  - zaťaženie súčiastky na plochu (vlastná hustota)
- $m$  - hmotnosť súčiastky
- $S_{sn}$  - najväčšia plocha súčiastky s izoláciou

Výberie sa teda súčiastka, pre ktorú je rozdiel  $|d-D|$  minimálny a ktorá sa geometricky zmestí podľa algoritmu **MaxRects**.

**Výhody:** vysoká efektivita, nízka výpočtová náročnosť, praxou overený algoritmus.

**Nevýhody:** vyžaduje implementáciu geometrickej heuristiky (MaxRects).

## Riešenie 2 – Policová heuristika (Shelf)

Jednoduchší prístup, ktorý plech rozdeľuje na horizontálne „police“.

Súčiastky sa ukladajú zľava doprava a pri nedostatku miesta sa otvorí nová polica nižšie.

Poradie výberu možno rovnako riadiť podľa váhovej hustoty.

**Výhody:** jednoduchá implementácia.

**Nevýhody:** menej efektívne využitie plochy, viac nevyužitého priestoru.

## Riešenie 3 – Diskrétny mriežkový model

Plocha plechu sa rozdelí na bunky  $5 \times 5$  cm. Každá súčiastka sa reprezentuje ako blok buniek a kontroluje sa, že sa žiadne bloky neprekryvajú.

Model umožňuje vizuálne validovať správnosť rozloženia.

**Výhody:** vhodné pre vizualizáciu a kontrolu.

**Nevýhody:** výpočtovo náročné, nehodí sa pre veľké množstvo dielov.

## 8. Zhrnutie

Analyzovaný problém predstavuje úlohu typu **2D bin packing s hmotnostným (kapacitným) obmedzením**, v ktorej je cieľom minimalizovať počet použitých plechov pri dodržaní rozmerových a váhových limitov.

Na základe identifikovaných podmienok boli navrhnuté tri kandidátske riešenia:

- **MaxRects s váhovou hustotou**
- **policová heuristika (Shelf)**
- **diskrétny mriežkový model**

Z porovania prístupov vyplýva, že **heuristika MaxRects s váhovou hustotou** predstavuje najvhodnejší kompromis medzi presnosťou, výpočtovou náročnosťou a reálnou implementovateľnosťou.

Tento prístup umožňuje dynamicky vyberať súčiastky podľa zaťaženia plochy a súčasne zohľadňuje geometrické obmedzenia, čím dosahuje vysoké využitie priestoru aj rovnomerné rozloženie hmotnosti.

Optimalizáciu tak možno považovať za **plošno-hmotnostný problém**, ktorý poskytuje realistický odhad efektivity využitia plechov a umožňuje objektívne porovnať výsledky s doterajším chronologickým spôsobom ukladania.