

Analýza problému

1. Popis úlohy

Firma, ktorá vyrába a predáva súčiastky do chladiacich zariadení, musí pred dodaním vykonať ich tepelnú úpravu v peci. Súčiastky sa ukladajú na plechy s rozmermi **500 × 500 cm**, pričom medzi nimi musia byť **izolačné bloky s hrúbkou 5 cm**. Z bezpečnostných dôvodov musí byť izolačný blok aj **po obvode plechu** a medzi dvoma susednými súčiastkami musí byť celková vzdialenosť **10 cm** (dva bloky).

Každý plech má zároveň **maximálnu nosnosť 200 kg**. Cieľom je **optimalizovať rozloženie súčiastok na plechy** tak, aby bol **počet potrebných plechov minimálny** (resp. využitie priestoru maximálne) a aby bola splnená hmotnostná aj priestorová podmienka.

Firma doteraz ukladala súčiastky na plechy v chronologickom poradí podľa prijatia objednávky, čo vedie k neefektívnuemu využívaniu priestoru. V tomto zadaní sa hľadá **vhodnejší spôsob rozloženia**, ktorý by maximalizoval využitie každého plechu.

2. Identifikácia typu optimalizačného problému

2D bin packing problém s kapacitným (hmotnostným) obmedzením.

V klasickom bin packing probléme je cieľom uložiť objekty s danými veľkosťami do minimálneho počtu „nádob“ s pevnou kapacitou. V našom prípade:

- nádoba = plech (500 × 500 cm, 200 kg),
- objekty = súčiastky s rozmermi, hmotnosťou a bezpečnostným okrajom.

Problém patrí medzi **NP-tažké úlohy**, takže presné riešenie je výpočtovo náročné. Preto je vhodné použiť **heuristiky alebo approximácie**.

3. Špecifikácia úlohy a komponentov

| | |
|------------------------------|----------------------------------------------------|
| $S=\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ | - množina všetkých súčiastok v dávke (AM alebo PM) |
| m | - hmotnosť súčiastky v kilogramoch |
| x, y, z | - rozmery súčiastky v centimetroch |
| t | - čas objednávky súčiastky |
| p | - plech, na ktorý sú súčiastky ukladané |
| $S_{sn} = (x * 2l)(y * 2l)$ | - najväčšia plocha súčiastky s izoláciou |
| N | - počet plechov |
| W_{max} | - maximálna nosnosť plechu v kilogramoch |
| A_{max} | - dĺžka plechu v cm |
| B_{max} | - šírka plechu v cm |
| l | - šírka izolačného bloku v cm |

Každá súčiastka musí byť **položená najväčšou stranou** – do výpočtu preto vstupujú **dve najväčšie rozmery**. Súčiastky sú rozdelené do dvoch denných dátov:

- **AM dátka** – objednávky od 00:00 do 11:59,
- **PM dátka** – objednávky od 12:00 do 23:59.

V rámci jednej dávky je možné súčiastky **ľubovoľne kombinovať**, pretože cieľom je celková optimalizácia využitia priestoru v peci, nie zachovanie poradia objednávok.

4. Podmienky a obmedzenia optimalizácie

1. **Rozmery a rozostupy:**
 - Každá súčiastka má po obvode pridaný izolačný pás 5 cm (z každej strany).
2. **Nosnosť:**
 - Súčet hmotností všetkých súčiastok na jednom plechu nesmie prekročiť 200 kg.
3. **Plechové kapacity:**
 - Každý plech má maximálnu využiteľnú plochu 250 000 cm².
4. **Rozdelenie objednávok:**
 - Optimalizácia sa vykonáva zvlášť pre AM a PM dávku (číslovanie plechov sa resetuje).
5. **Výstupné dátá:**
 - Pre každý kus sa určí číslo plechu, čas objednávky a (teoretická) pozícia.

5. Kritérium kvality riešenia

Maximalizovať plochu plechov (resp. minimalizovať počet plechov).

$$U = \frac{\sum S_s}{N * 500 * 500} * 100\%$$

6. Návrhy riešení (kandidáti)

Na základe analýzy problému možno definovať viacero prístupov riešenia, ktoré sa líšia presnosťou a výpočtovou náročnosťou:

Riešenie 1 – Heuristika MaxRects s váhovou hustotou

Tento prístup kombinuje geometrickú heuristiku **MaxRects** (2D rozklad obdĺžnikov bez prekrývania) s **váhovým koeficientom zaťaženia plochy**.

Algoritmus priebežne sleduje zvyšnú hmotnosť a voľnú plochu plechu a vypočítava cieľovú hustotu

$$D = \frac{200 - mc}{Sp}$$

| | |
|----------------|----------------------------|
| D | - cieľová hustota plechu |
| 200 | - maximálna nosnosť plechu |
| m _c | - celková využitá hmotnosť |
| S _p | - nevyužitá plocha plechu. |

Z množiny dostupných dielov vyberá tú súčiastku, ktorej vlastná hustota je najbližšia k D

$$d = \frac{m}{S_{sn}}$$

- d - zaťaženie súčiastky na plochu (vlastná hustota)
- m - hmotnosť súčiastky
- S_{sn} - najväčšia plocha súčiastky s izoláciou

Výberie sa teda súčiastka, pre ktorú je rozdiel $|d-D|$ minimálny a ktorá sa geometricky zmestí podľa algoritmu **MaxRects**.

Výhody: vysoká efektivita, nízka výpočtová náročnosť, praxou overený algoritmus.

Nevýhody: vyžaduje implementáciu geometrickej heuristiky (MaxRects).

Riešenie 2 – Policová heuristika (Shelf)

Jednoduchší prístup, ktorý plech rozdeľuje na horizontálne „police“.

Súčiastky sa ukladajú zľava doprava a pri nedostatku miesta sa otvorí nová polica nižšie.

Poradie výberu možno rovnako riadiť podľa váhovej hustoty.

Výhody: jednoduchá implementácia.

Nevýhody: menej efektívne využitie plochy, viac nevyužitého priestoru.

Riešenie 3 – Diskrétny mriežkový model

Plocha plechu sa rozdelí na bunky 5×5 cm. Každá súčiastka sa reprezentuje ako blok buniek a kontroluje sa, že sa žiadne bloky neprekryvajú.

Model umožňuje vizuálne validovať správnosť rozloženia.

Výhody: vhodné pre vizualizáciu a kontrolu.

Nevýhody: výpočtovo náročné, nehodí sa pre veľké množstvo dielov.

8. Zhrnutie

Analyzovaný problém predstavuje úlohu typu **2D bin packing s hmotnostným (kapacitným) obmedzením**, v ktorej je cieľom minimalizovať počet použitých plechov pri dodržaní rozmerových a váhových limitov.

Na základe identifikovaných podmienok boli navrhnuté tri kandidátske riešenia:

- **MaxRects s váhovou hustotou**
- **policová heuristika (Shelf)**
- **diskrétny mriežkový model**

Z porovania prístupov vyplýva, že **heuristika MaxRects s váhovou hustotou** predstavuje najvhodnejší kompromis medzi presnosťou, výpočtovou náročnosťou a reálnou implementovateľnosťou.

Tento prístup umožňuje dynamicky vyberať súčiastky podľa zaťaženia plochy a súčasne zohľadňuje geometrické obmedzenia, čím dosahuje vysoké využitie priestoru aj rovnomerné rozloženie hmotnosti.

Optimalizáciu tak možno považovať za **plošno-hmotnostný problém**, ktorý poskytuje realistický odhad efektivity využitia plechov a umožňuje objektívne porovnať výsledky s doterajším chronologickým spôsobom ukladania.